



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde**

**Göller, Adolf**

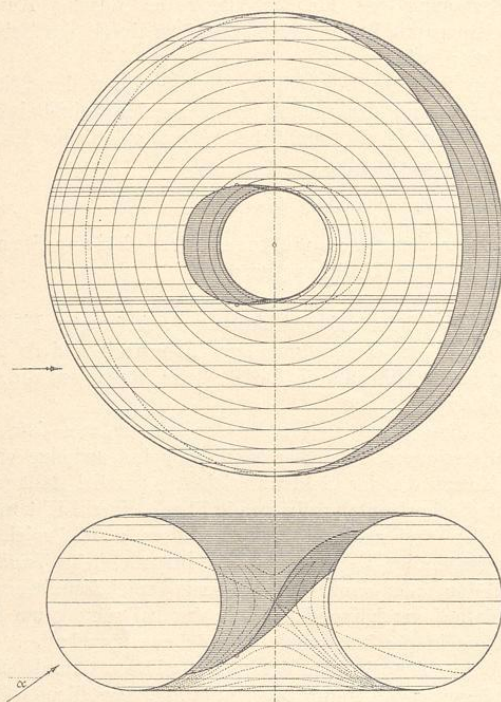
**Stuttgart, 1895**

Art. 39. Cylinderflächen senkrecht zu einer Grundebene behandelt wie  
Prismen

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

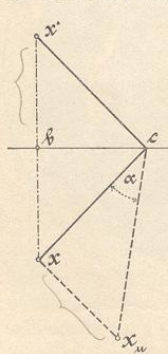
Figur 31c zeigt eine solche Umklappung der Projektion auf eine vertikale Lichtstrahlenebene in die horizontale Grundebene, wogegen in Figur 38a eine Wulst-



Figur 38a.

fläche in solcher Projektion als Vertikalprojektion gezeichnet, mit andern Worten, die Vertikalgrundebene parallel zur Lichtrichtung angenommen ist.

Diese schräggestellten vertikalen Projektionen oder Umklappungen ersparen z. B. beim Schattieren von Kugelflächen — wie später auszuführen sein wird — das Zeichnen elliptischer Hilfslinien. In anderen Fällen gewähren sie oft einen besseren Einblick in den Verlauf und das

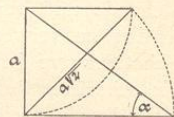


Figur 38b.

Gesetz der Schattengrenzkurven, insbesondere in die Lage höchster oder tiefster oder anderer wichtiger Punkte, oder sie liefern erwünschte Proben, oder endlich sie führen zu einer schärferen Bestimmung der Kurven, wo etwa die anderen Projektionen durch spitzwinklige Durchschnitte oder ungünstige Häufung der Konstruktionslinien bemühen oder versagen.

Bei Durchführung einer Schattenkonstruktion in einer solchen Projektion auf die schräggestellte vertikale Ebene eines Lichtstrahls ist zu beachten, dass der Neigungswinkel der Lichtstrahlprojektion hier nicht ebenfalls gleich  $45^\circ$  ist, sondern gleich der wirklichen Neigung des Lichtstrahls im Raum, welche erst aus den zwei ursprünglichen Projektionen abzuleiten ist. Man erhält diesen Neigungs-

winkel, indem man (Figur 38b) auf einem durch den Grundschnitt gezogenen Lichtstrahl einen Punkt  $X$  annimmt und das horizontalprojizierende Dreieck des Lichtstrahls  $cxX$  in die Horizontalebene umklappt. Hierbei beschreibt der Raumpunkt  $X$  einen Viertelskreis und legt sich nach  $x_u$ , indem  $xx_u = bx'$  wird;  $cx_u$  ist die Umklappung des Lichtstrahls und  $xcx_u$  oder  $a$  ist der gesuchte Winkel, den der Lichtstrahl als Raumlinie mit seiner Horizontalprojektion einschließt. Er erweist sich als der kleinere Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen vertikale Kathete gleich einem beliebigen Mass  $a$  und dessen horizontale Kathete die Diagonale eines Quadrats über  $a$  oder gleich  $a\sqrt{2}$  ist. Die Rechnung ergibt  $a = 35^\circ 15,9'$ . Im folgenden wird die Ableitung dieses Winkels immer mit Figur 38c erscheinen.



Figur 38c.

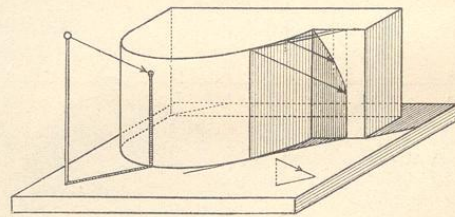
b) Was im vorhergehenden über die Benützung der Projektion auf die horizontalprojizierende (vertikalstehende) Lichtstrahlenebene gesagt worden ist, gilt auch von der vertikalprojizierenden.

Auch auf diese wird der Körper, auf dem die Schattengrenzen zu suchen sind, zuweilen projiziert gedacht und dann die Projektion in die Vertikalebene umgeklappt. Auch in dieser Umklappung bildet die Lichtstrahlprojektion mit der ursprünglichen Vertikalprojektion des Lichtstrahls den zuvor bestimmten Winkel  $a = 35^\circ 15,9'$ . Figur 65b bietet ein später näher zu erklärendes Beispiel.

## VI. Schatten auf Cylinder- und Kegelflächen.

Cylinderflächen senkrecht zu einer Grundebene 39. behandelt wie Prismen.

Schatten auf Cylinderflächen, wenn diese vertikal oder senkrecht zur Vertikalebene oder parallel zum Grundschnitt gerichtet sind, wurden schon bei den prismatischen Flächen derselben Richtung mitbehandelt (Art. 22, 23 u. 25),

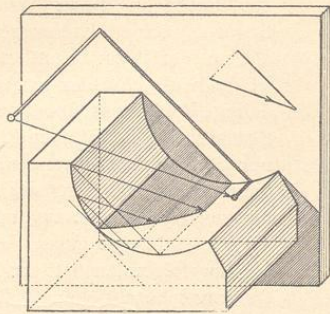


Figur 39a.

indem Cylinderflächen in diesen Lagen aufgefasst werden können als Prismen mit sehr vielen Seitenflächen. Die hieraus entspringenden Lösungen sind zugleich besondere Formen der allgemeinen Lösung für Schatten auf gekrümmten Flächen, beziehungsweise ihrer Umkehrungen mit Vertauschung von Grundriss und Aufriss oder mit Ersatz des Grundplans durch die Seitenprojektion.

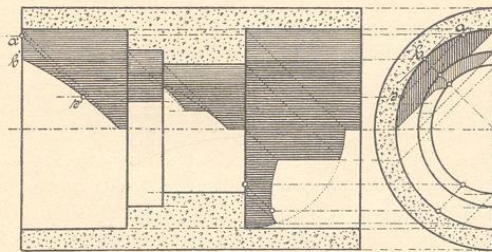
Die Figuren 39a und 39b bringen das Prinzip der Lösung für die zwei ersten Fälle perspektivisch zur An-

schaung; in Figur 39c ist als Beispiel für den dritten Fall eine kreisrunde Röhre mit Verengerungen im Längen-



Figur 39b.

schnitt, also eine Cylinderfläche parallel zum Querschnitt gezeichnet und der Schatten eines Randpunktes  $a'a$  durch



Figur 39c.

das Parallelogramm  $a'a's's'$  bestimmt ganz wie in Art. 25, ebenso die Körperschattengrenze im Aufriss durch Hinüberlinieren des Berührungspunktes  $b$  als Mantellinie im Aufriss.

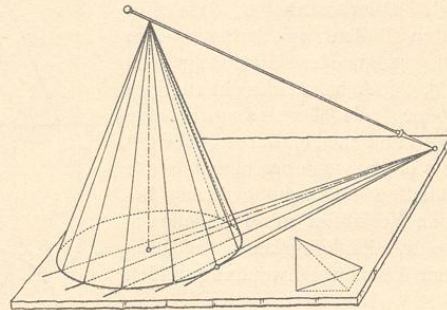
#### 40. Verlassen der allgemeinen Lösung bei Kegel- und schiefgerichteten Cylinderflächen.

Bei Schatten auf schiefgerichteten Cylinderflächen und auf Kegelflächen in allen möglichen Lagen würden die Schnittebenen, welche die allgemeine Lösung für gekrümmte Flächen benützt, gekrümmte Schnittlinien mit den beschatteten Flächen ergeben, und zwar bei Kreiscylindern und Kreiskegeln elliptische, parabolische und hyperbolische Linien; die Lösung würde sich also sehr zeitraubend gestalten. Daher wird hier die Benützung der projizierenden Ebenen des Lichtstrahls als der Schnittebenen des beschatteten Körpers aufgegeben.

#### 41. Schatten auf Kegelflächen.

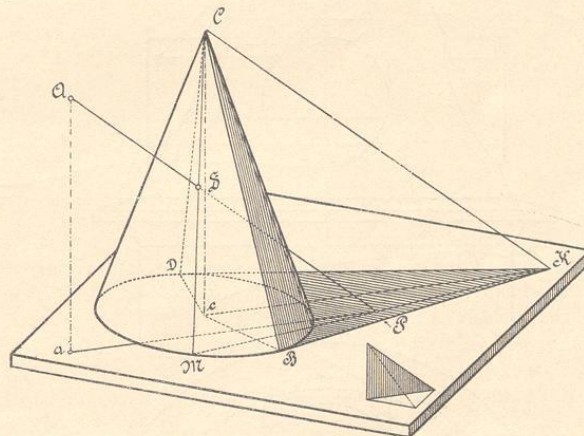
Bei Schatten auf Kegelflächen werden dafür Ebenen eingeführt, welche zwar ebenfalls dem Lichtstrahl parallel sind, aber alle durch die Kegelspitze gehen, so dass sie alle möglichen Neigungen annehmen. Solche Ebenen, wie sie in Figur 41a anschaulich gemacht sind, schneiden den Kegel nach Mantellinien, also nach geraden Linien, und es werden also auf diese Weise die gekrümmten Schnittlinien umgangen. Das Verfahren, gültig für alle Fälle, ist das folgende:

Man zieht (Figur 41b) durch die Spitze des Kegels  $C$  einen Lichtstrahl und sucht dessen Schnittpunkt  $K$  mit der erweiterten gedachten Basisebene des Kegels. Dieser Punkt  $K$  ist der Schlüssel zu allen Lösungen bei Schatten auf Kegelflächen. (In manchen Fällen muss man den Lichtstrahl rückwärts durch die Kegelspitze ziehen, um einen



Figur 41a.

Schnitt mit der Basisebene zu erhalten [etwa wenn der Kegel auf der Spitze steht]; in manchen Fällen ist die Basisebene eine Grundebene, in anderen nicht). Durch den gefundenen „Schlüsselpunkt“ legt man Sekanten und Tangenten  $KB$  und  $KD$  an die Kegelspitze. Die Mantellinien durch die Berührungspunkte  $B$  und  $D$  der Tangenten sind die Körperschattengrenzen auf der



Figur 41b.

Kegelfläche. Die Mantellinien durch die Schnittpunkte jeder Sekante sind die Schnittlinien des Kegels mit einer Lichtstrahlenebene, welche durch die Sekante gelegt ist. Diese Schnittlinien benützt man bei Schlagschatten auf Kegelflächen ganz in derselben Weise, wie die Schnittkurven bei anderen gekrümmten Flächen, das heisst, wo eine solche Schnittlinie getroffen wird vom Lichtstrahl eines schattenwerfenden Punktes, der mit der Sekante in derselben Lichtstrahlenebene liegt, da ist der Schlagschatten des Punktes. Die zu einem schattenwerfenden Punkt  $A$  gehörige Sekante  $KM$  geht durch den Schnitt eines durch den Punkt gezogenen Lichtstrahls mit der Basisebene des Kegels ( $P$ ).