



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

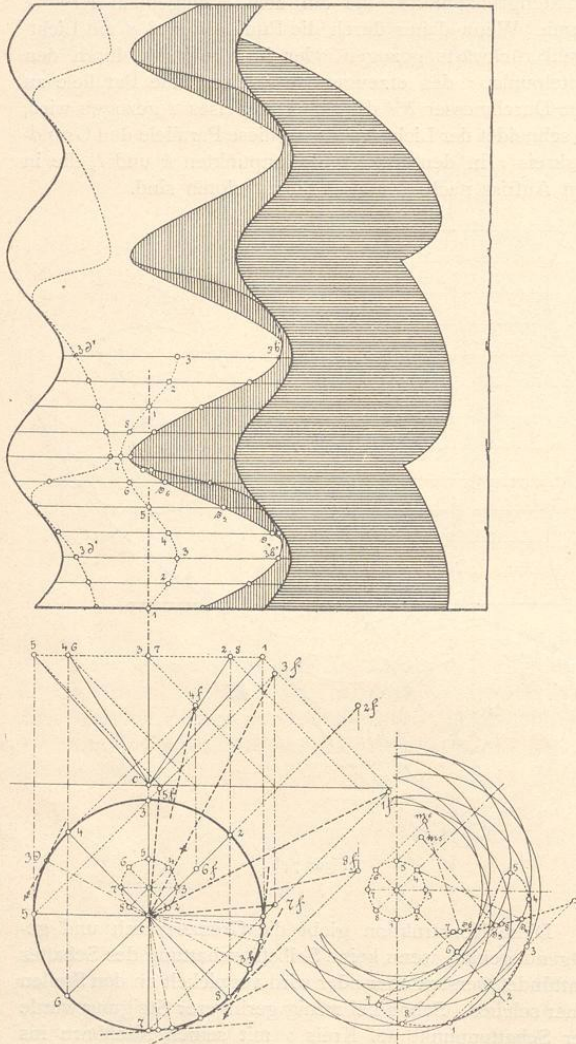
Stuttgart, 1895

Art. 75. Rückungsflächen mit veränderlicher, aber immer gleichgerichteter
Erzeugenden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

um c ist als gemeinschaftlicher Basiskreis für alle Cylinderflächen benützt.

Durch einen beliebigen Punkt cc' der Horizontalebene sind Parallelen zu den Tangenten in den Punkten 1 bis 8 an der leitenden Schraubenlinie gezogen, wofür die Steigung dieser durch Verstreckung ihres Grundrisskreises zu



Figur 74 c.

bestimmen war. Diese Parallelen bilden 8 Mantellinien $c'1, c'2, c'3$ u. s. w. einer geraden Kreiskegelfläche mit nach unten gerichteter Spitze cc' . Durch die Basispunkte 1, 2, 3 u. s. w. dieser Kegelfläche sind Lichtstrahlen bis zum Schnitt mit der Horizontalebene gezogen. Die Verbindungslinie des hiedurch erhaltenen Schnittpunktes $3f$ mit c giebt die Richtung $3fc$, mit welcher an den erzeugenden Kreis 3 die Tangenten zu ziehen sind, deren Berührungspunkte $3b$ und $3d$ die Körperschattenpunkte der Schafffläche auf Kreis 3 darstellen. Im Aufriss können nun von Punkt 3 der Leitlinie aus die im Grundriss er-

haltenen Horizontalmasse für die Schattengrenzpunkte $3b'$ und $3d'$ aufgetragen werden, und in derselben Weise dient der einzige Grundrisskreis für alle Lagen des Horizontal-schnittkreises.

Zur Bestimmung der Grenze der Selbstbeschattung ist im Hilfsgrundriss rechts der Schlagschatten des Körperschattengrenzstücks 7, 8, 1 auf der Horizontalebene des erzeugenden Kreises 4 gezeichnet. Wo dieses Schattenstück geschnitten wird von dem Grundrisskreis 4, da ist der Schlagschattenpunkt auf dem Kreis 4; wo es geschnitten wird von den leicht erhältlichen Schlagschatten der Kreise 5 und 6 auf derselben horizontalen Ebene, da sind die Schlagschattenpunkte für die Kreise 5 und 6 in dem Sinne, dass im Aufriss die horizontale Entfernung des Schattenpunktes s_5 von seinem Mittelpunkt 5 dieselbe sein muss, wie im Hilfsgrundriss der horizontale Abstand des Schattenpunktes s_5 von dem Mittelpunkt seines Schattenkreises m_5 . Die Schnittpunkte der drei Kreise aus 4, 5, 6 gaben die Schattenpunkte s_4, s_5, s_6 auf dem Schlagschattenstück 7, 8, 1; zur sicheren Bestimmung der Grenze waren noch Zwischenpunkte auf den erzeugenden Kreisen 5, 5 und 6, 5 zu bestimmen, für welche die Hilfslinien nicht gezeichnet sind.

Rückungsflächen mit veränderlicher, aber immer 75, gleichgerichteter Erzeugenden.

Hierher gehören zunächst von den in Art. 69 behandelten Flächen zweiter Ordnung das Ellipsoid, das elliptische Paraboloid und die beiden Hyperboloide. Für die Konstruktion ihrer Schattengrenzen wurde von ihrer Eigenschaft als Rückungsfläche Gebrauch gemacht.

Als neues Beispiel mit einer eben gekrümmten Leitlinie ist in Figur 75 die kugelig-nischenförmige innere Leibung eines Rundfensters mit einem darüberstehenden „Kernbogen“ gewählt. Für die Fensterleibung ist zunächst der Höhenschnitt mit dem oberen und unteren Umriss der Fläche festgesetzt, und zwar jener gerade, dieser als konkave Kreislinie. Die Fläche selbst ist dann durch Rücken eines veränderlichen Kreises parallel zur Wandebene erzeugt, wobei die Endpunkte des vertikalen Kreisdurchmessers immer auf jenen beiden Leitlinien bleiben.

Jede Zone einer solchen Rückungsfläche zwischen zwei einander nahe liegenden verschieden grossen Erzeugenden lässt sich auffassen und schattieren als niedrige Zone einer Kegelfläche, wobei die kurzen Stücke der von geometrisch-ähnlich liegenden Punkten bei der Erzeugung beschriebenen Kurven zu Mantellinien der Kegelfläche geworden sind. Fallen die beiden Erzeugenden in eine zusammen, so gehen die Mantellinien in Tangenten an jenen Kurven über. Die Spitze des gedachten Kegels ist erhältlich als Schnittpunkt zweier solcher Tangenten. Wo die Körperschattenpunkte auf der Erzeugenden liegen als auf der Basis des Kegels, da liegen sie auch für die Rückungsfläche. (Die Betrachtung würde auch für eine gewundene Leitlinie gelten.)

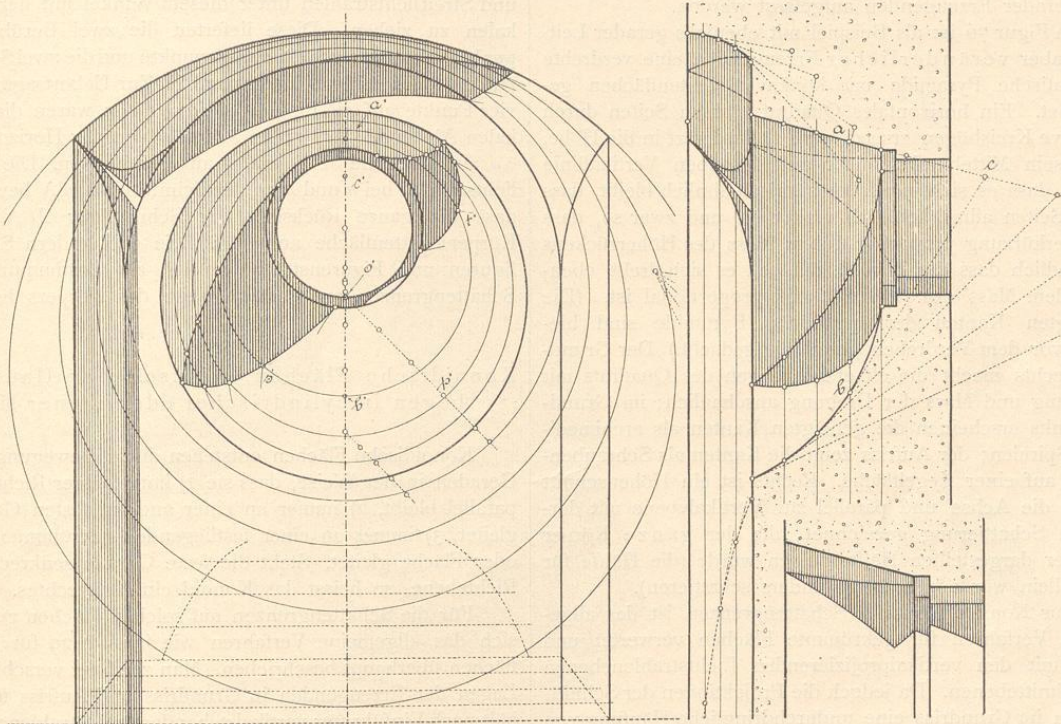
In dem eingeführten Beispiel wird für die Lage ab der Erzeugenden die Spitze c des Kegels im Höhenschnitt der Leibungsfläche erhalten als Schnitt der verlängerten oberen

Leitlinie mit der Tangente bc an der unteren Leitlinie im Fusspunkt b der Erzeugenden. Die Bestimmung der Körperschattenpunkte auf der Erzeugenden erfolgt nach Art. 46; Hilfslinien hiefür sind nicht eingezeichnet.

Der Schlagschatten auf einer solchen Rückungsfläche wird auf demselben Weg erhalten wie für die Rückungsflächen mit unveränderlichen Erzeugenden. Bei dem gewählten Beispiel wirkt für die Frontansicht des Fensters der kreisförmige Rand den Schlagschatten, so dass die Schattenpunkte in einfacher Weise je als Schnittpunkte zweier in Frontansicht erscheinender Kreise auftreten. So sind z. B. die Punkte s' und t' erhalten als Schnitte des aus p' mit dem Radius des Randkreises o' beschriebenen Kreises mit

den Höhenschnitt auf die Vertikallinie für die Ebene der Erzeugenden hinüberliniert werden kann. Zu beachten ist, dass hiefür die Lichtstrahlrichtung in der Frontansicht von rechts oben nach links unten geht.

Was den über dem Rundfenster befindlichen „Kernbogen“ betrifft, so ist er erzeugt wie folgt: Als gegeben ist betrachtet die untere halbkreisförmige Stirnbogenlinie, die zwei Bogenlinien in den Vertikalebenen der seitlichen Leibungsflächen, welche diese nach oben begrenzen, und die ebenfalls kreisbogenförmige Scheitellinie des Bogens. Der untere Stirnbogen gleitet nun parallel bleibend und sich allmählich vergrößernd einerseits an den zwei Leibungsbögen, andererseits am Scheitelsbogen. Zur Kon-



Figur 75.

dem Kreis $a'b'$. Punkt p' liegt unter o' um die horizontale Entfernung der Ebenen des Randkreises und des Schnittkreises ab .

Der erste Höhenschnitt zeigt die Ansicht der linken Hälfte des Fensters mit den Schatten wie sie die Frontansicht darbietet; die Schattenlinien der rechten Seite sind einpunktig; wogegen der zweite Höhenschnitt dieselbe Hälfte so zeigt, als ob die rechte Hälfte nicht da und die Richtung des Lichtstrahls für den Grundriss dieser Figur die gewöhnliche wäre. Um in diesem zweiten Höhenschnitt den Schlagschatten der geraden oberen Schnittkante auf der Leibungsfläche zu suchen, zeichnet man in der Vorderansicht die leicht erhältlichen Schlagschatten dieser Kante auf den Ebenen der Erzeugenden. Wo ein solcher Schlagschatten die erzeugende Kreislinie seiner Ebene schneidet, da ist ein Schlagschattenpunkt, der in

struktion sind verschiedene Lagen des erzeugenden Kreises gezeichnet und zu Vollkreisen ergänzt, um im Höhenschnitt die untere Umrisslinie der erzeugten Fläche zu erhalten, welche (wie die untere Umrisslinie der Fensterleibung) zur Bestimmung der Kegelspitzen notwendig ist. Im übrigen ist die Konstruktion der Schattengrenzen von derjenigen bei der Fensterleibung nur darin verschieden, dass bei Bestimmung der Kegelspitzen anstatt der geraden oberen Umrisslinie die Tangenten der gekrümmten zu benutzen sind.

Ein Beispiel einer hieher gehörigen Rückungsfläche mit gewundener Leitlinie wäre der Schaft einer gewundenen Säule mit Verjüngung nach oben, wobei entweder die Durchmesser der erzeugenden Kreise der Figuren 74b und c proportional dem Mass des Höherrückens kleiner würden, oder alle Horizontalschnitte den gleich hochliegen-

den einer nicht gewundenen, aber „geschwellten“ Säule kongruent wären.

76. Rückungsflächen mit drehend fortschreitender, veränderlicher oder unveränderlicher Erzeugenden.

Hierher gehören als einfache Beispiele mit unveränderlichen Erzeugenden die Wendelflächen und die verdrehten Stabformen aus Art. 70 und 106; die Leitlinie ist hiebei eine Gerade; der Winkel der Drehung ist proportional dem Masse des Fortrückens. Auch die Konoide (Art. 77) können als solche Rückungsflächen mit drehender gerader Erzeugenden aufgefasst werden.

In Figur 76 ist als Beispiel mit ebenfalls gerader Leitlinie, aber veränderlicher Erzeugenden eine verdrehte quadratische Pyramide mit konkaven Seitenflächen gezeichnet. Ein horizontales Quadrat, dessen Seiten durch konkave Kreisbögen ersetzt sind, rückt derart in die Höhe, dass sein Mittelpunkt immer auf derselben Vertikallinie bleibt, dass es sich immer geometrisch ähnlich bleibt, dass seine Seiten allmählich sich verkürzen, und zwar so, dass die Verkürzung proportional dem Masse des Höherrückens ist, endlich dass der Winkel, um den es sich dreht, ebenfalls dem Masse des Höherrückens proportional ist. (Die geneigten Kanten der verdrehten Pyramide sind hienach vor dem Verdrehen geradlinig gedacht.) Der Grundriss rechts macht die elf ersten Lagen des Quadrats mit Richtung und Masse der Drehung anschaulich; im Grundriss links erscheinen die geneigten Kanten als archimedische Spiralen; der Aufriss zeigt die Kanten als Schraubenlinien auf einer Kegelfläche. Rechts ist ein Höhenschnitt durch die Achse und parallel zur Vertikalebene mit derselben Schattierung gezeichnet, die der ganze Körper auf der dargestellten Hälfte zeigen würde (die Hälfte für sich allein würde sich etwas anders schattieren).

Zur Konstruktion der Schattengrenzen ist das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen verwertet und zwar mit den vertikalprojizierenden Lichtstrahlenebenen als Schnittebenen. Da jedoch die Projektionen der Schnittkurven im Grundriss eine undurchdringliche Häufung von Linien ergeben hätten, so sind sie in wahrer Gestalt getrennt herausgetragen worden, wie in Figur 72a. Für den Schnitt MN z. B. wurde zuerst (Figur rechts oben) auf einer Vertikallinie 1 2 3 . . . 8 die Strecke $a'h'$ mit ihrer Einteilung durch die Punkte $b'c'd'e'f'g'$ aufgetragen. Dann wurden aus dem linksseitigen Grundriss die Schnittpunkte der Kanten mit der Schnittebene geholt, das heisst die horizontalen, senkrecht zur Vertikalebene gerichteten Abstände der Kantenpunkte $a'b'e'h'$ von der zur Vertikalebene parallelen Achsenschnittebene des Körpers entnommen und in den Schnitt MN eingetragen. (In diesem ist also 1 a für Punkt $a' = 1a$ im Grundriss, 2 b für Punkt $b' = 2b$ im Grundriss, 5 e für $e' = 5e$ im Grundriss u. s. w., wobei der Grundriss von rechts betrachtet wurde, also Abstände von der Achse aus gegen den Grundschnitt von der Vertikalen im Schnitt MN aus nach rechts aufzutragen waren). In den Punkten $a'c'd'e'f'g'$ schneidet die Schnittebene die Lagen VIII VII VI V IV des erzeugenden

Quadrats. Diese Punkte $a'c'd'e'$ u. s. w. wurden im rechtsseitigen Grundriss aufgesucht; es wurde 1 a im Schnitt $MN = 1a$ im Grundriss nach rechts getragen (Probe mit dem Kantenpunkt), 3 c im Schnitt $MN = 3c$ im Grundriss nach rechts getragen, 4 d im Schnitt $MN = 4d$ im Grundriss nach links getragen, 4 d_1 im Schnitt $MN = 4d_1$ im Grundriss nach rechts getragen u. s. w. Die Verbindung der erhaltenen Kantenpunkte und Kreisflächenpunkte ergab die Schnittfigur MN .

In der Schnittebene MN bildet der Lichtstrahl mit der Gefällslinie 12 . . . 8 oder mit der herausgetragenen Vertikalprojektion des Lichtstrahls den bekannten Winkel α ; an die erhaltene Schnittkurve MN waren also Tangenten und Streiflichtstrahlen unter diesem Winkel mit der Vertikalen zu ziehen. Diese lieferten die zwei Berührungspunkte k als Körperschattengrenzpunkte und die zwei Schnittpunkte s als Schlagschattenpunkte. Zur Uebertragung der vier Punkte auf die Linie MN im Aufriss waren die vertikalen Abstände der Punkte k und s von der Horizontalen 1 a auf der Linie MN von a' aus abzumessen. Die Streiflichtstrahlen bei a und h an der Schnittfigur MN beweisen, dass die ganze Rückseite der Schnittfigur MN einer Körperschattenfläche angehört. Die drei andern Schnittfiguren und Figurenstücke wurden zur Bestimmung der Schattengrenzen auf der Rückseite des Körpers benutzt.

Konoidische Flächen; windschiefer Haustein-77. bogen in cylindrischer oder ebener Mauer.

Konoidische Flächen entstehen durch Bewegung einer Geraden in der Weise, dass sie 1) immer einer Richtebene parallel bleibt, 2) immer an einer andern, festen Geraden gleitet, 3) immer an einer festliegenden gekrümmten Linie oder Fläche gleitet. Steht die feste Gerade senkrecht zur Richtebene, so heisst das Konoid ein senkrechtes.

Für die Schattengrenzen auf solchen Flächen gestaltet sich das allgemeine Verfahren wie in Art. 29 für Regelflächen überhaupt beschrieben. Man zeichnet verschiedene Lagen der Erzeugenden in Grundriss und Aufriss und erhält nach Einführung vertikalstehender Lichtstrahlenebenen durch Hinaufloten der Grundrisschnittpunkte in den Aufriss die Schnittkurven, die in bekannter Weise zu benutzen sind. Ein Beispiel war schon Figur 29b.

Eine weitere Konstruktion für Schlagschattengrenzen ist die folgende, welche auf der Eigenschaft der Konoidfläche als Rückungsfläche mit gerader Erzeugenden beruht. Man sucht auf einer beliebigen, zur Richtebene parallelen Schnittebene den Schlagschatten derjenigen Linie, welche die Konoidfläche beschattet, sei nun diese Linie eine Randlinie der Fläche selbst, wie bei der Selbstbeschattung, oder sei sie die Selbstschattengrenze eines andern Körpers. Wo die in der gewählten Ebene liegende Erzeugende die Schlagschattenlinie schneidet, da ist ein Punkt der Schlagschattengrenze auf der Fläche. Für weitere Parallelebenen werden die Schlagschattenlinien kongruent der ersterhaltenen und erscheinen nur in der Richtung des Lichtstrahls verschoben. Besonders einfach gestaltet sich die Lösung, wenn ein schattenwerfender Rand durch