



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

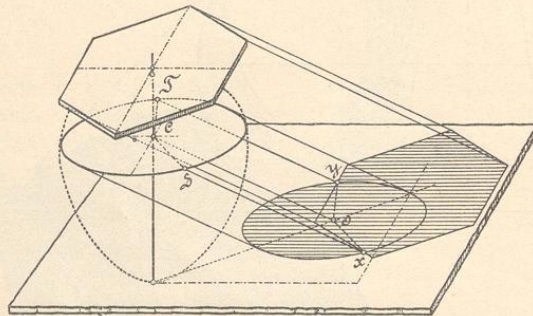
Art. 62. Drittes Verfahren für Schlagschattengrenzen auf Drehungsflächen,
mit Hilfe zweier Schlagschatten auf einer Ebene senkrecht zur Achse

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

der gesuchten Schlagschattengrenze. Denn die erhaltenen Punkte sind zugleich Punkte der Drehungsfläche und Punkte der am Kegel tangierenden Lichtstrahlenebenen. Das Hinaufloten auf den Parallelkreis im Aufriss liefert die zwei Schattenpunkte auch im Aufriss. Durch Annahme weiterer horizontaler Schnittebenen lassen sich beliebig viele weitere Paare von Schattengrenzpunkten finden.

62. Drittes Verfahren für Schlagschattengrenzen auf Drehungsflächen, mit Hilfe zweier Schlagschatten auf einer Ebene senkrecht zur Achse.

Der Gedanke dieser Schlagschattenbestimmung ist in Figur 62a perspektivisch zur Anschauung gebracht. Wenn ein Rand der Fläche, oder die Körperschattengrenze auf einer Auswölbung der Fläche, oder endlich die Selbstschattengrenze eines äusseren Körpers die Schlagschatten-

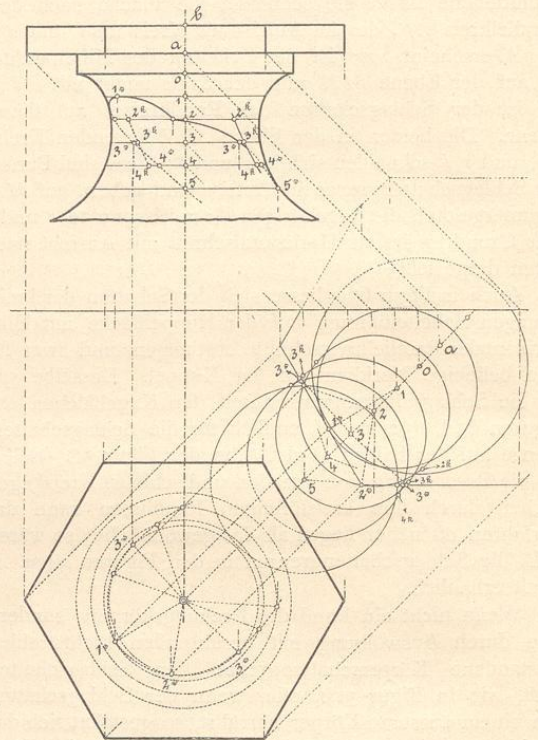


Figur 62 a.

grenze auf einer Drehungsfläche erzeugt, so zeichnet man auf der zur Achse senkrecht stehenden Grundebene den Schlagschatten jener schattenwerfenden Linie und dazu denjenigen eines Parallelkreises, von dem zu vermuten ist, dass die zu suchende Schlagschattengrenze über ihn weggeht. Wo die beiden hiedurch auf der Grundebene erhaltenen Schlagschattenlinien sich schneiden, da liegt der gemeinschaftliche Schlagschatten zweier „Fixpunkte“ beider Linien, das heisst zweier Punkte, von denen der eine der Schlagschatten des andern ist. Ein rückwärts durch den gemeinschaftlichen Schlagschattenpunkt gezogener Lichtstrahl führt also zu einem Schlagschattenpunkt auf dem Parallelkreis und damit zu einem solchen auf der Drehungsfläche.

Die Figur zeigt ein horizontales Sechseck und darunter einen beliebig ausgewählten Parallelkreis der durch ihren punktierten Umriss angedeuteten Drehungsfläche. Die Umrisse der Schlagschatten, die beide Figuren auf die Horizontalebene werfen, schneiden sich in den Punkten x und y . Die rückwärts durch diese Punkte bis zum Parallelkreis gezogenen Lichtstrahlen treffen diesen in S und T ; diese Punkte gehören der Schlagschattengrenze auf der Drehungsfläche an. Sie werden schärfer erhalten, wenn man im Schattenkreis die Radien ox und oy und im Parallelkreis die Radien CS und CT parallel zu jenen zieht.

Figur 62b zeigt ein durchgeführtes Beispiel. Es sind auf der Grundebene gezeichnet die Schlagschatten der sechseckigen Deckplatte und der Parallelkreise $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Die Schlagschatten der Parallelkreise $2, 3, 4$ sind nach Art. 59 zur Bestimmung je zweier Körperschattengrenzpunkte auf jedem dieser Kreise mitbenutzt ($2k, 3k, 4k$). Schattenkreis 1 berührt den Sechseckschatten in $1s$, also enthält Parallelkreis 1 den obersten Punkt der Schlagschattengrenze $1s$. Die Schnittpunkte der Schlagschattenkreise 4 und 5 mit dem Sechseckschatten fallen innerhalb des Kurvenstücks $2k, 3k, 4k$, das auf der Horizontalebene den Schlagschatten der Fläche begrenzt. Hiedurch ist ausgedrückt, dass die auf den Parallelkreisen 4



Figur 62 b.

und 5 erhaltenen Schlagschattenpunkte keine wirklichen Schattengrenzpunkte sind, sondern schon in die Körperschattenfläche fallen. Diese Punkte gehören zwar der Schnittlinie an, die das sechseckige (vielmehr achteckige) von der Deckplatte ausgehende Lichtstrahlenprisma mit der Drehungsfläche bildet; die Schnittlinie ist aber nur soweit Schlagschattengrenze, als sie auf die Lichtfläche des Drehungskörpers zu liegen kommt.

Dieses Verfahren kann zuweilen bei Drehungskörpern, deren Selbstbeschattung nicht von Parallelkreiskanten herrührt, an die Stelle des in Art. 61 beschriebenen oder der allgemeinen Lösung treten; auch wird es in verwickelten Fällen oft willkommene Proben für das Resultat der allgemeinen Lösung liefern; aber allgemeine Brauchbarkeit kann es so wenig beanspruchen, wie die mit ihm

verwandte und kombinierbare Körperschattenbestimmung nach Art. 59.

63. Sätze über den Verlauf der Schattengrenzen auf Drehungsflächen mit vertikaler Achse.

a) Soweit der Umriss einer Drehungsfläche durch Meridiane gebildet ist, beginnen und endigen die Körperschattengrenzkurven im Aufriss an den Berührungspunkten der am Umriss tangierenden Lichtstrahlprojektionen. Die Kurven gehen in diesen Punkten mit Berührung am Umriss von ihrem sichtbaren Teil zum unsichtbaren über; doch ist die Berührung häufig eine solche von sehr kleinem Krümmungshalbmesser, so dass sie sich von einem Schnitt wenig unterscheidet. Die Grundrisse dieser Punkte liegen auf dem horizontalen Durchmesser des Grundplans.

b) Jedem solchen Kurvenpunkt entspricht ein gleich hoch liegender auf dem Aufriss der Achse des Drehungskörpers, da die Grenzkurve im Raum symmetrisch ist zu einer Lichtstrahlenebene, die durch die Achse gelegt wird. Die Grundrisse dieser Punkte liegen auf dem vertikalen Durchmesser des Grundplans und auf denselben Parallelkreisen wie die vorigen, wie überhaupt die ganze Grenzkurve im Grundriss symmetrisch ist zum Durchmesserlichtstrahl.

c) Wo der Umriss der Drehungsfläche eine vertikale Tangente hat, da finden sich die Schattenpunkte auf dem zugehörigen Parallelkreis da, wo die schattenabgrenzenden Mantellinien eines vertikalen Cylinders mit diesem Kreis als Basis liegen würden. Im Grundriss berührt im allgemeinen die Schattengrenzlinie in diesen Punkten deren Parallelkreis und geht, wenn dieser den Umriss bildet, vom sichtbaren Teil zum unsichtbaren über.

d) Die höchsten und tiefsten Punkte der Körperschattengrenze liegen im Grundriss auf einem parallel zum Lichtstrahl gezogenen Durchmesser. Ferner liegen diese Punkte auf denselben Parallelkreisen wie die Berührungspunkte von Tangenten, die im Aufriss unter dem Lichtstrahlenneigungswinkel $\alpha = 35^\circ 15,9'$ (s. Art. 38) an den Umriss der Drehungsfläche gezogen werden. Aus diesen zwei geometrischen Orten ergeben sich die Punkte in beiden Projektionen.

e) Schlagschattengrenzen, die vom Körper selbst geworfen werden, gehen im Grundriss und Aufriss berührend am Umriss vom sichtbaren Teil zum unsichtbaren über. Im Aufriss liegen die auf die Achse fallenden Kurvenpunkte gleichhoch mit den Berührungspunkten am Umriss, da auch die Schlagschattenkurve im Raum symmetrisch ist zur Lichtstrahlenmeridianebene. Aus demselben Grund erscheint der Grundriss der Schlagschattenkurve symmetrisch zum Durchmesserlichtstrahl.

f) Der höchste Punkt einer solchen Selbstbeschattungsgrenze liegt im Grundriss auf dem Durchmesserlichtstrahl. Ferner liegt der Punkt auf demselben Parallelkreis wie der Schnittpunkt, welchen die unter d) genannte Tangente mit dem Umriss der Drehungsfläche bildet.

g) Endpunkte einer Selbstbeschattungsgrenzlinie an deren Anstossen an einer Körperschattengrenzlinie sind meist zugleich Berührungspunkte zwischen der Schlag-

schattengrenze und einem Lichtstrahl, das heisst die Schlagschattengrenze hat an ihrem Endpunkt eine Tangente von 45° Neigung (sowohl im Grundriss als im Aufriss). Die Erscheinung findet sich da, wo die Schlagschattengrenze, als Schnitt des Lichtstrahlencylinders mit der Drehungsfläche aufgefasst und in dieser Eigenschaft fortgesetzt gedacht, über den letzten Lichtstrahl, den sie erreicht, nicht hinausgehen könnte, weil er die äusserste Mantellinie des Lichtstrahlencylinders bildet.

Schatten auf Drehungsflächen mit schiefgerichteter, aber einer Grundebene gleichlaufender Achse. 64.

Wenn die Achse einer Drehungsfläche beliebig schiefgerichtet ist, so projizieren sich bei Anwendung der allgemeinen Lösung aus Art. 30 die Parallelkreise, die zum Aufsuchen der Durchschnitte des Körpers mit den Lichtstrahlenebenen dienen, im Grundriss und Aufriss als Ellipsen und das Verfahren wird dann sehr bemühend; ja schon das Zeichnen der Umrisslinien solcher Drehungsflächen ist eine grosse Arbeit. Doch kommen in den technischen Darstellungen Drehungsflächen — wenn überhaupt schiefgerichtet — meist nur derart vor, dass ihre Achse einer Grundebene parallel ist, so dass sich die Parallelkreise auf dieser Grundebene als gerade Linien projizieren, und für diesen Fall giebt es ein Mittel, die Konstruktion der Ellipsen, als welche die Parallelkreise in der andern Grundebene sich projizieren würden, zu umgehen. Ist z. B. die schiefgerichtete Achse der Vertikalebene parallel, so führt man eine neue Horizontalebene ein, die senkrecht zur Drehungsachse steht, auf welcher also die Parallelkreise sich als Kreise projizieren, und bestimmt die Richtungen der beiden Projektionen, welche der Lichtstrahl gegenüber dem neuen Grundschnitt annimmt. Wie sich die Drehungsfläche schattiert im neuen Grundebenenystem mit den neuen Lichtstrahlprojektionen, so muss sie sich auch im ursprünglichen Grundebenenystem mit den ursprünglichen Lichtstrahlenprojektionen schattieren, da ja durch Aenderung der Projektionsebene die Richtung des Lichtstrahls gegenüber der Fläche nicht geändert wird.

Es handelt sich nun um die Bestimmung der Lichtstrahlprojektionen im neuen Grundebenenystem. Die neue Vertikalprojektion des Lichtstrahls bleibt gegenüber der Drehungsachse in derselben Richtung wie zuvor, weil ja die Vertikalebene unveränderlich bleibt; es ändert sich nur der Winkel, den der Grundschnitt mit dieser Projektion bildet. — Zur Bestimmung der neuen Horizontalprojektion dient folgende Betrachtung: Da die ursprüngliche Vertikalebene bleibt, so bleiben auch die ursprünglichen horizontalen Entfernungen aller Punkte eines Lichtstrahls von der Vertikalebene dieselben wie zuvor. Diese Entfernungen erscheinen ebensowohl im neuen Grundriss in ihrer wahren Grösse als im ursprünglichen Grundriss, da sie der neuen Horizontalebene ebensowohl parallel sind wie der ursprünglichen. — Man hat also nur auf einem beliebigen Lichtstrahl des ursprünglichen Grundebenenystems zwei beliebige