



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 88. Darstellung der Normalkugel mit der eingebürgerten Lichtrichtung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Lichtdrucktafel (Partie vom Palast Strozzi in Florenz) bietet ein Beispiel für die beschriebene Reflexrichtung und solche „Gegenschatten“, ebenso das Gebälk der dorischen Säulenordnung aus der Renaissance auf der vierten Lichtdrucktafel. Die unter dem Gebälk stehende Säule ist als Drehungsfläche mit den zuerst genannten, für die Kugel eingeführten Reflexlichtwirkungen schattiert, so dass in diesem Beispiel vier Reflexlichtwirkungen unterschieden werden können und streng genommen ein unschädlicher Widerspruch zwischen der Schattierung von Gebälk und Säule besteht.

Noch andere Annahmen über die Richtung des Reflexlichtes gegenüber dem direkten Licht sind nicht ausgeschlossen und werden besonders in Deutschland beim Schattieren von architektonischen Aufrissen und Perspektiven häufig getroffen, wogegen sich die französischen Darstellungen strenger an die zuvor beschriebenen zu binden pflegen. Zuweilen wird im Schlag- und Körperschatten weiter schattiert, als ob das Reflexlicht mit dem direkten annähernd gleichgerichtet und nur weit schwächer, zuweilen auch, als ob es gar nicht da wäre, und für kleineren Massstab ist diese letzte Annahme die dankbarste. Die Erfahrung und die Beobachtung der Photographie kann lehren, dass fast alle Annahmen, wenn nur einheitlich durchgeführt, eine gute Modellierung der Gebilde erzielen können. Die Anpassungsfähigkeit des Formenvorstellungsvermögens an die Schattierung geht sehr weit.

87. Zusammenstellung aller Lichtstufen.

Die Kugel mit Licht- und Schlagschattenpartien bietet alle überhaupt vorkommenden Neigungen einer Fläche gegen den Lichtstrahl und damit alle vorkommenden Stufen von Licht und Dunkel. Man benützt sie deshalb als „Lichtmassstab“, als Hilfsmittel zum Ausdruck für bestimmte Lichtstufen, indem man den Durchmesser parallel zum Lichtstrahl in 8 oder 12 gleiche Teile teilt; die Parallelkreise, die diesen Punkten entsprechen, bilden mit dem schattenabgrenzenden Grosskreis und den drei Einzelpunkten *h*, *r* und *s* die Stufen der Flächenbeleuchtung. Bei Teilung in 8 Teile erscheinen 13 Lichtstufen. Doch ist es zweckmässig, bei dieser Teilung nicht stehen zu bleiben, sondern den äussersten Teil vom hellsten Punkt, beziehungsweise Reflexpunkt her noch einmal im Verhältnis 3:7 einzuteilen und damit zwei weitere Lichtstufenlinien einzuführen. Die Zahl der Lichtstufen kommt hiedurch auf 16, die mit Unterscheidung durch verschiedene Vorzeichen für Licht und Schlagschatten einerseits und Körperschatten andererseits in folgender Weise bezeichnet werden.

+ 0 im Licht (hellster Punkt)	+ 0 im Schlagschatten (dunkelster Punkt)
+ 0,3 „ „	+ 0,3 „ „
+ 1 „ „	+ 1 „ „
+ 2 „ „	+ 2 „ „
+ 3 „ „	+ 3 „ „
± 4 (Körperschattengrenze)	
— 3 im Reflex- oder Körperschatten	
— 2 „ „ „ „	
— 1 „ „ „ „	
— 0,3 „ „ „ „	
— 0 (hellster Punkt im Körperschatten oder Reflexpunkt).	

Würde man bei der Achtteilung stehen bleiben, so würde die Fläche mit vollem Licht erfahrungsgemäss viel zu gross, der Uebergang von + 0 zu + 1 zu hart und die Gesetzmässigkeit der Krümmung der Fläche nahe dem hellsten Punkt durch eine grosse ebene Platte empfindlich gestört erscheinen. Bisher wurde, um diesem Uebelstand abzuweichen, zuweilen ein Parallelkreis + $\frac{1}{2}$ eingeführt; doch bleibt auch hiebei (ursprüngliche Achtteilung des Durchmessers vorausgesetzt) die Fläche hellsten Lichtes noch zu gross; insbesondere aber hat diese Halbierung des äussersten Teils den Mangel, dass der Abstand von + 1 bis + $\frac{1}{2}$ als zu klein und derjenige von + $\frac{1}{2}$ bis + 0 als zu gross die Aufeinanderfolge der Abstände der Lichtstufenlinien unstetig und willkürlich erscheinen lassen, wogegen bei der hier gewählten Einführung von + 0,3 die Fläche hellsten Lichtes auf ein günstiges Mass gebracht und die Aufeinanderfolge der Kreise auf der Kugel in deren Darstellung für die eingebürgerte Lichtrichtung gesetzmässig und gefällig wird, wie Figur 88b beweisen kann. Diese schönere Lage der Lichtstufenlinien kommt nicht nur der Kugel selber zu gut, sondern auch der Darstellung aller andern Körper mit gekrümmter Oberfläche, für deren Schattierung die „Normalkugel“ in später zu erklärender Weise verwertet wird.

Wenn je eine Kugel oder ein nach ihr zu schattierender anderer Körper in so grossem Massstab gezeichnet ist, dass die Streifen zwischen den Lichtstufenlinien mit der Achtteilung zu breit und die Uebergänge zu hart würden, so ist es nicht schwer, durch Schätzung oder genaue Konstruktion noch Zwischenlinien von + 0,6 (nicht 0,65), + 1,5 + 2,5 + 3,5 — 3,5 u. s. f. einzuschalten. Vgl. z. B. Figur 103b.

Bei einer Einteilung des Durchmessers in zwölf Teile anstatt in acht würden anstatt der 13 Lichtstufen der unergänzten Achtteilung deren 19, und anstatt der 16 Lichtstufen der durch + 0,3 ergänzten Achtteilung deren 22 erscheinen; bei Einteilung in zwanzig Teile sogar 31. Für die praktische Verwertung des Verfahrens, das im folgenden zu erklären ist, dürfte es sich empfehlen, die Zahl der durch graphische Konstruktion zu bestimmen Linien möglichst einzuschränken; auch schon bei wenigen solchen ist die Arbeit noch immer gross genug, und bei Bedarf an weiteren im eben berührten Fall reicht deren Einschaltung nach Schätzung auch strengen Anforderungen gegenüber meist vollkommen aus.

Darstellung der Normalkugel mit der eingebürgerten Lichtrichtung.

Die erste Darstellung der Normalkugel (Figur 82), ein Grundriss derselben in einem Grundebenensystem, in welchem der Lichtstrahl als eine horizontale Linie gedacht ist, hat sich so einfach gestaltet, weil die Kugel projiziert wurde auf eine zum Lichtstrahl parallele Ebene. Anders gestaltet sich das Bild der Kugel im ursprünglichen Grundebenensystem, in welchem die beiden Lichtstrahlprojektionen einen Winkel von 45° mit dem Querschnitt bilden; die Projektionen der Parallelkreise werden hier Ellipsen sein, und zwar finden sie sich auf folgendem Weg:

Man denkt sich die Kugel nach den beiden in Fig. 88a gezeichneten Projektionen auf der Horizontalebene liegend und samt ihren Lichtstufenlinien auf die horizontalprojizierende Ebene des Lichtstrahls $p q$ projiziert, dann diese Ebene in die Horizontalebene umgeklappt. Der Lichtstrahl durch den Kugelmittelpunkt projiziert sich auf die Vertikalebene $p q$ als eine Gerade, die mit ihrer Horizontalprojektion den aus Art. 38 bekannten Winkel $\alpha = 35^\circ 15,9'$ einschliesst; in der Umklappung wird also der Durchmesserlichtstrahl diesen Winkel mit der Umklappungsbasis $p q$ einschliessen. Die Lichtstufenkreise der Kugel erscheinen in der Projektion auf der Vertikalebene $p q$ als gerade Linien senkrecht zum Durchmesserlichtstrahl; so erscheinen sie also auch in der Umklappung.

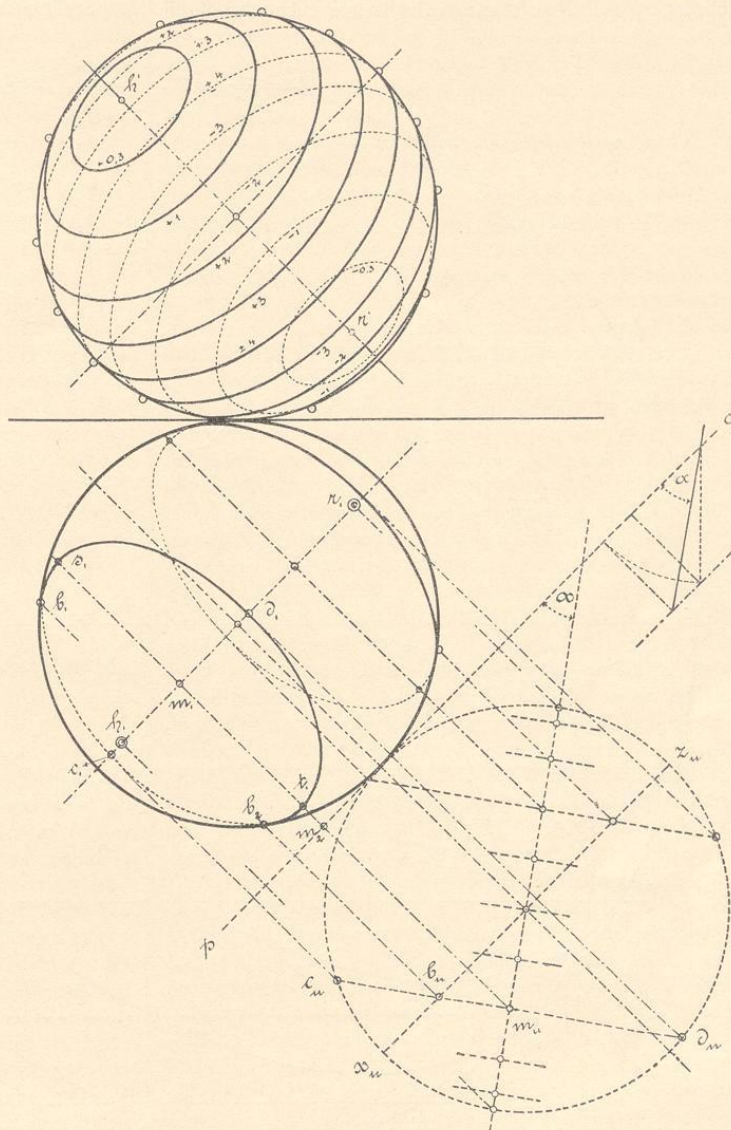
Denkt man sich nun einen der Lichtstufenkreise der Kugel aus Figur 82, z. B. $c d$, auf die horizontale Grundebene projiziert, so wird sich in der umgeklappten Ebene $p q$ dessen Mittelpunkt m_u nach m_2 projizieren, also im Raum der Mittelpunkt m selbst nach m , projizieren, wobei $m_u m$, senkrecht zur Lichtstrahlprojektion gerichtet ist. Der Kreis selbst wird sich als Ellipse projizieren, deren grosse Achse s, t , durch m , geht, senkrecht zur Lichtstrahlprojektion steht und gleich dem Kreisdurchmesser $c d$ oder $c_u d_u$ ist; denn der horizontale Durchmesser des Raumkreises $c d$ ist senkrecht zur Lichtstrahlprojektion gerichtet und projiziert sich auf die Horizontalebene in wahrer Grösse. Der tiefste Punkt c und der höchste Punkt d des Raumkreises $c d$ werden sich nach c , und d , projizieren, wobei $c_u c$, und $d_u d$, senkrecht zur Lichtstrahlprojektion gerichtet sind und c, d , die kleine Achse der Ellipse darstellt.

In derselben Weise werden alle anderen Lichtstufenkreise der Kugel in deren Grundriss übertragen werden können und als Ellipsen erscheinen.

Für die später zu betrachtende Verwertung der Normalkugel zum Schattieren anderer gekrümmter Flächen ist es zweckmässig, sich die Punkte $b_1 b_2$ u. s. w. zu verschaffen, in welchen die elliptischen Lichtstufenlinien des Kugelbildes dessen Umriss berühren. Der Umrisskreis der Horizontalprojektion der Kugel erscheint in der Umklappung als Linie $x_u z_u$ parallel $p q$, somit die zwei Schnittpunkte des Lichtstufenkreises $c d$ mit dem Umrisskreis in b_u ; das Zurückklappen von b_u auf den Umrisskreis im Grundriss liefert dort die Berührungspunkte b_1 und b_2 .

Das ganze Verfahren hätte sich auch in der Vertikalprojektion der Kugel mit Umklappen um die Vertikalprojektion des Lichtstrahls durchführen lassen und es wäre

dann die Figur samt allen Hilfslinien völlig kongruent der nun erhaltenen geworden, nur mit symmetrischer Lage zur Horizontalrichtung. Die Vertikalprojektion der Normalkugel bietet also in Beziehung zur Vertikalprojektion



Figur 88 a.

des Lichtstrahls genau dasselbe Bild, das im Grundriss der Kugel gegenüber dem Grundriss des Lichtstrahls erschien. Es folgt daraus, dass man nur eine Projektion der Normalkugel zu zeichnen nötig hat und diese bald als Grundriss, bald als Aufriss betrachten kann.

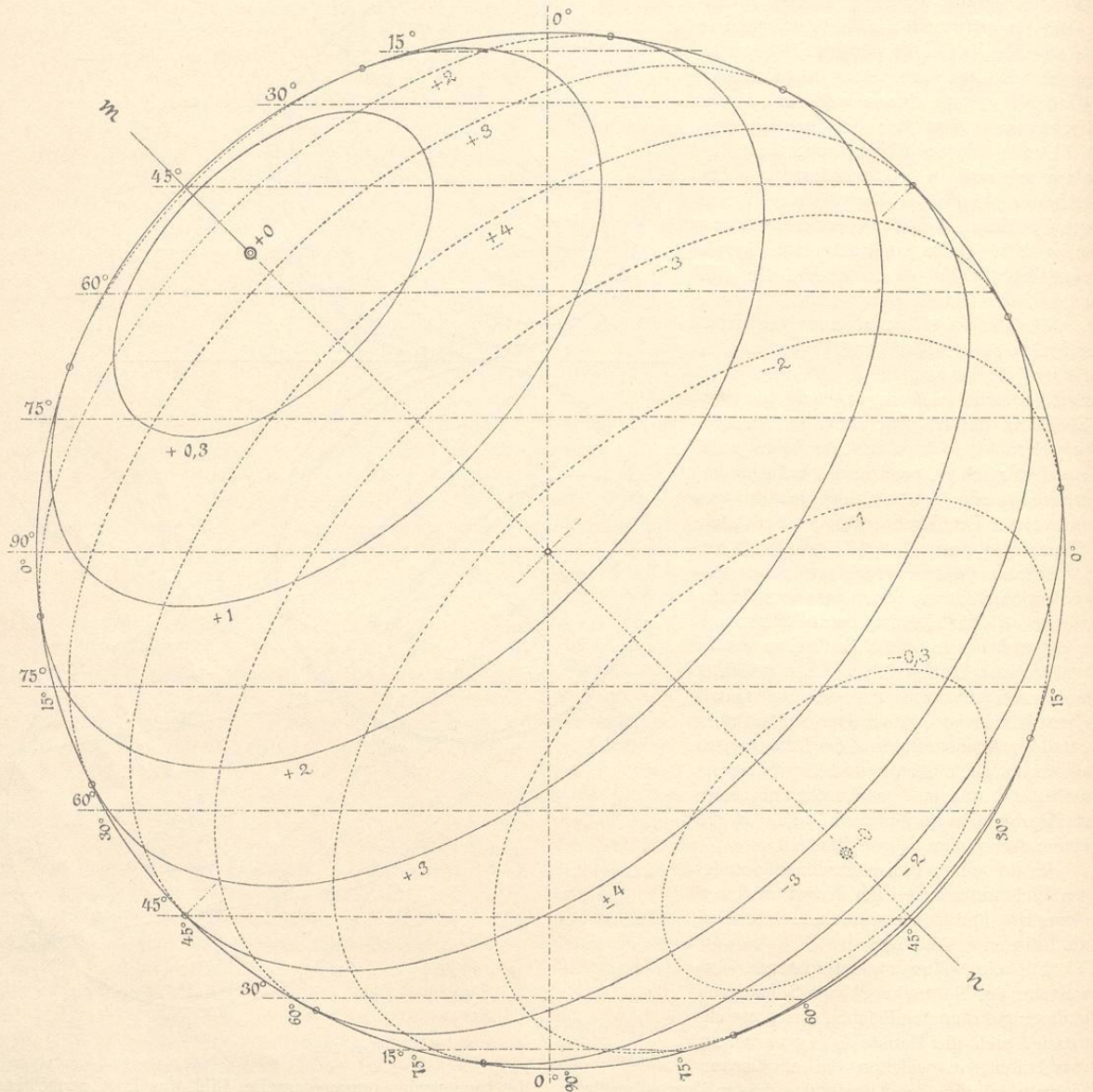
Figur 88a bietet die Normalkugelprojektion im Aufriss in kleinerem, Figur 88b in möglichst grossem Massstab. Für beide Auffassungen ist die Richtung $m n$ oder die Richtung der kleinen Ellipsenachsen als Lichtstrahlprojektion festzuhalten. Soll also die Figur als Grundriss

aufgefasst werden, so ist sie so zu legen, dass der hellste Punkt $+o$ links unten zu liegen kommt; bei Auffassung als Aufriss muss dieser Punkt links oben stehen.

Eine Seitenprojektion der Normalkugel wird selten gebraucht. Als Rechtsansicht ist sie entweder durch

Als Linksansicht erhält man die Seitenprojektion der Normalkugel durch Drehung ihres Aufrissbildes um 90° in der Weise, dass der hellste Punkt $+o$ nach rechts oben rückt; die Vorzeichen bleiben dabei unverändert.

Stellt man sich die Frage, wie sich die hohle Halb-



Figur 88 b.

Vertauschen der ausgezogenen und punktierten Linien des Aufrissbildes oder durch dessen Drehen um 180° erhältlich, so dass der frühere hellste Lichtpunkt rechts unten erscheint; im letzten Fall sind die Vorzeichen der Lichtstufenlinien zu vertauschen. Der neue hellste Punkt $+o$ und die Linie $+0,3$ werden unsichtbar und dafür der hellste Reflexpunkt $-o$ und die Linie $-0,3$ sichtbar.

kugel schattiert, die in die Vertikal- oder Horizontalebene vertieft ist, so ergibt sich die Antwort aus folgender Betrachtung. Jedes überhaupt beleuchtete Element der Hohlkugelfläche ist ebenso beleuchtet wie das ihm diametral entgegengesetzte im Aeussern der Vollkugel, weil die Richtung der tangierenden Ebene für beide Elemente dieselbe ist. Daraus folgt, dass auf der hohlen Halbkugel

der frühere Reflexpunkt r der hellste Punkt sein wird und dass die Parallelkreise gleicher Lichtstärke von diesem aus genau mit derselben Grösse und Entfernung und Lichtstärke auftreten wie früher auf der vollen Kugel vom hellsten Punkt h aus. Weil nun die Licht- und Schattenkreise symmetrisch liegen, so heisst das einfach: „Die Linien gleicher Lichtstärke für die Darstellung der halben Hohlkugel sind die auf der Darstellung der konvexen Normalkugel punktiert gezeichneten Ellipsen und Ellipsenteile unter Umkehrung der Vorzeichen plus und minus in ihrer Benennung.“

Die erste Lichtdrucktafel bietet in der mittleren Figur der oberen Reihe die konvexe Normalkugel mit ihren Lichtstufen als Aufrissbild, und zwar unter der Voraussetzung, dass ein Schlagschatten auf die Kugel falle, der ebenfalls alle sichtbaren Lichtstufenkreise umfasst. Es sind somit in dieser Darstellung alle Lichtstufen vereinigt mit Ausnahme von -0 , dessen Fläche in Vorder- und Oberansichten nie sichtbar wird, indem immer nur ein sehr schmaler Streifen von $-0,7$ das Endglied der Lichtstufenreihe im Reflex bilden kann. Nur Seitenprojektionen als Rechtsansichten und Grundrisse als Unteransichten können diese Lichtstufe mit sich bringen.

Die hohle Halbkugel ist schattiert auf der zweiten Lichtdrucktafel, und zwar erscheint sie unter dem gescheffelten Gesims als Ausfüllung der Friesfläche.

XII. Verwertung der Normalkugel zum Schattieren anderer Körper.

89. Die Normalkugel als Lichtstufenmassstab.

Wenn im früheren gesagt wurde, die Normalkugel sei ein „Lichtstufenmassstab“, so soll das nicht nur ausdrücken, dass alle Lichtstufen auf ihr verwirklicht sind, sondern auch, dass mit ihrer Hilfe die Lichtstufen anderer Körper gemessen werden können. Wie beim Anhalten des Längenmassstabes an eine Strecke ein Längenmass, so kann beim Anhalten der Normalkugel an einen Flächenpunkt die Lichtstufe dieses Punktes abgelesen werden. Wenn etwa an eine Seitenfläche eines regelmässigen Dodekaeders oder an das Innere einer ellipsoidischen Schale eine als Raumform ausgeführte Kugel mit Lichtstufenkreisen angelegt wird, so giebt der Berührungspunkt beider Körper die Lichtstufe der Seitenfläche oder des Punktes für eine Lichtrichtung, welche durch den Durchmesser der Kugel von $+0$ nach -0 ausgedrückt ist. Es ist nur das Vorzeichen der Lichtstufe umzukehren, weil eigentlich die Hohlkugel angehalten wird.

Die Verwertung dieser Thatsache für das Schattieren gezeichneter Körper mit Hilfe der gezeichneten Normalkugel geht von ihrer Begründung aus. Raumkugelpunkt und Raumflächenpunkt sind gleich hell, weil die Berührungsebenen der Kugel und der andern Fläche in diesem Punkt parallel sind. Ein durch die Zeichnung gegebener Flächenpunkt wird mit einem durch die Zeichnung gegebenen Normalkugelpunkt gleich hell sein, wenn die Berührungs-

ebenen in beiden Punkten gleich gerichtet sind. Dies ist der Grundgedanke der Verwertung der Normalkugel zum Schattieren anderer Körper.

Wenn die Frage gestellt ist: „Welche Lichtstufe hat ein gegebener Punkt einer Fläche?“ so ist in diesem Punkt eine Berührungsebene an die Fläche und an die Normalkugel eine parallele Berührungsebene zu legen; der Berührungspunkt dieser letzten hat dieselbe Lichtstufe wie der gegebene Punkt.

Damit ist nun das Beleuchtungsproblem wohl für einen ebenbegrenzten Körper, bei welchem ein Punkt für die Beleuchtung seiner ganzen Ebene massgebend ist, noch nicht aber für gekrümmte Flächen gelöst. Was wäre erreicht, wenn auf einer solchen Fläche noch so viele Punkte mit allerlei durch unganze Zahlen ausgedrückten Lichtstufen, z. B. $+3,25 + 0,62 - 2,85$ u. s. w., gefunden wären? Offenbar könnte damit die Fläche noch nicht mit zusammenhängenden und sich abstufigen Maltönen oder Strichlagen schattiert werden. Es bedarf vielmehr auf allen andern gekrümmten Flächen ähnlicher Lichtstufenlinien für die Punkte mit ganzen Zahlen, wie sie auf der Kugel durch die 9 Parallelkreise dargestellt sind; erst mit der Bestimmung dieser Lichtstufenlinien ist das Beleuchtungsproblem für eine Fläche gelöst, und mit Hilfe jener zufälligen Punkte wären die Linien nur durch eine unsichere Schätzung zu erhalten. Es wird also für jede Flächengattung eines bestimmten Verfahrens bedürfen, auf geeigneten Linien der Fläche die Punkte mit ganzzahligen Beleuchtungsstufen aufzufinden. Wenn hienach eine Gruppe zusammengehöriger ganzzahliger Lichtstufenpunkte, z. B. $+3$, auf der Fläche vorhanden ist und diese Punkte durch eine stetige Kurve zusammengefasst werden, so bildet diese eine „Linie gleicher Helle“ oder „Lichtstufenlinie“ $+3$, wie sie auf der Kugel durch den Parallelkreis $+3$ dargeboten ist, und nach Beschaffung aller solcher Kurven wird die Fläche in ähnlicher Weise durch sie gegliedert wie die Normalkugel durch die 9 Parallelkreise. Bei den andern Flächen erscheinen jedoch diese Linien meist nicht mehr so einfach, sondern zuweilen mit barocken Windungen und sogar plötzlichen Richtungsänderungen auch bei stetigen Umrissen der Körper. Man nennt diese Linien anderwärts auch „Hellenlinien“ oder mit gelehrterem Ausdruck „Isophoten“; hier soll der Ausdruck „Lichtstufenlinien“ ausschliesslich gebraucht werden.

Im folgenden ist zunächst die Verwertung der Normalkugel für eben begrenzte Körper, dann die Bestimmung der Lichtstufenlinien auf allen der praktischen Verwendung näherliegenden gekrümmten Flächen gezeigt und zum Schluss das Beleuchtungsproblem allgemein, für alle Arten von Flächen behandelt. Doch bedarf es zuvor noch einer nicht unwichtigen Betrachtung.

Lichtstufen am Aeussern und im Innern hohl-90. gedachter Körper.

Zu der Berührungsebene in einem bestimmten Punkt einer gekrümmten Fläche lassen sich immer zwei parallele Berührungsebenen an die Normalkugel legen. Man