



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 64. Schatten auf Drehungsflächen mit schiefgerichteter, aber einer
Grundebene gleichlaufender Achse

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

verwandte und kombinierbare Körperschattenbestimmung nach Art. 59.

63. Sätze über den Verlauf der Schattengrenzen auf Drehungsflächen mit vertikaler Achse.

a) Soweit der Umriss einer Drehungsfläche durch Meridiane gebildet ist, beginnen und endigen die Körperschattengrenzkurven im Aufriss an den Berührungspunkten der am Umriss tangierenden Lichtstrahlprojektionen. Die Kurven gehen in diesen Punkten mit Berührung am Umriss von ihrem sichtbaren Teil zum unsichtbaren über; doch ist die Berührung häufig eine solche von sehr kleinem Krümmungshalbmesser, so dass sie sich von einem Schnitt wenig unterscheidet. Die Grundrisse dieser Punkte liegen auf dem horizontalen Durchmesser des Grundplans.

b) Jedem solchen Kurvenpunkt entspricht ein gleich hoch liegender auf dem Aufriss der Achse des Drehungskörpers, da die Grenzkurve im Raum symmetrisch ist zu einer Lichtstrahlenebene, die durch die Achse gelegt wird. Die Grundrisse dieser Punkte liegen auf dem vertikalen Durchmesser des Grundplans und auf denselben Parallelkreisen wie die vorigen, wie überhaupt die ganze Grenzkurve im Grundriss symmetrisch ist zum Durchmesserlichtstrahl.

c) Wo der Umriss der Drehungsfläche eine vertikale Tangente hat, da finden sich die Schattenpunkte auf dem zugehörigen Parallelkreis da, wo die schattenabgrenzenden Mantellinien eines vertikalen Cylinders mit diesem Kreis als Basis liegen würden. Im Grundriss berührt im allgemeinen die Schattengrenzlinie in diesen Punkten deren Parallelkreis und geht, wenn dieser den Umriss bildet, vom sichtbaren Teil zum unsichtbaren über.

d) Die höchsten und tiefsten Punkte der Körperschattengrenze liegen im Grundriss auf einem parallel zum Lichtstrahl gezogenen Durchmesser. Ferner liegen diese Punkte auf denselben Parallelkreisen wie die Berührungspunkte von Tangenten, die im Aufriss unter dem Lichtstrahlenneigungswinkel $\alpha = 35^\circ 15,9'$ (s. Art. 38) an den Umriss der Drehungsfläche gezogen werden. Aus diesen zwei geometrischen Orten ergeben sich die Punkte in beiden Projektionen.

e) Schlagschattengrenzen, die vom Körper selbst geworfen werden, gehen im Grundriss und Aufriss berührend am Umriss vom sichtbaren Teil zum unsichtbaren über. Im Aufriss liegen die auf die Achse fallenden Kurvenpunkte gleichhoch mit den Berührungspunkten am Umriss, da auch die Schlagschattenkurve im Raum symmetrisch ist zur Lichtstrahlenmeridianebene. Aus demselben Grund erscheint der Grundriss der Schlagschattenkurve symmetrisch zum Durchmesserlichtstrahl.

f) Der höchste Punkt einer solchen Selbstbeschattungsgrenze liegt im Grundriss auf dem Durchmesserlichtstrahl. Ferner liegt der Punkt auf demselben Parallelkreis wie der Schnittpunkt, welchen die unter d) genannte Tangente mit dem Umriss der Drehungsfläche bildet.

g) Endpunkte einer Selbstbeschattungsgrenzlinie an deren Anstossen an einer Körperschattengrenzlinie sind meist zugleich Berührungspunkte zwischen der Schlag-

schattengrenze und einem Lichtstrahl, das heisst die Schlagschattengrenze hat an ihrem Endpunkt eine Tangente von 45° Neigung (sowohl im Grundriss als im Aufriss). Die Erscheinung findet sich da, wo die Schlagschattengrenze, als Schnitt des Lichtstrahlencylinders mit der Drehungsfläche aufgefasst und in dieser Eigenschaft fortgesetzt gedacht, über den letzten Lichtstrahl, den sie erreicht, nicht hinausgehen könnte, weil er die äusserste Mantellinie des Lichtstrahlencylinders bildet.

Schatten auf Drehungsflächen mit schiefgerichteter, aber einer Grundebene gleichlaufender Achse. 64.

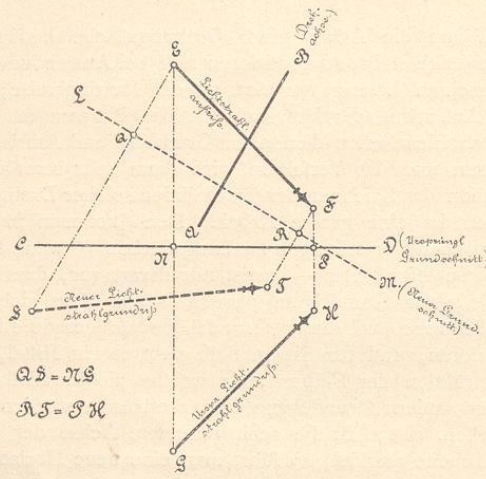
Wenn die Achse einer Drehungsfläche beliebig schiefgerichtet ist, so projizieren sich bei Anwendung der allgemeinen Lösung aus Art. 30 die Parallelkreise, die zum Aufsuchen der Durchschnitte des Körpers mit den Lichtstrahlenebenen dienen, im Grundriss und Aufriss als Ellipsen und das Verfahren wird dann sehr bemühend; ja schon das Zeichnen der Umrisslinien solcher Drehungsflächen ist eine grosse Arbeit. Doch kommen in den technischen Darstellungen Drehungsflächen — wenn überhaupt schiefgerichtet — meist nur derart vor, dass ihre Achse einer Grundebene parallel ist, so dass sich die Parallelkreise auf dieser Grundebene als gerade Linien projizieren, und für diesen Fall giebt es ein Mittel, die Konstruktion der Ellipsen, als welche die Parallelkreise in der andern Grundebene sich projizieren würden, zu umgehen. Ist z. B. die schiefgerichtete Achse der Vertikalebene parallel, so führt man eine neue Horizontalebene ein, die senkrecht zur Drehungsachse steht, auf welcher also die Parallelkreise sich als Kreise projizieren, und bestimmt die Richtungen der beiden Projektionen, welche der Lichtstrahl gegenüber dem neuen Grundschnitt annimmt. Wie sich die Drehungsfläche schattiert im neuen Grundebenenystem mit den neuen Lichtstrahlprojektionen, so muss sie sich auch im ursprünglichen Grundebenenystem mit den ursprünglichen Lichtstrahlenprojektionen schattieren, da ja durch Aenderung der Projektionsebene die Richtung des Lichtstrahls gegenüber der Fläche nicht geändert wird.

Es handelt sich nun um die Bestimmung der Lichtstrahlprojektionen im neuen Grundebenenystem. Die neue Vertikalprojektion des Lichtstrahls bleibt gegenüber der Drehungsachse in derselben Richtung wie zuvor, weil ja die Vertikalebene unveränderlich bleibt; es ändert sich nur der Winkel, den der Grundschnitt mit dieser Projektion bildet. — Zur Bestimmung der neuen Horizontalprojektion dient folgende Betrachtung: Da die ursprüngliche Vertikalebene bleibt, so bleiben auch die ursprünglichen horizontalen Entfernungen aller Punkte eines Lichtstrahls von der Vertikalebene dieselben wie zuvor. Diese Entfernungen erscheinen ebensowohl im neuen Grundriss in ihrer wahren Grösse als im ursprünglichen Grundriss, da sie der neuen Horizontalebene ebensowohl parallel sind wie der ursprünglichen. — Man hat also nur auf einem beliebigen Lichtstrahl des ursprünglichen Grundebenenystems zwei beliebige

Punkte anzunehmen und deren Abstände vom Grundschnitt im neuen Grundriss ebenso gross anzunehmen als sie im ursprünglichen Grundriss waren.

Ist in Figur 64a AB die gegebene Drehungsachse, CD der ursprüngliche Grundschnitt, EF und GH die ursprünglichen Lichtstrahlprojektionen, LM senkrecht zu AB der neue Grundschnitt, so macht man $QS = NG$ und $RT = PH$, wobei ES und FT senkrecht zum neuen Grundschnitt LM stehen. Es ist dann ST die neue Horizontalprojektion, EF die neue Vertikalprojektion des Lichtstrahls.

Das Verfahren ist übertragbar auf Drehungsflächen, die der Horizontalebene parallel sind, nicht aber auf solche,



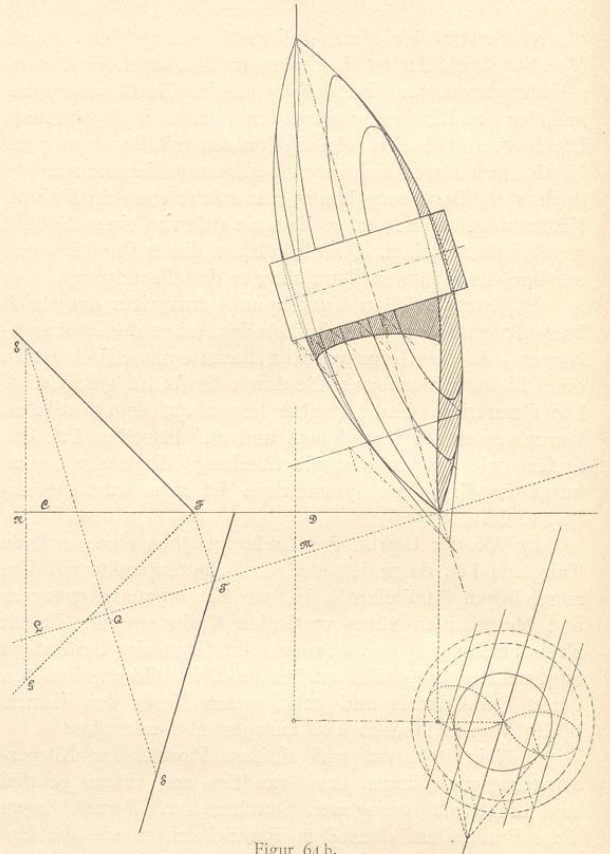
Figur 64a.

deren Achse keiner Grundebene parallel ist, weil bei diesen das gegebene Bild der Drehungsfläche in den neuen Projektionen sich ändern würde.

Der in Figur 64b nur als Aufriss gegebene Drehungskörper mit geneigter Achse parallel zur Vertikalebene (die Achse ist auch im Grundriss gezeichnet) bietet ein durchgeführtes Beispiel.

Durch den Punkt F des Grundchnitts ND ist ein Lichtstrahl gezogen und auf diesem ein beliebiger Punkt mit den Projektionen G und E angenommen. LM senkrecht zur Achse des Drehungskörpers ist der neue Grundschnitt. EQ und FT stehen senkrecht zu LM . QS ist gleich NG aufgetragen. (Da der Lichtstrahl durch den Grundchnitt ND gezogen worden ist, so ist das in Figur 64a vorhandene Mass PH hier gleich Null geworden, also ist auch das frühere Mass RT gleich Null zu machen, das heisst der Endpunkt T der neuen Lichtstrahlprojektion fällt nun in den neuen Grundchnitt LM .) EF und ST sind die zum Grundchnitt LM gehörigen Lichtstrahlprojektionen, mit deren Benützung der Körper schattiert worden ist. Zu diesem Zweck wurde im neuen Grundebenenystem sein Grundriss gezeichnet, in dem die Parallelkreise sich als Kreise projizieren. Die Schattengrenzen sind teils nach dem in Art. 30 beschriebenen allgemeinen Verfahren, teils mit den Berührungskugeln nach Art. 56 bestimmt, wobei nur die veränderte Licht-

strahlrichtung einen Unterschied hereingebracht hat. Auch der Schlagschatten des Körpers auf der Vertikalebene kann mit Hilfe der neuen Lichtstrahlprojektionen erhalten werden. Der auf die ursprüngliche Horizontalebene fallende Teil des Schlagschattens lässt sich, nachdem die



Figur 64b.

Schattengrenzlinie auf der Vertikalebene ganz konstruiert ist, aus dieser mit Hilfe der ursprünglichen Lichtstrahlprojektionen und des ursprünglichen Grundebenenystems ableiten, da ja alle Verbindungslinien der einander entsprechenden Punkte dieser beiden Schattenfiguren Lichtstrahlen sind.

Ein zweites Hilfsmittel zur Körperschattenbestimmung auf schiefergerichteten Drehungsflächen mit Achse parallel zu einer Grundebene bietet die „Normalkugel“. S. Art. 97.

VIII. Schatten auf Kugelflächen.

Die Umklappung oder schräge Seitenansicht 65. als Hilfsmittel, elliptische Projektionen der Schnittkreise zu umgehen.

Bei Anwendung der in Art. 28 erklärten allgemeinen Lösung für die Beschattung gekrümmter Flächen auf die Kugelfläche, sei sie konvex oder konkav, werden die