



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 70. Schraubenflächen, Wendelflächen. Die Schrauben und die
schraubenförmig verdrehten Stabformen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Das allgemeine Verfahren ist durch Einzeichnen der mit einer vertikalen Lichtstrahlenebene erhaltenen Schnittkurve angedeutet.

70. Schraubenflächen, Wendelflächen. Die Schrauben und die schraubenförmig verdrehten Stabformen.

Eine Schraubenfläche im weitesten Sinne entsteht, wenn eine Gerade auf einer Schraubenlinie derart fortschreitet, dass sie ihre Richtung gegenüber der Schraubenlinie nicht ändert, das heisst, dass sie einen Kreiscylinder, der die Achse mit der Schraubenlinie gemeinschaftlich hat, fortwährend berührt und mit den Mantellinien dieses Cylinders immer denselben Winkel einschliesst. Auch die Berührung dieses Cylinders findet nach einer Schraubenlinie statt, und zwar hat diese dieselbe Ganghöhe wie die als Leitlinie dienende.

Ein erster besonderer Fall ist geboten, wenn die bewegliche Gerade die Tangente der Schraubenlinie bildet; die Fläche heisst dann eine „entwickelbare“ Schraubenfläche. Ein zweiter, bei den scharfgängigen Schrauben verwirklichter Fall ist der, dass die erzeugende Gerade die Achse der Schraubenlinie schneidet (wobei der oben genannte Cylinder den Durchmesser Null angenommen hat), und der Winkel zwischen beiden Geraden wieder unveränderlich ist. Wird der Winkel zwischen der Achse und der Erzeugenden ein rechter (gleichviel ob sie sich schneiden oder nicht), so heisst die gebildete Fläche eine Wendelfläche. Unterflächen von Wendeltreppen und die Gewindeflächen flachgängiger Schrauben sind Wendelflächen.

Die Anwendung der allgemeinen Lösung für gekrümmte Flächen auf die Schraubenflächen aller Art gestaltet sich ganz wie in Art. 27 für „Regelflächen“ überhaupt beschrieben (Figur 70a). Man zeichnet eine genügende Zahl von Mantellinien in Grundriss und Aufriss, indem man den Umfang des Grundrisskreises und die Ganghöhe der Schraubenlinie je in 8 oder 12 oder 16 gleiche Teile teilt und Gebrauch macht von der Thatsache, dass bei einem Fortschreiten der Erzeugenden im Grundriss von einem Teilpunkt zum andern ihre beiden Endpunkte um denselben Bruchteil der Ganghöhe höher rücken. Die Schnittkurve einer jeden vertikalstehenden Lichtstrahlenebene mit der Fläche ergibt sich nun daraus, dass man die Schnittpunkte dieser Ebene mit den verschiedenen Mantellinien, die im Grundriss vorhanden sind, sobald die Lichtstrahlprojektion gezogen ist, hinaufletet in die Aufrisse der Mantellinie und die erhaltenen Punkte verbindet. Im übrigen gelangt die allgemeine Lösung aus Art. 27 ohne weitere Hilfsmittel zur Verwertung; für den unteren Teil der Fläche sind die Schnittkurven eingezeichnet.

Dieses allgemeine Verfahren liefert zwar die Schlagschattengrenzen rasch und genügend scharf, leidet aber in Beziehung auf die Körperschatten an dem Mangel, dass die Berührungspunkte der Tangenten innerhalb weiter Grenzen unsicher sind. Eine genauere Bestimmung ist möglich nach Art. 105; die dort genannte Lichtstufenlinie ± 4 , die mit dem Werkzeug der Beleuchtungskunde,

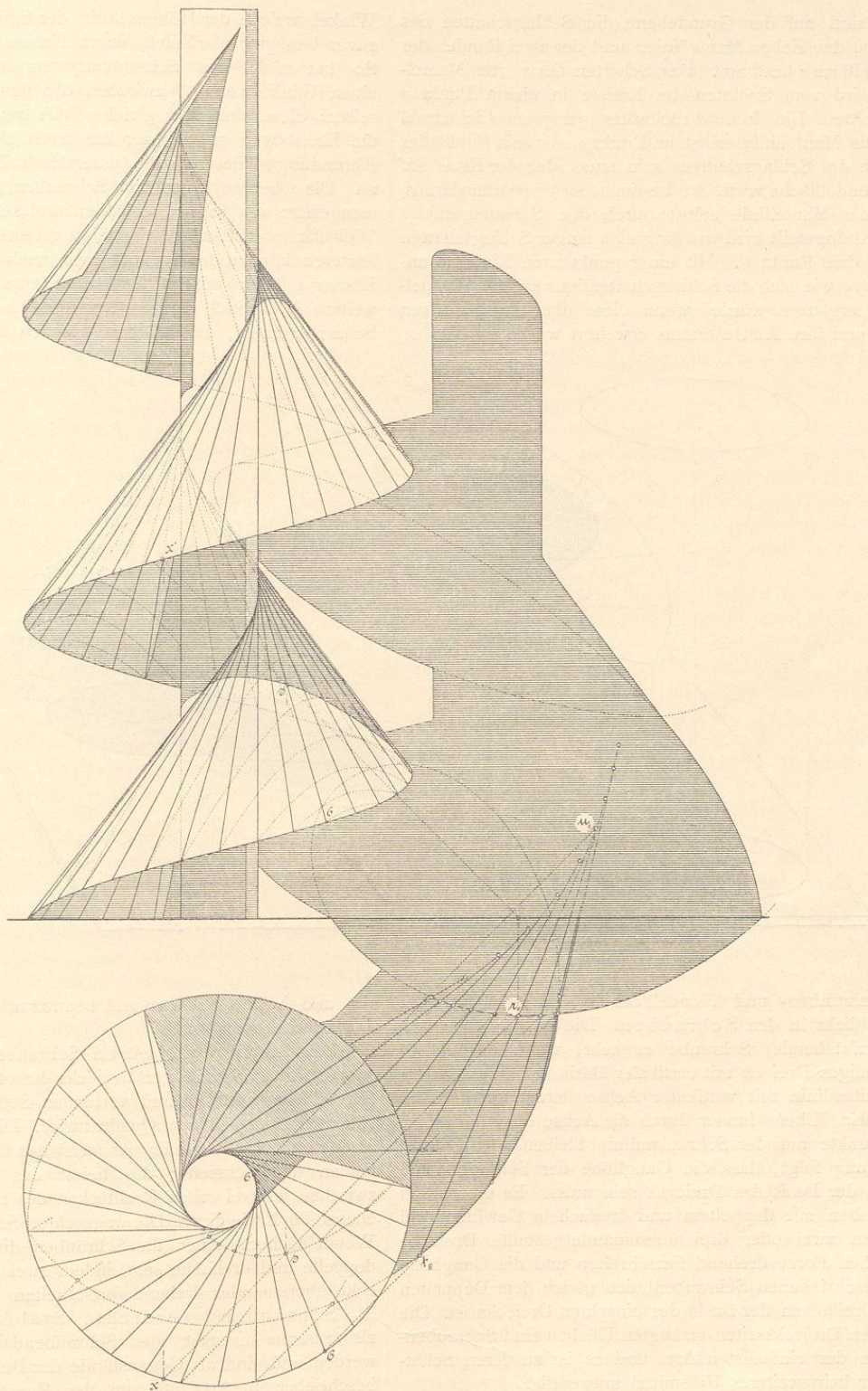
der „Normalkugel“ erhalten wird, ist nichts anderes als die Körperschattengrenze der Fläche.

Eine weitere Konstruktion für die Schlagschattengrenzen, ebenfalls in Figur 70a zur Anschauung gebracht, ist die folgende. Man sucht auf einer beliebigen Horizontalebene (hier der Grundebene) die Schlagschatten einer Anzahl von Mantellinien, ferner den Schlagschatten derjenigen Linie, deren Schlagschatten auf der Schraubenfläche zu suchen ist, sei nun diese Linie eine Randlinie der Fläche selbst, wie bei der Selbstbeschattung in Figur 70a, oder sei sie die Selbstschattengrenze eines anderen Körpers. Wo der Schlagschatten t_{6u6} einer Mantellinie o geschnitten wird vom Schlagschatten dieser Grenzlinie (das heisst des nächstoberen Flächenrandes), da ist der gemeinschaftliche Schlagschatten r_6 derjenigen zwei Punkte s und x beider Linien, die einander in Schatten setzen. Dieser Schlagschattenpunkt liegt auf demselben Lichtstrahl mit den zwei Punkten, so dass ein durch ihn rückwärts bis zur Mantellinie gezogener Lichtstrahl zum Schlagschattenpunkt ss' auf der Fläche führt. Selbstverständlich ist der erhaltene Punkt nur dann ein wirklicher Schattengrenzpunkt, wenn die Mantellinie nicht selbst im Körperschatten ist; denn andernfalls kann sie keinen Schatten aufnehmen. Man erhält auf diesem Weg die Schlagschattengrenze rasch und genügend scharf.

Auch zur Bestimmung der Körperschattengrenze kann dieses Verfahren dienen, wenigstens der Theorie nach. Man sucht auf derselben Horizontalebene die Schlagschatten einiger Mantellinien aus demjenigen Teil der Fläche, auf welchem die Schattengrenze zu vermuten ist, zeichnet die Umhüllungskurve dieser Schlagschattenlinien und bestimmt möglichst scharf den Berührungspunkt zwischen der Kurve und jeder Mantellinie. Der durch einen solchen Berührungspunkt rückwärts gezogene Lichtstrahl führt zu dem Körperschattengrenzpunkt auf der zugehörigen Mantellinie. Wo der Durchschnitt unsicher wird, da ist zu beachten, dass die Mantellinie selbst durch den Körperschattenpunkt im gleichen Verhältnis eingeteilt wird wie die Schlagschattenlinie durch den Berührungspunkt. An die Stelle der horizontalen Ebene kann bei diesem Verfahren auch die vertikale Grundebene oder eine dazu parallele Ebene treten. Leider stösst es bei der praktischen Ausführung gewöhnlich auf unüberwindliche Hindernisse, indem es um so schwieriger ist, die Berührungspunkte auf den Schatten der Erzeugenden zu bestimmen, je mehr sich die Schraubenfläche einer entwickelbaren nähert.

Wenn die erzeugende Gerade der Schraubenfläche horizontal wird, so entsteht die Wendelfläche. Die Bestimmung der Schattengrenzen bleibt dabei völlig unverändert.

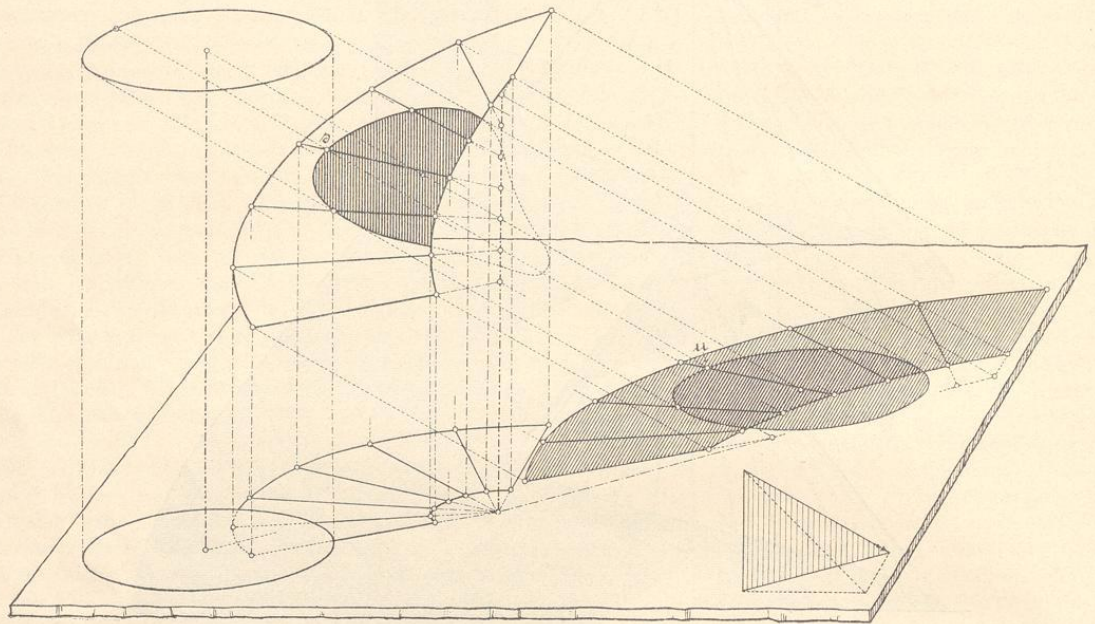
In Figur 70b ist der zweite für die Schraubenfläche beschriebene Weg der Schlagschattenbestimmung in seiner Anwendung auf eine Wendelfläche perspektivisch zur Anschauung gebracht. Auf der horizontalen Grundebene ist links der Grundriss eines schattenwerfenden horizontalen Kreises und einer beschatteten Wendelfläche mit sieben Mantellinien perspektivisch gezeichnet, darüber die beiden Raumgebilde selbst. Auf dem gewöhnlichen



Figur 70 a.

Weg sind auf der Grundebene die Schlagschatten des Kreises, der sieben Mantellinien und der zwei Ränder der Wendelfläche bestimmt. Der Schatten der vierten Mantellinie wird vom Schatten des Kreises in einem Punkt u geschnitten. Ein durch u rückwärts gezogener Lichtstrahl trifft die Mantellinie selbst im Punkt s , der ein Punkt der Grenze des Schlagschattens sein muss, den der Kreis auf die Wendelfläche wirft. Er bestimmt sich schärfer daraus, dass die Mantellinie selbst durch den Schattenpunkt s ebenso eingeteilt wird wie ihr gleich langer Schlagschatten durch den Punkt u . Mit einer punktierten Linie ist angegeben, wie sich die Schlagschattenfigur auf der Wendelfläche ergänzen würde, wenn diese über ihren inneren Rand und ihre Achse hinaus erweitert würde.

Winkel, welche der Höhenschnitt der Schraube nach dem zuvor Gesagten darbietet, durch Kreisbögen abgerundet. So hat z. B. das Schraubensystem nach Whitworth einen Winkel von 55° zwischen den geneigten Dreiecksseiten; diese sind in 6 gleiche Teile geteilt gedacht und die Kreisbögen sowohl der konkaven als der konvexen Abrundung schliessen je am äussersten Teilpunkt berührend an. Die Oberflächen solcher Schrauben sind also zusammengesetzt aus Schraubenflächen und schraubenförmigen Wulstflächen mit kreisförmigem Vertikalschnitt. Diese letzteren können beim Schattieren nach der allgemeinen Lösung mit Vertikalschnitten parallel zum Lichtstrahl ohne weitere Hilfsmittel einbezogen werden, indem man die Schraubenlinien, die auf diese Flächen fallen, in Grund-



Figur 70b.

Schrauben- und Wendelflächen sind am häufigsten verwirklicht in den Schrauben. Die scharfgängige (vertikalstehende) Schraube entsteht, wenn ein gleichschenkliges Dreieck mit vertikaler Basis auf einer flachen Schraubenlinie mit vertikaler Achse derart fortschreitet, dass seine Ebene immer durch die Achse geht und seine Fusspunkte auf der Schraubenlinie bleiben. Aus dieser Erklärung folgt, dass die Ganghöhe der Schraubenlinie gleich der Basis des Dreiecks sein muss. Es giebt auch Schrauben mit doppeltem und dreifachem Gewinde, bei welchen zwei oder drei übereinandergestellte Dreiecke derselben Form drehend fortschreiten und die Ganghöhe der beschriebenen Schraubenlinien gleich dem Doppelten oder Dreifachen der Basis des einzelnen Dreiecks ist. Die von den Dreiecksseiten erzeugten Flächen sind Schraubenflächen der einfachsten Art, und es ist zu deren Schattierung kein weiteres Hilfsmittel notwendig.

In der Ausführung sind die ein- und ausspringenden

riss und Aufriss zeichnet und benutzt wie diejenigen auf den Schraubenflächen.

Bei den flachgängigen Schrauben erscheint anstatt des gleichschenkligen Dreiecks der vorigen ein Rechteck mit horizontalen und vertikalen Seiten, das bei bestimmten Systemen zum Quadrat wird. Die Ganghöhe der erzeugten Schraubenlinien ist meist das Doppelte der vertikalen Rechtecksseite; das heisst das hohle Rechteck zwischen je zwei vollen Rechtecken des Höhenschnitts ist ebenso hoch wie diese. Die wagrechten Seiten beschreiben Wendelflächen. Auch die Schrauben dieser Art können doppelte und dreifache sein, indem zwei oder drei Rechtecke übereinander drehend fortschreiten.

Schraubend verdrehte Stabformen können als zusammengesetzt aus Schraubenflächen aufgefasst werden und sind als Gegenstände der Beleuchtungskunde beschrieben in Art. 106; um den Zusammenhang nicht aufzuheben, ist dort auch die Konstruktion der Schlag-

schattengrenzen erklärt, die sich übrigens ganz in derselben Weise finden lassen wie bei den Schraubenflächen. Die Körperschattengrenze ergibt sich als Lichtstufenlinie ± 4 oder auch ohne die Hilfsmittel der Beleuchtungskunde auf eigenen Wegen, die ebenfalls in Art. 106 gezeigt sind.

Verwandt mit den Schraubenflächen, weil auffassbar als aus solchen zusammengesetzt, ist ferner das ringförmig-steigende Tonnengewölbe. Es ist als Gegenstand der Beleuchtungskunde ebenfalls behandelt in Art. 106 und in den Figuren 106c und d. Ein Halbkreis mit vertikaler Achse (oder Segmentbogen oder Spitzbogen oder eine andere Mauerbogenlinie) rückt derart fort, dass sein Scheitelpunkt immer auf einer vertikalstehenden Schraubenlinie bleibt und seine Ebene immer durch die Achse dieser Schraubenlinie geht. Jede Tangente an dem beweglichen Bogen beschreibt eine Schraubenfläche. Das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen ist hier das nächstliegende, weil Schlagschatten auftreten. Zu seiner Durchführung ist eine genügende Zahl der von den Kreispunkten beschriebenen Schraubenlinien in Grundriss und Aufriss zu zeichnen. Für jeden im Grundriss gezogenen Lichtstrahl sind die Schnittpunkte mit den Grundrisskreisen in die Aufrisse der Schraubenlinien hinaufzuloten (und bei schiefwinkligem Durchschnitt mit Hilfe der Proportionalität der Höhen und Centriwinkel schärfer zu bestimmen). Hiedurch wird im Aufriss die Schnittlinie der vertikalstehenden Lichtstrahlenebene mit der Leibungsfläche erhalten, die mit den übrigen in bekannter Weise zu benutzen ist.

71. Die schraubenförmige Röhre oder Wulstfläche und andere Röhrenflächen mit kreisförmigem Querschnitt.

Unter einer „Röhrenfläche“ versteht man zwar gewöhnlich die Fläche, welche ein unveränderlicher Kreis bei normalgerichtetem Fortschreiten auf irgend einer Linie erzeugt; hier sollen jedoch, um eine kurze Bezeichnung für eine in der Technik nicht selten vorkommende Art von Flächen zu haben, als Röhrenflächen im weitesten Sinn bezeichnet werden alle Flächen, welche eine beliebige unveränderliche oder geometrisch ähnlich bleibende gekrümmte oder zusammengesetzte ebene Linie erzeugt, indem ein Punkt ihrer Ebene auf einer Leitlinie fortschreitet und ihre Ebene immer normal zu dieser Linie bleibt. (Man kann ja die bewegliche Linie immer zur geschlossenen Figur ergänzen, so dass in der That eine „Röhre“ erzeugt wird.) Zur Begriffserklärung der Fläche gehört noch, dass sich die bewegliche Linie gegenüber der Leitlinie auch nicht in ihrer eigenen Ebene verdrehen darf; das heisst, es muss bei einer ebengekrümmten Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in der Ebene der Leitlinie bleiben, und bei einer gewundenen Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in die „Schmiegungebene“ der Leitlinie fallen; mit andern Worten, die bewegliche Linie muss immer dieselbe Lage gegenüber der „Hauptnormalen“ der Leitlinie beibehalten. („Schmiegungebene“ in einem bestimmten Punkt einer gewundenen Kurve heisst diejenige Ebene, welche

durch die beiden an den Punkt anstossenden, geradlinig gedachten Elemente der Kurve gelegt ist. Verbindet man den Punkt geradlinig mit einem vor ihm liegenden und einem nachfolgenden Punkt, so bilden die beiden Verbindungslinien eine bestimmte Ebene. Nähern sich die beiden Punkte dem gegebenen, so schmiegt sich die Ebene der Kurve immer mehr an; fallen sie endlich mit dem gegebenen zusammen, so ist die Ebene zur „Schmiegungebene“ geworden. Die Tangente liegt in der Schmiegungeebene. — „Hauptnormale“ für einen bestimmten Punkt einer gewundenen Kurve heisst die Schnittlinie der Schmiegungeebene mit der Normalebene oder zur Tangente senkrecht stehenden Ebene; diese Linie steht also senkrecht zur Tangente.)

Im vorliegenden Artikel sind die Röhrenflächen im engeren Sinn, das heisst diejenigen mit kreisförmigem unveränderlichem Normalschnitt behandelt. Sie können auch als Umhüllungsflächen aller Lagen einer unveränderlichen Kugel aufgefasst werden, deren Mittelpunkt auf der als Leitlinie gegebenen Kurve fortschreitet; jede solche Kurve berührt die Röhrenfläche nach einem Normalschnittkreis, und wo die Körperschattengrenzpunkte auf diesem als auf einem Bestandteil der Kugel liegen, da liegen sie auch für die Röhrenfläche.

Das interessanteste Beispiel einer solchen Fläche ist die schraubenförmige Röhre, die auch zuweilen der schraubenförmige Wulst genannt wird. Sie wird erzeugt durch einen unveränderlichen Kreis, dessen Mittelpunkt auf einer Schraubenlinie fortschreitet und dessen Ebene immer normal zur Schraubenlinie gerichtet ist. Jeder Punkt dieses Kreises beschreibt eine Schraubenlinie auf der Fläche; alle diese Schraubenlinien haben dieselbe Achse und Ganghöhe wie die gegebene, aber ihre Steigungen sind verschieden. Die Fläche lässt sich nach dem Voranstehenden auch erklären als Umhüllungsfläche einer Kugel, deren Mittelpunkt auf einer Schraubenlinie fortschreitet. Jede Lage der Kugel berührt die Fläche längs eines Grosskreises, dessen Ebene normal zur Schraubenlinie steht und der mit dem vorgenannten beweglichen Kreis identisch ist.

Zur Bestimmung der Schattengrenzen, wofür die Achse vertikal gedacht sein mag, steht zunächst das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen zur Verfügung, und zwar gestaltet es sich wie folgt:

Man zeichnet im Grundriss eine genügende Zahl der zuvor genannten konzentrischen Schraubenlinien, indem man den beweglichen Kreis in 6, 8 oder 12 gleiche Teile teilt und die einander entsprechenden Teilpunkte der verschiedenen Lagen verbindet. Dabei ist zu beachten, dass die elliptischen Grundrisse aller Lagen des beweglichen Kreises kongruent und mit der grossen Achse gegen den Mittelpunkt gerichtet sind. Das Achsenverhältnis dieser Ellipsen ergibt sich, indem man (Figuren 71a und 71b) eine Lage des beweglichen Kreises so annimmt, dass er sich im Aufriss als gerade Linie $a'b'$ projiziert, das heisst an einem Punkt, in welchem die schraubenlinienförmige Röhrenachse eine Tangente parallel zur Vertikalebene hat. Ist aus diesem Aufriss die erste Grundrissellipse abgeleitet, so legt man durch deren Punkte konzentrische Kreise; diese stellen die Grundrisse jener Schraubenlinien dar.