



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 90. Lichtstufen am Aeussern und im Innern hohlgedachter Körper

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

der frühere Reflexpunkt r der hellste Punkt sein wird und dass die Parallelkreise gleicher Lichtstärke von diesem aus genau mit derselben Grösse und Entfernung und Lichtstärke auftreten wie früher auf der vollen Kugel vom hellsten Punkt h aus. Weil nun die Licht- und Schattenkreise symmetrisch liegen, so heisst das einfach: „Die Linien gleicher Lichtstärke für die Darstellung der halben Hohlkugel sind die auf der Darstellung der konvexen Normalkugel punktiert gezeichneten Ellipsen und Ellipsenteile unter Umkehrung der Vorzeichen plus und minus in ihrer Benennung.“

Die erste Lichtdrucktafel bietet in der mittleren Figur der oberen Reihe die konvexe Normalkugel mit ihren Lichtstufen als Aufrissbild, und zwar unter der Voraussetzung, dass ein Schlagschatten auf die Kugel falle, der ebenfalls alle sichtbaren Lichtstufenkreise umfasst. Es sind somit in dieser Darstellung alle Lichtstufen vereinigt mit Ausnahme von -0 , dessen Fläche in Vorder- und Oberansichten nie sichtbar wird, indem immer nur ein sehr schmaler Streifen von $-0,7$ das Endglied der Lichtstufenreihe im Reflex bilden kann. Nur Seitenprojektionen als Rechtsansichten und Grundrisse als Unteransichten können diese Lichtstufe mit sich bringen.

Die hohle Halbkugel ist schattiert auf der zweiten Lichtdrucktafel, und zwar erscheint sie unter dem gescheffelten Gesims als Ausfüllung der Friesfläche.

XII. Verwertung der Normalkugel zum Schattieren anderer Körper.

89. Die Normalkugel als Lichtstufenmassstab.

Wenn im früheren gesagt wurde, die Normalkugel sei ein „Lichtstufenmassstab“, so soll das nicht nur ausdrücken, dass alle Lichtstufen auf ihr verwirklicht sind, sondern auch, dass mit ihrer Hilfe die Lichtstufen anderer Körper gemessen werden können. Wie beim Anhalten des Längenmassstabes an eine Strecke ein Längenmass, so kann beim Anhalten der Normalkugel an einen Flächenpunkt die Lichtstufe dieses Punktes abgelesen werden. Wenn etwa an eine Seitenfläche eines regelmässigen Dodekaeders oder an das Innere einer ellipsoidischen Schale eine als Raumform ausgeführte Kugel mit Lichtstufenkreisen angelegt wird, so giebt der Berührungspunkt beider Körper die Lichtstufe der Seitenfläche oder des Punktes für eine Lichtrichtung, welche durch den Durchmesser der Kugel von $+0$ nach -0 ausgedrückt ist. Es ist nur das Vorzeichen der Lichtstufe umzukehren, weil eigentlich die Hohlkugel angehalten wird.

Die Verwertung dieser Thatsache für das Schattieren gezeichneter Körper mit Hilfe der gezeichneten Normalkugel geht von ihrer Begründung aus. Raumkugelpunkt und Raumflächenpunkt sind gleich hell, weil die Berührungsebenen der Kugel und der andern Fläche in diesem Punkt parallel sind. Ein durch die Zeichnung gegebener Flächenpunkt wird mit einem durch die Zeichnung gegebenen Normalkugelpunkt gleich hell sein, wenn die Berührungs-

ebenen in beiden Punkten gleich gerichtet sind. Dies ist der Grundgedanke der Verwertung der Normalkugel zum Schattieren anderer Körper.

Wenn die Frage gestellt ist: „Welche Lichtstufe hat ein gegebener Punkt einer Fläche?“ so ist in diesem Punkt eine Berührungsebene an die Fläche und an die Normalkugel eine parallele Berührungsebene zu legen; der Berührungspunkt dieser letzten hat dieselbe Lichtstufe wie der gegebene Punkt.

Damit ist nun das Beleuchtungsproblem wohl für einen ebenbegrenzten Körper, bei welchem ein Punkt für die Beleuchtung seiner ganzen Ebene massgebend ist, noch nicht aber für gekrümmte Flächen gelöst. Was wäre erreicht, wenn auf einer solchen Fläche noch so viele Punkte mit allerlei durch unganze Zahlen ausgedrückten Lichtstufen, z. B. $+3,25 + 0,62 - 2,85$ u. s. w., gefunden wären? Offenbar könnte damit die Fläche noch nicht mit zusammenhängenden und sich abstufigen Maltönen oder Strichlagen schattiert werden. Es bedarf vielmehr auf allen andern gekrümmten Flächen ähnlicher Lichtstufenlinien für die Punkte mit ganzen Zahlen, wie sie auf der Kugel durch die 9 Parallelkreise dargestellt sind; erst mit der Bestimmung dieser Lichtstufenlinien ist das Beleuchtungsproblem für eine Fläche gelöst, und mit Hilfe jener zufälligen Punkte wären die Linien nur durch eine unsichere Schätzung zu erhalten. Es wird also für jede Flächengattung eines bestimmten Verfahrens bedürfen, auf geeigneten Linien der Fläche die Punkte mit ganzzahligen Beleuchtungsstufen aufzufinden. Wenn hienach eine Gruppe zusammengehöriger ganzzahliger Lichtstufenpunkte, z. B. $+3$, auf der Fläche vorhanden ist und diese Punkte durch eine stetige Kurve zusammengefasst werden, so bildet diese eine „Linie gleicher Helle“ oder „Lichtstufenlinie“ $+3$, wie sie auf der Kugel durch den Parallelkreis $+3$ dargeboten ist, und nach Beschaffung aller solcher Kurven wird die Fläche in ähnlicher Weise durch sie gegliedert wie die Normalkugel durch die 9 Parallelkreise. Bei den andern Flächen erscheinen jedoch diese Linien meist nicht mehr so einfach, sondern zuweilen mit barocken Windungen und sogar plötzlichen Richtungsänderungen auch bei stetigen Umrissen der Körper. Man nennt diese Linien anderwärts auch „Hellenlinien“ oder mit gelehrterem Ausdruck „Isophoten“; hier soll der Ausdruck „Lichtstufenlinien“ ausschliesslich gebraucht werden.

Im folgenden ist zunächst die Verwertung der Normalkugel für eben begrenzte Körper, dann die Bestimmung der Lichtstufenlinien auf allen der praktischen Verwendung näherliegenden gekrümmten Flächen gezeigt und zum Schluss das Beleuchtungsproblem allgemein, für alle Arten von Flächen behandelt. Doch bedarf es zuvor noch einer nicht unwichtigen Betrachtung.

Lichtstufen am Aeussern und im Innern hohl-90. gedachter Körper.

Zu der Berührungsebene in einem bestimmten Punkt einer gekrümmten Fläche lassen sich immer zwei parallele Berührungsebenen an die Normalkugel legen. Man

erhält also eigentlich zwei Lichtstufen für den Punkt, die auf demselben Durchmesser der Normalkugel liegen, also durch gleiche Zahlen mit entgegengesetzten Vorzeichen ausgedrückt sind. In der That hat jeder Flächenpunkt zwei Lichtstufen, wenn die Fläche als papierdünne Schale gedacht wird, eine für die dem Licht zugewandte Seite und eine für die Rückseite. So ist im Innern eines regelmässigen Dodekaeders eine Fläche -3 , wenn sie aussen $+3$ ist, und umgekehrt; nur ist sie als $+3$ im Innern Schlagschatten, nicht Licht. Nimmt man als Beispiel einer gekrümmten Fläche etwa den Mantel eines elliptischen einmanteligen Hyperboloids, wie es in Figur 103b dargestellt ist, so muss zuvor ausgesprochen werden, ob die Lichtstufen für das Aeussere des Mantels oder für das Innere anzugeben sind. Die Lichtstufenlinien sind zwar durchaus dieselben für innen und aussen, aber im Innern ist -3 , was im Aeussern $+3$, und umgekehrt; auch kann im Innern ein Schlagschatten neben dem Licht vorhanden sein, wo am Aeussern eine Körperschattenfläche ununterbrochen sich ausdehnt, also die Schlagschattengrenze keine Bedeutung hat, und umgekehrt. In manchen Fällen bedarf es wohl der Aufmerksamkeit und Ueberlegung, ob die Berührungsebene an der Lichtseite der Kugel oder diejenige an der Schattenseite für die Lichtstufe eines Flächenpunktes massgebend ist; aber im allgemeinen ist die Entscheidung nicht schwer und unmittelbar mit Hilfe der Anschauung zu treffen. Ein Hilfsmittel in zweifelhaften Fällen ist das Schneiden der Ebene oder gekrümmten Fläche oder des Körpers durch die vertikale Ebene eines beliebigen Lichtstrahls; die entstehende Schnittlinie zeigt sofort, welche Seite der Ebene oder welche Flächenteile dem Lichte zugewendet sind und welche nicht.

91. Körper mit ebenen Grenzflächen.

Die dem Schattieren ebenbegrenzter Körper zu Grunde liegende Aufgabe ist die Bestimmung der Lichtstufe einer durch ihre beiden Projektionen gegebenen ebenen Figur.

Das in Figur 91a durch seine beiden Projektionen dargestellte Fünfeck $ABCDE$ sei eine Seitenfläche irgend eines Polyeders. Es ist die Lichtstufe seiner Ebene zu bestimmen, das heisst, es ist derjenige Punkt der Normalkugel zu suchen, der dieselbe Lichtstufe darbietet, indem eine in diesem Punkt an die Normalkugel gelegte Berührungsebene mit der Ebene der gegebenen Figur gleichgerichtet ist.

Die Neigung einer solchen Berührungsebene ist dieselbe wie die der Tangente am vertikalstehenden Meridian durch den Berührungspunkt, und denkt man sich die Ebene mit gleichbleibender Neigung auf der Normalkugel gedreht, so beschreibt der Berührungspunkt einen horizontalen Kreis, dessen Höhenlage sich bestimmt aus dem Berührungspunkt einer Tangente am Umriss des Kugelaufrißbildes, welche dieselbe Neigung hat wie die Ebene der gegebenen Figur. Die Gefällslinien aller Lagen der gedrehten Ebene bilden eine Kegelfläche, welche die Kugel längs des Kreises berührt und deren Spitze in der vertikalen Kugelachse liegt. Diejenige Mantellinie dieser Kegel-

fläche, welche der Gefällslinie der gegebenen Ebene parallel ist, geht durch den gesuchten Kugelpunkt. Es ist also diese Gefällslinie nach Neigung und Richtung aufzusuchen.

Man zieht in der Vertikalprojektion der gegebenen Figur eine beliebige Horizontale $x'y'$, lotet die Punkte $x'y'$ in den Grundriss nach x und y , fällt aus d eine Senkrechte auf xy und lotet deren Fusspunkt z wieder hinauf in den Aufriss; DZ ist eine Gefällslinie oder Linie der grössten Neigung in der Ebene der gegebenen Figur. Von d fällt man noch das Lot $d'v'$ auf $x'y'$. Im Dreieck spq , das die Umklappung des Dreiecks DVZ darstellt, ist pq horizontal und $= dz$, sp vertikal und $= d'v'$; sq ist also die Umklappung der Gefällslinie in die Vertikalebene. Man zieht an den Aufriss der Normalkugel (Figur 91b rechts) eine Tangente $f'g'$ parallel zu sq , zeichnet den Horizontalkreis $k'g'$ durch den Berührungspunkt g' und zieht aus f' eine Parallele $f'l'$ zu $d'z'$. Wo diese Parallele den Horizontalkreis $k'g'$ schneidet, liegt der gesuchte Kugelpunkt l' , der mit der Ebene der gegebenen Figur gleiche Lichtstufe hat.

Im Grundplan der Normalkugel (Figur 91b links) würde der Lichtstufenpunkt unabhängig von jener Kegelfläche durch folgende Betrachtung gefunden. Man zeichnet als ersten geometrischen Ort des Punktes den Parallelkreis $k'g'$ im Grundriss als konzentrischen Kreis mit dem Radius $kg = k'g'$. Eine Horizontallinie durch den Berührungspunkt von Kugel und Ebene auf dieser letzten gezogen gedacht, ist Tangente an diesem Kreis. Für weitere Berührungsebenen mit gleicher Horizontalrichtung, aber anderen Neigungen, würden andere Parallelkreise erscheinen; doch wären die Richtungen der Tangenten an diesen Kreisen dieselben; die Berührungspunkte würden im Grundriss alle auf demselben Radius kn und im Raum auf einem vertikalen Grosskreis liegen, der sich in diesen Radius projiziert. Hienach ist für alle Ebenen gleicher Horizontalrichtung der geometrische Ort der Lichtstufenpunkte auf der Normalkugel ein vertikaler Grosskreis, dessen Ebene senkrecht steht auf der Horizontalrichtung der Ebenen und der sich im Grundriss der Normalkugel als ein Radius senkrecht zu dieser Horizontalrichtung projiziert.

Die Horizontalrichtung der gegebenen Ebene ist in der Linie xy schon vorhanden. Man hat also, um den Lichtstufenpunkt im Grundriss der Normalkugel zu erhalten, nur den Radius kn senkrecht zu xy oder parallel zu dz zu ziehen und auf diesem Radius $kl = k'g'$ aufzutragen; l ist der Lichtstufenpunkt im Grundriss. Um keinen Aufriss der Normalkugel beziehen zu müssen, kann man sich den Radius $k'g'$ verschaffen, indem man für das Ziehen der Tangente $f'g'$ den Grundriss zeitweilig als Aufriss auffasst.

Fällt im Aufriss der Schnittpunkt f' von Tangente und Kugelachse über das Blatt hinaus, so benützt man die im Grundriss gezeigte Konstruktion, indem man den Horizontalkreis $k'g'$ in die Vertikalebene umklappt und in der Umklappung $k'i'$ parallel zu dz oder senkrecht zu xy zieht. Das Zurückklappen des Punktes i' durch $i'l'$ senkrecht zu $k'g'$ liefert dann den Punkt l' unabhängig von f' .

Die Thatfachen, durch deren Betrachtung der Punkt L sich gefunden hat, sind als wichtig für spätere Probleme