



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 38. Zuhilfenahme von weiteren Projektionsebenen und von
Umklappungen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

projizierenden Ebenen des Lichtstrahls anstatt der horizontalprojizierenden verwendet werden. Bei bestimmten Arten und Lagen der Körper ist dieser Weg sogar der bessere. So liegt er z. B. bei Drehungskörpern mit Achse senkrecht zur Vertikalebene näher; die Lösung gestaltet sich dann ganz wie bei vertikalstehenden Drehungskörpern nach Art. 30; nur erscheinen Grundriss und Aufriss vertauscht.

In andern Fällen kann ein Grund für die Umkehrung der allgemeinen Lösung darin liegen, dass die Schattengrenzen nur im Grundriss, in dem sie dann zuerst erscheinen, verlangt sind.

In bestimmten Fällen empfiehlt es sich, vertikalstehende und vertikalprojizierende Schnitte nebeneinander zu verwenden, indem etwa für einen Teil der Schattenkurve jene, für einen andern Teil diese letzten ein schärferes Resultat geben oder sich rascher zeichnen, oder die einen eine willkommene Probe für das Resultat aus den andern liefern. So werden z. B. für die Selbstbeschattungsgrenze des verdrehten Stabs in Figur 107 oben besser die vertikalstehenden, unten besser die vertikalprojizierenden Schnittebenen verwendet.

37. Zuhilfenahme der Seitenprojektion.

Wie bei den ebenbegrenzten Körpern, so sind auch bei manchen solchen mit gekrümmten Flächen Aufriss und Seitenprojektion anstatt Aufriss und Grundriss zu benützen; sei es, dass die Fläche nur mit Hilfe der Seitenprojektion unzweideutig darstellbar, oder ohne Grundriss gegeben ist; sei es, dass die Benützung der Seitenprojektion den kürzeren Weg bildet. Als Schnittebenen des Körpers treten dann im allgemeinen die seitlich pro-

scheinen zwei solche Drehungskörper, die einander in Schatten setzen und mannigfaltige Selbstbeschattung darbieten. Eine Erklärung der Konstruktion würde nur die Wiederholung des für die allgemeine Lösung Ausgesprochenen mit Ersatz des Grundplans durch die Seitenprojektion sein.

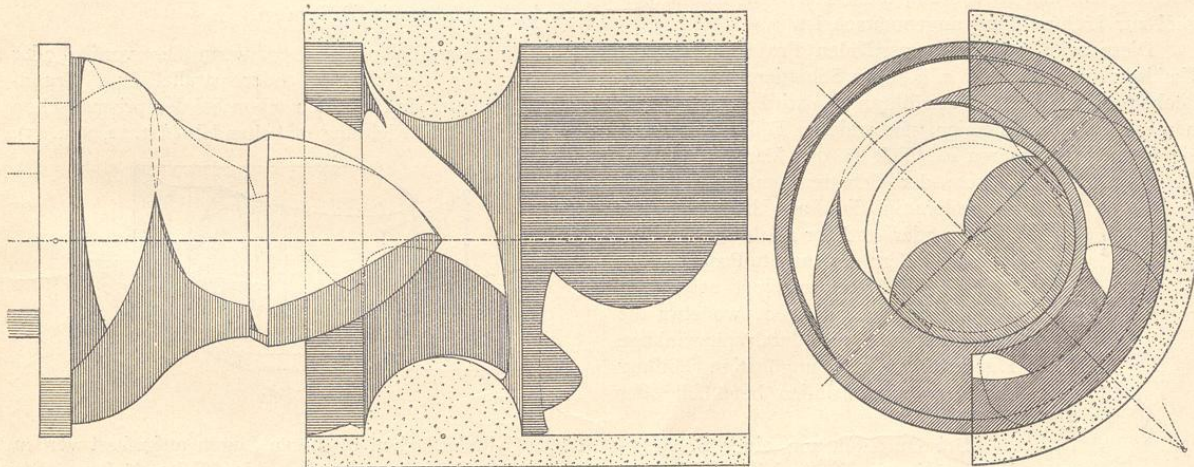
Ein weiteres Beispiel der Zuhilfenahme der Seitenprojektion und der seitlich projizierenden Schnittebenen ist in Figur 73 (Röhrenfläche mit veränderlicher Erzeugenden) gezeichnet.

Zuhilfenahme von weiteren Projektionsebenen 38. und von Umlappungen.

Bei der Schattenkonstruktion auf gekrümmten Flächen bestimmter Art nimmt man zuweilen noch andere Projektionen zu Hilfe als die bisher betrachteten auf die drei Grundebenen.

a) Man denkt sich z. B. den Körper, auf dem die Schattengrenzen zu suchen sind, projiziert auf eine vertikale Ebene, die der Lichtstrahlrichtung parallel steht (also selbst die horizontalprojizierende Ebene eines Lichtstrahls darstellt), und zeichnet entweder diese neue Projektion als selbständige Figur neben die ursprüngliche Vertikalprojektion, oder denkt sich die neue Projektionsebene mit der darauf erscheinenden Figur durch Drehung um ihre Fusslinie in die horizontale Grundebene umgelegt.

Eine solche in eine der ursprünglichen Grundebenen umgelegte ebene Figur bezeichnet die darstellende Geometrie als „Umlappung“. Beim Aufzeichnen einer Umlappung ist nur zu beachten, dass alle Punkte beim Umlegen Kreisbögen um die Fusslinie der umzuklappen-



Figur 37.

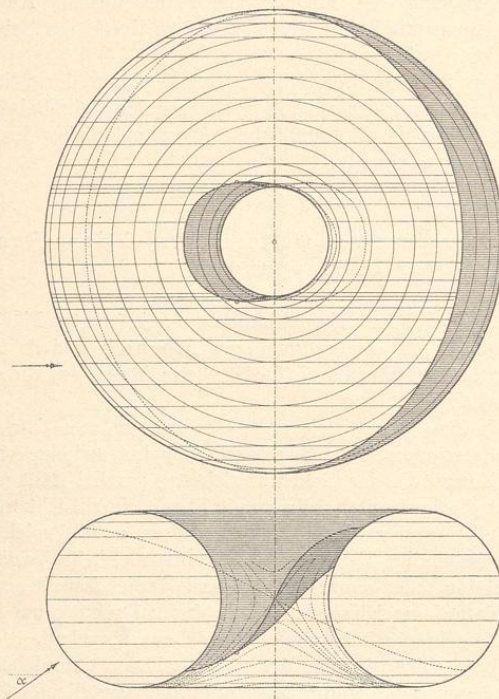
jizierenden Lichtstrahlebenen auf; doch können auch hier zuweilen die vertikalprojizierenden mit grösserem Nutzen verwendet werden.

Die nächstliegenden Beispiele bilden Drehungsflächen mit Achse parallel zum Grundschnitt. In Figur 37 er-

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

den Ebene beschreiben, und dass sich diese Kreisbögen als gerade Linien senkrecht zur Fusslinie oder Umlappungsachse projizieren, endlich dass in der Umlappung deren Radien und alle Masse und Winkel der Figur in ihrer wahren Grösse erscheinen.

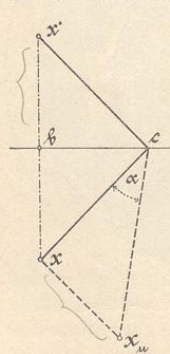
Figur 31c zeigt eine solche Umklappung der Projektion auf eine vertikale Lichtstrahlenebene in die horizontale Grundebene, wogegen in Figur 38a eine Wulst-



Figur 38a.

fläche in solcher Projektion als Vertikalprojektion gezeichnet, mit andern Worten, die Vertikalgrundebene parallel zur Lichtrichtung angenommen ist.

Diese schräggestellten vertikalen Projektionen oder Umklappungen ersparen z. B. beim Schattieren von Kugelflächen — wie später auszuführen sein wird — das Zeichnen elliptischer Hilfslinien. In anderen Fällen gewähren sie oft einen besseren Einblick in den Verlauf und das

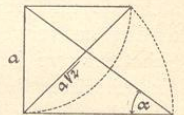


Figur 38b.

Gesetz der Schattengrenzkurven, insbesondere in die Lage höchster oder tiefster oder anderer wichtiger Punkte, oder sie liefern erwünschte Proben, oder endlich sie führen zu einer schärferen Bestimmung der Kurven, wo etwa die anderen Projektionen durch spitzwinklige Durchschnitte oder ungünstige Häufung der Konstruktionslinien bemühen oder versagen.

Bei Durchführung einer Schattenkonstruktion in einer solchen Projektion auf die schräggestellte vertikale Ebene eines Lichtstrahls ist zu beachten, dass der Neigungswinkel der Lichtstrahlprojektion hier nicht ebenfalls gleich 45° ist, sondern gleich der wirklichen Neigung des Lichtstrahls im Raum, welche erst aus den zwei ursprünglichen Projektionen abzuleiten ist. Man erhält diesen Neigungs-

winkel, indem man (Figur 38b) auf einem durch den Grundschnitt gezogenen Lichtstrahl einen Punkt X annimmt und das horizontalprojizierende Dreieck des Lichtstrahls cxX in die Horizontalebene umklappt. Hierbei beschreibt der Raumpunkt X einen Viertelskreis und legt sich nach x_u , indem $xx_u = bx'$ wird; cx_u ist die Umklappung des Lichtstrahls und xcx_u oder a ist der gesuchte Winkel, den der Lichtstrahl als Raumlinie mit seiner Horizontalprojektion einschließt. Er erweist sich als der kleinere Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen vertikale Kathete gleich einem beliebigen Mass a und dessen horizontale Kathete die Diagonale eines Quadrats über a oder gleich $a\sqrt{2}$ ist. Die Rechnung ergibt $a = 35^\circ 15,9'$. Im folgenden wird die Ableitung dieses Winkels immer mit Figur 38c erscheinen.



Figur 38c.

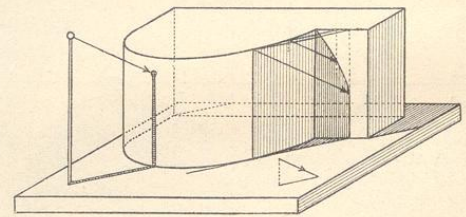
b) Was im vorhergehenden über die Benützung der Projektion auf die horizontalprojizierende (vertikalstehende) Lichtstrahlenebene gesagt worden ist, gilt auch von der vertikalprojizierenden.

Auch auf diese wird der Körper, auf dem die Schattengrenzen zu suchen sind, zuweilen projiziert gedacht und dann die Projektion in die Vertikalebene umgeklappt. Auch in dieser Umklappung bildet die Lichtstrahlprojektion mit der ursprünglichen Vertikalprojektion des Lichtstrahls den zuvor bestimmten Winkel $a = 35^\circ 15,9'$. Figur 65b bietet ein später näher zu erklärendes Beispiel.

VI. Schatten auf Cylinder- und Kegelflächen.

Cylinderflächen senkrecht zu einer Grundebene 39. behandelt wie Prismen.

Schatten auf Cylinderflächen, wenn diese vertikal oder senkrecht zur Vertikalebene oder parallel zum Grundschnitt gerichtet sind, wurden schon bei den prismatischen Flächen derselben Richtung mitbehandelt (Art. 22, 23 u. 25),



Figur 39a.

indem Cylinderflächen in diesen Lagen aufgefasst werden können als Prismen mit sehr vielen Seitenflächen. Die hieraus entspringenden Lösungen sind zugleich besondere Formen der allgemeinen Lösung für Schatten auf gekrümmten Flächen, beziehungsweise ihrer Umkehrungen mit Vertauschung von Grundriss und Aufriss oder mit Ersatz des Grundplans durch die Seitenprojektion.

Die Figuren 39a und 39b bringen das Prinzip der Lösung für die zwei ersten Fälle perspektivisch zur An-