



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

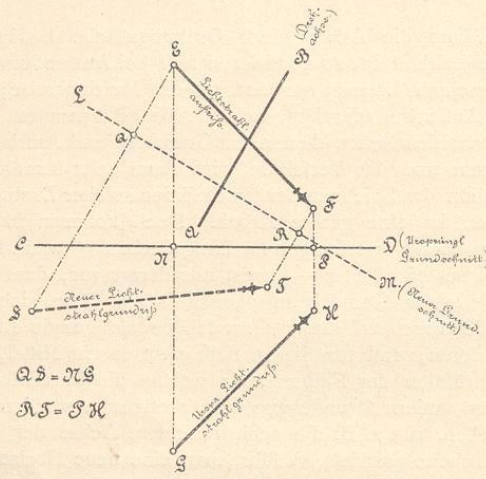
Art. 65. Die Umklappung oder schräge Seitenansicht als Hilfsmittel,
elliptische Projektionen der Schnittkreise zu umgehen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Punkte anzunehmen und deren Abstände vom Grundschnitt im neuen Grundriss ebenso gross anzunehmen als sie im ursprünglichen Grundriss waren.

Ist in Figur 64a AB die gegebene Drehungsachse, CD der ursprüngliche Grundschnitt, EF und GH die ursprünglichen Lichtstrahlprojektionen, LM senkrecht zu AB der neue Grundschnitt, so macht man $QS = NG$ und $RT = PH$, wobei ES und FT senkrecht zum neuen Grundschnitt LM stehen. Es ist dann ST die neue Horizontalprojektion, EF die neue Vertikalprojektion des Lichtstrahls.

Das Verfahren ist übertragbar auf Drehungsflächen, die der Horizontalebene parallel sind, nicht aber auf solche,



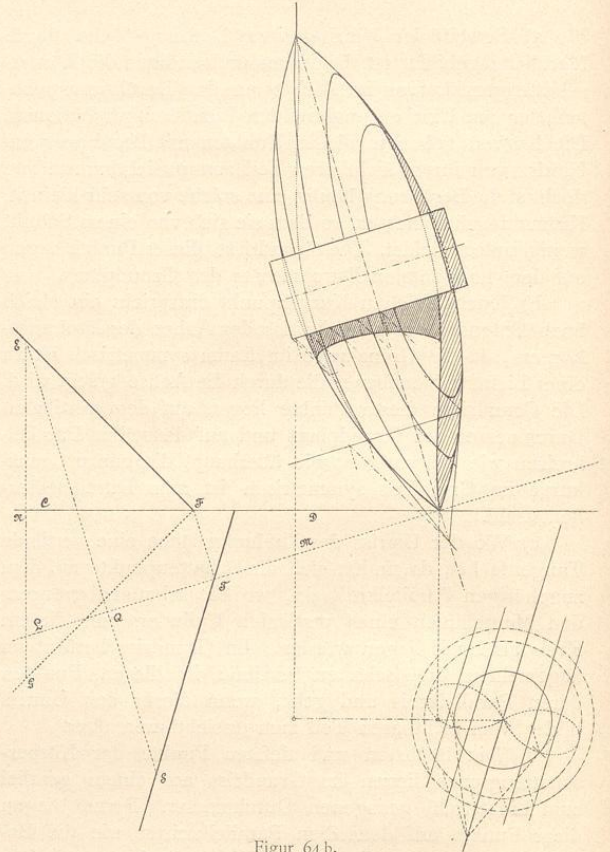
Figur 64a.

deren Achse keiner Grundebene parallel ist, weil bei diesen das gegebene Bild der Drehungsfläche in den neuen Projektionen sich ändern würde.

Der in Figur 64b nur als Aufriss gegebene Drehungskörper mit geneigter Achse parallel zur Vertikalebene (die Achse ist auch im Grundriss gezeichnet) bietet ein durchgeführtes Beispiel.

Durch den Punkt F des Grundchnitts ND ist ein Lichtstrahl gezogen und auf diesem ein beliebiger Punkt mit den Projektionen G und E angenommen. LM senkrecht zur Achse des Drehungskörpers ist der neue Grundschnitt. EQ und FT stehen senkrecht zu LM . QS ist gleich NG aufgetragen. (Da der Lichtstrahl durch den Grundchnitt ND gezogen worden ist, so ist das in Figur 64a vorhandene Mass PH hier gleich Null geworden, also ist auch das frühere Mass RT gleich Null zu machen, das heisst der Endpunkt T der neuen Lichtstrahlprojektion fällt nun in den neuen Grundchnitt LM .) EF und ST sind die zum Grundchnitt LM gehörigen Lichtstrahlprojektionen, mit deren Benützung der Körper schattiert worden ist. Zu diesem Zweck wurde im neuen Grundebenenystem sein Grundriss gezeichnet, in dem die Parallelkreise sich als Kreise projizieren. Die Schattengrenzen sind teils nach dem in Art. 30 beschriebenen allgemeinen Verfahren, teils mit den Berührungskugeln nach Art. 56 bestimmt, wobei nur die veränderte Licht-

strahlrichtung einen Unterschied hereingebracht hat. Auch der Schlagschatten des Körpers auf der Vertikalebene kann mit Hilfe der neuen Lichtstrahlprojektionen erhalten werden. Der auf die ursprüngliche Horizontalebene fallende Teil des Schlagschattens lässt sich, nachdem die



Figur 64b.

Schattengrenzlinie auf der Vertikalebene ganz konstruiert ist, aus dieser mit Hilfe der ursprünglichen Lichtstrahlprojektionen und des ursprünglichen Grundebenenystems ableiten, da ja alle Verbindungslinien der einander entsprechenden Punkte dieser beiden Schattenfiguren Lichtstrahlen sind.

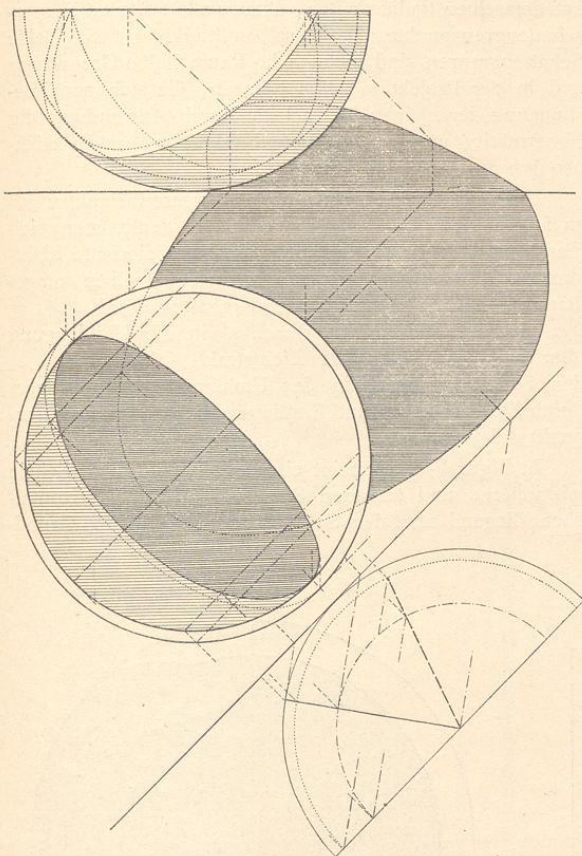
Ein zweites Hilfsmittel zur Körperschattenbestimmung auf schiefergerichteten Drehungsflächen mit Achse parallel zu einer Grundebene bietet die „Normalkugel“. S. Art. 97.

VIII. Schatten auf Kugelflächen.

Die Umklappung oder schräge Seitenansicht 65. als Hilfsmittel, elliptische Projektionen der Schnittkreise zu umgehen.

Bei Anwendung der in Art. 28 erklärten allgemeinen Lösung für die Beschattung gekrümmter Flächen auf die Kugelfläche, sei sie konvex oder konkav, werden die

Durchschnitte der vertikalen Lichtstrahlenebenen mit der Kugel kreisförmig; denn alle ebenen Durchschnitte der Kugel sind Kreise. Um nun das Konstruieren der Ellipsen zu umgehen, als welche diese Kreise in der Vertikalprojektion erscheinen würden, kann man die Lichtstrahlenebenen in die horizontale Grundebene umklappen und in dieser Umklappung, in welcher die Kreise sich als Kreise darstellen, die Schnittpunkte und Berührungspunkte der Lichtstrahlen aufsuchen. Dabei ist wie in Art. 38 zu beachten, dass die Neigung des Lichtstrahls



Figur 65 c.

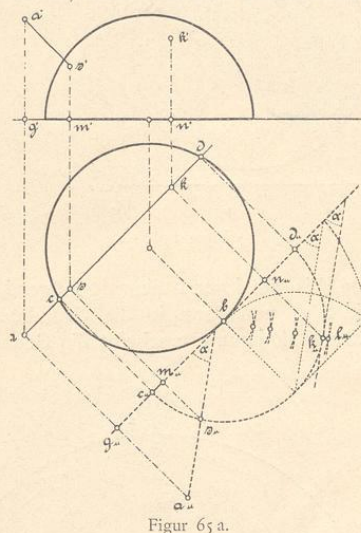
in seiner eigenen (umzuklappenden) vertikalen Ebene nicht 45° beträgt, sondern flacher ist, nämlich die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen vertikale Kathete gleich einem beliebigen Mass a und dessen horizontale Kathete gleich $a\sqrt{2}$, das heisst gleich der Diagonale eines Quadrats über der Seite a (der Winkel ist $\alpha = 35^\circ 15,9'$). Damit die umgeklappten Kreise nicht auf die Kugelprojektion fallen und die Figur verwirren, schiebt man sie vor dem Umklappen parallel in der Richtung des Umklappens fort, alle in dieselbe Ebene, so dass die Umklappung auch als eine vollständige schräge Seitenansicht aufgefasst werden kann.

Anstatt der vertikalen Lichtstrahlenebenen, welche die Schatten zuerst im Grundriss liefern, benützt man,

wenn man die Grundriss Schatten nicht braucht, besser die vertikalprojizierenden Ebenen der Lichtstrahlen; denn die Kugel ist ja auch eine Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur Vertikalebene. Die Durchschnitte dieser Ebenen mit der Kugel werden wieder Kreise und mit Einschluss der Lichtstrahlen wieder in die Vertikalebene umgeklappt. Der Winkel des Lichtstrahls mit der Umklappungsbasis oder Lichtstrahlenprojektion ist wieder derselbe wie bei Umklappung im Grundriss, nämlich $\alpha = 35^\circ 15,9'$.

Beispiel für die Umklappung in die Grundrissebene: Auf einer Halbkugel, deren Basis in der Horizontalebene liegt, ist der Schlagschatten eines äusseren Punktes zu suchen und die Körperschattengrenze zu bestimmen (Figur 65 a).

Man zieht durch den schattenwerfenden Punkt aa' einen Lichtstrahl; seine vertikale Ebene denkt man sich



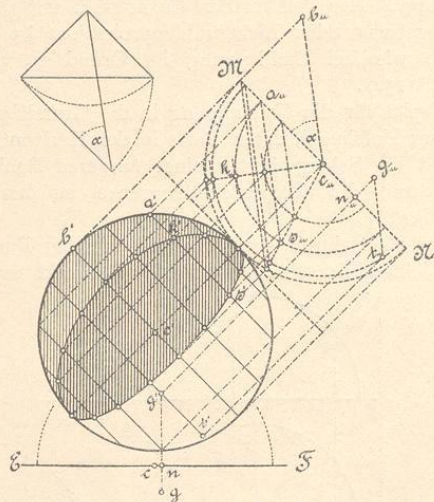
Figur 65 a.

bis b parallel verschoben und dann in die Horizontalebene umgeklappt. In der Umklappung rückt c nach c_u , d nach d_u , a nach a_u , indem $g_u a_u = g' a'$ gemacht wird. Der Schnitt mit der Kugel erscheint in der Umklappung als Halbkreis über $c_u d_u$, der Lichtstrahl als eine Linie durch a_u , die mit der Umklappungsbasis $g_u d_u$ den Winkel α einschliesst (seine Konstruktion ist aus der Figur ersichtlich). Der Schnittpunkt dieses umgeklappten Lichtstrahls mit dem Halbkreis ist der Schattenpunkt in der Umklappung s_u ; sein Zurückklappen in den Grundriss giebt dort den Schattenpunkt s ; das Hinaufloten von s in den Aufriss mit $m' s' = m_u s_u$ liefert den Schattenpunkt s' im Aufriss.

Ein zweiter Lichtstrahl, in der Umklappung als Tangente an den Halbkreis gezogen, ergibt in seinem Berührungspunkt k_u einen Körperschattengrenzpunkt in der Umklappung; er ist zurückzuklappen nach k und dieser Grundriss des Punktes hinaufzuloten in den Aufriss nach k' mit $n' k' = n_u k_u$. Durch weitere Schnittebenen parallel zu ad erhält man beliebig viele weitere Körperschattengrenzpunkte. In der Umklappungsfigur erscheint die Grenzlinie als ein Radius $b l_u$.

Beispiel für die Umklappung in die Vertikalebene. Eine Halbkugelfläche sei vertieft in der Vertikalebene; es ist ihre Selbstbeschattung zu bestimmen, und zwar nur im Aufriss (Figur 65 b).

Man denkt sich die vertikalprojizierende Ebene eines Lichtstrahls, der durch den Kugelmittelpunkt geht, parallel



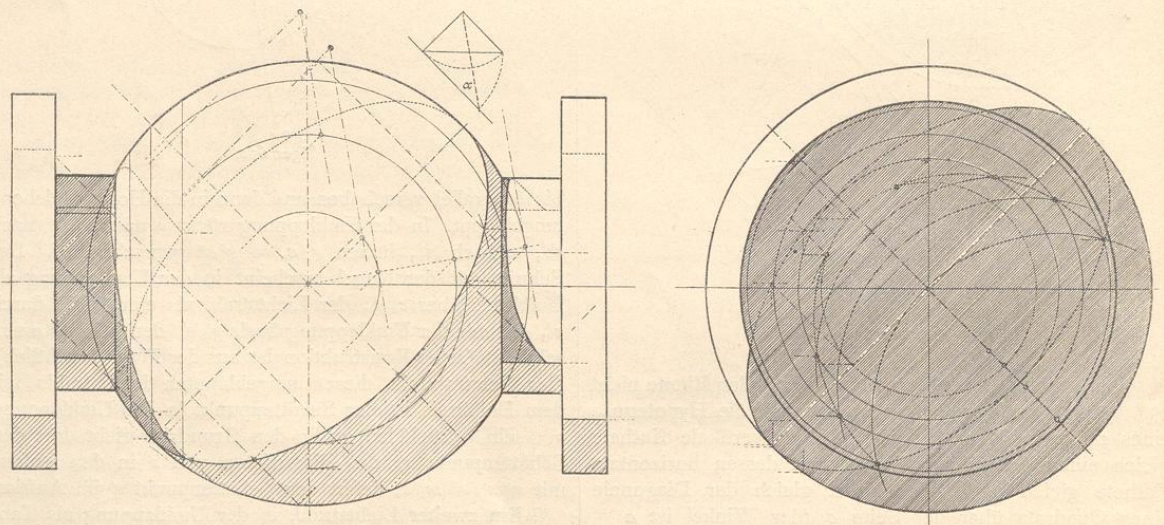
Figur 65 b.

fortgeschoben bis zu irgend einer genügend weit entfernten Linie MN und dann in die Grundebene umgeklappt. In der Umklappung erscheint die Schnittlinie der

Schnittlinie der Ebene mit der Kugel erscheint als konzentrischer Kreis um c_u der Lichtstrahl als eine Linie durch a_u parallel zu $b_u c_u$; er schneidet den Schnittkreis zum zweitenmal im Punkt s_u , welcher den Schlagschatten von a' in der Umklappung darstellt und zurückgeklappt den Aufrisschattenpunkt s' ergibt. Eine Tangente an den Schnittkreis parallel zu $b_u c_u$ liefert als berührender Lichtstrahl in der Umklappung den Körperschattengrenzpunkt k_u und dessen Zurückklappen den Aufrisspunkt k' . Alle weiteren Schlagschattenpunkte liegen in der Umklappung auf demselben Radius mit s_u , ebenso alle weiteren Körperschattengrenzpunkte auf demselben Radius mit k_u . Beide Schattengrenzen sind hienach im Raum halbe Grosskreise und in der Projektion halbe Ellipsen, die sich nach Bestimmung der kleinen Halbachsen durch Anwendung der Konstruktion auf den einzigen Randpunkt b' rasch zeichnen lassen.

Um den Schlagschatten eines äusseren Punktes gg' zu finden (EF ist der Querschnitt), denkt man sich diesen Punkt ebenfalls auf die vertikalprojizierende Lichtstrahlenebene MN projiziert und mit derselben umgeklappt. Die Umklappung g_u wird erhalten durch $n_u g_u = n g$. Ist der Parallelkreis durch g' in die Umklappung übertragen, so liefert der Lichtstrahl $g_u t_u$ parallel $b_u c_u$ den Schattenpunkt t_u in der Umklappung, und dieser durch Zurückklappen und Zurückprojizieren den Schattenpunkt t' im Aufriss.

In Figur 65 c erscheint eine halbkugelförmige Schale mit inneren und äusseren Schatten auf der Horizontalebene liegend samt dem Schlagschatten auf beiden Grund-



Figur 65 d.

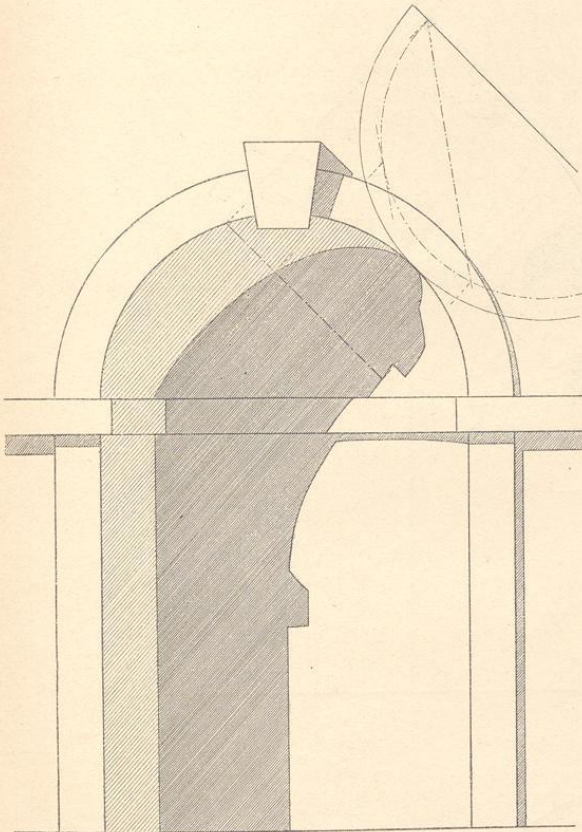
Ebene mit der Kugel als Halbkreis und der Lichtstrahl $b_u c_u$ unter dem Winkel α gegen MN geneigt.

Durch einen beliebigen Randpunkt a' zieht man einen Lichtstrahl und klappt dessen ebenfalls verschoben gedachte vertikalprojizierende Ebene um MN um. Die

ebenen. Alle Konstruktionsmittel sind durch das Vorangehende erklärt.

In Figur 65 d beschattet ein aussenliegender, in der Seitenprojektion gegebener Kreis die Kugelfläche, und deren Körperschattengrenze erzeugt eine Schlagschatten-

grenze auf einer Cylinderfläche. Die vertikalprojizierenden Lichtstrahlenschnittebenen sind auf die ihnen parallele Grosskreisebene projiziert und mit dieser umgeklappt; nur die Uebertragung der schattenwerfenden Kreispunkte in die Umklappung erfordert einige Bemühung des räumlichen Anschauungsvermögens. In die Seitenprojektion lassen sich die Schattenpunkte mit Hilfe von Parallelkreisen übertragen, deren Ebenen normal zur Längsachse des Körpers stehen; zeichnet man auch die benützten Lichtstrahlen in der Seitenprojektion, so erhält man Proben. Eine zweite Konstruktion der Schlagschatten-



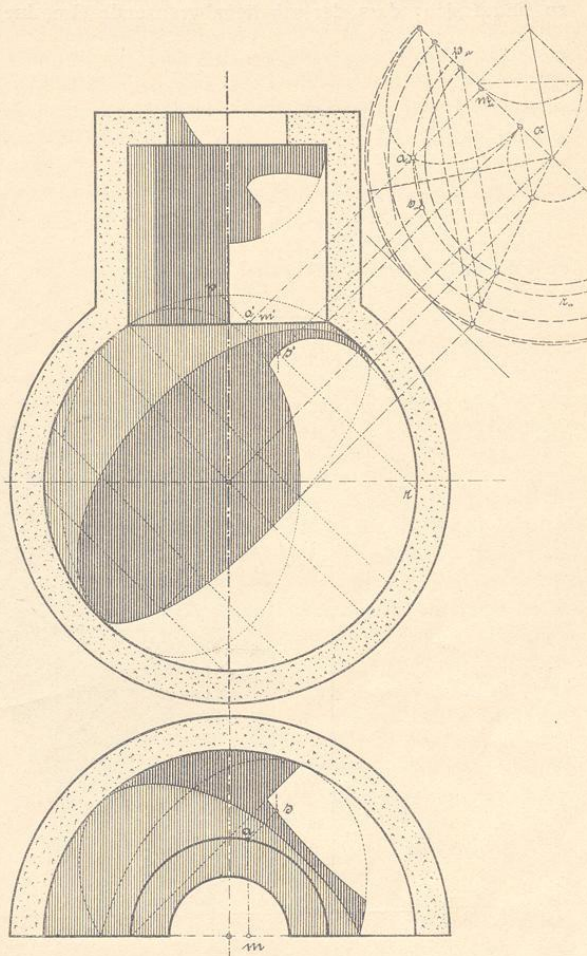
Figur 65 e.

grenze, bei welcher die Schattenpunkte zuerst in der Seitenprojektion auftreten, ist in Art. 67 erwähnt; die Hilfslinien dafür sind ebenfalls gezeichnet.

Die Figuren 65 e, 65 f, 65 g bieten die Beschattung der Hohlkugelfläche teils durch ihre eigenen Ränder, teils durch aussenliegende Körperschattengrenzen, und zwar immer in Verbindung mit leicht erhältlichen Schatten auf vertikalen Cylinderflächen. In den zwei letzten Beispielen ist die Uebertragung der schattenwerfenden Punkte der oberen horizontalen Randhalbkreise in die Umklappung hervorzuheben. Randpunkt a' in Figur 65 f liesse sich zwar durch Zeichnen des ohnehin notwendigen Schnittkreises $p r$ in der Umklappung $p_u r_u$ und durch die zu-

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

gehörige Projektionslinie nach a_u übertragen; zur Vermeidung schiefwinkliger Durchschnitte wird aber besser der Punkt a_u durch $m_u a_u = m a$ im Grundriss erhalten.



Figur 65 f.

In Figur 65 g ist zum Zweck der Beschaffung der Masse $m a$ der obere Randhalbkreis in die Vertikalebene umgeklappt.

Körperschattengrenzen auf der Vollkugel und 66. Hohlkugel.

Zu einem einfacheren Verfahren im Aufzeichnen der Körperschattengrenzen auf der Vollkugel oder Hohlkugel führt folgende Ueberlegung: Indem der berührende Lichtstrahl an der Kugel gleitet, beschreibt er eine Cylinderfläche mit kreisförmigem Querschnitt, welche die Kugel nach einem Grosskreis berührt, dessen Ebene senkrecht zur Lichtrichtung steht. Projiziert man die Kugel und diesen Grosskreis auf eine durch den Lichtstrahl gelegte vertikale Ebene, so erscheint der Grosskreis als Durchmesser des Kugelbildes senkrecht zum Lichtstrahl und