



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 15. Schlagschatten eines Punktes auf einem ebenen Polygon oder
einer anderen ebenen Figur

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

ρu muss eine Linie von 45° Neigung sein, und dieselbe Bedingung muss erfüllt werden durch $r r, y$.

Ein ausgedehnteres Beispiel der Schattenkonstruktion mit nur gedachtem, beziehungsweise nur zum Abstecken von Massen benütztem Grundriss bietet Figur 13b. In dieser sind nicht nur Schatten auf der Wandfläche, sondern auch auf anderen gleichgerichteten Ebenen in der beschriebenen Weise erhalten. Die Schatten der Kreislinien sind konstruiert wie oben in Artikel 10, Folgerung e) angegeben.

14. Schlagschatten eines Körpers mit gekrümmter Oberfläche, geworfen auf die Grundebenen.

Man bestimmt in später zu erklärender Weise (siehe Kap. IV u. ff.) die Kurve, welche auf dem schattenwerfenden Körper die Grenze zwischen Lichtfläche und Körperschattenfläche darstellt. Der nach Artikel 10 zu konstruierende Schlagschatten dieser Kurve auf den Grundebenen ist zugleich die Grenzlinie des Schlagschattens, den der Körper auf die Grundebenen wirft (Beispiel Figur 30b). Für Drehungsflächen mit Achse senkrecht zur beschatteten Grundebene ist in Artikel 59 ein weiteres Verfahren beschrieben.

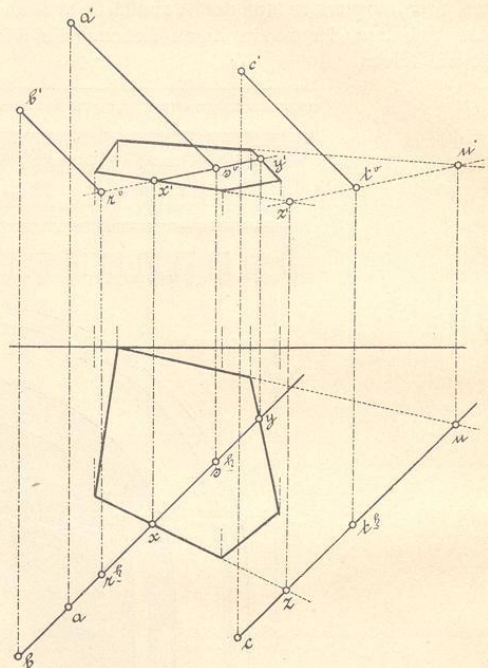
III. Schatten auf eben begrenzten Körpern. Allgemeine Lösung.

15. Schlagschatten eines Punktes auf einem ebenen Polygon oder einer anderen ebenen Figur.

Wenn ein Körper mit ebenen Grenzflächen (kürzer Vielfach und Polyeder genannt) einen Schlagschatten auf einen andern solchen Körper oder auf sich selber wirft, so hat man die Schlagschatten seiner Ecken und Kanten auf den beschatteten Grenzebenen zu suchen. Das grundlegende Problem für diese Fälle der Beschattung ist hiernach das Aufsuchen des Schlagschattens, den ein Punkt auf eine geradlinig begrenzte ebene Figur wirft. Man hat durch den Punkt einen Lichtstrahl zu ziehen und zuzusehen, wo dieser die Fläche der Figur schneidet. Als Problem der darstellenden Geometrie aufgefasst, lautet dies wie folgt: Es ist der Schnittpunkt einer geraden Linie und einer Ebene zu finden, wobei diese nicht durch ihre Spuren, sondern als ebene Figur mit einer Anzahl von Eckpunkten gegeben ist. Die Lösung ist diese (Figur 15a):

Man zieht die Projektionen des Lichtstrahls durch den schattenwerfenden Punkt aa' und betrachtet den Grundriss des Lichtstrahls als die Darstellung seiner horizontalprojizierenden Ebene. Diese vertikalstehende Ebene schneidet die gegebene Figur oder deren Erweiterung nach einer geraden Linie, deren Horizontalprojektion zusammenfällt mit dem Grundriss des Lichtstrahls. Die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Kanten der gegebenen Figur müssen also im Grundriss zusammenfallen mit den Schnittpunkten der Kanten und des Lichtstrahls. Man hat also diese im Grundriss nach Ziehen des Lichtstrahls erscheinenden Punkte x und y nur hinaufzuloten auf die

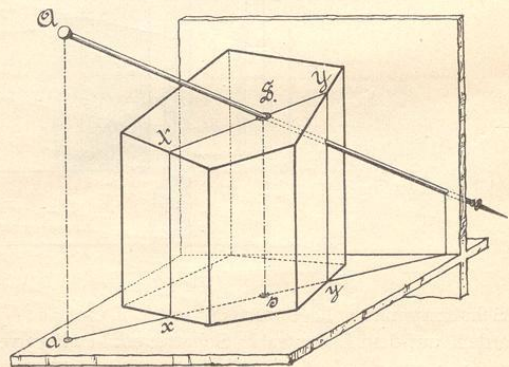
entsprechenden Aufrisskanten nach x' und y' und erhält in der Verbindungslinie $x'y'$ die Vertikalprojektion jener Schnitlinie. Wo sie getroffen wird vom Aufriss des Licht-



Figur 15a.

strahls, da ist der Aufriss des Schlagschattenpunktes s'' ; der Grundriss findet sich durch Hinunterloten von s'' auf den Grundriss des Lichtstrahls in s^h .

In Figur 15b ist der Gedanke dieser für die Schatten auf ebenbegrenzten Körpern immer wieder zu verwertenden Konstruktion perspektivisch zur Anschauung gebracht, und zwar erscheint sie in dieser Darstellung so, als ob ein volles Prisma die gegebene Figur auf die Horizontalebene projizieren würde.



Figur 15b.

Der Schatten des Punktes aa' hat sich innerhalb der Grenzlinien der gegebenen Figur gefunden. Ein zweiter Fall ist der, dass zwar der Schatten des Punktes bb' ausser-

halb der Figur fällt, dass aber doch die Vertikalebene des durch den Punkt gezogenen Lichtstrahls die Kanten der Figur unmittelbar schneidet, so dass die Lösung völlig dieselbe bleibt, wie im ersten Fall (Schattenpunkt r'' mit Grundriss in r''), und nur $x' y'$ zu verlängern ist.

Ein dritter Fall erscheint, wenn nicht nur der Schatten des Punktes cc' ausserhalb der Figur fällt, sondern auch die Vertikalebene des durch den Punkt gezogenen Lichtstrahls die Seiten der Figur nicht mehr unmittelbar schneidet. Man muss dann geeignete Seiten oder Diagonalen der Figur verlängern, bis zwei Schnitte mit der Horizontalprojektion des Lichtstrahls erhalten werden (in z und u). Diese Schnittpunkte lotet man wieder hinauf nach z' und u' , zieht $z' u'$ und erhält als Schnitt dieser Linie mit dem Aufriss des Lichtstrahls den Schattenpunkt r'' im Aufriss. Das Hinunterloten auf den Grundriss des Lichtstrahls giebt den Schattenpunkt im Grundriss r'' .

Ungenauere spitzwinklige Durchschnitte zwischen den Seiten der Figur und dem Grundriss des Lichtstrahls oder den Projektionsloten können immer durch bessere Durchschnitte ersetzt werden, indem man bestimmte andere Seiten der Figur verlängert oder bestimmte Diagonalen zieht. Auch die Unsicherheit, welche durch zu geringe Länge der Strecken xy oder zu hereinkommt, lässt sich auf diesem Weg umgehen.

Beim Aufzeichnen der Projektionen des Vielecks ist zu beachten, dass beliebig angenommene n Eckpunkte nur dann eine ebene Figur bilden, wenn die in Art. 8e genannte Bedingung erfüllt ist.

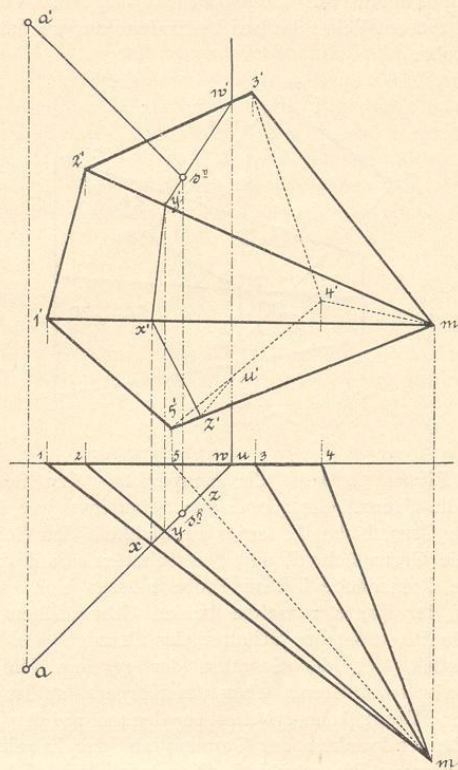
Ist der Schlagschatten eines Punktes auf einer ebenen Figur mit gekrümmter Umrisslinie zu bestimmen, so wählt man auf dieser Linie einige Punkte als Eckpunkte eines Vielecks und konstruiert den Schlagschattenpunkt auf diesem in der zuvor beschriebenen Weise.

16. Schlagschatten eines Punktes auf einem Vielflach.

Auf Grund der vorgeführten Konstruktion ist folgendes Problem lösbar: „Den Schatten eines Punktes auf einem Polyeder zu suchen.“ Man hat die Konstruktion nur auf die einzelne Grenzebene des Körpers anzuwenden.

Nicht immer, wenn der Schatten eines Punktes auf einem Polyeder zu suchen ist, weiss man nun aber zum voraus, auf welche der ebenen Grenzflächen des Körpers der Schatten fällt. Es ist daher meist notwendig, die Schnittlinie der lotrechten Lichtstrahlenebene nicht nur mit einer Körperfläche zu suchen, sondern mit mehreren, ja oft mit allen, die von ihr geschnitten werden, so dass eine gebrochene Schnittlinie, ein „Schnittpolygon“, an die Stelle der früheren geraden Schnittlinie tritt. Die Horizontalprojektionen der Eckpunkte der gebrochenen Schnittlinie sind sämtlich im Grundriss des Lichtstrahls und des Polyeders schon vorhanden und dürfen nur auf die Kanten der Vertikalprojektion des Körpers hinaufprojiziert werden. Wo der Lichtstrahl die gebrochene Schnittlinie schneidet, da ist der Schatten des Punktes auf dem Polyeder.

Es sei z. B. in Figur 16 der Schlagschatten des Punktes aa' auf der fünfseitigen Pyramide mit Basis in der Vertikalebene zu suchen. Nachdem die Lichtstrahl-



Figur 16.

projektionen gezogen sind, lotet man aus dem Grundriss die Schnittpunkte $uzxyw$ hinauf nach $u'z'x'y'w'$ und erhält hiedurch im Aufriss die gebrochene Schnittlinie $u'z'x'y'w'$. Sie wird vom Aufriss des Lichtstrahls im Punkt s'' getroffen; dieser ist Schlagschattenpunkt im Aufriss; sein Hinunterloten auf den Lichtstrahlgrundriss nach s^h giebt den Schlagschattenpunkt im Grundriss.

Schlagschatten einer geraden oder gekrümmten Linie auf einem Vielflach. Schlagschattenpunkte einer Linie auf einer andern.

Der nächste Schritt wird zu folgendem Problem führen: Den Schatten einer begrenzten geraden Linie auf einem Polyeder zu suchen. Man hat dabei zunächst zu suchen die Schatten der beiden Endpunkte der Geraden. Gewöhnlich werden sie auf zwei verschiedene, aber benachbarte Flächen des Körpers fallen, und man weiss dann zunächst über die Richtung der gebrochenen Schattenlinie nichts, wenn man auch die beiden Endpunkte derselben hat. Es ist daher notwendig, wenigstens für einen Endpunkt den Schatten auch auf der Erweiterung derjenigen Grenzebene zu bestimmen, die der andere Punkt beschattet. Um den Schatten eines