



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 57. Drittes Verfahren für Körperschattengrenzen auf Drehungsflächen,
mit Hilfe von berührenden Kugeln

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

gleich $a\sqrt{2}$, das heisst gleich der Diagonale eines Quadrats über a . Die Berührungspunkte dieser zwei Tangenten seien g'_n und h'_n ; durch das Zurückklappen dieser Punkte in ihre ursprüngliche Meridianebene findet sich die Lage der Körperschattengrenzpunkte gg' und hh' , die um so wichtiger sind, als die horizontalen Parallelkreise im Aufriss, die zum Zurückklappen dienen, zugleich Tangenten an der Grenzkurve in diesen Punkten darstellen. In den Grundrisspunkten g und h hat die Grenzkurve im Grundriss eine kurze Symmetralachse, wogegen der senkrechte Durchmesser ef eine grosse Symmetralachse darstellt.

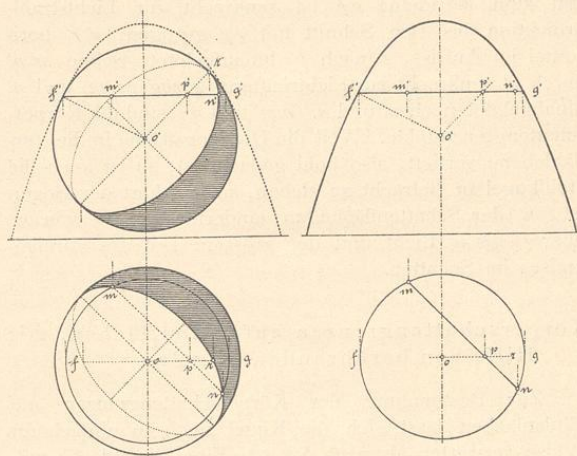
Ganz dieselbe Betrachtung führt zu den 8 Punkten der Wulstfläche mit konkavem Meridian, Fig. 56g. Wie bei diesen Wulstflächen, so lassen sich für alle anderen Drehungsflächen die wichtigsten Punkte der Körperschattengrenze rasch bestimmen. Auch für die Schlag-schattengrenze, die bei Drehungsflächen mit Selbstbeschattung hintritt, führt die Betrachtung der vertikalen Lichtstrahlenebene, die durch die Achse geht, und die Erwägung der Symmetrie der ganzen Schattierung in Beziehung auf diese Ebene zu einigen Schlüssen, so dass sich im Zusammenhang mit Art. 34 über den Verlauf der Schattengrenzen auf Drehungsflächen mit vertikaler Achse die in Art. 63 gegebenen Sätze zusammenstellen lassen. Die Anpassung dieser Sätze an die Lagen der Drehungsachsen senkrecht zur Vertikalebene und parallel zum Grundriss bedarf keiner Erklärung.

57. Drittes Verfahren für Körperschattengrenzen auf Drehungsflächen, mit Hilfe von berührenden Kugeln.

Der Anschauung vielleicht minder leicht zugänglich, aber in der Ausführung einfacher und raumsparender ist ein drittes Verfahren zur Bestimmung der Körperschattengrenzen auf Drehungsflächen, nämlich dasjenige mit berührenden Kugeln. Jede Drehungsfläche kann aufgefasst werden als umhüllt von Kugeln verschiedener Grösse, deren Mittelpunkte auf der Achse der Drehungsfläche liegen und von denen jede die Fläche nach einem Parallelkreis berührt, längs welchem jeder Kugelradius normal zum zugehörigen Meridian der Fläche gerichtet ist. Einen solchen Parallelkreis ($f'g'$ in Figur 57a) kann man ebenso als eine sehr niedrige Zone der Kugel wie der Drehungsfläche auffassen, und wo die Schattengrenze darauf erscheint als auf einer Zone der Kugel, da muss sie auch liegen als Bestandteil der Schattengrenze der Drehungsfläche.

Hier ist voranzunehmen, was erst später (in Art. 66) ausgeführt wird, aber eines Beweises nicht bedarf, nämlich dass die Körperschattengrenze auf der Vollkugel ein Grosskreis senkrecht zur Lichtrichtung ist. Im Grundriss und Aufriss der Kugel (Figur 57a) projiziert sich dieser Grosskreis als eine Ellipse, deren grosse Achse ein Durchmesser der Kugelprojektion senkrecht zur Lichtstrahlprojektion ist. Die grosse Achse der einen Projektion projiziert sich in der andern Projektion horizontal. Wo diese Ellipse im Grundriss oder Aufriss geschnitten wird

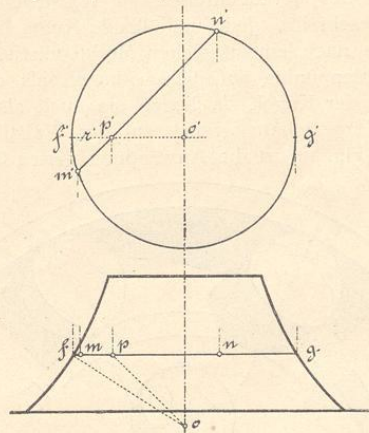
von der Projektion eines der zuvor genannten Parallelkreise $f'g'$, da ist ein Schattenpunkt auch für die Drehungsfläche. Die Grosskreisebene schneidet — wenn die Drehachse vertikal vorausgesetzt wird — die horizontale Parallelkreisebene nach einer gemeinschaftlichen Sehne mn , die wie die Grosskreisebene selbst normal zur Licht-



Figur 57 a, b.

richtung steht, also im Grundriss normal zur Lichtstrahlprojektion erscheint.

Sobald der Parallelkreis $f'g'$ in Aufriss und Grundriss der Drehungsfläche gezeichnet und die Normale der Meridianlinie $f'o'$ (als Kugelradius gedacht) gezogen ist,



Figur 57 c.

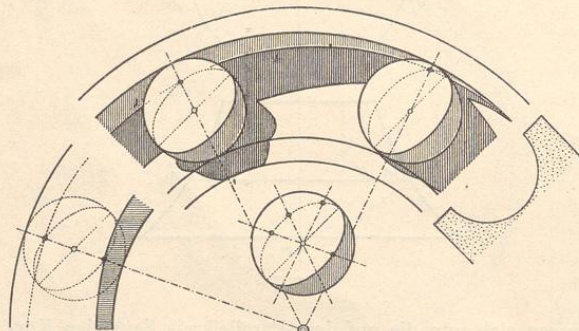
lassen sich nun die auf dem Parallelkreis liegenden Körperschattengrenzpunkte m und n rasch bestimmen, ohne dass die Kugelprojektionen und die Ellipsen gezeichnet werden müssten. Man zieht (Figur 57b) im Aufriss $o'p'$ senkrecht zur Lichtstrahlprojektion und im Grundriss den Radius or horizontal, lotet p' in den Grundriss auf or nach p , zieht durch p die Sehne senkrecht zur Lichtstrahlprojektion, erhält dadurch auf dem Parallelkreis m und n und lotet diese Punkte hinauf nach m' und n' . mm' und nn' sind Körperschattengrenzpunkte der Drehungsfläche.

Anwendung des Verfahrens mit den Berührungskugeln auf eine Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur Vertikalebene vertieft in diese; Figur 57c.

fg sei der Parallelkreis, auf welchem die Körperschattengrenzpunkte zu suchen sind, im Grundriss; der Kreis um o' sei dessen Aufriss. fo im Grundriss ist normal zum Meridian; op ist senkrecht zur Lichtstrahlprojektion bis zum Schnitt mit fg gezogen, $o'r'$ horizontal im Aufriss, p nach p' hinaufgelotet; Sehne $m'n'$ durch p' senkrecht zur Lichtrichtung gezogen; m' und n' hinabgelotet nach m und n . mm' und nn' sind die Körperschattengrenzpunkte. Weil die Drehungsfläche in die Vertikalebene vertieft, also hohl gedacht ist, so ist auch die Hohlkugel in Betracht zu ziehen, also gehört der Bogen $m'f'n'$ der Schattenfläche an; andernfalls wäre von m' über f bis n' Licht und der grössere Teil des Parallelkreises im Schatten.

58. Körperschattengrenzen auf Wulstflächen, mit Hilfe von berührenden Kugeln.

Zur Bestimmung der Körperschattengrenzen auf Wulstflächen lässt sich die Kugel noch in einfacherer Weise verwerten als nach Art. 57. Eine Wulstfläche entsteht durch Drehung eines Kreises oder Kreisbogens um eine in seiner Ebene liegende Achse; sie ist also nicht nur Umhüllungsfläche von Kugeln, deren Mittelpunkte auf der Drehungsachse liegen, sondern es liegt näher, sie als Umhüllungsfläche gleich grosser Kugeln aufzufassen, deren Mittelpunkte auf dem Kreis liegen, den der Mittelpunkt des Meridiankreises der Wulstfläche bei der Drehung beschreibt. Jede umhüllende Kugel berührt die Wulstfläche nach einem solchen Meridiankreis. Wo die Körperschattenpunkte auf diesem liegen als auf einem Bestandteil der Kugel, da liegen sie auch als Bestandteile der Körperschattengrenze auf der Wulstfläche. Im folgenden (Fig. 58) ist die Anwendung dieses Gedankens



Figur 58.

auf den konvexen Wulst und auf die halbe hohle Wulstfläche mit Drehungsachse senkrecht zur Vertikalebene gezeigt.

Man zeichnet als Aufriss eine Kugel mit dem Radius des Meridiankreises der Wulstfläche samt ihrem schattenabgrenzenden Grosskreis, wobei die Ellipse, als welche dieser erscheint, nach Art. 66 erhalten werden kann.

Dieses Kugelbild denkt man sich auf eine genügende Zahl von Radien zwischen die zwei Aufrisskreise der Wulstfläche gelegt, wie es Figur 58 anschaulich macht, und zwar so, dass der Mittelpunkt des Kugelbildes immer auf dem Radius liegt und die grosse Achse der Ellipse immer gleichgerichtet (unter 45°) bleibt, wie es der Auffassung des Kugelbildes als einer Vertikalprojektion entspricht. Wo die Ellipse auf der Kugel den Radius schneidet, da ist ein Punkt der Körperschattengrenze der Wulstfläche. Beim hohlen Wulst ist nur die punktierte Hälfte der Ellipse in Betracht zu ziehen; bei der konvexen Wulstfläche mit vollem Kreisquerschnitt werden für jede Lage des Kugelbildes zwei Punkte erhalten.

Zur praktischen Durchführung zeichnet man sich die Kugel nur einmal seitlich vom gegebenen Wulst (s. Figur) und zieht durch den Mittelpunkt des Kugelbildes parallele Durchmesser zu den Radien des Wulstaufisses, worauf sich die Abstände der Schattenpunkte von den Wulsträndern auf jedem solchen Durchmesser abstechen lassen. Auch kann man das Kugelbild auf Pauspapier zeichnen und nacheinander mit unveränderter Richtung auf die Radien legen, wobei sich in jeder Lage der Schattenpunkt auf den Radius durchstechen lässt.

Die Anwendung auf andere Lagen der Drehachse, die einer Grundebene parallel sind, bedarf keiner Erklärung. Doch ist zu beachten, dass die Lösung — um so einfach zu sein — diejenige Projektion der Wulstfläche erfordert, in welcher deren Drehachse sich als ein Punkt projiziert, weil sich in andern Projektionen die Berührungskreise nicht als gerade Linien projizieren. Ist die Schattengrenze in einer andern Projektion verlangt, so ist sie in dieser erst durch Uebertragung der in jener ersten Projektion gefundenen Grenzlinie erhältlich.

Viertes Verfahren für Körperschattengrenzen 59. auf Drehungsflächen, mit Hilfe des Schlagschattens auf einer Ebene senkrecht zur Achse.

Der Schlagschatten eines Drehungskörpers auf einer Ebene senkrecht zu seiner Achse würde auf dem gewöhnlichen Weg dadurch erhalten, dass man zuerst die Körperschattengrenze auf dem Drehungskörper und dann deren Schlagschatten auf der Ebene in bekannter Weise aufsucht. Nun lässt sich aber dieser Schlagschatten meist rascher dadurch erhalten, dass man die Schatten einer genügenden Zahl von Parallelkreisen auf der Ebene zeichnet. Diese Schatten werden wieder kreisförmig und wie in Art. 10e auf kurzem Weg gefunden; ihre Umhüllungsline ist die Schlagschattengrenze.

Die so erhaltene Grenzlinie ist zugleich der Schlagschatten der Körperschattengrenzlinie und kann mit Umkehrung des gewöhnlichen Wegs zu deren Bestimmung verwertet werden (Figur 59a). Man bestimmt durch Schätzung möglichst genau einen Berührungspunkt m oder n zwischen einem Schattenkreis und der Umhüllungskurve; ein rückwärts durch den Punkt gezogener Lichtstrahl liefert als Schnitt mit dem Parallelkreis den zugehörigen schattenwerfenden Punkt a oder b , welcher