



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 59. Viertes Verfahren für Körperschattengrenzen auf
Drehungsflächen, mit Hilfe des Schlagschattens auf einer Ebene senkrecht
zur Achse

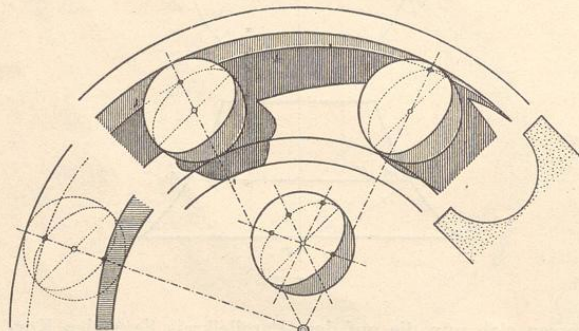
[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Anwendung des Verfahrens mit den Berührungskugeln auf eine Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur Vertikalebene vertieft in diese; Figur 57c.

fg sei der Parallelkreis, auf welchem die Körperschattengrenzpunkte zu suchen sind, im Grundriss; der Kreis um o' sei dessen Aufriss. fo im Grundriss ist normal zum Meridian; op ist senkrecht zur Lichtstrahlprojektion bis zum Schnitt mit fg gezogen, $o'r'$ horizontal im Aufriss, p nach p' hinaufgelotet; Sehne $m'n'$ durch p' senkrecht zur Lichtrichtung gezogen; m' und n' hinabgelotet nach m und n . mm' und nn' sind die Körperschattengrenzpunkte. Weil die Drehungsfläche in die Vertikalebene vertieft, also hohl gedacht ist, so ist auch die Hohlkugel in Betracht zu ziehen, also gehört der Bogen $m'f'n'$ der Schattenfläche an; andernfalls wäre von m' über f bis n' Licht und der grössere Teil des Parallelkreises im Schatten.

58. Körperschattengrenzen auf Wulstflächen, mit Hilfe von berührenden Kugeln.

Zur Bestimmung der Körperschattengrenzen auf Wulstflächen lässt sich die Kugel noch in einfacherer Weise verwerten als nach Art. 57. Eine Wulstfläche entsteht durch Drehung eines Kreises oder Kreisbogens um eine in seiner Ebene liegende Achse; sie ist also nicht nur Umhüllungsfläche von Kugeln, deren Mittelpunkte auf der Drehungsachse liegen, sondern es liegt näher, sie als Umhüllungsfläche gleich grosser Kugeln aufzufassen, deren Mittelpunkte auf dem Kreis liegen, den der Mittelpunkt des Meridiankreises der Wulstfläche bei der Drehung beschreibt. Jede umhüllende Kugel berührt die Wulstfläche nach einem solchen Meridiankreis. Wo die Körperschattenpunkte auf diesem liegen als auf einem Bestandteil der Kugel, da liegen sie auch als Bestandteile der Körperschattengrenze auf der Wulstfläche. Im folgenden (Fig. 58) ist die Anwendung dieses Gedankens



Figur 58.

auf den konvexen Wulst und auf die halbe hohle Wulstfläche mit Drehungsachse senkrecht zur Vertikalebene gezeigt.

Man zeichnet als Aufriss eine Kugel mit dem Radius des Meridiankreises der Wulstfläche samt ihrem schattenabgrenzenden Grosskreis, wobei die Ellipse, als welche dieser erscheint, nach Art. 66 erhalten werden kann.

Dieses Kugelbild denkt man sich auf eine genügende Zahl von Radien zwischen die zwei Aufrisskreise der Wulstfläche gelegt, wie es Figur 58 anschaulich macht, und zwar so, dass der Mittelpunkt des Kugelbildes immer auf dem Radius liegt und die grosse Achse der Ellipse immer gleichgerichtet (unter 45°) bleibt, wie es der Auffassung des Kugelbildes als einer Vertikalprojektion entspricht. Wo die Ellipse auf der Kugel den Radius schneidet, da ist ein Punkt der Körperschattengrenze der Wulstfläche. Beim hohlen Wulst ist nur die punktierte Hälfte der Ellipse in Betracht zu ziehen; bei der konvexen Wulstfläche mit vollem Kreisquerschnitt werden für jede Lage des Kugelbildes zwei Punkte erhalten.

Zur praktischen Durchführung zeichnet man sich die Kugel nur einmal seitlich vom gegebenen Wulst (s. Figur) und zieht durch den Mittelpunkt des Kugelbildes parallele Durchmesser zu den Radien des Wulstaufisses, worauf sich die Abstände der Schattenpunkte von den Wulsträndern auf jedem solchen Durchmesser abstechen lassen. Auch kann man das Kugelbild auf Pauspapier zeichnen und nacheinander mit unveränderter Richtung auf die Radien legen, wobei sich in jeder Lage der Schattenpunkt auf den Radius durchstechen lässt.

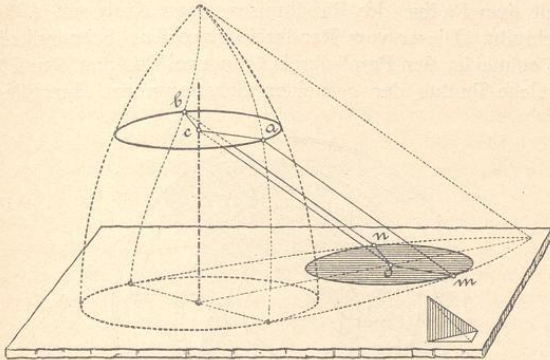
Die Anwendung auf andere Lagen der Drehachse, die einer Grundebene parallel sind, bedarf keiner Erklärung. Doch ist zu beachten, dass die Lösung — um so einfach zu sein — diejenige Projektion der Wulstfläche erfordert, in welcher deren Drehachse sich als ein Punkt projiziert, weil sich in andern Projektionen die Berührungskreise nicht als gerade Linien projizieren. Ist die Schattengrenze in einer andern Projektion verlangt, so ist sie in dieser erst durch Uebertragung der in jener ersten Projektion gefundenen Grenzlinie erhältlich.

Viertes Verfahren für Körperschattengrenzen 59. auf Drehungsflächen, mit Hilfe des Schlagschattens auf einer Ebene senkrecht zur Achse.

Der Schlagschatten eines Drehungskörpers auf einer Ebene senkrecht zu seiner Achse würde auf dem gewöhnlichen Weg dadurch erhalten, dass man zuerst die Körperschattengrenze auf dem Drehungskörper und dann deren Schlagschatten auf der Ebene in bekannter Weise aufsucht. Nun lässt sich aber dieser Schlagschatten meist rascher dadurch erhalten, dass man die Schatten einer genügenden Zahl von Parallelkreisen auf der Ebene zeichnet. Diese Schatten werden wieder kreisförmig und wie in Art. 10e auf kurzem Weg gefunden; ihre Umhüllungsline ist die Schlagschattengrenze.

Die so erhaltene Grenzlinie ist zugleich der Schlagschatten der Körperschattengrenzlinie und kann mit Umkehrung des gewöhnlichen Wegs zu deren Bestimmung verwertet werden (Figur 59a). Man bestimmt durch Schätzung möglichst genau einen Berührungspunkt m oder n zwischen einem Schattenkreis und der Umhüllungskurve; ein rückwärts durch den Punkt gezogener Lichtstrahl liefert als Schnitt mit dem Parallelkreis den zugehörigen schattenwerfenden Punkt a oder b , welcher

notwendig der Körperschattengrenze angehört. Auch durch zwei parallele Radien kann der schattenwerfende Punkt aus dem Schattenpunkt abgeleitet werden; ca ist parallel om ; cb ist parallel on ; wonach es nicht nötig



Figur 59a.

ist, den Parallelkreis ab selbst zu zeichnen, sondern genügt, dessen Schatten und die parallelen Radien darzustellen. Durch Wiederholung des Verfahrens mit weiteren Berührungspunkten lässt sich im Zusammenhang mit der Bestimmung wichtiger Punkte nach Art. 56 die Körperschattengrenze für bestimmte Fälle rascher erhalten als auf den anderen Wegen; aber allgemeine Brauchbarkeit

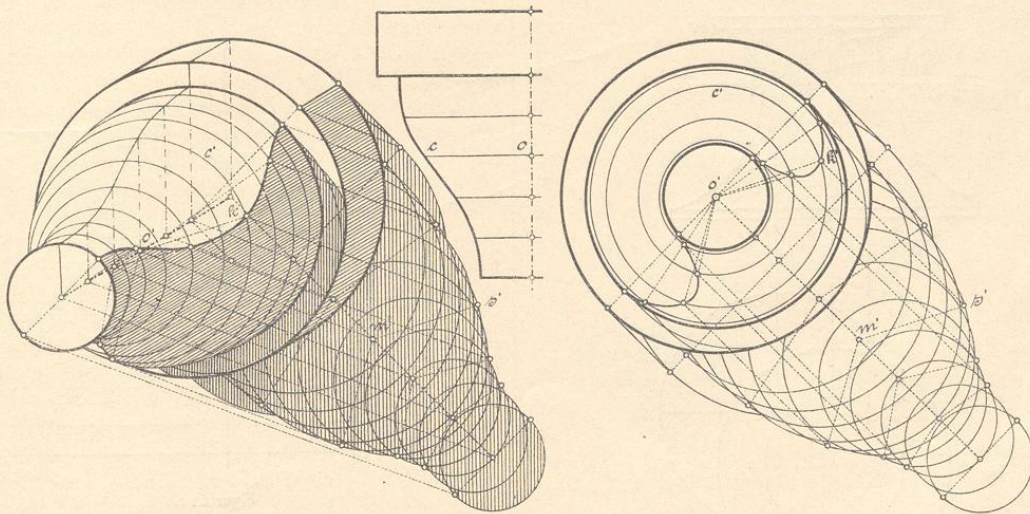
nen der Schatten der Parallelkreise des Körpers ist die Schlagschattengrenze auf der Vertikalebene als Umhüllungskurve der Schattenkreise gefunden worden. s' sei einer der beiden Berührungspunkte zwischen der Schlagschattengrenze und dem Schatten des Parallelkreises $o'c'$. Der rückwärts durch s' gezogene Lichtstrahl (oder das Ziehen der parallelen Radien $m's'$ und $o'k'$) liefert den Körperschattenpunkt k' .

Fünftes Verfahren für Körperschattengrenzen 60. auf Drehungsflächen, mit Hilfe der Normal- kugel.

Ein fünftes Verfahren zur Bestimmung der Körperschattengrenzlinien auf Drehungsflächen mit Achse senkrecht zu einer Grundebene bietet die „Normal-kugel“, die in der Beleuchtungskunde zur Bestimmung der Zwischenstufen der Beleuchtung verwertet wird. Hiefür ist auf Art. 93 bis 96 zu verweisen.

Zweites Verfahren für Schlagschattengrenzen 61. auf Drehungsflächen, mit Hilfe der kon- gruenten Schlagschatten auf Parallelkreis- ebenen.

Die in Art. 56 und 57 beschriebenen Verfahren haben den Mangel, dass sie nur Körperschatten-, nicht auch



Figur 59b.

kann diese Art der Körperschattenbestimmung von Drehungsflächen nicht beanspruchen. Sie versagt leicht gerade an den wichtigsten Stellen durch Häufung der Linien. Körperschattengrenzen gegen Schlagschattenflächen ergeben sich dabei aus solchen Teilen jener Umhüllungskurve, welche im Innern der Schlagschattenfläche liegen, also später im Resultat der Konstruktion nicht mehr sichtbar sind.

Ein durchgeführtes Beispiel bietet Figur 59b mit perspektivischer und geometrischer Darstellung. Durch Zeich-

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

Schlagschattengrenzen liefern. Auch für die Bestimmung dieser letzten giebt es eine zweite Konstruktion, die zwar den entgegengesetzten Mangel hat, keine Körperschattengrenzen mitzuliefern, aber mit den Berührungskegeln oder -kugeln verbunden werden kann und dann entweder die zeitraubende allgemeine Lösung entbehrlich macht oder sie ergänzt und Proben für sie liefert. Sie ist in erster Linie und fast ausschliesslich wertvoll in den häufigen Fällen, in welchen ein Parallelkreisrand die Schlagschattengrenze erzeugt. Wo eine Auswölbung der Fläche oder