



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 29. Anwendung auf Regelflächen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

konstruktion, als das Wissen von den Verfahren, mit deren Hilfe man die Schattengrenzen finden kann. Dies zur Ermutigung, wenn sich in der Folge zeigen sollte, dass das Konstruieren der Schattengrenzen auf vielen gekrümmten Flächen unverhältnismässig viel Arbeit erfordert.

28. Allgemeine Lösung für Schatten auf gekrümmten Flächen.

Die Schatten auf gekrümmten Flächen sind wieder entweder Körperschatten oder Schlagschatten, geworfen von aussenstehenden Gebilden oder von Teilen des beschatteten Körpers selber.

Denkt man sich den Körper mit gekrümmter Oberfläche zunächst konvex, so wird eine Seite der Oberfläche von den Lichtstrahlen getroffen, die andere nicht. Zwischen beiden Flächenteilen muss eine Grenze bestehen, eben die Körperschattengrenze. Sie erscheint — wie schon früher ausgesprochen — bei runden Körpern dem Auge sehr verschwommen, indem der Uebergang von Licht zu Schatten durch zahllose feine Zwischenstufen vor sich geht, ist aber mathematisch betrachtet doch eine scharfe Linie. Sie bildet sich, wie leicht einzusehen — da, wo die Lichtstrahlen berührend am Körper vorbeistreichen; die Berührungspunkte sind eben die Punkte der Körperschattengrenze. Hierauf gründet sich die folgende Konstruktion dieser letzten:

Man schneidet den Körper durch eine Anzahl von Vertikalebene, die zur Lichtrichtung parallel stehen, also Lichtstrahlen enthalten und im Grundriss mit deren geradlinigen Projektionen zusammenfallen. Man sucht die gekrümmten Schnittlinien dieser Ebenen mit dem Körper in der Vertikalprojektion auf. Man zieht im Aufriss tangierende Lichtstrahlen an diese Schnittlinien, bestimmt die Berührungspunkte und verbindet sie durch eine stetige Kurve. Diese ist die Körperschattengrenze.

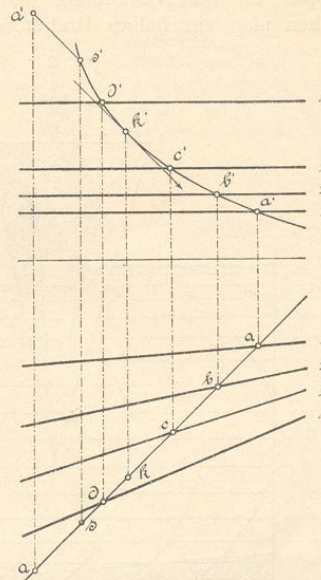
Ist der Schlagschatten eines äusseren Punktes auf einer gekrümmten Fläche zu suchen, so zieht man einen Lichtstrahl durch den Punkt, betrachtet die vertikale Ebene dieses Lichtstrahls und sucht die gekrümmte Schnittlinie dieser Ebene mit dem Körper im Aufriss auf. Wo der Aufriss des Lichtstrahls diese Kurve schneidet, da ist der Schlagschatten des Punktes. Diese Lösung ist nichts anderes als die Uebertragung der früher für Polyeder vorgeführten Konstruktion auf die runden Körper.

Das Aufsuchen der gekrümmten Schnittlinien im Aufriss gestaltet sich verschieden je nach der Art der beschatteten Fläche und ist nur durch Wahl bestimmter Arten von Flächen zu erklären.

29. Anwendung auf Regelflächen.

Ist die beschattete Fläche eine Regelfläche (das heisst durch irgend eine Bewegung einer geraden Linie erzeugt), so hat man nur die erzeugende Gerade in einer genügenden Zahl ihrer Lagen zu zeichnen und die Schnittpunkte jeder Schnittebene mit jeder Geraden aus dem Grundriss in den Aufriss hinaufzuloten. Sind in Fig. 29a

in den Geraden 1 2 3 4 vier Lagen der erzeugenden Geraden gezeichnet, so hat der im Grundriss gezeichnete Lichtstrahl die vier Schnittpunkte $a b c d$; deren Hinaufloten in den Aufriss nach $a' b' c' d'$ ergibt die Schnittkurve der Fläche mit der Lichtstrahlenebene; der Berührungspunkt k' des als Tangente im Aufriss gezogenen



Figur 29a.

Lichtstrahls ist ein Punkt der Körperschattengrenze im Aufriss; sein Hinunterloten auf den Lichtstrahlgrundriss nach k giebt den entsprechenden Punkt der Körperschattengrenze im Grundriss. Wirft ein äusserer Punkt aa' seinen Schatten auf die Fläche, so liefert nach Konstruktion der Schnittkurve der im Aufriss durch a' gezogene Lichtstrahl den Schlagschattenpunkt s' und dessen Hinunterloten auf den Lichtstrahlgrundriss den zugehörigen Grundrisssschlagschattenpunkt s .

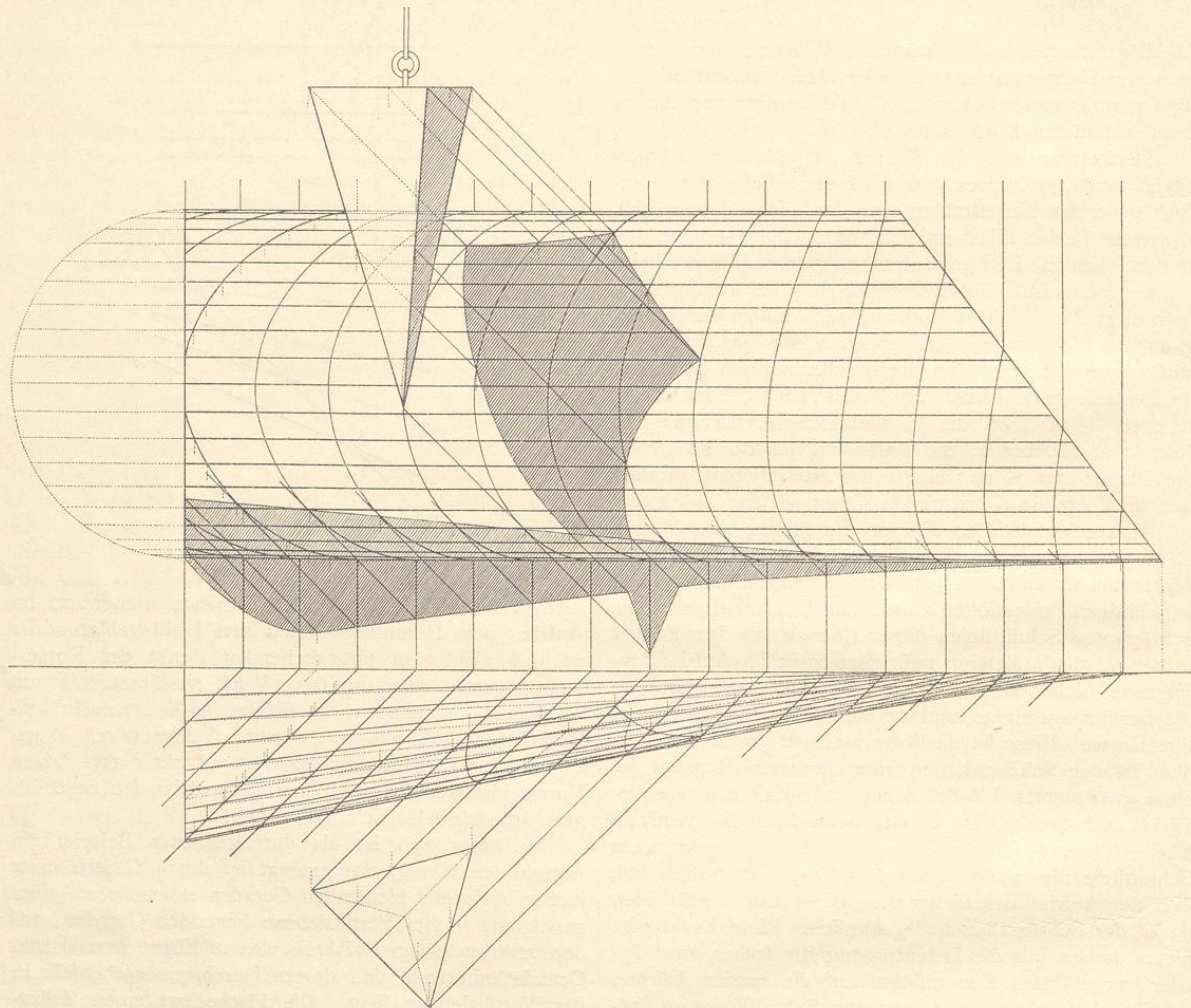
In Figur 29b ist als durchgeführtes Beispiel ein Konoid gezeichnet, das erzeugt ist durch Gleiten einer immer horizontal bleibenden Geraden einerseits an einer geneigten, in der Vertikalebene liegenden Geraden, andererseits an einem Halbkreis, dessen Ebene normal zum Querschnitt steht und dessen Durchmesser ebenfalls in der Vertikalebene liegt. Die Fläche hat einen Selbstschatten und ist von aussen durch eine hängende Pyramide beschattet. Die Konstruktion erklärt sich durch die eingezeichneten Lichtstrahlen und Schnittkurven. Die Entfernungen der ersten im Grundriss wurden gleich gross angenommen; dies musste zur Folge haben, dass auch im Aufriss alle Mantellinien der Fläche durch die Schnittkurven in gleiche Teile geteilt wurden. Waren also zwei entfernte dieser Kurven durch Hinaufloten aus dem Grundriss abgeleitet, so mussten nur die zwischenliegenden Mantellinienstücke in gleiche Teile eingeteilt werden, um die Punkte der zwischenliegenden Schnittkurven zu erhalten.

Ein weiteres hieher gehöriges Beispiel, das zugleich die Selbstbeschattung einer Regelfläche darbietet, ist die Schraubenfläche in Figur 70.

30. Anwendung auf Drehungsflächen.

Als Beispiel für die Anwendung der Lösung auf Drehungsflächen mag ein halbes Drehungsellipsoid mit

punkte 1, 2, 3, die im Grundriss zwischen Lichtstrahl und Parallelkreisen sich ergeben, lotet man hinauf auf die Parallelkreisprojektionen im Aufriss und verbindet die hiedurch erhaltenen Punkte. Die entstehende Kurve ist ein Ellipsenstück, würde aber bei anderen Drehungsflächen eine Linie höherer Ordnung sein. An dieser Schnittkurve ist in k' ein tangierender Lichtstrahl möglich; k' ist also ein Punkt der Körperschattengrenze; er



Figur 29 b.

vertikaler Achse dienen, das aus der Vertikalebene vorragt. (Das Drehungsellipsoid entsteht, wenn man eine Ellipse um eine ihrer Achsen dreht; in Figur 30a ist die in der Vertikalebene liegende vertikale Achse die Drehachse.) Um die Schnittkurve der vertikalstehenden Ebene eines Lichtstrahls L mit dem Körper zu erhalten, zeichnet man im Grund- und Aufriss einige Parallelkreise 1, 2, 3 etc.; sie projizieren sich im Grundriss als konzentrische Kreise, im Aufriss als Horizontallinien. Die Schnitt-

ist auf den Grundriss des Lichtstrahls nach k hinunterzuloten. Weitere Lichtstrahlen ergeben weitere solche Punkte.

Um den Schlagschatten eines äusseren Punktes aa' auf dem Ellipsoid zu bestimmen, zieht man seinen Lichtstrahl und konstruiert für diesen die Schnittkurve wie für die andern. Der Aufriss, des Lichtstrahls schneidet die Schnittkurve in s' ; dieser Punkt ist der Schlagschatten im Aufriss; durch sein Hinunterloten auf den Lichtstrahl-