



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

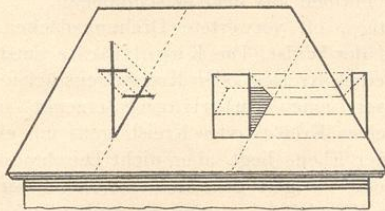
Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 27. Definitionen aus der darstellenden Geometrie und Beispiele
technischer Verwertung

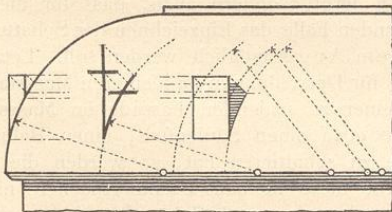
[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

giebt folgende Betrachtung, dass der Schatten dieser Vertikallinie eine gerade Linie wird mit derselben Neigung wie die der Ebene. Denkt man sich den Grundriss, so erscheint in diesem der Schlagschatten als Linie mit einem Winkel von 45° gegen die Vertikalebene wie gegen die Seitenebene, also symmetrisch zu diesen beiden Grundebenen. Die Projektion der im Raum schräg ansteigenden Schattenlinie muss also auf der Vertikalebene dieselbe Neigung darbieten wie auf der Seitenebene. Auf dieser fällt aber die Projektion der Schattenlinie zusammen mit derjenigen der Dachfläche, also muss auch die Vertikalprojektion der Schattenlinie dieselbe Neigung zeigen wie die Dachfläche in der Seitenprojektion, oder, was dasselbe ist, wie die Dachfläche im Raum.



Figur 26a.

Dieselbe Bemerkung gilt für eine gebrochene oder Mansardendachfläche; auf jeder Teilebene einer solchen erscheint der Schatten der vertikalen Geraden im Aufriss mit der Neigung, welche die Teilebene selbst hat. Ebenso ist der Schatten einer solchen Geraden auf einem cylindrischen Dach, das parallel zum Grundschnitt liegt, im Aufriss dieselbe gekrümmte Linie wie der Querdurchschnitt des Daches, also bei einem kreiscylindrischen Dach ein Kreisbogen vom gleichen Radius (Figur 26b). Horizontale Linien parallel zur Dachfirstlinie werfen immer einen horizontalen Schatten auf ein in der Längsansicht gezeichnetes Dach, sei es eben oder cylindrisch. Ein vertikalstehendes Kreuz wirft also den Schatten nach Figur 26a oder 26b. Diese Folgerungen sind hier hervorzuheben, weil viel dagegen gefehlt wird.

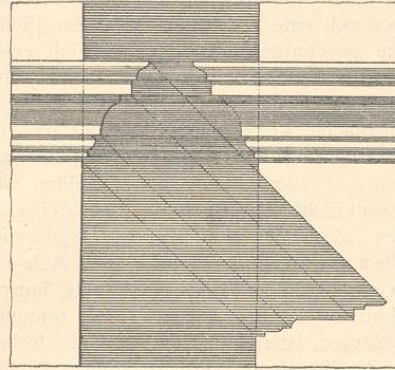


Figur 26b.

Aus der Symmetrie des Lichtstrahls gegen Vertikalebene und Seitenebene ergibt sich ferner, dass der Schatten einer vertikalen Kante auf einem in der Längsansicht gezeichneten Gesims dieselbe Linie bildet wie das Profil des Gesimses, nur nach links umgelegt und unterbrochen durch die fortlaufenden Streifen von Körper- und Schlagschatten des Gesimses. Bei der Gesimsverkröpfung, Fig. 26c, wirft die obere Wandkante einen

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

solchen Schatten, wogegen die Gesimsecke ihren Schatten tiefer wirft und nach Art. 13 zu behandeln war. Auch gegen diese Folgerung wird oft gefehlt. Wenn der Vorsprung der einen Mauer über die andere nur klein ist,



Figur 26c.

so greifen übrigens beide Schattenprofile übereinander; die Lösung wird dann komplizierter und verlangt die Benützung der Seitenprojektion, wofür die Figuren 25c und 25d Beispiele darbieten.

Die Benützung der Seitenprojektion anstatt des Grundplans ist — wie schon oben ausgesprochen — auch für andere Körper als Prismen und Cylinder parallel zum Grundschnitt möglich, und zwar können hiebei als Schnittebenen des beschatteten Körpers sowohl die seitlich projizierenden als die vertikal projizierenden Ebenen der Lichtstrahlen benützt werden. Doch liegt ein Grund zu dieser Abänderung der allgemeinen Lösung für Schatten auf eben begrenzten Körpern nur etwa dann vor, wenn das Gebilde nur durch die genannten zwei Projektionen, nicht auch durch einen Grundriss gegeben ist.

V. Schatten auf gekrümmten Flächen. Allgemeine Lösung.

Definitionen aus der darstellenden Geometrie 27. und Beispiele technischer Verwertung.

Mit den nun bekannten Konstruktionen lassen sich die Schattengrenzen bestimmen für alle diejenigen Fälle, in welchen ein Körper mit ebenen Flächen einen Schatten wirft auf die Grundebenen, oder auf einen andern Körper mit ebenen Flächen, oder auf sich selber. Nicht minder häufig als diese Schatten erscheinen in den Darstellungen technischer Gebilde solche auf gekrümmten Flächen, insbesondere auf Cylinderflächen, Kegelflächen und Drehungsflächen. Der früheren Ankündigung entsprechend sind die Definitionen für diese Flächen als Repetition der Grundlagen aus der darstellenden Geometrie kurz einzuschalten.

Eine Cylinderfläche entsteht, wenn eine Gerade längs einer gekrümmten Linie, die nicht in derselben

Ebene liegt, parallel fortschreitet; jede Lage der Geraden bildet eine Mantellinie oder Erzeugende des Cylinders; die gekrümmte Linie heisst die Leitlinie; in der Folge wird aber unter Leitlinie eines Cylinders nur diejenige gekrümmte Linie zu verstehen sein, nach welcher die Fläche durch eine Ebene senkrecht zur Richtung der Mantellinien geschnitten wird. Gewöhnlich erscheint in den technischen Gebilden der gerade Kreiscylinder, das heisst der Cylinder, dessen Leitlinie ein Kreis ist. Die ebene Grenzfläche, welche einen Cylinder senkrecht oder schief zur Richtung der Mantellinien begrenzt, heisst dessen Basis. In den technischen Gebilden ist sie gewöhnlich senkrecht zur Richtung der Achse und der Mantellinien, also beim Kreiscylinder kreisförmig. Jeder Schnitt eines Kreiscylinders schief zur Achse ist eine Ellipse. Cylinderflächen erscheinen teils konvex, teils konkav, horizontal oder vertikal, bei tonnenförmigen Dächern, Säulen, geraden Rundstangen, Röhren, Gesimsen, runden Türmen, Erkern, Balkonen, Aussenmauern und Innenräumen mit kreisförmigem Grundriss, Brückenpfeilern, Mauerbögen, Tonnengewölben u. s. f.

Eine Kegelfläche entsteht, wenn eine gerade Linie derart fortschreitet, dass sie einerseits immer durch denselben Punkt geht, andererseits an einer gekrümmten Linie gleitet, die mit dem Punkte nicht in derselben Ebene liegt. Der Punkt heisst die Spitze des Kegels; jede Lage der Geraden heisst eine Mantellinie. Eine ebene Grenzfläche, welche den Kegel abschliesst, heisst seine Basis. Gewöhnlich erscheint in den technischen Gebilden der gerade Kreiskegel, das heisst der Kegel, dessen Basis kreisförmig ist und dessen Spitze sich auf dem Lot im Mittelpunkt der Basis befindet. Das Lot heisst die Achse des Kegels. Der Schnitt eines Kreiskegels schief zur Achse liefert als Schnittlinie entweder eine Ellipse, oder eine Parabel, oder eine Hyperbel. Kegelflächen erscheinen in den technischen Gebilden teils konvex, teils konkav, mit vertikaler oder horizontaler Achse, bei runden Turmdächern, Umrahmungen von mittelalterlichen Fenstern und Thüren, bestimmten Gewölbformen, z. B. den sogenannten Stichkappen, Decken über kreisförmigen Räumen, Gesimsen auf cylindrischen Wandflächen, Gussteilen für Eisenkonstruktionen, bei zahlreichen kunstgewerblichen Gegenständen, bei runden Böschungen der Bahn- und Strassendämme oder Ufermauern und endlich bei vielen Formen im Maschinenbau.

Eine Drehungsfläche entsteht, wenn irgend eine gekrümmte oder gebrochene Linie um eine Gerade gedreht wird. Die Gerade heisst die Achse der Drehungsfläche. Jeder Punkt der gedrehten Linie beschreibt einen Kreis, dessen Ebene senkrecht zur Drehungsachse steht und der ein Parallelkreis genannt wird. Legt man durch die Achse eine Anzahl Ebenen, so schneiden diese die Drehungsfläche nach gekrümmten oder gebrochenen Linien, die alle kongruent sind; jede solche Linie heisst ein Meridian der Drehungsfläche. Der Schnitt durch eine Ebene parallel oder schief zur Achse liefert im allgemeinen eine Kurve höherer Ordnung. — Drehungsflächen erscheinen in den technischen Gebilden teils konvex, teils konkav, teils mit konvexen Parallelkreisen bei

konkavem Meridian, teils mit konkaven Parallelkreisen bei konvexem Meridian. Die Achse steht entweder vertikal oder senkrecht zur Vertikalebene oder parallel zum Grundschnitt; schiefgerichtete Drehungsflächen liefern sehr zeitraubende Probleme, sind aber selten. Beispiele von Drehungsflächen bilden Säulenfüsse und Kapitäle, überhaupt Gesimse auf cylindrischen Wandflächen, Kuppeldächer und Kuppelräume, bogenförmige Umrahmungen von Fenstern und Thüren, bogenförmige Nischen, Masswerke der gotischen Hochfenster und Rosenfenster, Baluster und Kandelaber, verzierte Dachspitzen, gedrehte Knäufe und Rosetten, bogenförmige Röhren, Füsse und andere Stützenformen an Mobilien, überhaupt alle Arbeiten des Drehers, Vasen und Gefässe aller Art und zahlreiche Formen aus dem Maschinenbau.

Wichtige, oft verwertete Drehungsflächen sind die Kugel und der Wulst. Die Kugelfläche entsteht durch Drehung eines Kreises oder Kreisbogenstücks um einen Durchmesser; eine Wulstfläche erzeugt sich durch Drehung eines Kreises oder Kreisbogens um eine Achse, die in seiner Ebene liegt, aber nicht Durchmesser ist.

Von den übrigen gekrümmten Flächen sind es nur etwa noch Wendelflächen und Schraubenflächen, die in der Technik Verwertung finden, nicht nur bei Schraubengewinden flachgängig oder scharfgängig, sondern auch bei Wendeltreppen und überhaupt Treppen mit gekrümmtem Lauf; doch sind solche Gebilde selten ausführlich zu schattieren, abgesehen etwa von grossen Schrauben in Maschinenzzeichnungen. Konoidische Flächen erscheinen bei bogenförmiger Durchbrechung von kreisförmigen Mauern; Röhrenflächen und Rückungsflächen sind verwirklicht in Gesimsformen, Gewölbformen, kunstgewerblichen und maschinentechnischen Gebilden u. s. f. Die Definitionen dieser seltener verwerteten Flächen folgen später. Andere gesetzmässig gekrümmte Flächen als die genannten dürften an den technischen Gebilden nur sehr selten zu finden sein.

Der Zweck des Studiums der Schattenkonstruktionen ist nicht nur der, dass man die zur vollkommenen Darstellung nötigen Schatten auf solchen Flächen konstruieren lernt, sondern auch, dass für die häufiger vorkommenden Fälle das Einzeichnen der Schattengrenzen aus freiem Auge möglich werden soll. Letzteres gilt besonders für Darstellungen im kleineren Massstab. Wenn man an einer zu malenden Fassade im Massstab 1:50 oder 1:20 etwa einen Säulenfuss, einen Baluster oder eine Vase zu schattieren hat, so werden die Schattengrenzen für diese kleinen Drehungsflächen nicht konstruiert, sondern nur nach Schätzung eingetragen. Wer einige Uebung hat, der kann solche Schatten aus freiem Auge mit solcher Sicherheit einzeichnen, dass die graphische Konstruktion nur geringe Fehler nachweisen würde und die Schattierung für den Zweck der guten Anschaulichkeit, dem sie ja allein dienen soll, vollkommen genügt. Dazu gehört nur, dass man für wenige solcher Flächen die Schatten einmal wirklich konstruiert und das Resultat aufmerksam entstehen sehen hat. Diese Ausbildung des Gefühls für richtige Schattierung ist ein ebenso grosser Gewinn aus dem Studium der Schatten-

konstruktion, als das Wissen von den Verfahren, mit deren Hilfe man die Schattengrenzen finden kann. Dies zur Ermutigung, wenn sich in der Folge zeigen sollte, dass das Konstruieren der Schattengrenzen auf vielen gekrümmten Flächen unverhältnismässig viel Arbeit erfordert.

28. Allgemeine Lösung für Schatten auf gekrümmten Flächen.

Die Schatten auf gekrümmten Flächen sind wieder entweder Körperschatten oder Schlagschatten, geworfen von aussenstehenden Gebilden oder von Teilen des beschatteten Körpers selber.

Denkt man sich den Körper mit gekrümmter Oberfläche zunächst konvex, so wird eine Seite der Oberfläche von den Lichtstrahlen getroffen, die andere nicht. Zwischen beiden Flächenteilen muss eine Grenze bestehen, eben die Körperschattengrenze. Sie erscheint — wie schon früher ausgesprochen — bei runden Körpern dem Auge sehr verschwommen, indem der Uebergang von Licht zu Schatten durch zahllose feine Zwischenstufen vor sich geht, ist aber mathematisch betrachtet doch eine scharfe Linie. Sie bildet sich, wie leicht einzusehen — da, wo die Lichtstrahlen berührend am Körper vorbeistreichen; die Berührungspunkte sind eben die Punkte der Körperschattengrenze. Hierauf gründet sich die folgende Konstruktion dieser letzten:

Man schneidet den Körper durch eine Anzahl von Vertikalebene, die zur Lichtrichtung parallel stehen, also Lichtstrahlen enthalten und im Grundriss mit deren geradlinigen Projektionen zusammenfallen. Man sucht die gekrümmten Schnittlinien dieser Ebenen mit dem Körper in der Vertikalprojektion auf. Man zieht im Aufriss tangierende Lichtstrahlen an diese Schnittlinien, bestimmt die Berührungspunkte und verbindet sie durch eine stetige Kurve. Diese ist die Körperschattengrenze.

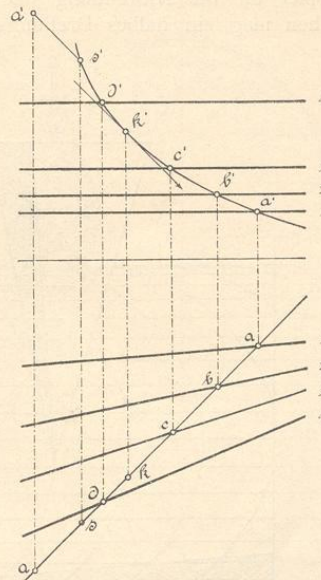
Ist der Schlagschatten eines äusseren Punktes auf einer gekrümmten Fläche zu suchen, so zieht man einen Lichtstrahl durch den Punkt, betrachtet die vertikale Ebene dieses Lichtstrahls und sucht die gekrümmte Schnittlinie dieser Ebene mit dem Körper im Aufriss auf. Wo der Aufriss des Lichtstrahls diese Kurve schneidet, da ist der Schlagschatten des Punktes. Diese Lösung ist nichts anderes als die Uebertragung der früher für Polyeder vorgeführten Konstruktion auf die runden Körper.

Das Aufsuchen der gekrümmten Schnittlinien im Aufriss gestaltet sich verschieden je nach der Art der beschatteten Fläche und ist nur durch Wahl bestimmter Arten von Flächen zu erklären.

29. Anwendung auf Regelflächen.

Ist die beschattete Fläche eine Regelfläche (das heisst durch irgend eine Bewegung einer geraden Linie erzeugt), so hat man nur die erzeugende Gerade in einer genügenden Zahl ihrer Lagen zu zeichnen und die Schnittpunkte jeder Schnittebene mit jeder Geraden aus dem Grundriss in den Aufriss hinaufzuloten. Sind in Fig. 29a

in den Geraden 1 2 3 4 vier Lagen der erzeugenden Geraden gezeichnet, so hat der im Grundriss gezeichnete Lichtstrahl die vier Schnittpunkte $a b c d$; deren Hinaufloten in den Aufriss nach $a' b' c' d'$ ergibt die Schnittkurve der Fläche mit der Lichtstrahlenebene; der Berührungspunkt k' des als Tangente im Aufriss gezogenen



Figur 29a.

Lichtstrahls ist ein Punkt der Körperschattengrenze im Aufriss; sein Hinunterloten auf den Lichtstrahlgrundriss nach k giebt den entsprechenden Punkt der Körperschattengrenze im Grundriss. Wirft ein äusserer Punkt aa' seinen Schatten auf die Fläche, so liefert nach Konstruktion der Schnittkurve der im Aufriss durch a' gezogene Lichtstrahl den Schlagschattenpunkt s' und dessen Hinunterloten auf den Lichtstrahlgrundriss den zugehörigen Grundrisssschlagschattenpunkt s .

In Figur 29b ist als durchgeführtes Beispiel ein Konoid gezeichnet, das erzeugt ist durch Gleiten einer immer horizontal bleibenden Geraden einerseits an einer geneigten, in der Vertikalebene liegenden Geraden, andererseits an einem Halbkreis, dessen Ebene normal zum Grundschnitt steht und dessen Durchmesser ebenfalls in der Vertikalebene liegt. Die Fläche hat einen Selbstschatten und ist von aussen durch eine hängende Pyramide beschattet. Die Konstruktion erklärt sich durch die eingezeichneten Lichtstrahlen und Schnittkurven. Die Entfernungen der ersten im Grundriss wurden gleich gross angenommen; dies musste zur Folge haben, dass auch im Aufriss alle Mantellinien der Fläche durch die Schnittkurven in gleiche Teile geteilt wurden. Waren also zwei entfernte dieser Kurven durch Hinaufloten aus dem Grundriss abgeleitet, so mussten nur die zwischenliegenden Mantellinienstücke in gleiche Teile eingeteilt werden, um die Punkte der zwischenliegenden Schnittkurven zu erhalten.