



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 72. Röhrenflächen mit beliebigem, aber unveränderlichem
Normalschnitt

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

gente steht. Die Schnittpunkte dieses Kreises mit dem Körperschattenkreis der Kugel sind die Schattenpunkte kk' und ll' für den Normalschnitt der Röhre im Punkt pp' .

Der gesuchte Kreis projiziert sich in zwei Ellipsen, deren grosse Achsen senkrecht zu den Tangentenprojektionen stehen. Die kleine Achse im Grundriss ergibt sich aus der Umklappung der horizontalprojizierenden Ebene der Tangente in die Horizontalebene. In dieser Umklappung ist der Schnittkreis eine Gerade senkrecht zur umgeklappten Tangente; das Zurückklappen der Endpunkte dieser Geraden giebt die kleine Achse im Grundriss. Die Durchführung derselben Konstruktion im Aufriss liefert die kleine Achse der Aufrissellipse.

Das umständliche Konstruieren der beiden Ellipsen des Normalschnittkreises lässt sich nun aber ersparen und zwar dadurch, dass man die Schnittlinie $klk'l'$ der Ebenen beider Kreise unmittelbar aufsucht. Die Spuren einer Ebene, die senkrecht zu einer Geraden steht, sind senkrecht zu den Projektionen der Geraden gerichtet, also die Spuren der Ebene der Kugelschattengrenze senkrecht zu den Lichtstrahlprojektionen und die Spuren der Ebene des Normalschnittkreises senkrecht zu den Projektionen der Tangente. Sind also in Figur 71 $e om'$ und on senkrecht zu den Lichtstrahlprojektionen die Spuren der ersten Ebene, ferner $e d'$ senkrecht zu $a' b'$ und $e f$ senkrecht zu $a b$ die Spuren der zweiten, so geben die Projektionen der Schnittlinie beider Ebenen gh und $g' h'$ die Richtungen kl und $k' l'$, in welchen im Grundriss und Aufriss der Berührungskugel die Durchmesser durch den Mittelpunkt pp' zu ziehen sind, um als Schnitte mit den Schattenkreisprojektionen der Kugel die Punkte kk' und ll' zu liefern.

Zu grösserer Sicherheit in der Bestimmung der Tangentenprojektionen für einen ausgewählten Punkt einer doppelt gekrümmten Leitlinie kann man oft Gebrauch machen von der Thatsache, dass eine Tangente einer ebenen Kurve beim Aufwickeln der Kurvenebene auf einem vertikalen Cylinder ihre Horizontalneigung nicht ändert.

Die zuvor beschriebene Konstruktion der Körperschattengrenze einer Röhrenfläche mit kreisförmigem Normalschnitt vereinfacht sich wesentlich, wenn die Röhrenachse eine ebene Kurve parallel zu einer Grundebene wird, weil dann in der Projektion auf diese Grundebene alle Normalschnitte geradlinig werden. Die Körperschattengrenze ergibt sich in diesem Fall ohne Benützung eines Grundplans, indem der Aufriss der Umhüllungskugel samt ihrer Körperschattengrenze einmal gezeichnet und mit Durchmessern parallel zu den ausgewählten Normalschnitten versehen wird. Jede Normalschnittlinie im Aufriss der Fläche ist dann ebenso einzuteilen, wie der ihr parallele Durchmesser durch die Schattengrenzlinie der Kugel eingeteilt ist. (Vergl. Art. 58; die dort gezeichnete Figur kann auch für den vorliegenden Fall als Beispiel gelten.)

Für Schlagschatten auf solchen Flächen (mit ebengekrümmter oder doppeltgekrümmter Achse) wird kaum eine andere als die allgemeine Lösung für gekrümmte Flächen zu finden sein. Sie erfordert das Zeichnen von Linien, die von auszuwählenden Punkten des fortücken-

den Kreises beschrieben werden, in Grundriss und Aufriss, und es sind diese Linien ganz in derselben Weise zu benützen, wie die Schraubenlinien bei der schraubenförmigen Röhre. Sehr häufig wird jedoch dieses umständliche Verfahren dadurch umgangen werden können, dass mässig lange Stücke zwischen zwei Normalschnitten als Kreiscylinder betrachtet und mit Schattengrenzen beider Art bedacht werden. Dies ist zwar nur eine Annäherung und um so weniger streng richtig, je stärker die Krümmung der Röhrenachse; aber es wird in den meisten Fällen der praktischen Schattenkonstruktion genügen.

Röhrenflächen mit beliebigem, aber unveränderlichem Normalschnitt. 72.

Der einfachste Fall einer solchen ist die Cylinderfläche mit beliebigem Normalschnitt; Kreislinien des Fortschreitens ergeben Drehungsflächen. Beispiele für das Fortschreiten auf anderen ebengekrümmten Linien sind die Rundstäbe, Hohlkehlen, Karniese und Wellen der Gesimse mit elliptisch oder wellenförmig geschweiften Kanten, wie sie etwa der Barockstil anwendet, oder die Horizontalgesimse auf ebenso im Grundriss geschweiften Wandflächen. Doppelt gekrümmte Linien des Fortschreitens bieten die zuvor genannten geschweiften Gesimse, wenn sie auf cylindrischer Wandfläche auftreten.

Jeder Normalschnitt einer solchen Fläche lässt sich als eine niedrige Zone eines Cylinders vom selben Normalschnitt auffassen, dessen Mantellinien parallel sind der Tangente an der Kurve des Fortschreitens in dem Punkte des Normalschnitts.

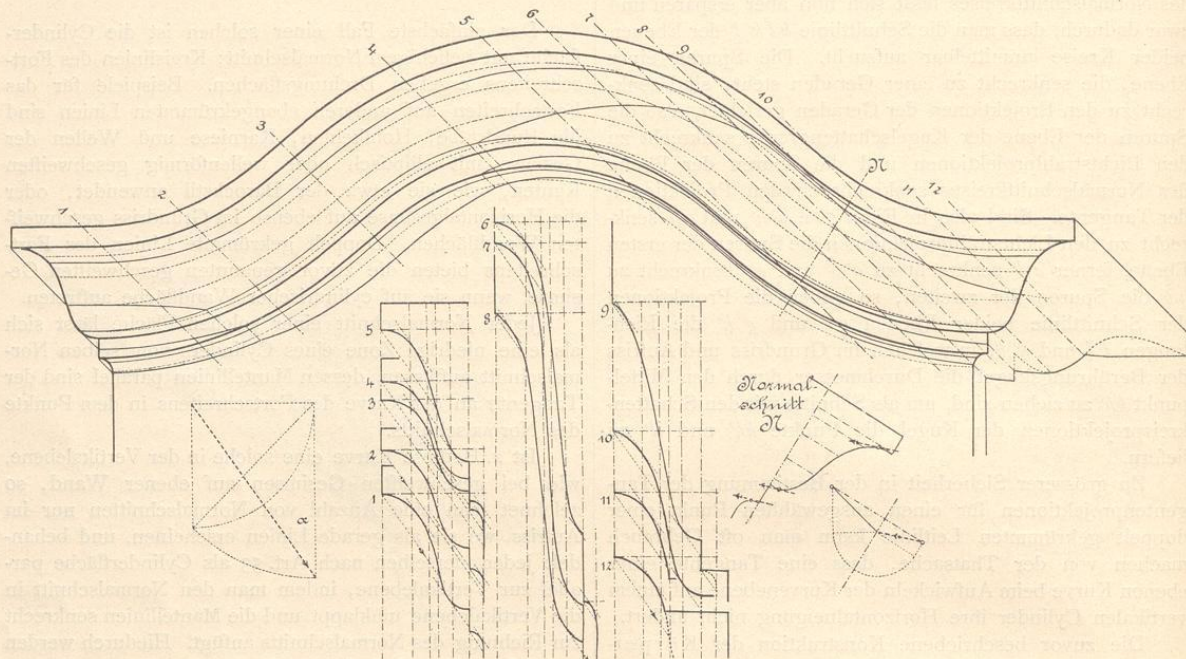
Ist z. B. diese Kurve eine solche in der Vertikalebene, wie bei geschweiften Gesimsen auf ebener Wand, so zeichnet man eine Anzahl von Normalschnitten nur im Aufriss, wo sie als gerade Linien erscheinen, und behandelt jeden derselben nach Art. 53 als Cylinderfläche parallel zur Vertikalebene, indem man den Normalschnitt in die Vertikalebene umklappt und die Mantellinien senkrecht zur Richtung des Normalschnitts anfügt. Hiedurch werden auf jedem Normalschnitt die Punkte der Körperschattengrenze erhalten. Schlagschatten einer Selbstbeschattung können zunächst nach dem allgemeinen Verfahren erhalten werden, indem man die äquidistanten Kurven zeichnet, die bestimmte Punkte der Normalschnittkurve bei deren Bewegung beschreiben; als Schnittebenen wird man dabei im allgemeinen besser die vertikalprojizierenden als die vertikalen wählen, und oft ohne Grundriss mit Hilfe der leicht erhältlichen Umklappungen der Schnittlinien in die Vertikalebene arbeiten, indem man in einer besonderen Figur alle Schnittlinien als Profile verschiedener Höhe, aber gleicher Ausladung aufeinanderlegt und die veränderte Richtung des Lichtstrahls für die Umklappung mit dem Winkel α berücksichtigt. Wenn man aber einmal solche Schnitte der Schlagschatten wegen einzuführen hat, so benützt man sie zweckmässig auch für die Körperschattengrenze, und es entfällt dann deren zuerst beschriebene Bestimmung.

Figur 72a bietet ein durchgeführtes Beispiel. Unter der Hauptfigur sind die Schnittkurven der vertikalprojizierenden

zierenden Ebenen 1 bis 12 herausgetragen; links unten ist die Richtung des Lichtstrahls für die Ebenen dieser Schnittkurven bestimmt und diesen letzten sind sowohl die berührenden als die schlagschattengebenden Lichtstrahlen beigelegt. Rechts unten erscheint die zuerst beschriebene Bestimmung der Körperschattenpunkte für den Normalschnitt N mit Verwertung von Art. 53.

Wenn die Schlagschattengrenze auf der Fläche von einem Flächenrand erzeugt wird, wie in Figur 72 a, so giebt es noch ein zweites Verfahren zu ihrer Bestimmung, verwandt mit demjenigen aus Art. 61 für Drehungsflächen. Man sucht den Schlagschatten des Flächenrandes auf einer Schnittebene, die zur Vertikalebene parallel steht; die Schattenlinie wird kongruent der Randlinie und nur in der

der in dem Rahmengesims um einen Steinbogen in kreis-cylindrischer Mauer auftritt, wobei die ursprünglich in einer Vertikalebene liegende kreisbogenförmige Unterkante des Bogengesimses samt ihrer Vertikalebene und dem Gesims darauf auf der cylindrischen Wand aufgewickelt zu denken ist. Jede gerade Linie als Basis eines Normalschnittprofils in dem auf der Vertikalebene stehenden Gesims verwandelt sich bei diesem Aufwickeln in eine Schraubenlinie, und die horizontalen, zur Vertikalebene senkrechten Abscissen der Normalschnittprofilinie in deren eigener Ebene bilden nach dem Aufwickeln, indem sie sich normal zur Cylinderfläche stellen, eine Wendelfläche, so dass auch die ursprünglich ebene Normalschnittprofilinie eine doppelt-gekrümmte Kurve, und zwar eine solche in einer Wendel-



Figur 72 a.

Richtung des Lichtstrahls verschoben. Die Schnittlinie der Ebene mit der Fläche ist eine der oben genannten äquidistanten Kurven und leicht erhältlich. Wo sie geschnitten wird von jener Schlagschattenlinie, da ist ein Schlagschattengrenzpunkt auf der Fläche.

Uebrigens wird es auch hier für manche Fälle der praktischen Schattenkonstruktion genügen, wenn mässig lange Stücke der Fläche zwischen zwei Normalschnitten als Cylinderflächen betrachtet und sowohl in Beziehung auf die Schlagschattengrenze einer Selbstbeschattung als auf die Körperschattengrenzen als solche behandelt werden. Die gebrochenen Linien, die bei diesem Näherungsverfahren für die Schattengrenzen entstehen, sind leicht durch stetige zu ersetzen.

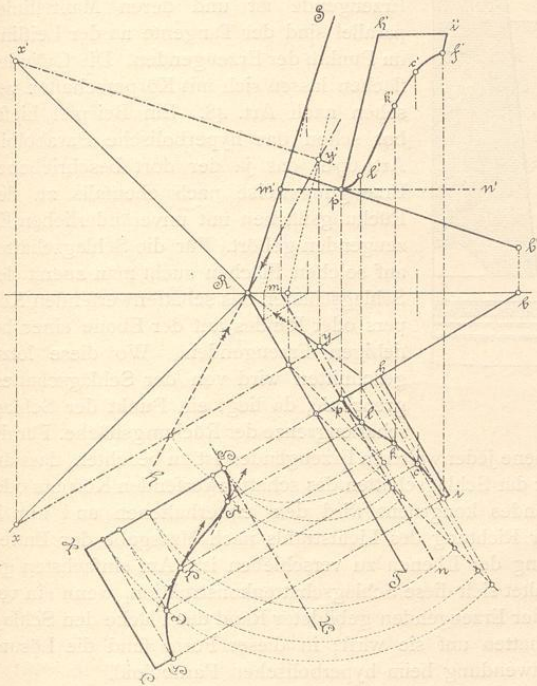
Schwieriger, aber auch theoretisch interessanter wird die exakte Schattenkonstruktion bei doppelt gekrümmten Kurven des Fortschreitens, etwa bei einem Glockenleiten,

fläche wird. Trotz dieser verwickelten Form lässt sich jede solche Kurve mit Hilfe der Uebertragung jener horizontalen Abscissen in die Aufwicklung unschwer darstellen. Verbindet man die einander entsprechenden Punkte der Profillinien in der Aufwicklung, so erhält man in Grundriss und Aufriss die äquidistanten Linien, welche die Punkte der Profillinie bei deren Bewegung auf der Cylinderfläche beschreiben; diese Linien können auch hier die Grundlage des allgemeinen Verfahrens bilden, das jedoch in diesem Fall nur mit vertikalstehenden Schnittebenen parallel zum Lichtstrahl durchgeführt werden kann. Bei kreis-cylindrischer Mauer werden die Linien selbstverständlich im Grundriss konzentrische Kreise.

Mit der angegebenen Erzeugungsweise entfernt sich übrigens das Gesimsglied ein wenig von dem eingeführten Begriff der Röhrenfläche, in dem nicht mehr die ebenen Normalschnitte kongruent sind, und es wären streng ge-

nommen jene horizontalen Abscissen nicht von den Punkten der Schraubenlinien aus zu ziehen, sondern von denen der Tangenten an den Schraubenlinien in deren Fusspunkten auf der aufgewickelten Kreislinie, womit die Verdrehung der Normalschnittprofilinien aus ihrer Ebene heraus vermieden wäre. Doch würde sich die so erzeugte strenge Röhrenfläche der Wandfläche nicht anschmiegen, sondern zwischen Scheitel und Bogenfuss klaffen, weil die Radien der ursprünglich ebenen Bogenlinie nach deren Aufwicklung nicht in die Cylinderfläche fallen, wenn sie gerade bleiben.

Für eine strenge Röhrenfläche mit beliebig gewundener Leitlinie ist schon das Aufzeichnen der Umrisse und Kanten der Fläche eine sehr zeitraubende Arbeit, mehr noch die Schattenkonstruktion; doch mag sie in den Grundzügen



Figur 72 b.

hier beschrieben werden. Sind nur Körperschattengrenzen zu suchen, so kann die Auffassung jedes Normalschnitts als eines kurzen Cylinderstücks zur Lösung dienen. Als gegeben ist zu betrachten (Figur 72 b) erstens die Profilinie der Röhre $FPHJ$ mit Beifügung einer in ihrer Ebene liegenden Geraden PN , welche die in allen Normalschnitten unveränderliche Lage der Hauptnormalen zur Leitlinie gegenüber der Profilinie darstellen soll, zweitens die Projektionen $p'b'b'$ der Tangente an der Leitlinie in dem für einen Normalschnitt ausgewählten Punkt pp' der Leitlinie, drittens die beiden Projektionen $pn p'n'$ der Hauptnormalen im Punkt pp' , welche senkrecht zur Tangente $p'b'b'$ gerichtet sein muss und für den gewählten Normalschnitt horizontal angenommen ist, aber auch geneigt sein könnte.

Nach Art. 48 ist der Lichtstrahl auf die Normalschnittebene zu projizieren und zwar in der Richtung der Mantel-

linie des gedachten Cylinders, also rechtwinklig. Werden an den Normalschnitt mit der so erhaltenen, für seine Ebene gültigen Lichtrichtung Tangenten gezogen, so gehören deren Berührungspunkte der gesuchten Körperschattengrenze an.

Die Richtung der Spuren SR und RT der Normalschnittebene ist rasch erhältlich; sie stehen senkrecht zu den gleichnamigen Projektionen $p'b'$ und $p'b$ der Tangente. Da die Hauptnormale in der Normalschnittebene liegt, so müssen die Spuren der letzten durch die Spuren der ersten gehen, also muss die Vertikalspur SR durch m' gezogen werden.

Um den durch den Winkelpunkt R der Spuren gezogenen Lichtstrahl rechtwinklig auf die Normalschnittebene zu projizieren, fällt man aus einem beliebigen Punkt xx' des Lichtstrahls ein Loth $xyx'y'$ auf diese Ebene und verbindet den Fusspunkt yy' dieses Lothes mit dem Winkelpunkt R ; die Verbindungsline $RyRy'$ giebt die in der Normalschnittebene gültige Lichtrichtung an.

Man klappt nun die Normalschnittebene samt dieser Lichtrichtung und der Hauptnormalen in eine Grundebene um, fügt in der Umklappung an die Hauptnormale PN die Profilinie der Röhre $FPHJ$ in der gegebenen Lage und bestimmt die Berührungspunkte K und L der in der gefundenen Lichtrichtung YR gezogenen Tangenten an der Profilinie. Durch Zurückklappen dieser Punkte und einer genügenden Zahl von andern Punkten C der Profilinie erhält man in den Projektionen gleichzeitig die Schattenpunkte und die zum Zeichnen der Umrisslinie der Röhre notwendigen Normalschnittlinien.

Sind auch Schlagschattengrenzen zu bestimmen, so verschafft man sich mit Hilfe der Umklappung nur die zwei Projektionen der Normalschnittlinie für eine Reihe von Punkten pp' , verbindet kongruent liegende Punkte cc' , um die Kurven zu erhalten, welche bestimmte Punkte der Profilinie bei Erzeugung der Fläche durchlaufen, und benützt diese Kurven zur Durchführung des allgemeinen Verfahrens für gekrümmte Flächen.

Röhrenflächen mit veränderlichem Normal-73. schnitt.

In Figur 73 ist eine solche Fläche gezeichnet. Die Leitlinie als Mittellinie einer Volutenkonsole ist eine ebene Kurve; ihre Ebene ist parallel zur Seitenebene; sie erscheint also in der als Linksansicht gezeichneten Seitenprojektion in ihrer wahren Gestalt. Die Erzeugende ist eine Wellenlinie, die geometrisch ähnlich bleibend im Fortschreiten nach unten ihre Pfeilhöhen im selben Masse verjüngt, wie ihre Längen sich zwischen den beiden senkrecht zur Vertikalebene stehenden Grenzebenen vermindern. Diese Normalschnitte oder Lagen der Erzeugenden projizieren sich in der Seitenprojektion als gerade Linien normal zur Leitlinie.

Die Schattenkonstruktion ist die strenge Durchführung des allgemeinen Verfahrens mit Benützung der seitlich projizierenden Lichtstrahlenebenen als Schnittebenen, wobei sich eine interessante Schnittekurvengruppe auf einfachem Weg ergeben hat.

Für solche Flächen mit gewundenen Leitlinien (Bei-