



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

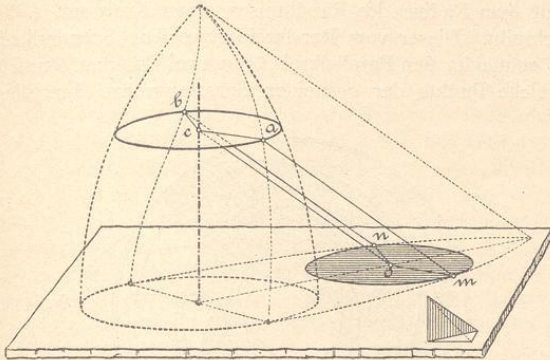
Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 61. Zweites Verfahren für Schlagschattengrenzen auf
Drehungsflächen, mit Hilfe der kongruenten Schlagschatten auf
Parallelkreisebenen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

notwendig der Körperschattengrenze angehört. Auch durch zwei parallele Radien kann der schattenwerfende Punkt aus dem Schattenpunkt abgeleitet werden; ca ist parallel om ; cb ist parallel on ; wonach es nicht nötig



Figur 59a.

ist, den Parallelkreis ab selbst zu zeichnen, sondern genügt, dessen Schatten und die parallelen Radien darzustellen. Durch Wiederholung des Verfahrens mit weiteren Berührungspunkten lässt sich im Zusammenhang mit der Bestimmung wichtiger Punkte nach Art. 56 die Körperschattengrenze für bestimmte Fälle rascher erhalten als auf den anderen Wegen; aber allgemeine Brauchbarkeit

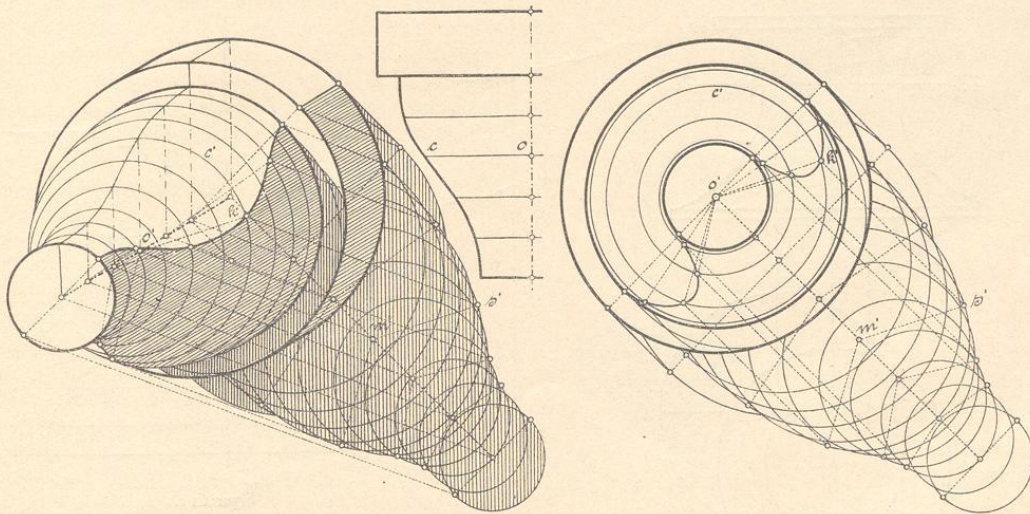
nen der Schatten der Parallelkreise des Körpers ist die Schlagschattengrenze auf der Vertikalebene als Umhüllungskurve der Schattenkreise gefunden worden. s' sei einer der beiden Berührungspunkte zwischen der Schlagschattengrenze und dem Schatten des Parallelkreises $o'c'$. Der rückwärts durch s' gezogene Lichtstrahl (oder das Ziehen der parallelen Radien $m's'$ und $o'k'$) liefert den Körperschattenpunkt k' .

Fünftes Verfahren für Körperschattengrenzen 60. auf Drehungsflächen, mit Hilfe der Normal-kugel.

Ein fünftes Verfahren zur Bestimmung der Körperschattengrenzlinien auf Drehungsflächen mit Achse senkrecht zu einer Grundebene bietet die „Normal-kugel“, die in der Beleuchtungskunde zur Bestimmung der Zwischenstufen der Beleuchtung verwertet wird. Hiefür ist auf Art. 93 bis 96 zu verweisen.

Zweites Verfahren für Schlagschattengrenzen 61. auf Drehungsflächen, mit Hilfe der kongruenten Schlagschatten auf Parallelkreisebenen.

Die in Art. 56 und 57 beschriebenen Verfahren haben den Mangel, dass sie nur Körperschatten-, nicht auch



Figur 59b.

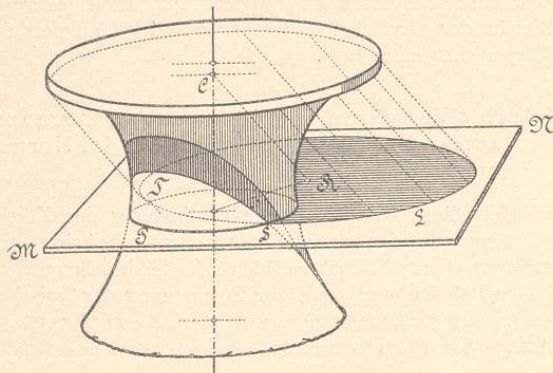
kann diese Art der Körperschattenbestimmung von Drehungsflächen nicht beanspruchen. Sie versagt leicht gerade an den wichtigsten Stellen durch Häufung der Linien. Körperschattengrenzen gegen Schlagschattenflächen ergeben sich dabei aus solchen Teilen jener Umhüllungskurve, welche im Innern der Schlagschattenfläche liegen, also später im Resultat der Konstruktion nicht mehr sichtbar sind.

Ein durchgeführtes Beispiel bietet Figur 59b mit perspektivischer und geometrischer Darstellung. Durch Zeich-

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

Schlagschattengrenzen liefern. Auch für die Bestimmung dieser letzten giebt es eine zweite Konstruktion, die zwar den entgegengesetzten Mangel hat, keine Körperschattengrenzen mitzuliefern, aber mit den Berührungskegeln oder -kugeln verbunden werden kann und dann entweder die zeitraubende allgemeine Lösung entbehrlich macht oder sie ergänzt und Proben für sie liefert. Sie ist in erster Linie und fast ausschliesslich wertvoll in den häufigen Fällen, in welchen ein Parallelkreisrand die Schlagschattengrenze erzeugt. Wo eine Auswölbung der Fläche oder

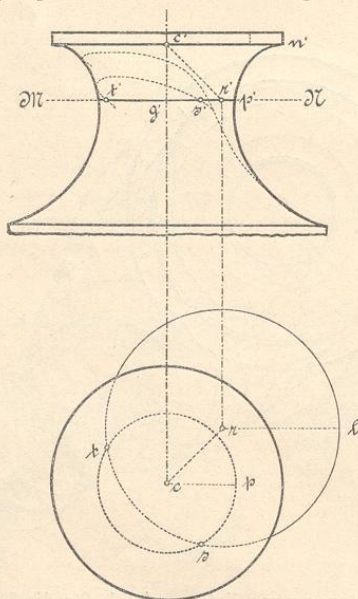
ein äusserer Körper die Beschattung hervorruft, ist die Konstruktion in Art. 62 vorzuziehen. Uebrigens leidet auch dieses neue Verfahren oft an sehr spitzwinkligen Durchschnitten zweier Kreislinien, die es ebenfalls unsicher machen, und zwar gerade an den wichtigsten



Figur 61 a.

Stellen, worin wieder die Verschwommenheit der im Raum vorhandenen Schattierung der Gebilde zum Ausdruck gelangt (vgl. Art. 35).

Figur 61 a bringt den Grundgedanken der Konstruktion perspektivisch zur Anschauung, und zwar an

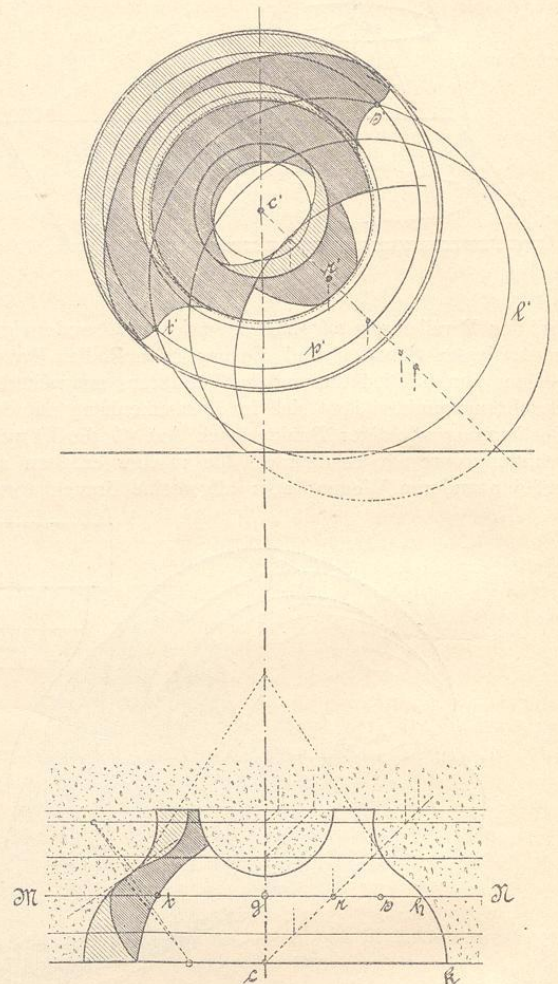


Figur 61 b.

einer Drehungsfläche mit vertikaler Achse und konkaver Meridianlinie.

Man schneidet die Drehungsfläche durch eine Ebene MN parallel zur Ebene des schattenwerfenden Randkreises und erhält als Schnittlinie einen Parallelkreis P , der im Grundriss als konzentrischer Kreis leicht zu zeichnen ist. Man sucht ferner auf der Schnittebene MN

den Schlagschatten des Randkreises. Dieser Schatten muss wieder ein Kreis sein, und man zeichnet ihn (nach Art. 10, Folgerung e) rasch, indem man den Schatten R des Mittelpunktes C auf der Ebene MN bestimmt und mit dem Radius des Randkreises einen Kreis um R beschreibt. Dieser vom Randkreis geworfene Schattenkreis L schneidet den Parallelkreis P in zwei Punkten S und T , welche Punkte der gesuchten Schattengrenze darstellen.



Figur 61 c.

Denn sie gehören der Drehungsfläche an, weil sie auf dem Parallelkreis liegen und gehören dem Schatten des Randes an, weil sie auf dem Schattenkreis L liegen. Durch Annahme weiterer Schnittebenen parallel zur Randebene erhält man weitere Paare von Schattenpunkten. In der Nähe des Randes werden die beiden sich schneidenden Kreise fast gleich gross und die Mittelpunkte liegen nahe beisammen, wodurch die Durchschnitte unsicher werden.

Figur 61 b zeigt dieselbe Konstruktion mit Darstellung durch Grundriss und Aufriss. Die Ebene MN schneidet

die Drehungsfläche nach dem Parallelkreis $g'p'$, der im Grundriss als konzentrischer Kreis um c mit $c'p' = g'p'$ erscheint. Der Schatten des Randkreises auf der Ebene MN wird im Grundriss erhalten durch Bestimmung des Schattens von cc' in rr' und durch Beschreiben des Kreises um r mit $rl = c'n'$. Hiedurch entstehen im Grundriss die Schlagschattenpunkte s und t , die nach s' und t' auf die Horizontale MN hinaufzuloten sind.

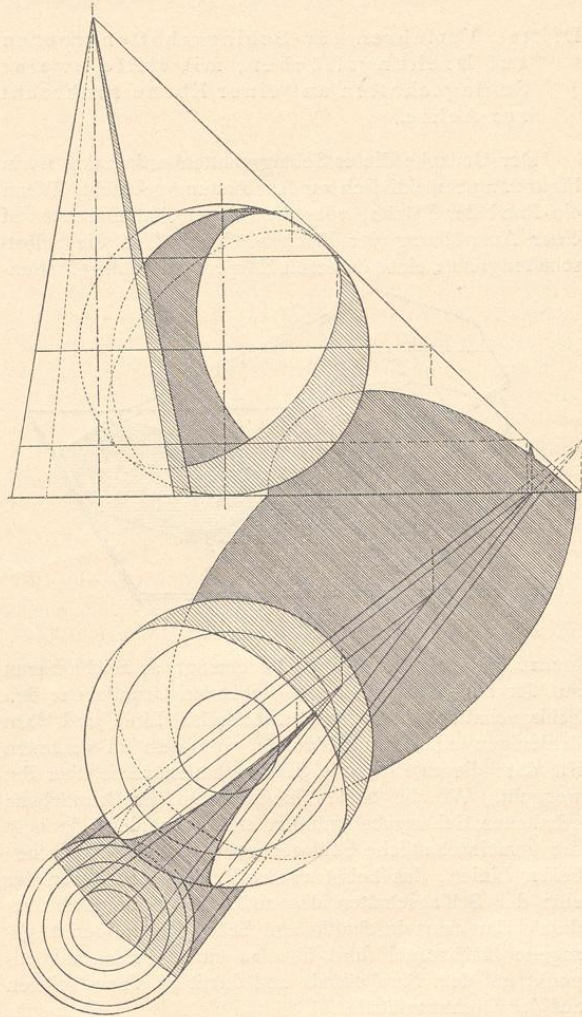
Figur 61 c bietet eine Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur Vertikalebene, vertieft in diese, für welche die Körperschattengrenze mit Berührungskegeln nach Art. 56, die Schlagschattengrenze in der beschriebenen Weise konstruiert ist. Hier ist im Grundriss angenommen die Schnittebene MN ; sie schneidet die Fläche nach dem Parallelkreis $c'p'$, der im Aufriss als Kreis um c' mit $c'p' = gh$ erscheint. rr' ist der Schatten des Mittelpunktes cc' auf der Ebene MN und der Kreis um r mit $rl = ck$ ist der Schlagschatten des Randkreises auf dieser Ebene. Die beiden in der Ebene MN liegenden Kreise $c'p'$ und $r'l$ schneiden sich in s' und t' ; diese sind Punkte der Schlagschattengrenze im Aufriss und geben, auf MN hinuntergelotet, die zugehörigen Grundrisspunkte s und t (der Grundriss ist als Horizontalschnitt mit Ansicht nach unten dargestellt).

Auch in Figur 65 g liesse sich der Schatten der kreisförmigen Scheitelöffnung auf der Kuppelfläche mit Hilfe horizontaler Parallelkreisschnitte bestimmen, und zwar für jede beliebige Meridianform der Kuppel. Dasselbe gilt für die Schlagschattengrenzen auf den Kugelflächen der Figuren 65 d, 65 e u. 65 f, endlich für die Schlagschattengrenze auf der hohlen Wulstfläche der Figur 58. Selbst für die Beschattung von geraden und schiefen Kreiskegelflächen durch ihre kreisförmigen Randlinien kann das Verfahren oft näher liegen als das gewöhnliche; so wären z. B. die Schlagschattengrenzen in den Figuren 44 u. 45 damit erhältlich.

Wenn nicht ein Rand des Drehungskörpers, sondern eine durch Auswölbung mit berührenden Lichtstrahlen entstandene Körperschattengrenze den Schlagschatten wirft, wie in Figur 31 b, oder wenn der Schlagschatten von einem äusseren Körper herrührt, so gestaltet sich das Verfahren meist weniger einfach als nach Art. 62; doch dürfte es auch noch in diesem Fall oft eine Abkürzung gegenüber der allgemeinen Lösung bieten. Man sucht von der ganzen Körperschattengrenzlinie, welche die zu suchende Schlagschattengrenze als Schatten wirft und zuvor bestimmt sein muss, den Schlagschatten auf irgend einer Parallelkreisebene. Wo der Parallelkreis geschnitten wird von der erhaltenen Hilfsschlagschattenlinie, da liegen zwei Punkte der Schlagschattengrenze auf dem Körper. Für weitere Parallelkreisschnittebenen wird die Hilfsschlagschattenlinie offenbar kongruent der ersterhaltenen, da beide parallele Schnitte desselben Lichtstrahlencylinders bilden. Sie muss also nicht neu konstruiert werden, sondern ist durch paralleles Fortrücken der ersten in der Richtung des Lichtstrahls rasch zu erhalten. Wie weit sie fortrücken muss, hängt in bekannter Weise von der Länge des Achsenstücks zwischen beiden Parallelkreisen ab. Man wird sich die einmal konstruierte Hilfsschlag-

schattenlinie mit Angabe der Lichtstrahlrichtung auf Pauspapier zeichnen und sie von Kreis zu Kreis verschieben, um auf jedem die zwei Schnittpunkte durchstechen zu können. Doch ist dieses Verfahren schon fast identisch mit dem nächstfolgenden in Art. 62, und nur ausnahmsweise diesem vorzuziehen.

Ein einfaches hübsches Beispiel ist in Figur 61 d gezeichnet. Ein vertikaler Kreiskegel wirft seinen Schatten



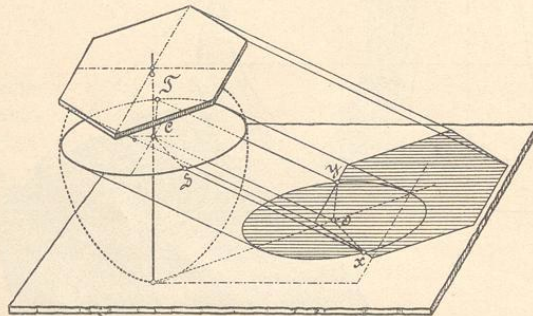
Figur 61 d.

auf eine Kugel oder eine Drehungsfläche mit vertikaler Achse. Eine horizontale Schnittebene schneidet sowohl den Kegel als die Drehungsfläche nach einem Kreis, der im Grundriss als solcher erscheint. Man sucht im Grundriss den Schatten des Kegels auf der Schnittebene, indem in bekannter Weise der Schnittpunkt eines durch die Kegelspitze gezogenen Lichtstrahls mit der Ebene bestimmt und aus diesem Punkt die zwei Tangenten an den Parallelkreis gezogen werden. Wo diese Tangenten den Parallelkreis der Drehungsfläche schneiden, da liegen zwei Punkte

der gesuchten Schlagschattengrenze. Denn die erhaltenen Punkte sind zugleich Punkte der Drehungsfläche und Punkte der am Kegel tangierenden Lichtstrahlenebenen. Das Hinaufloten auf den Parallelkreis im Aufriss liefert die zwei Schattenpunkte auch im Aufriss. Durch Annahme weiterer horizontaler Schnittebenen lassen sich beliebig viele weitere Paare von Schattengrenzpunkten finden.

62. Drittes Verfahren für Schlagschattengrenzen auf Drehungsflächen, mit Hilfe zweier Schlagschatten auf einer Ebene senkrecht zur Achse.

Der Gedanke dieser Schlagschattenbestimmung ist in Figur 62a perspektivisch zur Anschauung gebracht. Wenn ein Rand der Fläche, oder die Körperschattengrenze auf einer Auswölbung der Fläche, oder endlich die Selbstschattengrenze eines äusseren Körpers die Schlagschatten-

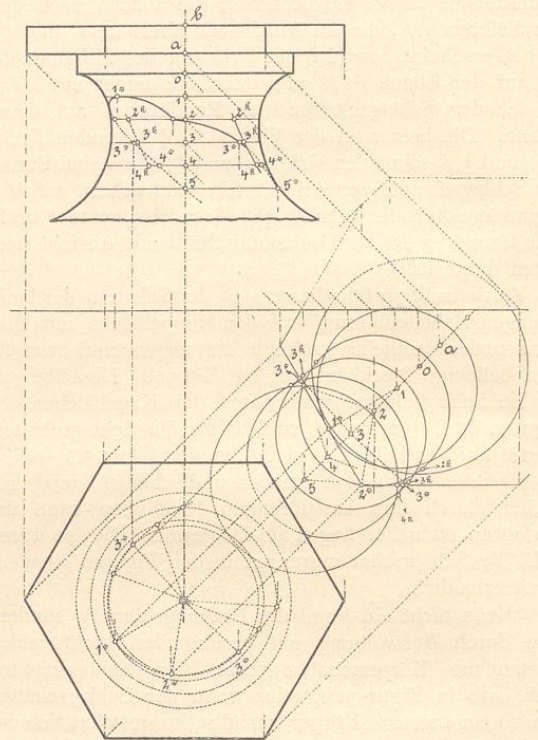


Figur 62 a.

grenze auf einer Drehungsfläche erzeugt, so zeichnet man auf der zur Achse senkrecht stehenden Grundebene den Schlagschatten jener schattenwerfenden Linie und dazu denjenigen eines Parallelkreises, von dem zu vermuten ist, dass die zu suchende Schlagschattengrenze über ihn weggeht. Wo die beiden hiedurch auf der Grundebene erhaltenen Schlagschattenlinien sich schneiden, da liegt der gemeinschaftliche Schlagschatten zweier „Fixpunkte“ beider Linien, das heisst zweier Punkte, von denen der eine der Schlagschatten des andern ist. Ein rückwärts durch den gemeinschaftlichen Schlagschattenpunkt gezogener Lichtstrahl führt also zu einem Schlagschattenpunkt auf dem Parallelkreis und damit zu einem solchen auf der Drehungsfläche.

Die Figur zeigt ein horizontales Sechseck und darunter einen beliebig ausgewählten Parallelkreis der durch ihren punktierten Umriss angedeuteten Drehungsfläche. Die Umrisse der Schlagschatten, die beide Figuren auf die Horizontalebene werfen, schneiden sich in den Punkten x und y . Die rückwärts durch diese Punkte bis zum Parallelkreis gezogenen Lichtstrahlen treffen diesen in S und T ; diese Punkte gehören der Schlagschattengrenze auf der Drehungsfläche an. Sie werden schärfer erhalten, wenn man im Schattenkreis die Radien ox und oy und im Parallelkreis die Radien CS und CT parallel zu jenen zieht.

Figur 62b zeigt ein durchgeführtes Beispiel. Es sind auf der Grundebene gezeichnet die Schlagschatten der sechsseitigen Deckplatte und der Parallelkreise $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Die Schlagschatten der Parallelkreise $2, 3, 4$ sind nach Art. 59 zur Bestimmung je zweier Körperschattengrenzpunkte auf jedem dieser Kreise mitbenutzt ($2k, 3k, 4k$). Schattenkreis 1 berührt den Sechseckschatten in $1s$, also enthält Parallelkreis 1 den obersten Punkt der Schlagschattengrenze $1s$. Die Schnittpunkte der Schlagschattenkreise 4 und 5 mit dem Sechseckschatten fallen innerhalb des Kurvenstücks $2k, 3k, 4k$, das auf der Horizontalebene den Schlagschatten der Fläche begrenzt. Hiedurch ist ausgedrückt, dass die auf den Parallelkreisen 4



Figur 62 b.

und 5 erhaltenen Schlagschattenpunkte keine wirklichen Schattengrenzpunkte sind, sondern schon in die Körperschattenfläche fallen. Diese Punkte gehören zwar der Schnittlinie an, die das sechsseitige (vielmehr achtseitige) von der Deckplatte ausgehende Lichtstrahlenprisma mit der Drehungsfläche bildet; die Schnittlinie ist aber nur soweit Schlagschattengrenze, als sie auf die Lichtfläche des Drehungskörpers zu liegen kommt.

Dieses Verfahren kann zuweilen bei Drehungskörpern, deren Selbstbeschattung nicht von Parallelkreiskanten herührt, an die Stelle des in Art. 61 beschriebenen oder der allgemeinen Lösung treten; auch wird es in verwickelten Fällen oft willkommene Proben für das Resultat der allgemeinen Lösung liefern; aber allgemeine Brauchbarkeit kann es so wenig beanspruchen, wie die mit ihm