



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde**

**Göller, Adolf**

**Stuttgart, 1895**

Art. 73. Röhrenflächen mit veränderlichem Normalschnitt

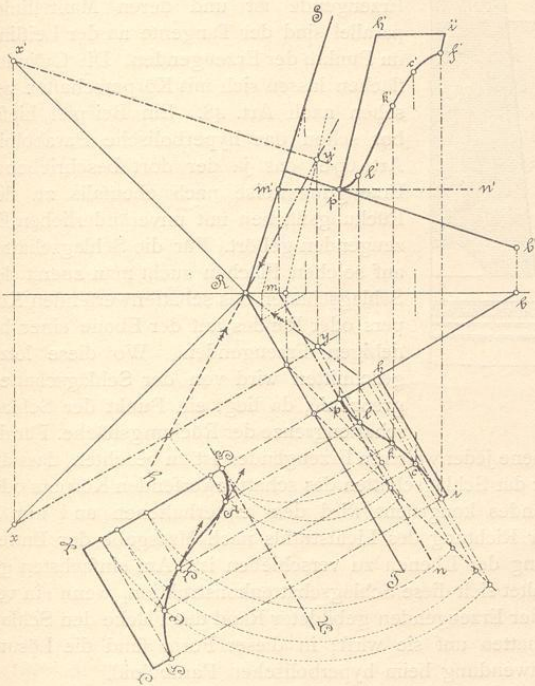
---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)



Für eine strenge Röhrenfläche mit beliebig gewundener Leitlinie ist schon das Aufzeichnen der Umrisse und Kanten der Fläche eine sehr zeitraubende Arbeit, mehr noch die Schattenkonstruktion; doch mag sie in den Grundzügen

Für eine strenge Röhrenfläche mit beliebig gewundener Leitlinie ist schon das Aufzeichnen der Umrisse und Kanten der Fläche eine sehr zeitraubende Arbeit, mehr noch die Schattenkonstruktion; doch mag sie in den Grundzügen



Figur 72 b.

hier beschrieben werden. Sind nur Körperschattengrenzen zu suchen, so kann die Auffassung jedes Normalschnitts als eines kurzen Cylinderstücks zur Lösung dienen. Als gegeben ist zu betrachten (Figur 72 b) erstens die Profilinie der Röhre  $FP H J$  mit Beifügung einer in ihrer Ebene liegenden Geraden  $P N$ , welche die in allen Normalschnitten unveränderliche Lage der Hauptnormalen zur Leitlinie gegenüber der Profilinie darstellen soll, zweitens die Projektionen  $p b p' b'$  der Tangente an der Leitlinie in dem für einen Normalschnitt ausgewählten Punkt  $p p'$  der Leitlinie, drittens die beiden Projektionen  $p n p' n'$  der Hauptnormalen im Punkt  $p p'$ , welche senkrecht zur Tangente  $p b p' b'$  gerichtet sein muss und für den gewählten Normalschnitt horizontal angenommen ist, aber auch geneigt sein könnte.

Nach Art. 48 ist der Lichtstrahl auf die Normalschnittebene zu projizieren und zwar in der Richtung der Mantel-

Die Richtung der Spuren  $SR$  und  $RT$  der Normalschnittebene ist rasch erhältlich; sie stehen senkrecht zu den gleichnamigen Projektionen  $p'b'$  und  $p'b$  der Tangente. Da die Hauptnormale in der Normalschnittebene liegt, so müssen die Spuren der letzten durch die Spuren der ersten gehen, also muss die Vertikalspur  $SR$  durch  $m'$  gezogen werden.

Die Richtung der Spuren  $SR$  und  $RT$  der Normalschnittebene ist rasch erhältlich; sie stehen senkrecht zu den gleichnamigen Projektionen  $p'b'$  und  $p'b$  der Tangente. Da die Hauptnormale in der Normalschnittebene liegt, so müssen die Spuren der letzten durch die Spuren der ersten gehen, also muss die Vertikalspur  $SR$  durch  $m'$  gezogen werden.

Man klappt nun die Normalschnittebene samt dieser Lichtrichtung und der Hauptnormalen in eine Grundebene um, fügt in der Umklappung an die Hauptnormale  $PN$  die Profilinie der Röhre  $FPH$  in der gegebenen Lage und bestimmt die Berührungspunkte  $K$  und  $L$  der in der gefundenen Lichtrichtung  $YR$  gezogenen Tangenten an der Profilinie. Durch Zurückklappen dieser Punkte und einer genügenden Zahl von andern Punkten  $C$  der Profilinie erhält man in den Projektionen gleichzeitig die Schattenschnitte und die zum Zeichnen der Umrisslinie der Röhre notwendigen Normalschnittlinien.

Man klappt nun die Normalschnittebene samt dieser Lichtrichtung und der Hauptnormalen in eine Grundebene um, fügt in der Umklappung an die Hauptnormale  $PN$  die Profilinie der Röhre  $FPHJ$  in der gegebenen Lage und bestimmt die Berührungspunkte  $K$  und  $L$  der in der gefundenen Lichtrichtung  $YR$  gezogenen Tangenten an der Profilinie. Durch Zurückklappen dieser Punkte und einer genügenden Zahl von andern Punkten  $C$  der Profilinie erhält man in den Projektionen gleichzeitig die Schattenschnitte und die zum Zeichnen der Umrisslinie der Röhre notwendigen Normalschnittlinien.

Sind auch Schlagschattengrenzen zu bestimmen, so verschafft man sich mit Hilfe der Umklappung nur die zwei Projektionen der Normalschnittlinie für eine Reihe von Punkten  $pp'$ , verbindet kongruent liegende Punkte  $cc'$ , um die Kurven zu erhalten, welche bestimmte Punkte der Profillinie bei Erzeugung der Fläche durchlaufen, und benutzt diese Kurven zur Durchführung des allgemeinen Verfahrens für gekrümmte Flächen.

Röhrenflächen mit veränderlichem Normal-73.  
schnitt.

In Figur 73 ist eine solche Fläche gezeichnet. Die Leitlinie als Mittellinie einer Volutenkonsole ist eine ebene Kurve; ihre Ebene ist parallel zur Seitenebene; sie erscheint also in der als Linksansicht gezeichneten Seitenprojektion in ihrer wahren Gestalt. Die Erzeugende ist eine Wellenlinie, die geometrisch ähnlich bleibend im Fortschreiten nach unten ihre Pfeilhöhen im selben Mass verjüngt, wie ihre Längen sich zwischen den beiden senkrecht zur Vertikalebene stehenden Grenzebenen vermindern. Diese Normalschnitte oder Lagen der Erzeugenden projizieren sich in der Seitenprojektion als gerade Linien normal zur Leitlinie.

Die Schattenkonstruktion ist die strenge Durchführung des allgemeinen Verfahrens mit Benützung der seitlich projizierenden Lichtstrahlenebenen als Schnittebenen, wobei sich eine interessante Schnittkurvengruppe auf einfachem Weg ergeben hat.

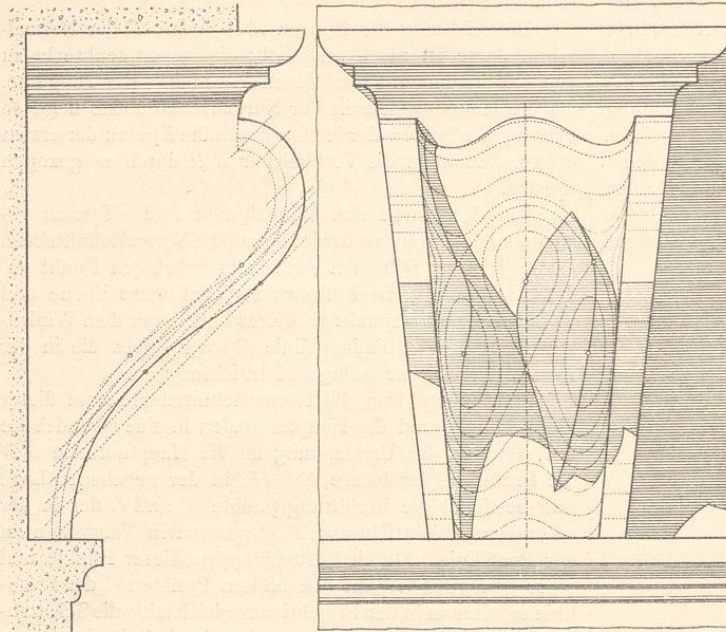
Für solche Flächen mit gewundenen Leitlinien (Bei-



spiele gewundene Hornformen oder gewundene Rokoko-  
gesimse, die ihr Profil im Fortschreiten verjüngen) dürfte  
ebenfalls nur das allgemeine Verfahren anwendbar sein.  
Hiebei wären für eine genügende Zahl von Normalschnitten

normal zur Leitlinie bleibt, während sie bei dieser  
immer parallel gerichtet ist, ferner bei dieser auch eine  
Verdrehung stattfinden kann, bei jener nicht.

Der einfachste Fall der Rückungsfläche ist derjenige,  
in welchem die rückende Kurve immer  
kongruent und gleichgerichtet bleibt. Hie-  
für sei zunächst der Fall des Fortschreitens  
auf ebener Kurve ins Auge gefasst. Aus  
dem Begriff der Fläche folgt in diesem Fall,  
dass alle ihre ebenen Schnitte parallel zur  
Ebene der Leitlinie dieser kongruent sind.  
Jede Lage der Erzeugenden lässt sich auf-  
fassen und schattieren als eine niedrige  
Zone einer Cylinderfläche, deren Basis die  
Erzeugende ist und deren Mantellinien  
parallel sind der Tangente an der Leitlinie  
im Punkte der Erzeugenden. Die Cylinder-  
flächen lassen sich mit Körperschaften ver-  
sehen nach Art. 48. Ein Beispiel hiefür  
bot schon das hyperbolische Paraboloid,  
Art. 69e, das ja der dort beschriebenen  
Erzeugungsweise nach ebenfalls zu den  
Rückungsflächen mit unveränderlichen Er-  
zeugenden gehört. Für die Schlagschatten  
auf solchen Flächen sucht man zuerst den  
Schlagschatten des schattenwerfenden Kör-  
pers oder Randes auf der Ebene einer be-  
liebigen Erzeugenden. Wo diese letzte  
geschnitten wird von der Schlagschatten-  
grenzlinie, da liegt ein Punkt der Schlag-  
schattengrenze der Rückungsfläche. Für die



Figur 73.

die beiden Projektionen ganz in derselben Weise durch  
Umklappungen zu beschaffen und durch Verbinden ähn-  
lich liegender Punkte zu verwerthen, wie für die Flächen  
mit unveränderlicher Erzeugenden am Schluss des Art. 72  
beschrieben ist.

74. Rückungsflächen mit gleichgerichtet fortschrei-  
tender, unveränderlicher Erzeugenden.  
Steigendes Tonnengewölbe mit bogenför-  
miger Scheitellinie. Gewundene Säule.

Rückungsflächen entstehen, wenn eine beliebige  
ebene Kurve mit einem bestimmten Punkt ihrer Ebene  
auf einer beliebigen Leitlinie derart fortschreitet, dass ihre  
Ebene immer parallel bleibt, ihre Form immer unverändert  
oder geometrisch ähnlich bleibt und im letzten Fall ihre  
Grösse sich nach einem bestimmten Gesetz ändert, das  
gewöhnlich durch eine zweite Kurve, die ein zweiter Punkt  
der Erzeugenden oder ihrer Ebene beschreibt, dargestellt  
ist. Gewöhnlich bleibt die rückende Kurve gleichgerichtet;  
doch sollen hier zu den Rückungsflächen im weitesten  
Sinn auch solche Flächen gerechnet werden, bei welchen  
die Erzeugende, indem ihre Ebene parallel fortrückt, in  
dieser Ebene sich dreht, und zwar nach irgend einem  
Gesetz, das von demjenigen des Parallelrückens abhängig  
ist. Hienach scheiden sich die hier im weitesten Sinne  
gebrauchten Begriffe „Röhrenfläche“ und „Rückungsfläche“  
dadurch, dass bei jener die Ebene der Erzeugenden immer

Ebene jeder weiteren Erzeugenden ist zu beachten, dass auf  
ihr der Schlagschatten des schattenwerfenden Körpers oder  
Randes kongruent wird dem ersterhaltenen und nur in  
der Richtung des Lichtstrahls nach Massgabe der Entfer-  
nung der Ebenen zu verschieben ist. Am einfachsten ge-  
staltet sich diese Schlagschattenkonstruktion, wenn ein von  
einer Erzeugenden gebildeter Rand der Fläche den Schlag-  
schatten auf sie wirft; in dieser Form fand die Lösung  
Anwendung beim hyperbolischen Paraboloid.

In Figur 74a ist als einfaches Beispiel mit kreisförmiger  
vertikalstehender Erzeugenden und kreisförmiger Leitlinie  
ein steigendes Tonnengewölbe mit bogenförmiger Scheitel-  
linie gewählt und durch Längenschnitt und Vorderansicht  
dazu dargestellt. Die Leibungsfläche erzeugt sich ent-  
weder durch paralleles Rücken des (halben) Stirnbogens  
an der Scheitellinie oder durch Rücken des Scheitelbogens  
am Stirnbogen; beide Erzeugungen liefern dieselbe Fläche.  
Zur Bestimmung der Körperschattengrenze ist für einen  
ausgewählten Vertikalschnitt  $ab'a'b'$ , der sich im Längens-  
schnitt als Vertikallinie projiziert, die Tangente  $am$  an die  
Scheitellinie zu ziehen und auf das erhaltene kurze Stück  
eines gerade steigenden Tonnengewölbs die Konstruktion  
aus Art. 52 anzuwenden. Es ist also  $am$  bis zum Schnitt  
mit der Bogenwandebene zu verlängern,  $m$  nach  $m'$  hin-  
überzutragen und durch  $aa'$  der Lichtstrahl  $ap'a'p'$  bis  
zum Schnitt mit der Bogenwandebene in  $pp'$  zu ziehen.  
Der Berührungspunkt  $k'$  einer an den Schnittkreis  $a'b'$   
parallel zu  $m'p'$  gezogenen Tangente ist ein Körperschatten-