



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

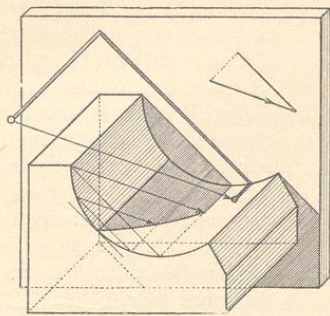
Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 41. Schatten auf Kegelflächen

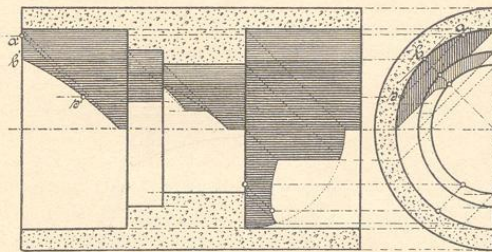
[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

schauung; in Figur 39c ist als Beispiel für den dritten Fall eine kreisrunde Röhre mit Verengerungen im Längenschnitt, also eine Cylinderfläche parallel zum Grundschnitt



Figur 39b.

gezeichnet und der Schatten eines Randpunktes $a'a$ durch



Figur 39c.

das Parallelogramm $a'a's's'$ bestimmt ganz wie in Art. 25, ebenso die Körperschattengrenze im Aufriss durch Hinüberlinieren des Berührungspunktes b als Mantellinie im Aufriss.

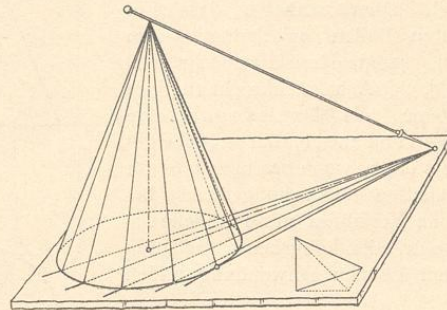
40. Verlassen der allgemeinen Lösung bei Kegel- und schiefgerichteten Cylinderflächen.

Bei Schatten auf schiefgerichteten Cylinderflächen und auf Kegelflächen in allen möglichen Lagen würden die Schnittebenen, welche die allgemeine Lösung für gekrümmte Flächen benützt, gekrümmte Schnittlinien mit den beschatteten Flächen ergeben, und zwar bei Kreiscylindern und Kreiskegeln elliptische, parabolische und hyperbolische Linien; die Lösung würde sich also sehr zeitraubend gestalten. Daher wird hier die Benützung der projizierenden Ebenen des Lichtstrahls als der Schnittebenen des beschatteten Körpers aufgegeben.

41. Schatten auf Kegelflächen.

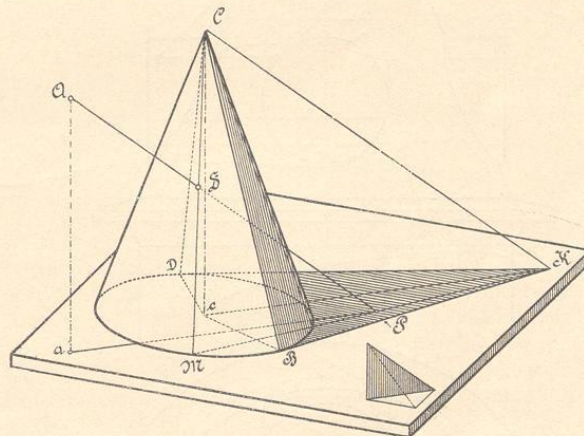
Bei Schatten auf Kegelflächen werden dafür Ebenen eingeführt, welche zwar ebenfalls dem Lichtstrahl parallel sind, aber alle durch die Kegelspitze gehen, so dass sie alle möglichen Neigungen annehmen. Solche Ebenen, wie sie in Figur 41a anschaulich gemacht sind, schneiden den Kegel nach Mantellinien, also nach geraden Linien, und es werden also auf diese Weise die gekrümmten Schnittlinien umgangen. Das Verfahren, gültig für alle Fälle, ist das folgende:

Man zieht (Figur 41b) durch die Spitze des Kegels C einen Lichtstrahl und sucht dessen Schnittpunkt K mit der erweiterten gedachten Basisebene des Kegels. Dieser Punkt K ist der Schlüssel zu allen Lösungen bei Schatten auf Kegelflächen. (In manchen Fällen muss man den Lichtstrahl rückwärts durch die Kegelspitze ziehen, um einen



Figur 41a.

Schnitt mit der Basisebene zu erhalten [etwa wenn der Kegel auf der Spitze steht]; in manchen Fällen ist die Basisebene eine Grundebene, in anderen nicht). Durch den gefundenen „Schlüsselpunkt“ legt man Sekanten und Tangenten KB und KD an die Kegelsbasis. Die Mantellinien durch die Berührungspunkte B und D der Tangenten sind die Körperschattengrenzen auf der



Figur 41b.

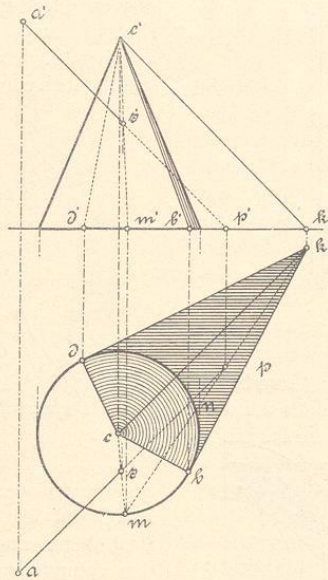
Kegelfläche. Die Mantellinien durch die Schnittpunkte jeder Sekante sind die Schnittlinien des Kegels mit einer Lichtstrahlenebene, welche durch die Sekante gelegt ist. Diese Schnittlinien benützt man bei Schlagschatten auf Kegelflächen ganz in derselben Weise, wie die Schnittkurven bei anderen gekrümmten Flächen, das heisst, wo eine solche Schnittlinie getroffen wird vom Lichtstrahl eines schattenwerfenden Punktes, der mit der Sekante in derselben Lichtstrahlenebene liegt, da ist der Schlagschatten des Punktes. Die zu einem schattenwerfenden Punkt A gehörige Sekante KM geht durch den Schnitt eines durch den Punkt gezogenen Lichtstrahls mit der Basisebene des Kegels (P).

Wenn die Kegelfläche keine Basisebene hat, das heisst, nicht durch eine ebene Kurve begrenzt ist, wie etwa in Figur 46b, so ist zum Zwecke der Anwendung der Lösung eine beliebige geeignete Schnittebene des Kegels als dessen Basisebene einzuführen.

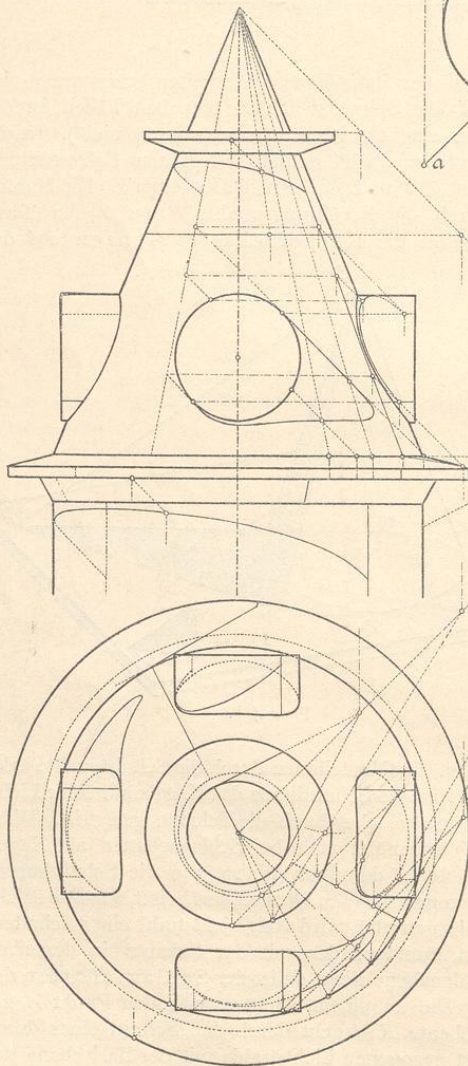
Noch ist hervorzuheben, dass es in besonderen Fällen zweckmässig sein kann, die gerade Kreiskegelfläche, voll oder hohl, mit Achse senkrecht zu einer Grundebene, als Drehungsfläche aufzufassen und zu schattieren. Dies gilt besonders dann, wenn das in Art. 61 für Schlagschatten auf Drehungsflächen beschriebene Verfahren mit Parallelkreisschnitten und den kongruenten Schatten auf deren Ebenen Anwendung finden

kann. So liesse sich z. B. der Schlagschatten auf der in Art. 45 behandelten, in die Vertikalebene vertieften Kreiskegelfläche in dieser Weise erhalten. Sogar der schiefe Kreiskegel kann nach diesem Verfahren schattiert werden; er ist dann als eine der in Art. 75 behandelten „Rückungsflächen“ aufgefasst. Die Konstruktion liefert aber in allen Fällen nur Schlagschattengrenzen, so dass die (einfache) Bestimmung der Körperschattengrenzen doch den zuvor angegebenen Weg einschlagen muss.

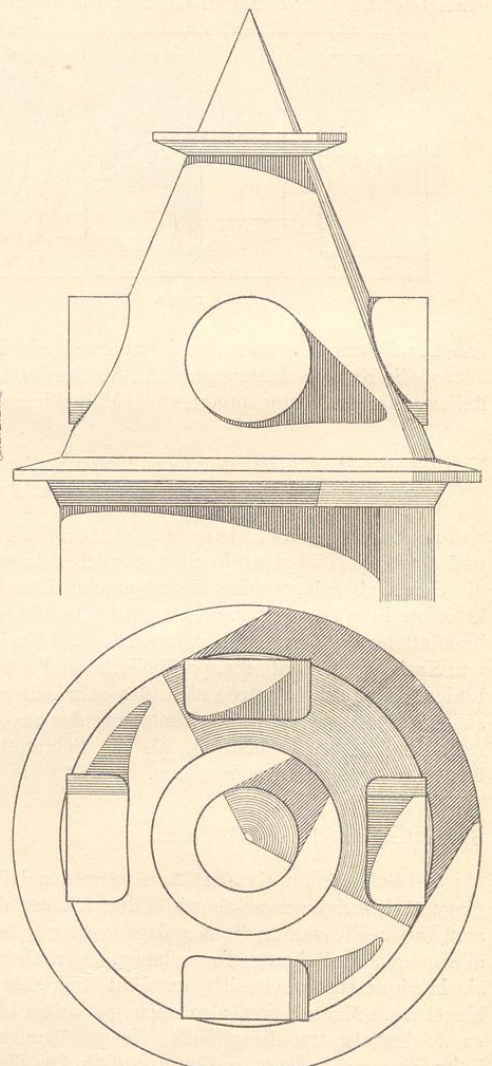
Im folgenden ist die Anwendung des zuvor beschriebenen, für alle Arten von Schattengrenzen und Kegelflächen brauchbaren Verfahrens auf einige besondere Fälle erklärt, und zwar ist je



Figur 42 a.



Figur 42 b.



Figur 42 c.

die Körperschattengrenze und der Schlagschatten eines äusseren Punktes oder eines Randpunktes gesucht.

42. Der vertikale Kreiskegel mit Spitze nach oben.

Figur 42a. Durch Ziehen des Lichtstrahls aus der Kegelspitze cc' bis zum Schnitt mit der erweiterten Basisebene, hier der horizontalen Grundebene, erhält man den Schlüsselpunkt k , ebenso durch Ziehen des Lichtstrahls aus dem schattenwerfenden Punkt aa' bis zur erweiterten Basisebene den Punkt p im Grundriss. Aus k zieht man im Grundriss die zwei Tangenten an die Kegelbasis; die Mantellinien durch die Berührungspunkte cb und cd sind mit dem gegen k gerichteten Stück db der Basislinie die Körperschattengrenze im Grundriss; das Hinaufloten von b und d nach b' und d' liefert die schattenabgrenzenden Mantellinien auch im Aufriss. — Die Sekante kp im Grundriss liefert als Schnittpunkte mit der Kegelbasis m und n und dadurch die Mantellinien cm und cn im Grundriss und Aufriss. Nur die erste ist dem Lichtstrahl zugewendet; wo sie getroffen wird vom Lichtstrahl, nämlich in ss' , da ist der Schlagschatten des Punktes aa' . Die zweite Mantellinie cn bleibt ohne Verwendung; sie enthält den Punkt, in dem der verlängert gedachte Lichtstrahl den Kegel wieder verlassen würde.

Probe: Die beiden Projektionen des Schlagschattenpunktes s und s' müssen vertikal übereinander liegen.

(Zuweilen kann man auch anstatt des Punktes p den Schnittpunkt benutzen, den die Verbindungslinie der Kegelspitze und des schattenwerfenden Punktes mit der Basisebene liefert. Durch diesen Punkt ist dann die Sekante zu ziehen; sie ist identisch mit derjenigen durch p . Meist fällt jedoch dieser neue Hilfspunkt zu fern.)

Die Figuren 42b und 42c bieten ein Beispiel für die oftmalige Anwendung der zuvor beschriebenen Konstruktion. Ein Punkt der Schnittlinie zwischen einem der horizontalen Cylinder und dem Kegeldach wird erhalten, indem man in beliebiger Höhe einen Horizontalschnitt geführt denkt. Der Punkt erscheint dann zuerst im Grundriss als Schnitt eines Parallelkreises der Kegelfläche mit einer Mantellinie des Cylinders.

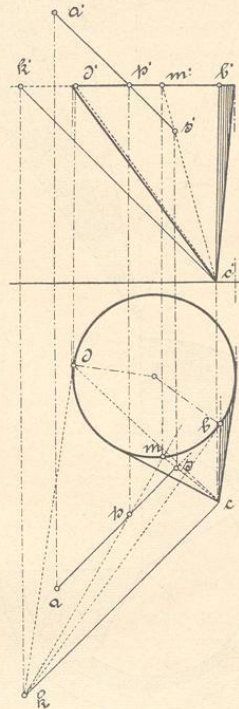
Die Bestimmung des Schlagschattens, welchen die Cylinderrandlinie auf die Kegelfläche wirft, ist aus den eingezeichneten Konstruktionslinien deutlich und nur die Wiederholung des mit Figur 42a Erklärten.

Um den Schlagschatten des Kegeldaches auf den in der Seitenansicht und Oberansicht erscheinenden Cylinderflächen zu bestimmen, ist die Vorderansicht des mittleren Cylinders als Seitenprojektion des rechts liegenden aufgefasst und die Körperschattengrenze des Kegels dieser Seitenprojektion beigelegt (in der Mantellinie links von der Achse). Die Konstruktion gestaltet sich hierauf ganz wie in Art. 25; einige der Parallelogramme sind eingezeichnet.

43. Der schiefe Kreiskegel mit Spitze nach unten.

Figur 43a. Der Lichtstrahl durch die Kegelspitze cc' ist hier rückwärts zu ziehen, um im Aufriss als Schnitt

mit der verlängerten Projektion der Basis den Punkt k' und durch dessen Hinunterloten auf die Lichtstrahlprojektion im Grundriss den Schlüsselpunkt k zu erhalten. Die Berührungspunkte b und d der im Grundriss aus k gezogenen Tangenten an den Basiskreis liefern die körperschattenabgrenzenden Mantellinien cb und cd , die durch



Figur 43 a.

Hinaufloten in den Aufriss übertragen werden. Der schattenwerfende Punkt aa' liefert als Schatten auf der erweiterten Basisebene den Punkt pp' und dadurch die Sekante kp , welche den Basiskreis zuerst in m schneidet. Wo die Mantellinienprojektionen cm und $c'm'$ von den Lichtstrahlprojektionen getroffen werden, erscheinen die Projektionen des Schlagschattenpunktes ss' , die zur Probe wieder vertikal übereinander liegen müssen.

In Figur 43b ist ein Beispiel für die Anwendung der Konstruktion auf den geraden Kegel gezeichnet.

Der vertikalstehende hohle Kegel.

44.

Selbstbesattung eines Kegelrumpfes; Figur 44a als perspektivische Darstellung der Konstruktion.

Der Lichtstrahl durch die Kegelspitze C liefert als Schnitt mit der erweiterten Basisebene den Schlüsselpunkt K ; die Tangente aus diesem berührt den Basiskreis in B und ergibt die Körperschattengrenze BD . Um die Schlagschattengrenze der Selbstbesattung zu erhalten, zieht man die Sekanten KN , KO u. s. w. samt den Mantellinien durch die Basisschnittpunkte CM , CN , CP u. s. f. Der Lichtstrahl durch A liefert den Schatten-