



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

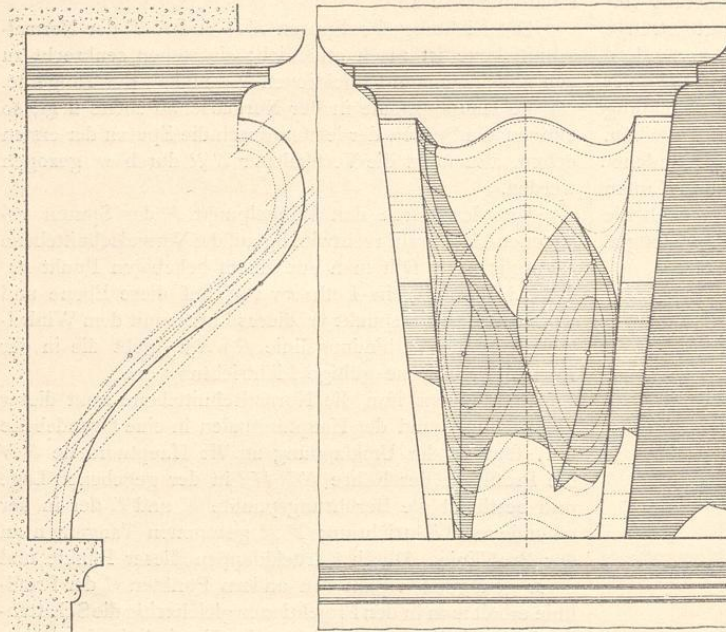
Art. 74. Rückungsflächen mit gleichgerichtet fortschreitender,
unveränderlicher Erzeugenden. Steigendes Tonnengewölbe mit
bogenförmiger Scheitellinie. Gewundene Säule

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

spiele gewundene Hornformen oder gewundene Rokoko-
gesimse, die ihr Profil im Fortschreiten verjüngen) dürfte
ebenfalls nur das allgemeine Verfahren anwendbar sein.
Hiebei wären für eine genügende Zahl von Normalschnitten

normal zur Leitlinie bleibt, während sie bei dieser
immer parallel gerichtet ist, ferner bei dieser auch eine
Verdrehung stattfinden kann, bei jener nicht.

Der einfachste Fall der Rückungsfläche ist derjenige,
in welchem die rückende Kurve immer
kongruent und gleichgerichtet bleibt. Hie-
für sei zunächst der Fall des Fortschreitens
auf ebener Kurve ins Auge gefasst. Aus
dem Begriff der Fläche folgt in diesem Fall,
dass alle ihre ebenen Schnitte parallel zur
Ebene der Leitlinie dieser kongruent sind.
Jede Lage der Erzeugenden lässt sich auf-
fassen und schattieren als eine niedrige
Zone einer Cylinderfläche, deren Basis die
Erzeugende ist und deren Mantellinien
parallel sind der Tangente an der Leitlinie
im Punkte der Erzeugenden. Die Cylinder-
flächen lassen sich mit Körperschaften ver-
sehen nach Art. 48. Ein Beispiel hiefür
bot schon das hyperbolische Paraboloid,
Art. 69e, das ja der dort beschriebenen
Erzeugungsweise nach ebenfalls zu den
Rückungsflächen mit unveränderlichen Er-
zeugenden gehört. Für die Schlagschatten
auf solchen Flächen sucht man zuerst den
Schlagschatten des schattenwerfenden Kör-
pers oder Randes auf der Ebene einer be-
liebigen Erzeugenden. Wo diese letzte
geschnitten wird von der Schlagschatten-
grenzlinie, da liegt ein Punkt der Schlag-
schattengrenze der Rückungsfläche. Für die



Figur 73.

die beiden Projektionen ganz in derselben Weise durch
Umklappungen zu beschaffen und durch Verbinden ähn-
lich liegender Punkte zu verwerthen, wie für die Flächen
mit unveränderlicher Erzeugenden am Schluss des Art. 72
beschrieben ist.

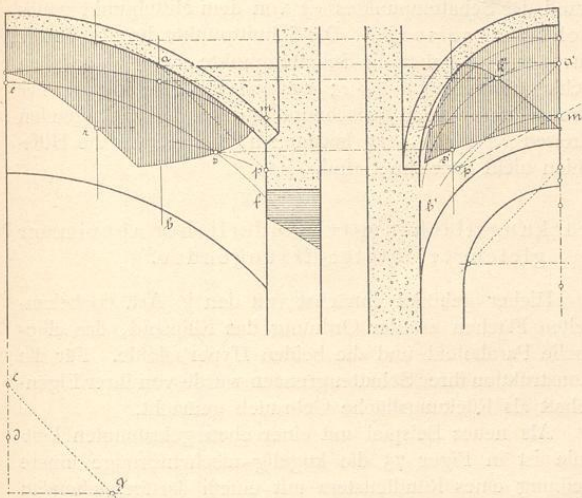
74. Rückungsflächen mit gleichgerichtet fortschrei-
tender, unveränderlicher Erzeugenden.
Steigendes Tonnengewölbe mit bogenför-
miger Scheitellinie. Gewundene Säule.

Rückungsflächen entstehen, wenn eine beliebige
ebene Kurve mit einem bestimmten Punkt ihrer Ebene
auf einer beliebigen Leitlinie derart fortschreitet, dass ihre
Ebene immer parallel bleibt, ihre Form immer unverändert
oder geometrisch ähnlich bleibt und im letzten Fall ihre
Grösse sich nach einem bestimmten Gesetz ändert, das
gewöhnlich durch eine zweite Kurve, die ein zweiter Punkt
der Erzeugenden oder ihrer Ebene beschreibt, dargestellt
ist. Gewöhnlich bleibt die rückende Kurve gleichgerichtet;
doch sollen hier zu den Rückungsflächen im weitesten
Sinn auch solche Flächen gerechnet werden, bei welchen
die Erzeugende, indem ihre Ebene parallel fortrückt, in
dieser Ebene sich dreht, und zwar nach irgend einem
Gesetz, das von demjenigen des Parallelrückens abhängig
ist. Hienach scheiden sich die hier im weitesten Sinne
gebrauchten Begriffe „Röhrenfläche“ und „Rückungsfläche“
dadurch, dass bei jener die Ebene der Erzeugenden immer

Ebene jeder weiteren Erzeugenden ist zu beachten, dass auf
ihr der Schlagschatten des schattenwerfenden Körpers oder
Randes kongruent wird dem ersterhaltenen und nur in
der Richtung des Lichtstrahls nach Massgabe der Entfer-
nung der Ebenen zu verschieben ist. Am einfachsten ge-
staltet sich diese Schlagschattenkonstruktion, wenn ein von
einer Erzeugenden gebildeter Rand der Fläche den Schlag-
schatten auf sie wirft; in dieser Form fand die Lösung
Anwendung beim hyperbolischen Paraboloid.

In Figur 74a ist als einfaches Beispiel mit kreisförmiger
vertikalstehender Erzeugenden und kreisförmiger Leitlinie
ein steigendes Tonnengewölbe mit bogenförmiger Scheitel-
linie gewählt und durch Längenschnitt und Vorderansicht
dazu dargestellt. Die Leibungsfläche erzeugt sich ent-
weder durch paralleles Rücken des (halben) Stirnbogens
an der Scheitellinie oder durch Rücken des Scheitelbogens
am Stirnbogen; beide Erzeugungen liefern dieselbe Fläche.
Zur Bestimmung der Körperschattengrenze ist für einen
ausgewählten Vertikalschnitt $ab'a'b'$, der sich im Längens-
schnitt als Vertikallinie projiziert, die Tangente am an die
Scheitellinie zu ziehen und auf das erhaltene kurze Stück
eines gerade steigenden Tonnengewölbs die Konstruktion
aus Art. 52 anzuwenden. Es ist also am bis zum Schnitt
mit der Bogenwandebene zu verlängern, m nach m' hin-
überzutragen und durch aa' der Lichtstrahl $ap'a'p'$ bis
zum Schnitt mit der Bogenwandebene in pp' zu ziehen.
Der Berührungspunkt k' einer an den Schnittkreis $a'b'$
parallel zu $m'p'$ gezogenen Tangente ist ein Körperschatten-

grenzpunkt. Die Punkte erscheinen zuerst in der Vorderansicht (oder Seitenprojektion) und sind in den Längenschnitt (oder Aufriss) hinüber zu linieren. Für die Bestimmung eines Schlagschattengrenzpunktes ist eine Lage der fortrückenden Scheiteltangentenlinie im Längenschnitt gezeichnet; sie bildet einen kongruenten Bogen ef mit vertikal fortgeschobenem Mittelpunkt d . Wo diese Erzeugende geschnitten wird von dem Schlagschatten, den der Scheiteltangentenbogen auf ihre Ebene wirft, da ist ein Schlagschattengrenzpunkt s . Der Schlagschattenkreis ist ein kongruenter Kreis aus dem Mittelpunkt g . Da auch der Stirnbogen einen Teil der Selbstbeschattungsgrenze der Fläche wirft, so ist für die Stirnbogenlinie in der Seitenprojektion dieselbe Konstruktion durchzuführen wie für den Scheiteltangentenbogen im Aufriss. (Die Konstruktion ist dargestellt durch den Schlagschattengrenzpunkt r mit seinen Hilfslinien.) Zu-



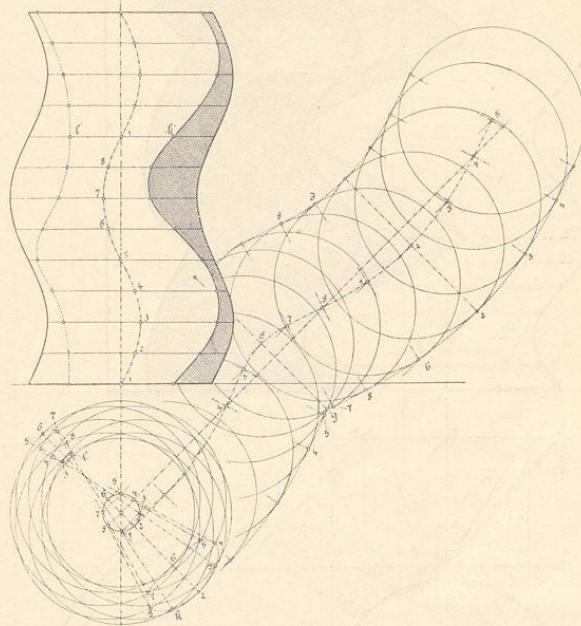
Figur 74 a.

letzt sind die im Aufriss erhaltenen Schlagschattenpunkte hinüberzuliniieren in die Seitenprojektion, ebenso die in dieser erhaltenen in den Aufriss.

Von den selten verwirklichten Rückungsflächen mit gewundener Leitlinie und unveränderlicher Erzeugenden ist die nächstliegende und interessanteste der Schaft der gewundenen Säule des Barockstils. Dieses Gebilde ist nicht etwa als steile schraubenförmige Wulstfläche nach Art. 71 zu gestalten, da der Horizontalschnitt einer solchen keinen Kreis liefert, also Basis und Kapitäl der Säule im Grundriss nicht kreisförmig sein könnten. Vielmehr ist die gewundene Säulenschaftfläche dadurch zu erzeugen, dass der Mittelpunkt eines horizontalen unveränderlichen Kreises auf einer steilen Schraubenlinie mit vertikaler Achse ansteigt (Figuren 74b und 74c). Die Umrisslinien im Aufriss werden der Projektion dieser Schraubenlinie kongruent, da alle Kreispunkte, also auch die beiden äussersten, im Aufsteigen kongruente Schraubenlinien beschreiben.

In Figur 74 b ist die Körperschattengrenze ähnlich bestimmt wie für die Drehungsflächen nach Art. 59. Auf der Horizontalebene sind die Schlagschatten einiger Lagen

123 u. s. w. des erzeugenden Kreises gezeichnet; die Umhüllungslinien dieser Kreise sind die Schlagschattengrenzen des Schaftes, also von den Körperschattengrenzen geworfen. Bestimmt man möglichst genau die Berührungspunkte b und d dieser Umhüllungslinien und eines Schattenkreises i , so erhält man in ihnen die Schlagschatten des Körperschattengrenzpunktes, die auf dem erzeugenden Kreis i liegen. Wenn daher durch die Punkte b und d ein Lichtstrahl rückwärts gezogen oder im Grundriss durch den Mittelpunkt i des erzeugenden Kreises eine Parallele zu dem Durchmesser bd des Schattenkreises i gezogen wird, so schneidet der Lichtstrahl oder diese Parallele den Grundrisskreis i in den Körperschattenpunkten k und l , die in den Aufriss nach k' und l' hinaufzuloten sind.



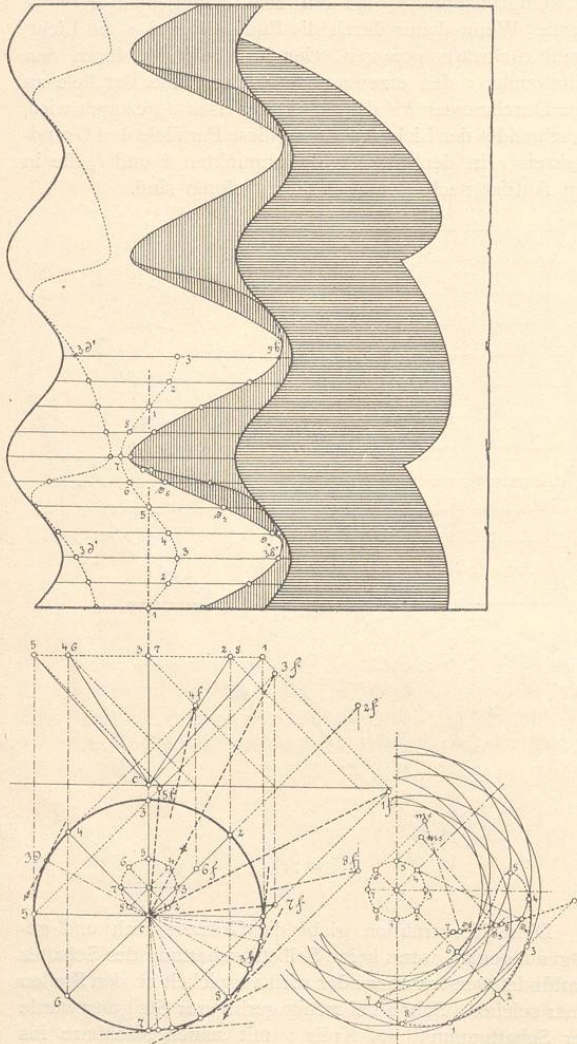
Figur 74 b.

Diese Konstruktion giebt die Grenze rasch und genügend genau, wenn keine Selbstbeschattung des Schaftes stattfindet, versagt aber oder wird verwickelt an den Stellen einer solchen. Schon bei wenig geringerer Steigung würde der Schattenpunkt auf Kreis 6 mit seinen Nachbarn ins Innere der Schattenfläche rücken und daraus Selbstbeschattung der Schaftfläche zu erkennen sein.

Figur 74c bietet neben der Bestimmung einer solchen Selbstbeschattung eine andere, kaum minder einfache Konstruktion für die Körperschattengrenze. Jeder Horizontalkreis des Schaftes ist aufgefasst als Zone eines niedrigen schiefen Cylinders, dessen Basis der Horizontalkreis und dessen Achse die Tangente an der leitenden Schraubenlinie im Mittelpunkt des Kreises. Wo die Körperschattenpunkte auf diesem Kreis liegen als auf einem Bestandteil der Cylinderfläche, da müssen sie auch für die Schaftfläche liegen. Die Schattenpunkte auf den Cylindern sind nach Art. 49 bestimmt; der grössere Grundrisskreis

um c ist als gemeinschaftlicher Basiskreis für alle Cylinderflächen benützt.

Durch einen beliebigen Punkt cc' der Horizontalebene sind Parallelen zu den Tangenten in den Punkten 1 bis 8 an der leitenden Schraubenlinie gezogen, wofür die Steigung dieser durch Verstreckung ihres Grundrisskreises zu



Figur 74 c.

bestimmen war. Diese Parallelen bilden 8 Mantellinien $c'1$ $c'2$ $c'3$ u. s. w. einer geraden Kreiskegelfläche mit nach unten gerichteter Spitze cc' . Durch die Basispunkte 1 2 3 u. s. w. dieser Kegelfläche sind Lichtstrahlen bis zum Schnitt mit der Horizontalebene gezogen. Die Verbindungslinie des hiedurch erhaltenen Schnittpunktes $3f$ mit c giebt die Richtung $3fc$, mit welcher an den erzeugenden Kreis 3 die Tangenten zu ziehen sind, deren Berührungspunkte $3b$ und $3d$ die Körperschattenpunkte der Schafffläche auf Kreis 3 darstellen. Im Aufriss können nun von Punkt 3 der Leitlinie aus die im Grundriss er-

haltenen Horizontalmasse für die Schattengrenzpunkte $3b'$ und $3d'$ aufgetragen werden, und in derselben Weise dient der einzige Grundrisskreis für alle Lagen des Horizontal-schnittkreises.

Zur Bestimmung der Grenze der Selbstbeschattung ist im Hilfsgrundriss rechts der Schlagschatten des Körperschattengrenzstücks 781 auf der Horizontalebene des erzeugenden Kreises 4 gezeichnet. Wo dieses Schattenstück geschnitten wird von dem Grundrisskreis 4, da ist der Schlagschattenpunkt auf dem Kreis 4; wo es geschnitten wird von den leicht erhältlichen Schlagschatten der Kreise 5 und 6 auf derselben horizontalen Ebene, da sind die Schlagschattenpunkte für die Kreise 5 und 6 in dem Sinne, dass im Aufriss die horizontale Entfernung des Schattenpunktes s_5 von seinem Mittelpunkt 5 dieselbe sein muss, wie im Hilfsgrundriss der horizontale Abstand des Schattenpunktes s_5 von dem Mittelpunkt seines Schattenkreises m_5 . Die Schnittpunkte der drei Kreise aus 4 m_5 m_6 gaben die Schattenpunkte s_4 s_5 s_6 auf dem Schlagschattenstück 781; zur sicheren Bestimmung der Grenze waren noch Zwischenpunkte auf den erzeugenden Kreisen 5,5 und 6,5 zu bestimmen, für welche die Hilfslinien nicht gezeichnet sind.

Rückungsflächen mit veränderlicher, aber immer 75, gleichgerichteter Erzeugenden.

Hierher gehören zunächst von den in Art. 69 behandelten Flächen zweiter Ordnung das Ellipsoid, das elliptische Paraboloid und die beiden Hyperboloide. Für die Konstruktion ihrer Schattengrenzen wurde von ihrer Eigenschaft als Rückungsfläche Gebrauch gemacht.

Als neues Beispiel mit einer eben gekrümmten Leitlinie ist in Figur 75 die kugelig-nischenförmige innere Leibung eines Rundfensters mit einem darüberstehenden „Kernbogen“ gewählt. Für die Fensterleibung ist zunächst der Höhenschnitt mit dem oberen und unteren Umriss der Fläche festgesetzt, und zwar jener gerade, dieser als konkave Kreislinie. Die Fläche selbst ist dann durch Rücken eines veränderlichen Kreises parallel zur Wandebene erzeugt, wobei die Endpunkte des vertikalen Kreisdurchmessers immer auf jenen beiden Leitlinien bleiben.

Jede Zone einer solchen Rückungsfläche zwischen zwei einander nahe liegenden verschieden grossen Erzeugenden lässt sich auffassen und schattieren als niedrige Zone einer Kegelfläche, wobei die kurzen Stücke der von geometrisch-ähnlich liegenden Punkten bei der Erzeugung beschriebenen Kurven zu Mantellinien der Kegelfläche geworden sind. Fallen die beiden Erzeugenden in eine zusammen, so gehen die Mantellinien in Tangenten an jenen Kurven über. Die Spitze des gedachten Kegels ist erhältlich als Schnittpunkt zweier solcher Tangenten. Wo die Körperschattenpunkte auf der Erzeugenden liegen als auf der Basis des Kegels, da liegen sie auch für die Rückungsfläche. (Die Betrachtung würde auch für eine gewundene Leitlinie gelten.)

In dem eingeführten Beispiel wird für die Lage ab der Erzeugenden die Spitze c des Kegels im Höhenschnitt der Leibungsfläche erhalten als Schnitt der verlängerten oberen