



**R. P. Sebast. Izquierdo Alcarazensis Soc. Iesv, svpremis
Inquisitionis Senatvs Censoris, Et Olim Complvti SS.
Theologiæ Professoris. Pharvs Scientiarvm**

Izquierdo, Sebastián

Lugduni, 1659

Quæst. 2. Qualiter determinandum sit, quotnam omnino combinationes effici possunt ex quouis terminorum numero dato intra vnamquamque ex tredecim speciebus combinationis expositis quæstione1.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-95620](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-95620)

numeri dati; quia sæpe sæpius ea absolute, & sine comparatione ad tertium fit. Ut quando gradus eiusdem seriei, seu termini eam constituentes inter se conferuntur, absque respectu ad aliud; aut alia tertia penes differentias prioris, & posterioris, sub quibus possunt considerari positi in ipsâ serie, siue eam constituentes. Quo pacto considerandi veniunt gradus, seu termini constituentes seriem connexionis seriem originis, seriem potentiarum, & actuum, & alias huiusmodi. Tamen etiam interdum eiusmodi combinatio comparatiue ad tertia fiat, ut diximus. Ut quando plures res ad totidem loca, vel tempora comparamus, secundum omnes differentias solius positionis, quas singula omnes posita in illis singulis omnibus habere possunt. Quo itidem pacto singuli omnes termini cuiuslibet numeri dati, ad singulos alios omnes alterius numeri æqualis conferri possunt aliter, quam ad loca, aut ad tempora, aut etiam tertia alterius generis, in quibus dici possint poni, vel esse; idque retenta semper in omnibus casibus indicatis eadem formâ combinationis.

QVÆSTIO II.

Qualiter determinandum sit, quoniam omnino combinationes effici possunt, ex quouis terminorum numero dato, intra unamquamque ex tredecim speciebus combinationis expositis q. 1.

22 **D**ico determinandum esse, qualiter præscribitur per totidem propositiones, quæ eodem ordine sequuntur, quo species combinationis prædictæ sunt ibi enumerata.

Propositio 1.

Quot omnino combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possunt, penes differentiam solius substantiæ, iuxta primam speciem combinationis absolutæ, sequentes regulæ determinant.

Fiat imprimis progressio naturalis numerorum à summo deorsum 1. 2. 3. 4. 5. &c. Deinde in alterâ lineâ, siue columnâ progressionis factæ parallelâ, ponatur iuxta numerum. 3. ipsius progressionis numerus 7. qui numerus duplicatus cum adiunctâ vnitate conficiet. 15. qui numero 4. progressionis prædictæ respondet. Rursus duplicatus numerus 15. cum adiunctâ vnitate producet. 31. qui iuxta numerum 5. ponendus erit. Sicque deinceps infinitum procedetur duplicando numerum antecedentem, & addendo vnitatem, ut conficiatur numerus sequens; sicutque tabula intentum exhibens, ut sequitur.

TABVLA PRIMA.

Determinans omnes combinationes, ex quouis numero terminorum dato possibiles, penes differentiam solius substantiæ.

1	1
2	2
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
8	255
9	511
10	1023
11	2047
12	4095
13	8191
14	16383
15	32767
16	65535
17	131071
18	262143
19	524287
20	1048575

Vltus autem huius tabulæ talis est. Volo scire 14 quot omnino combinationes fieri possint ex quouis numero dato e. g. ex num. 13. numerando scilicet vnitates, binarios, ternarios, quaternarios, &c. Accipio, inspicio in primâ lineâ tabulæ, quæ est progressionis naturalis numerorum factæ, dictum numerum 13. reperioque illi correspondere. 8191. qui est numerus quasitus omnium combinationum possibilium ex numero 13. terminorum. Tantumdémque faciens, semper reperiam numerum omnium combinationum possibilium ex quouis numero dato.

P. Clavius in Sphæram cap. 1. ad assequendum idem assumptum absque tabulâ, hanc regulam tradit. Accipiantur tot numeri, incipiendo ab vnitate in proportionē duplâ, quot sunt termini combinandi, & à summâ omnium eorum tollatur numerus terminorum: reliquus enim numerus dabit omnes combinationes ex eis possibiles. Summa autem totius seriei proportionis duplæ habebitur, si vltimus numerus duplicetur, & detrahatur vnitas. Itaque sint quinque termini combinandi, hæc series accipietur 1. 2. 4. 8. 16. cuius summa est. 31. ablatis ergo. 5. remanent 26: quæ sunt omnes combinationes possibiles, ex quinque terminis. Paritérque fiet in aliis numeris datis. Est tamen aduertendum à P. Clauio non recenseri inter combinationes vnitates numeri combinandi sumptas seorsum. Ob idque extrahit à summâ prædictæ progressionis numerum terminorum combinatorum; qui tamen iuxta nostram tabulam extrahendus non est; propterea quod per vnitates etiam, sicut & per binarios, quaternarios, &c. numerum datum terminorum combinabilium dispertitur, quod ad rem attinet; ut omnes omnino differentie extremorum possibiles ex illo recenscantur. Hæc de numero omnium

nium combinationum possibilium ex quouis terminorum numero dato.

- ¹⁶ Sed quomodo sciemus quot binarij, quot ternarij, quor quaternarij, &c. ex quouis numero dato confici possunt: P. Clavius loco citato ad sciendum binarios hanc regulam affert. Multiplicetur numerus terminorum combinandorum per proximè minorem, medietasque numeri producti erit numerus binariorum. Sic ex quatuor terminis sex binarij consurgunt: quia 4. per 3. multiplicatus reddit. 12. cuius medietas est. 6. Ex quinque autem terminis decem binarij nascuntur: quia 5. per 4. multiplicatus reddit. 20. Vel aliter, si numerus combinandus fuerit par, multiplicetur proximè minor per medietatem eius, si verò impar, ipse per medietatem proximè minoris multiplicetur; reddeturque numerus binariorum possibilium. Hæc pro binariis apud Clavius.

- ¹⁷ Pro ternariis autem, quaternariis, quinaris, & cæteris, atque etiam pro ipsis binariis inveniendis ex quouis numero terminorum dato possibilibus, de quibus nihil inuenitur apud Auctores, hæc esto generalis regula, eaque valdè egregia. Fiat tabula quadratorum, qualis sequens cernitur; & in primâ eius columnâ transversâ A ponatur progressio naturalis arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. Deinde in secunda columnâ etiam transversâ B ponatur vnitas in omnibus quadratis. Præterea in tertiâ C ponatur progressio etiam naturalis, incipiendo à numero. 2. 3. 4. 5. &c. Rursus in primâ columnâ descendente D, in-

cipiendo ab vnitate secundi quadrati, progressio naturalis arithmetica descendat 1. 2. 3. 4. 5. &c. Quibus positis, numeri ponendi in quadratis secundæ columnæ descendentes E ita deinceps inuenientur. Summentur quatuor numerus columnæ D & tertius columnæ E, qui sunt 3. & 3. productusque 6. ponatur in quarto quadrato columnæ E. Qui numerus 6. summatur rursus cum numero quinti quadrati columnæ D, qui est reddet numerum 10. ponendum in quinto quadrato columnæ E. & ita deinceps in infinitum procedetur, summando semper, seu coniungendo numerum vltimum columnæ E cum numero columnæ D quadrati immediatè inferioris, & ponendo summam vtriusque immediatè infra numerum ipsum columnæ E, & iuxta numerum ipsum columnæ summatus. Eodem modo inuenientur numeri ponendi in quadratis tertiæ columnæ descendentes F, summando scilicet numerum quartum columnæ secundæ E cum tertio columnæ F, & collocando summam, quæ est numerus 10. in quarto quadrato ipsius columnæ F, & ita deinceps descendendo. Atque eodem pacto procedetur per omnes columnas sequentes. Quo tabula in infinitum extendi poterit. Ea autem ita constructa, à quadratis columnæ primæ descendentes D ducantur lineæ transversæ, & quasi diametrales ad quadrata columnæ primæ transversæ A, incipiendo à quadrato quarto columnæ D, vti apparet in Tabulâ. Sicque tota constructio eius pro intento exhibendo absoluta erit.

TABVLA

T A B V L A II.

18 *Determinans omnes binarios, ternarios, quaternarios, &c.
ex quouis numero terminorum dato possibiles, penes
differentiam solius substantiæ.*

	D	E	F							
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286
	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001
	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003
	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008
	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	16448
	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	33758
	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	82378

19 *Ufus autem huius tabulæ (quam sine fine
posse extendi iam diximus) sic se habet. Sit
numerus datus terminorum combinandorum
exempli gratia, 8. quæriturque quot quinarj
ex eis fieri possunt; ad eundem est numerus, 8.
in primâ columnâ descendente D, & numerus,
5. in primâ columnâ transversâ A, inspicien-
dumque in quo quadrato ex iis, quæ sub ipso
numero 5. descendunt per columnam descenden-
tem, incipientemque ab ipso, concurrat linea
diagonalis ducta à prædicto numero, 8. tale
enim quadratum reddit numerum quinariorum,
qui ex 8. terminis fieri possunt, qui est, 56.
Eodemque modo quærentur binarij, ternarij,
quaternarij, &c. ex quouis omnino numero
terminorum dato possibiles; inspicendo sem-
per in columnâ D numerum terminorum, & in
columnâ A numerum designantem combina-
tionem quæsitam, ut, si est binariorum, nu-*

*merum, 2. si ternariorum numerum, 3. si qua-
ternariorum numerum, 4. &c. & videndo in
quo quadrato columnæ descendens sub nume-
ro designante combinationem concurrat, linea
diagonalis ducta à numero terminorum: tale
enim quadratum dabit combinationum nume-
rum.*

*Utque facilius & promptius appareat, quot 20
vnitates, quot binarij, quot ternarij, quot
quaternarij, &c. tum quot omnino combinatio-
nes ex quouis numero terminorum dato confici
possunt; ex duabus tabulis datis extrahatur tertia;
in cuius primâ columnâ ponantur imprimis nume-
ri terminorum, & sub ipsis numeri designantes
singulas combinationes: in secundâ autem colum-
nâ numeri ipsarum singularum combinationum ex
ipsis terminorum numeris possibilium cum om-
nium summâ ad calcem notatâ signo isto S. pro-
ut sequitur.*

T A B V L A

T A B V L A III.

27 *Distinctius determinans singulas Combinationes ex quouis numero terminorum dato possibiles, penes differentiam solius substantia. Et earum summam.*

3 — Termini.	8 9	14 — Termini.
1 3	9 1	1 14
2 3	S ^a — 511	2 91
3 1	10 — Termini.	3 364
S ^a — 7	1 10	4 1001
4 — Termini.	2 45	5 2002
1 4	3 120	6 3003
2 6	4 210	7 3432
3 4	5 252	8 3003
4 1	6 210	9 2002
S ^a — 15	7 120	10 1001
5 — Termini.	8 45	11 364
1 5	9 10	12 91
2 10	10 1	13 14
3 10	S ^a — 1023	14 1
4 5	11 — Termini.	S ^a — 16383
5 1	1 11	15 — Termini.
S ^a — 31	2 55	1 15
6 — Termini.	3 165	2 105
1 6	4 330	3 455
2 15	5 462	4 1365
3 20	6 462	5 3003
4 15	7 330	6 5005
5 6	8 165	7 6435
6 1	9 55	8 6435
S ^a — 63	10 11	9 5005
7 — Termini.	11 1	10 3003
1 7	S ^a — 2047	11 1365
2 21	12 — Termini.	12 455
3 35	1 12	13 105
4 35	2 66	14 15
5 21	3 220	15 1
6 7	4 495	S ^a — 32767
7 1	5 792	16 — Termini.
S ^a — 127	6 924	1 16
8 — Termini.	7 792	2 120
1 8	8 495	3 560
2 28	9 220	4 1820
3 56	10 66	5 4368
4 70	11 12	6 8008
5 56	12 1	7 11440
6 28	S ^a — 4095	8 12870
7 8	13 — Termini.	9 11440
8 1	1 13	10 8008
S ^a — 255	2 78	11 4368
9 — Termini.	3 286	12 1820
1 9	4 715	13 560
2 36	5 1287	14 120
3 84	6 1716	15 16
4 126	7 1716	16 1
5 126	8 1287	S ^a — 65535
6 84	9 715	17 — Termini.
7 36	10 286	1 17
	11 78	2 136
	12 13	3 680
	13 1	4 2380
	S ^a — 8191	5 6188

6	12376
7	19448
8	24310
9	24310
10	19448
11	12376
12	6188
13	2380
14	680
15	136
16	17
17	1
Sa — 131071	
18	Termini.
1	18
2	153
3	816
4	3060
5	8568
6	18564
7	31824
8	43758
9	48620
10	43758
11	31824
12	18564

13	8568
14	3060
15	816
16	153
17	18
18	1
Sa — 262143	
19	Termini.
1	19
2	171
3	969
4	3876
5	11628
6	27132
7	50388
8	75582
9	92378
10	92378
11	75582
12	50388
13	27132
14	11628
15	3876
16	969
17	171
18	19

19	1
Sa — 524287	
20	Termini.
1	20
2	190
3	1140
4	4845
5	15504
6	38760
7	77520
8	125970
9	167960
10	184756
11	167960
12	125970
13	77520
14	38760
15	15504
16	4845
17	1140
18	190
19	20
20	1
Sa — 1048575	

22 Vbi conspicue apparet ex 3. terminis posse fieri unitates 3. binarios 3. ternarios 1. omniumque summam esse 7. Ex 4. autem terminis fieri posse unitates 4. binarios 6. ternarios 4. quaternarios 1. omniumque summam esse 15. Et ex 5. terminis fieri posse unitates 5. binarios 10. ternarios 10. quaternarios 5. quaternarios 1. omniumque summam esse 31. Similiterque ex 6. terminis fieri posse unitates 6. binarios 15. ternarios 20. quaternarios 15. quaternarios 6. senarios 1. omniumque summam esse 63. Pariterque censendum de cæteris. Posse autem tabulam hanc, sicut & duæ præcedentes ex quibus extracta est, in infinitum progredi compertum est. Placuit tamen illam usque ad numerum 20. terminorum combinandorum extendere (tamen si præcedens defectu amplitudinis chartæ ed usque non potuerit extendi) quia termini vniuersalissimi selecti *disputation. præcedent.* pro materiâ vniuersalissimâ in omni scientiâ combinandâ 20. sunt. Porro regulis, tabulisque præscriptis demonstrationes adiunctæ non sunt: tum quia ad rem non sunt necessaria; tum quia ex Arithmetica supponunt plura, quam ut hic facile possint perstringi. Quo etiam iure subsequentiū regularum, & tabulam demonstrationes omittentur.

Propositio 2.

23 Quot omnino combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possint, penes differentiam solius positionis, iuxta secundam speciem combinationis absolutæ, sequentes regulæ determinant.

Ex hac combinatione non resultant plura aggregata differentia, quoad numerum terminorum facta ex numero dato; sed plura aggregata includentia integrum numerum datum, differentiaque

Pharus Scientiarum, Tom. II.

intet se tantum quoad positiones terminorum diuersas, secundum prius & posterius. Igitur, ut sciatur quoties per solam eiusmodi positionem iidem omnesque termini numeri dati variari inter se possint, quod solum propositio præterendit.

Fiat imprimis progressio naturalis numerorum à summo deorsum 1. 2. 3. 4. 5. &c. Deinde in alterâ lineâ siue columnâ progressionis datæ parallelâ ponatur iuxta numerum 1. primæ lineæ, siue columnæ numerus item 1. qui multiplicatus per secundum numerum columnæ primæ, reddet numerum 2. qui ponendus est iuxta ipsum numerum secundum columnæ primæ. Rursusque numerus secundus columnæ secundæ multiplicatus per tertium primæ, reddet numerum 6. ponendum iuxta numerum tertium primæ. Et ita deinceps multiplicando semper numerum vltimum secundæ per immediatè inferiorem primæ; & ponendo productum in secunda iuxta eundem primæ, per quem facta est multiplicatio. Quo pacto tabula in infinitum produci poterit, ut sequitur.

Ee TABULA

TABVLA IV.

25 *Determinans quoties quibus terminorum numerus datus penes differentiam solius positionis eorum variari possit.*

1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000
16	20922789888000
17	355687428006000
18	6402373705728000
19	121945100408832000
20	2432902008176640000

26 Vfus autem huius tabulæ est. Cupio scire quoties per solam positionem variari possunt omnes termini cuiuslibet numeri dati, e.g. 7. quarum in summa tabulæ columnâ numerum 7. numerus qui ipsi in secundâ correspondens 5040. erit numerus quæsitus. Et in cæteris pariter.

P. Clavius in Sphæram cap. 1. ad eundem finem hanc tradit vniuersalem regulam. Accipiantur tot numeri in serie naturali, incipiendo ab unitate, 1. 2. 3. 4. 5. &c. quot sunt termini positione variandi, multiplicenturque inter se omnes, numerus enim procreatus ostendit propositum. Sic 4. termini 24. modis possunt positione variari: quia 1. 2. 3. 4. inter se multiplicati tantumdem faciunt. Sic 10. termini 3628800. modis possunt positione variari; quia 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. inter se multiplicati eum numerum reddunt. Sic 23. termini; quot sunt literæ Alphabeti, tot his modis secundum positionem præcisè variari possunt, 25852016738884976640000. Quod est mirabile. Et in cæteri pariter.

Propositio 3.

28 Quotnam combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possunt penes differentiam solius repetitionis iuxta tertiam speciem combinationis absolutæ, sequentia documenta ostendunt.

1. Combinationes inter se differentes (de talibus enim agimus semper) ex quouis numero terminorum, imò ex quouis termino dato penes differentiam repetitionis infinitæ sunt: quia numeri repetitionum eiusdem termini inter se inæquales, atque adeo inter se differentes infiniti sunt. Prima quippe repeti-

tio eiusdem termini facit binarium, secunda ternarium, tertia quaternarium, quarta quinarium, & sic deinceps in infinitum possunt repetitiones eiusdem termini præcedentibus addi; quo in infinitum fieri poterunt numeri repetitionum, atque adeo combinationes penes repetitionem inter se differentes. Possibiles igitur, ex eodem dumtaxat termino infinitæ sunt. Vnde patet, quot sunt termini in quouis numero dato, tot esse possibiles multitudines infinitas combinationum inter se differentium ab infinitis singulorum possibilibus repetitionibus oriundas.

2. Si termini dati ad combinandum inter se differentes sunt quoad substantiam, ut euenit communiter, non possunt ex eis combinationes fieri inter se differentes penes solam differentiam repetitionis: quia necesse est, ut omnes, quæ fiunt per repetitionem vnius termini, differentes sint quoad substantiam ab eis, quæ fiunt per repetitiones alterius. Omnes si quidem combinationes, quæ possunt fieri repetendo A necessariò sunt quoad substantiam diuersæ ab eis, quæ fiunt repetendo B, posito quòd A & B inter se different quoad substantiam, ut constat. Vnde patet ex solo eodem termino sæpius repetito posse fieri combinationes penes solam differentiam repetitionis: vel (quod in idem recidit ad propositum) ex plurius exactè similibus, atque adeo eiusdem omnino rationis. Qui omnes, loquendo de identitate specificâ idem sunt toties repetitus.

3. Nihilominus quando ex dato numero terminorum differentium quoad substantiam combinationes fiunt per solam repetitionem singulorum, absque ullâ eorum mixtione. Eri omnes combinationes ad vnumquemque eorum spectantes, sint differentes quoad substantiam ab omnibus spectantibus ad alterum, differentia quasi materiali oriundâ à materiis, ex quibus fiunt; quasi formali tamen differentia oriundâ ab ipsâ combinatione solùm different quoad repetitiones. Vnde combinationes dici poterunt factæ penes differentiam solius repetitionis terminorum; ut ad propositionem præsentem censentur pertinere; ab illisque discriminentur, quæ penes utramque differentiam substantiæ, & repetitionis dicuntur fieri.

4. Ex his apparet, etsi integrum aggregatum combinationum possibilium penes differentiam repetitionis ex quouis terminorum numero dato sit infinitum: singula tamen aggregata binariorum, ternariorum, quaternariorum, &c. semper finita esse. Quo locus super est, ut quæzatur, quot binarij, quot ternarij, quot quaternarij, &c. ex quouis numero dato confici possunt.

5. Quòd si huiusmodi combinationes, uti patet, est, sic limitemus, ut nulla excedat numerum terminorum datum; tot omnino erunt ab unitate ad vltima aggregata inclusivè; quot dabuntur ipse numerus datus multiplicatus per se vnitates ipse numerus datus multiplicitus per se ipsum. Ex quibus tot inter se differentes quoad solam repetitionem respondebunt singulis terminis numeri dati, quot sunt ipsi termini. Totidem quæ pariter, quot sunt ipsi termini erunt inter se differentes quoad solam substantiam terminorum, respondentes singulis inter se differentibus quoad solam repetitionem. E.g. si numerus datus est 4.

omnes combinationes ex eo possibiles erunt 16. Ex quibus singulis terminis dati numeri respondent quatuor quoad solam repetitionem differentes, nempe unitas, binarius, ternarius, & quaternarius; & singulis hisce differentiis eorundem quoad solam substantiam differentes respondent, nempe quatuor unitates, quatuor binarii, quatuor ternarii, & quatuor quaternarii.

33 Quæ, ut vniuersaliter consent, fiat tabula, in cuius primâ columnâ descendente ponatur progressio naturalis arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. in secundâ autem iuxta vnumquemque numerum primæ ponatur productum ex multiplicatione eiusdem per se ipsam, integrumque propositum innotescet.

TABVLA V.

34 *Determinans omnes combinationes, ex quouis numero terminorum dato possibiles, penes differentiam solius repetitionis, quarum nulla excedat numerum datum.*

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324
19	361
20	400

35 Numeri quippe primæ columnæ, qui sunt ipsi dati ad combinandum, ostendunt singulas combinationes ex se possibiles ab unitatibus ad aggregata sibi æqualia. Numeri autem secundæ columnæ dant totam collectionem combinationum possibilem ex numeris primæ, quibus correspondent. E. g. numerus 4. indicat ex se fieri posse 4. unitates, 4. binarios, 4. ternarios, & 4. quaternarios. Quæ omnes sunt combinationes. 16. indicatæ per numerum 16. positum in secundâ columnâ iuxta numerum 4. primæ. Numerus autem 5. ex se fieri posse, 5. unitates, 5. binarios, 5. ternarios, 5. quaternarios, & 5. quaternarios. Quæ omnes sunt combinationes. 25. indicatæ per numerum 25. secundæ columnæ ipsi numero 5. primæ adiunctum. Et in cæteris pariter. Possitque tabula in infinitum progredi, ut patet.

Pharus Scientiarum, Tom. II.

Propositio 4.

36 Quot omnino combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possunt penes differentias substantiæ & positionis, iuxta quartam speciem combinationis absolutæ, sequentes regulæ determinant.

Fiat imprimis tabula, in cuius primâ columnâ descendente ponatur progressio naturalis arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. in secundâ autem columnâ ponatur iuxta numerum 1. primæ numerus etiam 1. qui multiplicandus est per numerum immediatè inferiorem primæ columnæ, nempe per 2. productoque iungendus ipse, per quem facta est multiplicatio nempe. 2. resultabitque numerus 4. ponendus in secundâ columnâ iuxta ipsum 2. Similiter 4. multiplicandus est per 3. immediatè inferiorem; addendusque producto ipse 3. coalescetque 15. ponendus iuxta 3. Rursus 15. multiplicandus per 4. addendusque producto ipse 4. coalescetque 64. ponendus iuxta ipsum 4. Pariterque procedendum in infinitum, multiplicando semper numerum vltimum secundæ columnæ per immediatè inferiorem primæ, productumque vna cum ipso, per quem facta est multiplicatio, ponendo iuxta eundem uti apparet in ipsâ tabulâ.

TABVLA VI.

37 *Determinans omnes combinationes ex quouis numero terminorum dato possibiles penes differentias substantiæ, & positionis.*

1	1
2	4
3	15
4	64
5	325
6	1956
7	13699
8	109600
9	986409
10	9864100
11	108505111
12	1302061344
13	16926797485
14	2369375164804
15	3554627472075
16	56874039553216
17	966858672404689
18	17403456103284420
19	330665665962403999
20	6613313319248080000

38 Cuius usus ita se habet. Volo scire quot omnino combinationes ex quouis terminorum numero dato confici possint penes differentiam tum substantiæ, tum positionis. Quæram numerum datum in prima columnâ; numerus enim ei correspondens in secundâ est ipse numerus combinationum quæsitus.

Ecce Ad

39 Ad sciendum autem sigillatim quot binarij, quot terminarij, quot quaternarij, &c. ex quouis numero terminorum dato confici possunt penes utramque differentiam substantiæ, & positionis sequens tabula esto hic construenda. Ponatur in primâ columnâ descendente progressio naturalis arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. eademque similiter in secundâ. Incipiendo autem à tertiâ, & à numero 2. descendat per summitates columnarum eadem progressio 2. 3. 4. 5. &c. Quibus positis per vnumquemque numerum columnæ primæ descendentes multiplicandus est numerus positis in quadrato immediate superiori columnæ secundæ descendents; productusque ponendus in quadrato ipsi immediate inferiori columnæ tertiæ descendents, existente in eadem columnâ transversâ numeri ad multiplicationem

assumpti ex primâ columnâ descendente, per quem
pariter multiplicabuntur cæteri posteriores numeri
columnæ superioris transuersi, ponendo semper
productum in quadrato immediatè inferiori ad nu-
merum multiplicatum columnæ sequentis des-
cendentis existente in columnâ eadem transuersâ di-
cti numeri assumpti. Itaque 2. columnæ primæ
descendentis multiplicans, 1. quadrati primi se-
cundæ dabit, 2. ponendum in quadrato primo
tertiæ, & 3. columnæ primæ descendentis mul-
tiplicans, 2. quadrati secundi secundæ dabit, 6.
ponendum in quadrato secundo tertie, Rursus-
que idem 3. multiplicans 2. quadrati primi ter-
tiæ dabit 6. ponendum in quadrato primo co-
lumnæ quartæ. Et ita deinceps in infinitum pro-
cedetur.

T A B V L A VII.

40 *Determinans omnes binarios, ternarios, quaternarios, &c.
ex quouis numero terminorum dato possibiles penes
differentias substantie, & positionis.*

1	1	2
2	2	2
3	3	6
4	4	12
5	5	20
6	6	30
7 ₉	7	42
8	8	56
9	9	72
10	10	90

¶ Vfus autem huius tabulæ est. Cupio fcire, quot binarij confici poffunt, penes vtramque differentiam fubftantiæ, & pofitionis ex dato numero terminorum e.g. 6. Quæram illum in primâ columnâ descendente, afpiciensq; columnam, in cuius fummitate eft. 2. fignificans binarios descendend per eam vfque ad quadratum commune ipfi, & columnæ tranſuerſæ dati numeri 6., numerus enim in eo quadrato communi poſitus, qui eft 30. eft numerus binariorum quæ fitus.

Si autem cupio scire, quot ternarios, descendam
per columnam habentem in summitate numerum
3. ad quadratum pariter commune, ubi reperiam
120. qui est numerus ternariorum quatuor. Si
verò quot quaternarios, eos inueniam in quadrato
communi columnar habentis in summitate. 4. ni-
mirum 360. & in cæteris pariter.

Si quis autem aliter, quam per propolitam tabulam scire voluerit sigillatim, quot binarij, quot ternarij, quot quaternarij, &c. ex quovis remanentium

Disp. XXIX. De Combinatione. Quæst. II. 39.

horum numero dato confici possunt penes vtramque differentiam substantiæ & positionis, sic procedendum ipsi est. Ponendæ ob oculos sunt imprimis tabulæ tertia & quarta descriptæ *propositi*. 1. & 2. quarum prior ostendit omnes, & singulas combinationes ex dato numero possibiles penes differentiam solius substantiæ terminorum: posterior autem quoties vnaquæque earum variari possit penes differentiam solius positionis. Deinde per singulas est discurrendum sigillatim (omissis vnitatibus, quæ differentiam positionis non admittunt) in hunc modum.

43 Sit numerus datus combinandus e.g. 5. quæroque primò quot ex illo binarij fieri possunt penes vtramque differentiam substantiæ, & positionis: id certe facile sic inueniam. Video in tabulâ tertiâ prædictâ ex 5. fieri posse binarios, 10. Video deinde in tabulâ quartâ binarium quoad positionem differentias 2. subire posse: multiplicabo igitur 12. per 3. numerusque productus, 20. erit quæsitus. Quæro secundo quot ternarij. Video in tabulâ tertiâ ternarios possibiles ex 5. esse 10. & in quartâ ternarium 6. differentias quoad positionem subire posse. Multiplicatoque 10. per 6. reperio numerum quæsitum ternariorum esse 60. Et ita deinceps procedam quovisque omnes combinationes percurrerim, quæ ex numero dato possunt fieri. Quarum omnium subinde summa dabit

collectionem omnium ex eo possibilem penes vtramque differentiam substantiæ, & positionis, quæ eadem erit cum assignatâ in tabulâ sextâ pro tali numero. Aduerte tamen inter binarios, ternarios, quaternarios, &c. qui ex quouis numero dato, resultant, quosdam esse inter se differentes quoad solam substantiam, quosdam quoad solam positionem, & quosdam quoad vtramque. Idque ita quidem, vt omnes possibiles ex numero dato intra quoduis horum trium generum per tabulam septimam, per regulamque datam resultent. Idque rursus sanè cum mirabili quadam correspondentiâ quoad numerum vniuscuiusque generis. Nimirum in 60. ternariis possibilibus ex numero 5. dato decem senarij ternariorum sunt, quorum vnusquisque ternariis constat quoad solam positionem differentibus inter se. Et sex quinarij, quorum vnusquisque ternariis constat differentibus inter se quoad solam substantiam. Et sex alij quinarij constantes ternariis differentibus inter se quoad vtramque. Pariterque suâ proportionem seruata euenit in alijs combinationibus.

Sed iam apponamus tabulam aut ex duabus 44 præcedentibus desumptam, aut factam per regulam præscriptam, quæ distinctius ostendat omnes & singulas combinationes possibiles, ex quouis numero terminorum dato, penes vtramque differentiam substantiæ, & positionis cum earum summâ.

T A B V L A VIII.

Distinctius determinans singulas Combinationes ex quouis numero terminorum dato possibiles, penes differentias substantiæ, & positionis & earum summam.

<p>3 — Termin.</p> <p>1 3</p> <p>2 6</p> <p>3 6</p> <p>S^a — 15</p>	<p>7 — Termin.</p> <p>1 7</p> <p>2 42</p> <p>3 210</p> <p>4 840</p> <p>5 2520</p> <p>6 5040</p> <p>7 5040</p> <p>S^a — 13699</p>	<p>10 — Termin.</p> <p>1 10</p> <p>2 90</p> <p>3 720</p> <p>4 5040</p> <p>5 30240</p> <p>6 151200</p> <p>7 604800</p> <p>8 1814400</p> <p>9 3628800</p> <p>10 3628800</p> <p>S^a — 9864100</p>
<p>4 — Termin.</p> <p>1 4</p> <p>2 12</p> <p>3 24</p> <p>4 24</p> <p>S^a — 64</p>	<p>8 — Termin.</p> <p>1 8</p> <p>2 56</p> <p>3 336</p> <p>4 1680</p> <p>5 6720</p> <p>6 20160</p> <p>7 40320</p> <p>8 40320</p> <p>S^a — 109600</p>	<p>11 — Termin.</p> <p>1 11</p> <p>2 110</p> <p>3 990</p> <p>4 7920</p> <p>5 55440</p> <p>6 332640</p> <p>7 1663200</p> <p>8 6652800</p> <p>9 19958400</p> <p>10 39916800</p> <p>11 39916800</p> <p>S^a — 108505111</p>
<p>5 — Termin.</p> <p>1 5</p> <p>2 20</p> <p>3 60</p> <p>4 120</p> <p>5 120</p> <p>S^a — 325</p>	<p>9 — Termin.</p> <p>1 9</p> <p>2 72</p> <p>3 504</p> <p>4 3024</p> <p>5 15120</p> <p>6 60480</p> <p>7 181440</p> <p>8 362880</p> <p>9 362880</p> <p>S^a — 986409</p>	<p>12 — Termin.</p> <p>1 12</p> <p>2 132</p> <p>3 1320</p>
<p>6 — Termin.</p> <p>1 6</p> <p>2 30</p> <p>3 120</p> <p>4 360</p> <p>5 720</p> <p>6 720</p> <p>S^a — 1956</p>		

4	11880
5	95040
6	665280
7	3991680
8	19958400
9	79833600
10	239500800
11	479001600
12	479001600
S ^a	1302061344

Termini.

1	13
2	156
3	1716
4	17160
5	154440
6	1235520
7	8648640
8	51891840
9	259459200
10	1037836800
11	3113510400
12	6227020800
13	6227020800
S ^a	16926797485

Termini.

1	14
2	182
3	2184
4	24024
5	240240
6	2162160
7	17197280
8	121080960
9	726485760
10	3632428800
11	14529715200
12	43589145600
13	87178291200
14	87178291200
S ^a	236975164804

Termini.

1	15
2	210
3	2730
4	32760
5	360360
6	3603600
7	32432400
8	259459200
9	1816214400
10	10897286400

11	54486432000
12	217945728000
13	653837184000
14	1307674368000
15	1307674368000
S ^a	3554627472075

Termini.

1	16
2	240
3	3360
4	43680
5	524160
6	5765760
7	57657600
8	518918400
9	4151347200
10	29059430400
11	174356582400
12	871782912000
13	3487131648000
14	10461394944000
15	20922789888000
16	20922789888000
S ^a	56874039553216

Termini.

1	17
2	272
3	4080
4	57120
5	742560
6	8910720
7	98017920
8	980179200
9	8821612800
10	70572902400
11	494010316800
12	2964061900800
13	14820309504000
14	59281238016000
15	177843714048000
16	355687428096000
17	355687428096000
S ^a	966858672404689

Termini.

1	18
2	360
3	4896
4	73440
5	1028160
6	13366080
7	160392960
8	1764322560

9	17643225600
10	158789030400
11	1270312243200
12	8892185702400
13	53353114214400
14	266765571072000
15	1067062284288000
16	3201186852864000
17	6402373705242000
18	6402373705242000
S ^a	17403456103284410

Termini.

1	19
2	342
3	5814
4	93024
5	1395360
6	19535040
7	253955200
8	3047466240
9	33522128640
10	335221286400
11	3026991577600
12	24135932620800
13	168951528345600
14	1013709170073600
15	5068545850368000
16	20274183401472000
17	60822550204416000
18	121645100399598000
19	121645100399598000
S ^a	33665665961403999

Termini.

1	20
2	380
3	6840
4	116280
5	1860480
6	27907200
7	390700800
8	5079110400
9	60949324800
10	670442572800
11	6704425728000
12	60339831552000
13	482718652416000
14	3379030566912000
15	20274183401472000
16	101370917012760000
17	405483668029440000
18	1216451004088320000
19	2432902007991960000
20	2432902007991960000
S ^a	6613313319248080000

Cuius tabulae usus idem est atque usus tabulae tertiae datae propositio. 1.

Propositio 5.

46 Quot omnino combinationes ex quovis dato numero terminorum confici possunt penes differentias substantiae, & repetitionis iuxta quintam speciem combinationis absolutae, sequentes regulae determinant.

Suppono totam collectionem combinationum, de quibus propositio agit, ex quovis numero terminorum dato possibilem infinitam esse: eo quod singuli termini infinites repeti possunt.

Quia tamen finita sunt aggregata singulorum generum; scilicet binariorum, ternariorum, quaternariorum, &c. De his imprimis determinandum est, quot binarij, quot ternarij, quot quaternarij, &c. ex quovis terminorum numero dato confici possunt. Quod praestat sequens regula

47 Fiat tabula quadratorum, & in prima columna transuersa eius A ponatur progressio naturalis arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. in secundâ autem B ponantur unitates semper. In primâ verò columnâ descendente C ponatur inde progressio naturalis numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. incipiendo à secundo quadrato. Quibus positis

Disp. XXIX. De Combinatione. Quæst. II. 331 :

sis incipiendo à tercio quadrato eiusdem columnæ C, addatur numerus eius nempe 2. numero secundi quadrati columnæ descendens D immediate illi superioris, nempe. 1. summâque ex utroque nempe. 3. ponatur in tercio quadrato ipsius columnæ D. Rursus summa ex numero 3. quadrati quarti columnæ C, & ex numero. 3. quadrati tertij columnæ D, nempe. 6. ponatur in quarto quadrato ipsius columnæ D. Et ita deinceps procedetur, sumendo semper numerum co-

lumnæ primæ, & immediate superiorem secundæ, & infra hunc immediate ponendo summam utriusque. Pariterque procedendum est in columnis D, & E ponendo summam ex 3. columnæ prioris & ex 1. subsequente, nempe. 4. infra. 1. & summam ex 6. prioris, & 4. posterioris nempe 10. infra. 4. Et sic deinceps. Similiterque faciendum est in duabus quibusque columnis ex subsequentibus in infinitum. Quo tabula manet constructa, ut sequitur

TABVLA IX.

Determinans omnes binarios, ternarios, quaternarios, &c. ex quouis numero terminorum dato possibiles penes differentias substantiæ, & repetitionis.

	C	D	E							
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286
	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001
	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3103
	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008
	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448
	9	45	165	495	1287	3003	6435	12860	24300	43748
	10	55	220	715	2002	5005	11440	24300	48600	92348

49 Vtemur autem tabulâ istâ sic. Volumus scire quot binarij fieri possunt penes utramque differentiam substantiæ, & repetitionis ex numero dato 7. Exempli gratia, Accipimus eum ex columnâ primâ descendente C, & ex numero 2. significante binarios columnæ transverse A: descendemus per columnam, quam ille terminat vsque ad quadratum commune ipsi, & columnæ transverse, quam terminat ipse numerus 7. in quo quadrato inuenimus 28. qui est numerus binariorum quæsitus. Quinariorum autem possibilium ex eodem numero dato 7. pariter reperiemus numerum, nimirum 462. descendentes à numero 5. columnæ A significante quinarios vsque ad quadratum commune columnæ transverse ipsius 7. ubi ille est. Et in cæteris simili modo.

Vbi aduertendum per huiusmodi tabulam in infinitum extendibilem, sine fine procedi posse ad inueniendos numeros singularum combinationum ex quouis dato possibilem, quæ infinitæ sunt, ut diximus: videlicet numeros binariorum, ternariorum, quaternariorum, & cæteros possibiles absque vllò limite.

Cæterum coarctando combinationes istas, ut nulla earum excedat numerum terminorum datum ad combinandum tabula sequens excerpta ex præcedente, (putâ quadruplicata in ampliori chartâ, qualem non capit libri pagina,) ostendet quot omnino sunt omnes, & singulæ illæ ex quolibet numero dato possibiles vsque ad vigesimum.

Ee 4 TABVLA

TABVLA X.

Distinctionis determinans singulas combinationes ex quouis numero terminorum dato possibiles penes differentias substantia, & repetitionis intra limites numeri dati. Et earum summam.

3 — Termini. 1 3 2 6 3 10 S ^a 19	5 — Termini. 5 1287 6 3003 7 6435 8 12860 9 24300 S ^a 48597	8 — Termini. 8 125960 9 293880 10 646496 11 1351728 12 2703456 13 5199040 S ^a 10348079
4 — Termini. 1 4 2 10 3 20 4 35 S ^a 69	10 — Termini. 1 10 2 55 3 220 4 715 5 2002 6 5005 7 11440 8 24300 9 48600 10 92348 S ^a 184695	14 — Termini. 1 14 2 105 3 560 4 2380 5 8568 6 27122 7 77520 8 203480 9 497360 10 1143856 11 2495584 12 5199040 13 10398080 14 20053680 S ^a 40107359
5 — Termini. 1 5 2 15 3 35 4 70 5 126 S ^a 251	11 — Termini. 1 11 2 66 3 286 4 1001 5 3005 6 8008 7 19448 8 43748 9 92348 10 184696 11 352616 S ^a 705231	15 — Termini. 1 15 2 120 3 680 4 3060 5 11628 6 38760 7 116180 8 319760 9 817120 10 1960976 11 4456560 12 9655600 13 20053680 14 40103760 15 77541600 S ^a 155079599
6 — Termini. 1 6 2 21 3 56 4 126 5 252 6 462 S ^a 923	12 — Termini. 1 12 2 78 3 364 4 1365 5 4368 6 12376 7 31824 8 75572 9 167920 10 352616 11 705232 12 1351728 S ^a 2703455	16 — Termini. 1 16 2 136 3 816 4 3876 5 15504 6 54264 7 170544 8 490304 9 1307424 10 3268400 11 7724960 12 17380560 13 37434240
7 — Termini. 1 7 2 28 3 84 4 210 5 462 6 924 7 1716 S ^a 3431	13 — Termini. 1 13 2 91 3 455 4 1820 5 6188 6 18564 7 50388	
8 — Termini. 1 8 2 36 3 120 4 330 5 792 6 1716 7 3432 8 6435 S ^a 12869		
9 — Termini. 1 9 2 45 3 165 4 495		

14	77541600	5	26334	14	444355520
15	155083200	6	90947	15	1000963840
16	300475845	7	346104	16	2158513850
S ^a	600951689	8	1081565	17	4473643870
17	Termini.	9	3124450	18	8947287740
1	17	10	8435735	19	17335104740
2	153	11	21471980	S ^a	34680209479
3	969	12	42888785	20	Termini.
4	4845	13	110739830	1	20
5	20349	14	256132475	2	210
6	74613	15	556608320	3	1540
7	245157	16	1157560010	4	8855
8	735461	17	2315120020	5	42504
9	2042885	18	4473643870	6	177100
10	5311285	S ^a	8947287789	7	657800
11	13036245	19	Termini.	8	2220065
12	30416805	1	19	9	6906780
13	67851045	2	190	10	20029230
14	145392645	3	1330	11	44623660
15	300475845	4	7315	12	122106875
16	600951690	5	33649	13	310329220
17	1157560010	6	134596	14	754685440
S ^a	2324120019	7	480700	15	1755649280
18	Termini.	8	1562265	16	3914173130
1	18	9	4686715	17	8387817000
2	171	10	13122450	18	17335104740
3	1140	11	34594430	19	34670209480
4	5985	12	77483215	20	67324743530
		13	188223045	S ^a	134649487159

Cuius tabulæ vsus idem est, atque vsus tabulæ tertie datæ *propositio*. 1.

Propositio 6.

§ 3 Quot omnino combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possunt penes differentias positionis, & repetitionis iuxta sextam speciem combinationis absolute sequentes regulæ determinant.

Prænoto primò, Et si reliquæ mixtiones augeant numerum combinationum; hanc tamen positionis, & repetitionis potius illum minuere; eoque magis, quo plus de repetitione habet. Eò quod termini repetiti siue eiusdem omnino rationis comparati inter se differentias positionis non subeunt. Ob id iste ternarius A A A vnicam tantum positionem censetur habere: cum tamen iste A B C sex diuersas possit fortiri. Et in cæteris pariter.

§ 4 Prænoto secundò. In numero terminorum ad combinandum dato aut posse repeti vnum solum terminum, aut duos, aut tres, aut quatuor, aut plures. Pro quibus diuersis casibus diuersæ sunt regulæ præbendæ.

§ 5 Si enim in numero terminorum ad combinandum dato vnus dumtaxat terminus est repetitus, posita ante oculos tabula quarta data *propositio* ne secunda, quæ combinationes exhibet secundum differentiam solius positionis terminorum, sumenda ex illâ est combinatio numeri repetitionis dicti termini, seu (quod in idem recidit ad propositum,) combinatio numeri terminorum exactè similium, & per illam diuidenda est combinatio integri numeri dati: quotiens enim ex diuisione resultans dabit combinationem quæsitam. Exempli gratiâ: Sit numerus datus termi-

norum combinandorum A B A C A, in quo quia terminus solus A ter ponitur, siue triplex A, sumenda ex tabula dicta combinatio numeri 3. quæ est 6. per quam diuidenda combinatio integri numeri 5. dati, quæ est 120. cuius diuisionis quotiens nempe numerus 20. combinatio quæsitâ est 20. quippe sunt differentie, quibus numerus 5. terminorum A B A C A, in quo vnicus terminus nempe A ter positus est, potest quoad positionem variari. Quod si ille quater esset positus, eiusmodi differentie tantum essent 5. quia combinatio integra 120. diuisa per combinationem numeri quaterni 24. quotientem reddit 5. & in cæteris pariter.

Si autem in numero ad combinandum dato sit, § 6 duplex terminus repetitus, multiplicanda est combinatio repetitionum vnus cum combinatione repetitionum alterius. Numerus enim ex tali multiplicatione productus erit diuisor, per quem diuisa combinatio integri numeri dati quotientem dabit, qui sit ipsa combinatio quæsitâ. Quæ omnes combinationes ex prædictâ tabulâ sunt desumendæ. Exempli gratiâ; sit numerus datus A B A B A, in quo A ter, B autem bis positus est. Multiplicanda ergo est combinatio numeri 3. nempe 6. per combinationem numeri 2. nempe 2. cuius multiplicationis productus erit 12. per quem diuisa combinatio integri numeri dati 120. quotientem dabit 10. qui est combinatio quæsitâ. Itaque ternarius iste terminorum A B A B A decies omnino potest variari quoad positionem. Si autem vterque terminus repetitus bis tantum ponatur, vt in hoc quinario A B A B C, multiplicatus 2. per 2. dabit 4. per quem diuisus 120. dabit 30. numerum quæsitum. Toties enim dictus quinaris variari potest quoad positionem.

Si

57 Si verò in numero dato ad combinandum tres termini repetiti sint, combinatio repetitionum primi ducenda est per combinationem repetitionum secundi, & productus per combinationem repetitionum tertij, cuius secundæ multiplicationis productus erit diuisor, per quem diuisa integra combinatio numeri dati quotientem dabit combinationem quaesitam. Sit namque numerus datus iste septenarius AA A-BB C C, in quo A ter, B autem & C bis ponuntur. Multipliceturque combinatio ternarij nempe 6. per combinationem binarij nempe 2. productusque 12. multiplicetur per alteram combinationem. 2. produceturque 24. per quem diuisa combinatio integra septenarij nempe 5040. quotientem dabit 210. qui est combinatio quaesita.

58 Denique si in numero dato ad combinandum quatuor, aut plures sint termini repetiti pariter procedendum est; multiplicando scilicet combinationem repetitionum primi per combinationem repetitionum secundi, & productum per combinationem repetitionum tertij, & productum per combinationem repetitionum quarti, & ita deinceps. Vltimus enim productus erit semper diuisor, per quem diuisa tota combinatio numeri dati dabit quotientem combinationem quaesitam.

Propositio 7.

59 Quot omnino combinationes ex quouis dato numero terminorum confici possunt penes differentias substantiæ, positionis, & repetitionis iuxta septem speciem combinationis absolutæ, sequentes regulæ determinant.

Hic etiam, sicuti in *propositione quinta*, supponendum est integram collectionem huiusmodi combinationum ex quouis numero terminorum dato possibilem infinitam esse. Quia terminorum repetitio, ubicumque interuenit, absque limite, atque adeo in infinitum effici potest. Quia tamen finita sunt aggregata singulorum generum, scilicet binariorum, ternariorum, quaternariorum, &c. de his imprimis determinandum est, quot binarij, quot ternarij, quot quaternarij, &c. ex quouis terminorum numero dato confici possunt. Quod præstat sequens regula.

Multiplicetur numerus datus per seipsum. Productusque erit numerus binariorum ex eo possibilem & inter se differentium penes triplicem differentiam substantiæ, positionis, & repetitionis. Deinde ipse numerus binariorum multiplicetur per numerum datum, dabitur numerus ternariorum. Pariterque numerus ternariorum multiplicatus per numerum datum numerum dabit quaternariorum. Et ita deinceps in infinitum combinatio vltimò inuenta multiplicata per numerum datum procreabit subsequentem combinationem. Vti sequens tabula quadratorum ostendit. Cuius constructio est. In primâ columnâ descendente ponitur progressio arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. similiterque in primâ transversâ ab eadem primâ quadrati utriusque communis unitate incipiendo. Multiplicatusque quouis numerus primæ descendens per seipsum dat numerum ponendum in secundo quadrato columnæ transversæ ab ipso incipiente. Et rursus multiplicatus productus per eundem dat ponendum in tertio quadrato, & sic deinceps in infinitum.

TABULA

TABVLA XI.

61 *Determinans omnes binarios, ternarios, quaternarios, &c. ex quouis numero terminorum dato possibiles penes differentias substantia, positionis, & repetitionis.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	42046641	378419769	3405777921
10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000

62 Huius autem tabulae usus talis est. Volo scire quot quaternarij ex numero 5. dato effici possunt. Quæro in columnâ primâ descendente numerum 5. & in primâ transversâ numerum 4. descendensque ab hoc vsque ad quadratum commune columnæ transversæ incipientis à numero 5. reperio ibi 625. qui est numerus, quæsitus. Pariterque reperiam ceteros.

63 Quod si quis ex progressionē infinitâ combinationum, quæ ex quouis numero dato intra speciem istam confici possunt, partem aliquam sumat, exempli gratiâ: quæ ab unitatibus excurrit vsque ad denarios: scireque velit quot sunt omnes combinationes in eâ parte progressionis inclusæ, possibilesque ex numero dato, scilicet ab unitatibus vsque ad denarios inclusivè. Quærat in primâ columnâ descendente tabulæ propositæ numerum datum; omnesque numeros repositos in columnâ transversâ incipiente ab ipso vsque ad quadratum denariorum inclusivè reducat ad summam. Ea enim dabit numerum combinationum quæ situm. Exempli gratiâ: ex numero 3. dato 88572. combinationes fieri possunt ab unitatibus vsque ad denarios inclusivè: quia tantundem valent reducti ad summam omnes numeri repositi in columnâ transversâ incipiente à numero 3. à primo quadrato ipsius vsque ad quadratum denariorum inclusivè. Poterit autem unusquisque iuxta indicatam tabulæ constructionem

eam versus utramque partem in infinitum protrahere; aut certe quantum lat fuerit ut & datus numerus, & portio progressionis assumpta in ipsa tabula reperiatur, quando maior est contentis in ea, quam e.g. descripsimus.

Per quam eandem regulam scitur subinde ex numero 25. terminorum possibiles omnino esse Binarios 325. Ternarios 12167. Quaternarios 279841. Quinarios 6436343. Senarios 148035839. Septenarios 3404825447. Octonarios 78310985281. Nouenarios 1801252561463. Denarios 41428808913549. Vndenarios 952862605011627. Duodenarios 21915839915267421. Tredenarios 504064318051150683. Quatuordenarios 11593479315176465709. Quindenarios 266650024249058711307. Sedenarios 6132950557728350360061. Septendenarios 141057862827752058281403. Octodenarios 3244330845038297340472269. Nouemdenarios 74619609435880838830862187. Vicenarios 1716251017025259293109830301. Quarum omnium combinationum summa est 1794262426890043806428463477.

Quam quidem extraxi ut notarem in ea contineri omnia omnino vocabula omnium linguarum totius universi, quæ extant, & longè plura possibilia, quæ extare possent, ab iis, quæ ex duobus duntaxat litteris componuntur, vsque ad ea, si quæ sunt, quæ com

componuntur ex viginti. Quia nullum est possibile vocabulum, quod non sit aggregatum quoddam coalescens ex aliquibus ex viginti tribus litteris Alphabeti, vt est notum. Continet autem prædictus numerus omnia omnino aggregata ex 23. litteris Alphabeti possible penes differentias substantiæ, positionis, atque repetitionis earum, penes quas possunt, & solent differre vocabula; idque à binariis vsque ad vicensarios earum. Deinde in eodem numero continentur alia aggregata litterarum, quæ vocabula non sunt; quia profertur ab hominibus, siue pronunciari non possunt; eo quod aut omnibus, aut tam multis consonantibus constant, vt sub pronunciationem, quæ absque interpositis vocalibus non potest fieri, cadere nequeant. Quæ quidem aggregata multo sunt plura, quam vocabula. Alia etiam aggregata in eodem numero inclusa, quæ aut ex folis, aut ex plerisque vocalibus variè repetitis coalescunt, et si vtrumque possint profertur, ad vsum significandi per illa conceptus humanos non sunt idonea. Itaque ex aggregatis possibilebus 23. litterarum à binariis vsque ad vicensarios in prædicto numero contentis nona fere aut decima dumtaxat pars erit eorum, quæ nomen vocabulorum merentur.

6 Sed ponamus vocabula, quæ commodè pronun-
ciari possunt, vigesimam tantum partem esse com-
binationum, aggregatorumve ex 23. litteris pos-
sibilem, quæ numerus prædictus amplectitur. Ni-
mirum 89713121344502190321423173. Ad-
huc iste vocabulorum numerus tam ingens est, ut
essent in Mundo decem millia millionum hominum
continuo, & absque interruptione semper loquen-
tium, ita quod unusquisque eorum in singulis qua-
drantibus horæ mille vocabula proferret omnia in-
ter se diversa, post decem millia millionum anno-
rum nondum ab eis omnibus fuisset prolata vigesima
quinta pars propositi vocabulorum numeri. Quip-
pe 10000000000. homines in 10000000000. annis
omnino proferrent modo dicto 35040000000000-
0000000000. vocabula, qui numerus minor est,
quàm pars vigesima quinta dicti vocabulorum nu-
meri. Per quod combinationis de quà agimus mi-
ra vis innoscitur, siquidem in tot sæculorum mil-
liatibus à tot milliatibus hominum continuo, &
semper proferentibus diversa vocabula nondum ab-
soluteretur pars vigesima quinta numeri eorum, qui
est pars vigesima numeri combinationum, quæ est
pars vigesima numeri combinationum, quæ ex so-
lis 23. litteris Alphabeti à binariis vsque ad vicen-
narios dextatæ confici possunt.

Propositio 8.

67 Quoties vnus terminorum numerus datus cum omnibus & singulis alterius numeri combinationibus penes differentiam solius substantiæ factis collectiue conferri possit iuxta primam speciem combinationis comparatæ, ex dictis *proposit*, facillime inferur.

Ex ibi enim dictis constat, quot combinationes eiusmodi ex quouis numero dato confici possunt Tot autem comparationes vnus numerus indici- cum singulis alterius numeri combinationibus pariter sumptis subire potest, quot illæ sunt, vt est notissimum. Totiesque subinde cum illis collectæ conferibilis est.

Propositio 9.

Quoties omnes & singulæ vnus terminorum
numeri dati combinationes factæ penes differen- 68
tiam solius substantiæ cum alio integro numero
collectiue conferri possunt iuxta secundam spe-
ciem combinationis comparatæ, *ex præced. proposi-
tæ.*

Quia, quod attinet ad numerum comparationum, perinde est comparare integrum numerum datum ad singulas combinationes alterius, omnibus indiuisim sumptis; ac comparare singulas combinationes vnius numeri dati, cum integro altero, sumptis pariter omnibus indiuisim, vt constat.

Propositio 10.

Quoties omnes, & singulae unius terminorum
numeri dari combinationes, factae penes differen-
tium solius substantiae cum omnibus, & singulis
alterius collectivè conferri possunt, iuxta tertiam
speciem combinationis comparatae, sequens regula
ostendit.

Sumantur ex tabulis traditis *propositi*. i. cum numero combinationum, quæ fieri possint ex numero dato terminorum, conferendo cum altero, tum numerus combinationum, quæ fieri possint ex hoc, cum quo ille est conferendus. Ex numerisque combinationum sumptis vnus per alterum multiplicetur: productus enim dabit omnes comparationes possibiles, quibus omnes & singula combinationes vnus numeri terminorum cum omnibus & singulis alterius numeri conferri, singulis omnibus collectiue siue indiuisim sumptis, vt constat.

Propositio II.

Quoties vnus terminorum numerus datus sem-
per integrè sumptus cum altero & singulis eius
combinationibus factis, penes differentiam solius
substantiæ diuisiuè conferri potest, iuxta quam
speciem combinationis comparatæ, sequentes regu-
læ determinant.

la determinant.

Fiat tabula quadratorum, in cuius primâ columnâ descendente ponatur progressio naturalis arithmetica 1. 2. 3. 4. 5. &c. incipiendo à primo quadrato; tantumdemque fiat in primâ columnâ transversâ incipiendo per eodẽ. Quibus positis reliquâ vnitatẽ primi quadrati, vñusquisque numerus ceterorum columnarũ primâ descendẽtis multiplicetur per seipsum, productusque ponatur iuxta ipsum in secundâ columnâ descendente, seu (quod idem est) in quadrato immediato columnarũ transversarũ ab ipso incipiente. Deinde ipse productus multiplicetur per eundẽ primâ columnarũ descendẽtis, ex quo per se multiplicato resultat; productusque ponatur in sequente quadrato eiusdem columnarũ transversarũ, qui tertius erit. Hic autem positus in tertio multiplicetur per eundẽ primâ columnarũ descendẽtis, productusque ponatur in quarto. Et ita deinceps in infinitum multiplicando semper vltimum per primum, à quo incipit columna transversarũ, & ponendo productum in subsequente quadrato: vti apparet in tabulâ.

TABVLA

TABULA XII.

Determinans quoties vnus terminorum numerus datus semper integrè sumptus ad alterum, & singulas eius combinationes factas penes differentiam solius substantiæ potest comparari diuisiue.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	42046641	378419769	3405777921
10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000

72 Quæ quidem tabula, tamen pro diuerso vsu, eadem est, ac tabula 11. Vñus autem eius ita se habet, scilicet cupio quoties numerus 5, terminorum datus possit comparari cum altero numero 4, etiam dato eo comparationis genere, de quo agit propositio. Quarto in primâ columnâ transversâ numerû 5, & in primâ descendente numerum 4. Deinde quæro quadratum commune columnæ descendenti, quæ incipit à numero 5, & transversæ incipienti à 4. ibique reperio 1024, qui est numerus comparationum quæsitus. Et in cæteris pariter.

Propositio 12.

73 Quoties omnes & singulæ combinationes vnus terminorum numeri dati factæ secundum differentiam solius substantiæ cum integro altero numero terminorum diuisiue confecti possunt iuxta quintam speciem combinationis comparatæ, per regulas præcedentis propositionis venit determinandum.

Quia, quod ad rem attinet, perinde se habet terminatæ vnum extremum comparationem alterius, ac comparari ad ipsum. Cum ergo regulæ præcedentis propositionis ostendant quoties omnes, & singulæ combinationes vnus numeri terminorum possint alterius integri numeri diuisiue comparationem terminatæ eo ipso, quod ostendunt, quoties hoc potest diuisiue comparari cum illis; proinde ibi vidimus: consequens est, vt etiam ostendant, sumptæ tamen ordine inuerso, quoties omnes, & singulæ

Pharus Scientiarum, Tom. II.

combinationes vnus numeri terminorum cum altero integro numero comparari valeant.

Posita itaque ob oculos tabulâ præcedente, sic illa nobis vtendum est ad propositum. Scire cupimus quoties omnes, & singulæ combinationes numeri 4, ad integrum numerum 5, comparari, possunt comparatione diuisiua, de qua tractamus, quæremus numerum 4, in primâ columnâ descendente, & 5, in primâ transversâ; deinde quadratum commune columnis incipientibus ab eisdem numeris, vbi inuenimus 1024, qui est numerus comparationum quæsitus. Tot quippe comparationes potest habere numerus 4, penes omnes & singulas suas combinationes sumptas seorsim cum numero 5, semper integrè sumpto; ac potest huius semper integrè sumpti terminæ comparationes penes easdem omnes & singulas suas combinationes. Constat autem ex dictis propositis præced. huiusmodi terminationes, sicut & illis correspondentis numeri 5 ad 4, comparationes possibiles esse 1024, similiterque circa alios quosuis numeros datos procedendum est.

Propositio 13.

75 Quoties omnes & singulæ combinationes vnus numeri terminorum dati factæ secundum differentiam solius substantiæ cum omnibus & singulis combinationibus alterius numeri diuisiue confecti possunt iuxta vltimam speciem combinationis

Ff com

Comparata, per sequentem regulam scietur.

Sumatur quævis singularis combinatio numeri dati, e.g. vnus ternarius, de quo per tabulam exhibitam *propos.* 11. scietur quoties ille integrè sumptus cum omnibus & singulis alterius numeri dati combinationibus conferri potest. Quærentur deinde in tabulis secundâ, vel tertiâ traditis *propos.* 1. quor ternarij ex numero dato confici possunt. Numerus enim ternariorum multiplicatus per numerum iam inuentum comparationum vnus ternarij dabit numerum omnium comparationum, quibus omnes & singuli ternarij cum omnibus & singulis alterius numeri combinationibus conferri possunt. Tandemque fiet circa binarios, quaternarios, quaternarios, & cæteras combinationes sigillatim numeri, dati. Quarum omnium subinde comparationum summa integrum reddet quæsitum comparationum numerum.

QVÆSTIO III.

Qualiter practicè sint faciendæ combinationes terminorum ad vnamquamque ex tredecim speciebus, recensitis quæstione prima spectantes.

76 **I**d ostendam sigillatim de singulis 13. speciebus combinationis per totidem propositiones, vt sequitur.

Propositio 1.

77 Combinationes absolutæ primæ speciei penes differentiam solius substantiæ terminorum ex quouis eorum numero dato possibiles bifariam possunt fieri. Primò per tabulas continentes omnes binarios, ternarios, quaternarios &c. ex quouis numero terminorum dato possibiles. Secundo per generalem aliquam regulam sine tabulis.

Vt fiant per tabulas idonea signa, qualia sunt litteræ Alphabeti, debent in eis substitui pro terminis, vt potè qui per se nequeunt commodè poni in tabulis ipsis. Designemus ergo imprimis omnes numeros, quicumque illi sint, vsque ad 20. e.g. per litteras Alphabeti quo ordine ostendit tabula sequens.

TABVLA I.

Designationis terminorum. 78

1	A
2	AB
3	ABC
4	ABCD
5	ABCDE
6	ABCDEF
7	ABCDEFG
8	ABCDEFGH
9	ABCDEFGHI
10	ABCDEFGHIK
11	ABCDEFGHIKL
12	ABCDEFGHIKLM
13	ABCDEFGHIKLMN
14	ABCDEFGHIKLMNO
15	ABCDEFGHIKLMNOP
16	ABCDEFGHIKLMNOPQ
17	ABCDEFGHIKLMNOPQR
18	ABCDEFGHIKLMNOPQRS
19	ABCDEFGHIKLMNOPQRST
20	ABCDEFGHIKLMNOPQRSTV

Designamus autem terminos, quicumque illi 79 sint, per litteras combinandos vsque ad vigesimum tantum numerum; neque vltra illum extendemus sequentes tabulas; quinimò pleræque earum ad illum non peruenient. Tum quia id est satis ad exemplum. Tum quia terminos omnibus scientiis communes, atque ad eo in omnibus combinandos ad numerum 20. reduximus *disp. præced.* Tum quia vnusquisque, cum opus fuerit plures terminos combinare, faciliè poterit pro illis plures addere characteres, vel alia signa, tabulasque huiusmodi extendere quantum voluerit.

Igitur omnes binarios, ternarios, quaternarios, 80 & quaternarios possibiles penes differentiam solius substantiæ ex propositâ tabulæ numeris litterarum substitutarum pro quibusuis terminis combinandis sequentes quatuor tabulæ exhibebunt. Ita tamen, vt in duabus prioribus, ne longiores fiant, à numero 10. ad 20. transiliatur, omittis intermediis. Quos faciliè ad aliorum normam poterit quisque combinare. In alijs verò ne ad 10. quidem perueniatur.

TABVLA