



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde**

**Göller, Adolf**

**Stuttgart, 1895**

Art. 8. Hilfsmittel aus der darstellenden Geometrie

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

## A. Schattenkonstruktionslehre oder Lehre von den Schattengrenzlinien.

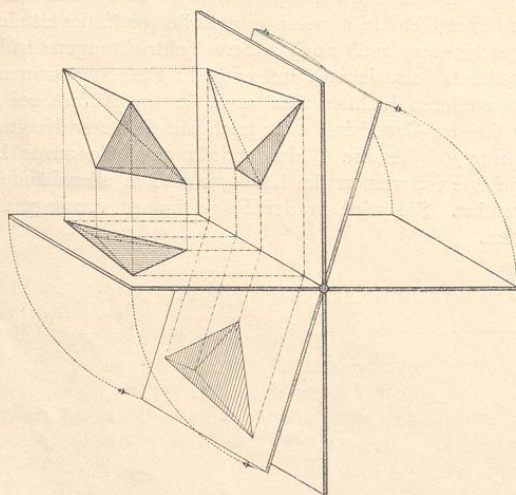
Die Schattenkonstruktionslehre hat unter Annahme der beschriebenen Lichtstrahlrichtung die graphischen Konstruktionen darzulegen, mit welchen die Grenzen zwischen Lichtflächen, Körperschattenflächen und Schlagschattenflächen für die zumeist in der Technik verwendeten mathematisch bestimmbaren Körper in verschiedenen Lagen aufgesucht werden können. Dieser Aufgabe sind die Kapitel II bis X gewidmet. Zusammengesetzte technische Gebilde erheischen zwar im allgemeinen die Anwendung von mehreren Lösungsmethoden nebeneinander; doch bleiben solche Fälle bei Erklärung der einzelnen Methoden besser beiseite.

### II. Schlagschatten auf den Grundebenen und Selbstschatten von Körpern mit ebenen Flächen.

#### S. Hilfsmittel aus der darstellenden Geometrie.

Die Lösung der in den Kapiteln II, III und IV behandelten Aufgaben erfordert nur die Kenntnis elementarer Sätze und Operationen der darstellenden Geometrie; sie sind, der früheren Ankündigung entsprechend, in gedrängter Fassung hier voranzustellen.

a) Das Projizieren. Wenn ein Körper geometrisch, das heisst nach dem Verfahren der darstellenden Geometrie abgebildet werden soll, so geschieht dies



Figur 8.

dadurch, dass man in bestimmter Lage zum Körper eine horizontale und eine vertikale Ebene vorstellt und von jedem Kantenpunkt des Körpers sich ein Lot gefällt denkt

sowohl auf die Horizontalebene als auf die Vertikalebene. Dieses Lotfällen auf die beiden „Grundebenen“ nennt man das „Projizieren“, genauer das „rechtwinklige Projizieren“, und die Figur, welche gebildet wird durch die Fusspunkte der Lote, heisst eine „Projektion“. Auf der Horizontalebene bildet sich die „Horizontalprojektion“ des Körpers, die im folgenden ebensohäufig der „Grundriss“ des Körpers genannt werden wird, um eine Abwechslung und ein kürzeres Wort zu haben; auf der Vertikalebene bildet sich die „Vertikalprojektion“, die auch bezeichnet werden wird als „Aufriss“ oder „Vorderansicht“ des Körpers. Die horizontale Schnittlinie der beiden Grundebenen heisst der „Grundschnitt“. Da man nun beim Zeichnen nicht auf einer horizontalen Tafel und einer aufgesetzten vertikalen zugleich operieren kann, so denkt man sich nach vollendetem Projizieren (Figur zu Art. 8) die Horizontalebene mit allem, was an Projektionen darauf erscheint, um den Grundschnitt nach unten geklappt, und zwar um eine Viertelswendung, so dass sie mit der unter den Grundschnitt erweitert gedachten Vertikalebene zusammenfällt, oder — anschaulicher zu sprechen — vor diese Erweiterung zu stehen kommt. Doch ist für alle Beziehungen zwischen beiden Projektionen immer die ursprüngliche Lage beider Grundebenen wieder vorzustellen. Die Zeichnungsfläche unter dem Grundschnitt bedeutet also ebensowohl den vorderen Teil der Horizontalebene als den unteren Teil der Vertikalebene. Vertikalprojektionen auf diesem letzten, verdeckten Teil werden punktiert gezeichnet, um auszudrücken, dass sie von der Horizontalebene verdeckt sind; die Figuren auf dieser letzteren zeichnet man mit ausgezogenen Linien. — Die hinter den Grundschnitt erweiterte Horizontalebene, welche vielfach ebenfalls Projektionen aufzunehmen hat, klappt sich beim Hinunterdrehen der vorderen Horizontalebene nach oben und legt sich hinter den Oberteil der Vertikalebene. Die Zeichnungsfläche über dem Grundschnitt bedeutet also ebensowohl den hinteren Teil der Horizontalebene als den



Oberteil der Vertikalebene. Horizontalprojektionen auf diesem ursprünglich hinter dem Grundschnitt liegenden Teil der Horizontalebene werden ebenfalls als verdeckt bezeichnet, das heisst punktiert.

Auch in den sichtbar gedachten Projektionen der Körper auf der oberen Vertikalebene und der vorderen Horizontalebene werden diejenigen Kanten und Linien, welche bei Auffassung der Projektion als Vorderansicht beziehungsweise Ansicht von oben vom übrigen verdeckt und dadurch unsichtbar wären, nur punktiert gezeichnet. Anstatt der Ansicht von oben („Oberansicht“, auch „Draufsicht“ genannt) wird eine Horizontalprojektion wohl auch als Ansicht von unten („Unteransicht“, „Ansicht nach oben“) behandelt, wenn hierdurch grössere Deutlichkeit erreicht oder Wichtigeres als sichtbar dargestellt wird.

b) Der Punkt. Ein Punkt  $A$  erscheint in der Horizontalprojektion als ein Punkt  $a$  und ebenso in der Vertikalprojektion als ein Punkt  $a'$ ; beide Projektionen liegen auf derselben Vertikallinie des Zeichenblattes.

c) Die Gerade. Eine gerade Linie erscheint im allgemeinen in beiden Projektionen als gerade Linie. Die Lote, welche ihre Punkte auf die horizontale Grundebene projizieren, bilden eine Ebene, welche die „horizontalprojizierende“ Ebene der Geraden heisst; sie wird im folgenden oft auch ihre „vertikalstehende“ oder „vertikale“ Ebene genannt werden. Die Ebene, welche die Gerade auf die vertikale Grundebene projiziert, heisst die „vertikalprojizierende“.

Die Punkte, in welchen eine Gerade die Grundebenen schneidet, heissen ihre „Spuren“. Die „Vertikalspur“ einer Geraden liegt auf dem Zeichenblatt vertikal über (oder unter) dem Punkt, in welchem die Horizontalprojektion der Geraden den Grundschnitt schneidet; ebenso liegt die „Horizontalspur“ vertikal unter (oder über) dem Schnittpunkt der Vertikalprojektion mit dem Grundschnitt.

Für bestimmte Lagen der Geraden liegt eine Spur unendlich fern, oder es ist dies mit beiden Spuren der Fall. Diese Lagen sind die folgenden:

Eine vertikale Gerade erscheint im Grundriss als ein Punkt, im Aufriss vertikal.

Eine Gerade senkrecht zur Vertikalebene erscheint im Aufriss als ein Punkt, im Grundriss senkrecht zum Grundschnitt.

Eine horizontale Gerade erscheint im Aufriss horizontal, im Grundriss parallel zu ihrer Lage im Raum.

Eine Gerade parallel zur Vertikalebene erscheint im Grundriss horizontal, im Aufriss mit der Neigung, die sie im Raum gegen die Horizontalebene darbietet.

Eine Gerade parallel zum Grundschnitt erscheint in beiden Projektionen horizontal.

Eine Gerade senkrecht zum Grundschnitt erscheint in beiden Projektionen vertikal; sie bedarf zu ihrer unzweideutigen Darstellung der Beifügung der später zu erklärenden Seitenprojektion. Für eine solche Gerade lassen sich beide Spuren als im Grundschnitt zusammengefallen vorstellen.

Ist eine Gerade im Raum in irgend einem Verhältnis eingeteilt, so sind auch ihre beiden Projektionen in diesem Verhältnis eingeteilt.

d) Die Kurve. Eine gekrümmte Linie hat im allgemeinen zwei Kurven als Projektionen; bei ebenen Kurven kann eine Projektion geradlinig werden. Tangenten an einer Kurve projizieren sich als Tangenten an beiden Kurvenprojektionen.

e) Die Ebene. Eine Ebene kann auf zwei Weisen dargestellt werden, entweder durch ihre zwei Schnittlinien mit den Grundebenen, welche als gerade Linien mit Schnittpunkt im Grundschnitt auftreten und die „Spuren“ der Ebene heissen, oder durch die zwei Projektionen einer Figur, welche in der Ebene liegt (Dreieck, Vieleck, Kreis, beliebig begrenzte Figur, auch wohl nur Winkelfeld zweier Geraden). Die letzte Darstellungsweise ist für die Schattenkonstruktion die häufigere.

Zwei beliebige Dreiecke, deren Eckpunkte vertikal übereinander liegen, stellen, aufgefasst als zusammengehörige Projektionen, immer eine Ebene dar. Zwei Vielecke stellen nur dann die Projektionen einer ebenen Figur dar, wenn nicht nur ihre Eckpunkte, sondern auch die Schnittpunkte der einander entsprechenden Diagonalen und Seitenverlängerungen vertikal übereinander liegen. Bei  $n$  Seiten eines Vielecks muss diese Probe (abgesehen von den Eckpunkten selbst) für mindestens  $n-3$  Schnittpunkte erfüllt sein; dann ist sie für alle erfüllt.

Eine horizontale Ebene hat nur eine Spur, und zwar eine horizontal gerichtete Vertikalspur. Die Horizontalprojektion einer in einer solchen Ebene liegenden Figur ist der Figur kongruent.

Eine vertikale Ebene parallel zum Grundschnitt hat nur eine Spur, und zwar eine horizontal gerichtete Horizontalspur. Die Vertikalprojektion einer in einer solchen Ebene liegenden Figur ist der Figur kongruent.

Eine schief zum Grundschnitt stehende Vertikalebene hat eine vertikale Vertikalspur und eine schief gerichtete Horizontalspur.

Eine geneigte Ebene, die senkrecht zur Vertikalebene steht, hat eine senkrecht zum Grundschnitt stehende Horizontalspur und eine schief gerichtete Vertikalspur.

Eine geneigte Ebene parallel zum Grundschnitt hat zwei horizontal gerichtete Spuren.

Eine Ebene senkrecht zum Grundschnitt hat zwei übereinander stehende Vertikallinien als Spuren.

Jede Ebene, die nicht ganz horizontal ist, enthält eine horizontale Linienrichtung und eine zu dieser senkrechte Linienrichtung, welche die steilste Linienrichtung auf der Ebene ist und zugleich die Neigung der Ebene gegen die Horizontalebene darbietet, weshalb sie die Richtung der „Gefällslinie“ der Ebene heisst. Jede horizontale Richtungslinie der Ebene erscheint im Aufriss horizontal und im Grundriss parallel der Horizontalspur der Ebene; jede Gefällslinie erscheint im Grundriss senkrecht zur Horizontalspur der Ebene oder Horizontalprojektion der Richtungslinie. Die beiden Projektionen einer Gefällslinie bestimmen für sich allein die Ebene, der sie angehört.

Unter „Neigung“ einer Ebene oder Geraden kurzweg ist immer die Neigung gegen die Horizontalebene verstanden.

f) Gerade und Gerade. Zwei Gerade sind im Raum parallel, wenn auf jeder Grundebene ihre beiden



Projektionen parallel sind (oder, mit dem gebräuchlichen Ausdruck, wenn ihre „gleichnamigen“ Projektionen parallel sind). Ausnahme bei Geraden senkrecht zum Grundschnitt, indem diese zur Bestimmung ihrer Richtung der Seitenprojektion bedürfen.

g) Ebene und Ebene. Zwei Ebenen sind parallel, wenn ihre gleichnamigen Spuren parallel sind. (Ausnahmen bei Ebenen parallel zum Grundschnitt.)

Die Gerade, nach welcher sich zwei Ebenen schneiden, hat ihre Spuren in den Schnittpunkten der gleichnamigen Spuren beider Ebenen.

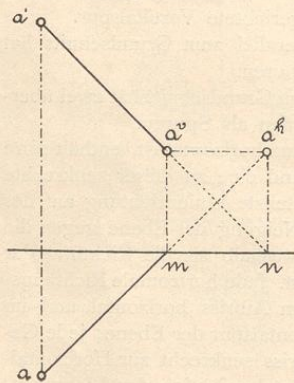
h) Gerade und Ebene. Eine Gerade liegt in einer Ebene, wenn die Spuren der Geraden in die Spuren der Ebene fallen. — Eine Gerade ist parallel einer Ebene, wenn sich durch die Spuren der Geraden die Spuren einer zweiten Ebene parallel zu denjenigen der gegebenen legen lassen. — Eine Gerade steht senkrecht zu einer Ebene, wenn die Projektionen der Geraden senkrecht zu den Spuren der Ebene stehen.

Zur Bestimmung der Spuren der Ebene zweier sich schneidender Geraden verbindet man die gleichnamigen Spuren der letzteren. Nur wenn sich die Verbindungslinien im Grundschnitt schneiden, sind sie die Spuren einer Ebene; andernfalls liegen die gegebenen Geraden nicht in einer Ebene. Um die Spuren der Ebene einer gegebenen Figur zu erhalten, wählt man auf dieser zwei sich schneidende Gerade und behandelt diese in der angegebenen Weise.

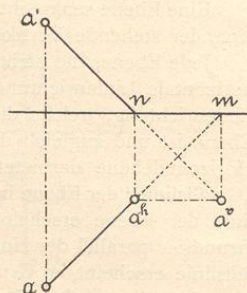
#### 9. Schlagschatten eines Punktes auf den Grundebenen.

Das einfachste Problem der Schattenkonstruktion ist das folgende: „Auf den Grundebenen den Schatten eines Punktes zu suchen.“

Lösung: Man zieht durch den Punkt einen Lichtstrahl; wo dieser zuerst eine Grundebene schneidet, da ist der Schlagschatten des Punktes.



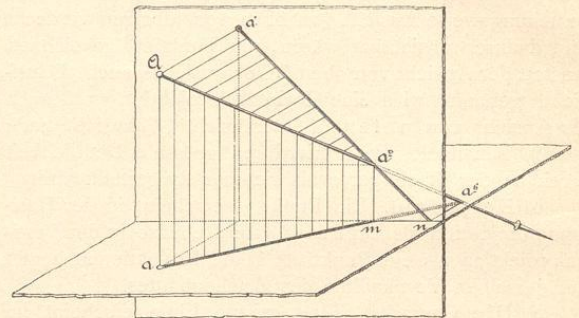
Figur 9a.



Figur 9b.

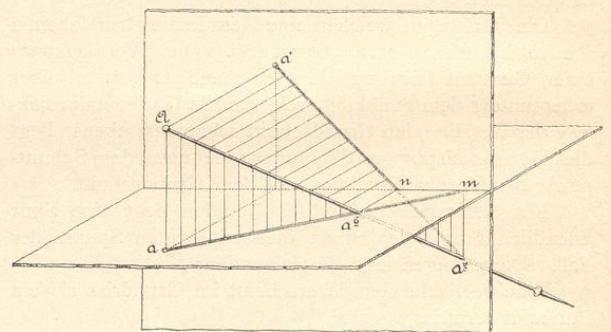
Graphische Ausführung (Figuren 9a u. b): Man zieht durch den Grundriss  $a$  des Punktes eine Linie unter  $45^\circ$  zum Grundschnitt geneigt, ebenso durch den Aufriss  $a'$  des Punktes. Im Schnittpunkt jeder solchen Linie mit dem Grundschnitt — also in  $m$  und  $n$  — errichtet man

ein Lot bis zum Schnitt mit der andern Linie. Die beiden Schnittpunkte dieser Lote mit den Projektionen des Lichtstrahls sind die Schattenpunkte  $a''$  und  $a'''$ . Die zuerst vom Lichtstrahl getroffene Grundebene enthält den wirklichen Schattenpunkt, die andere den nur gedachten Schattenpunkt, der erscheinen würde, wenn die erste Grundebene nicht da wäre.



Figur 9c.

In Figur 9a ist  $a''$  der wirkliche Schattenpunkt; in Figur 9b ist es  $a'''$ . Die Figuren 9c und 9d stellen den Grundgedanken der Konstruktion, die Benützung der projizierenden Ebenen des Lichtstrahls zur Bestimmung seiner



Figur 9d.

Schnittpunkte mit dem beschatteten Gebilde perspektivisch dar. Dieser Grundgedanke findet sich in der grösseren Hälfte aller Schattenkonstruktionen wieder.

Probe: Die beiden Schattenpunkte liegen auf der Zeichnung in gleicher Höhe.

#### Schlagschatten gerader und gekrümmter Linien. 10.

Der Schlagschatten einer geraden Linie  $ab$  auf einer Grundebene (Figur 10a) wird gefunden, indem man die Schatten der Endpunkte auf dieser Grundebene bestimmt und geradlinig verbindet ( $a''$  mit  $b''$  und  $a'''$  mit  $b'''$ ). Wirklicher Schatten ist nur diejenige Schattenlinie ( $a''b''$  in Figur 10a), welche zuerst von den Lichtstrahlen getroffen wird; die zweite Schattenlinie bildet nur einen gedachten Schatten, wie er bei Fehlen der andern Grundebene auf-