



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

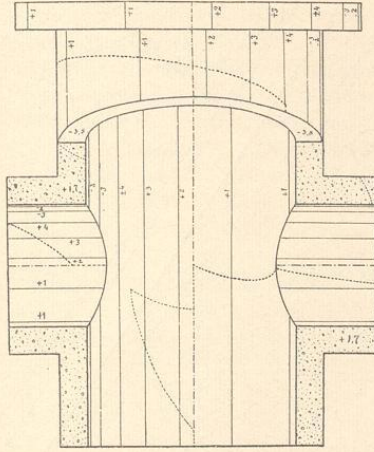
Stuttgart, 1895

Art. 93. Die Drehungsfläche mit vertikaler Achse

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

erste Lichtdrucktafel enthält die in Figur 92 b dargestellten Kegelflächen mit Durchführung der Lichtstufen.

Für Cylinderflächen, voll oder hohl, von kreisförmigem Querschnitt und mit Achse parallel zu einer



Figur 92 d.

Grundebene bedarf es keiner weiteren Vorschrift; der Cylinder wird als Kegel mit unendlich ferner Spitze behandelt; der Kreis der Berührung von Cylinder und Kugel wird ein Grosskreis, der sich im Aufriss, beziehungsweise Grundriss der Kugel geradlinig und senkrecht zur Cylinderachse projiziert (Figur 92 c). Freilich setzt dies zunächst voraus, dass eine Normalkugel gezeichnet sei, deren Durchmesser gleich dem des Cylinders ist. Aber es lässt sich

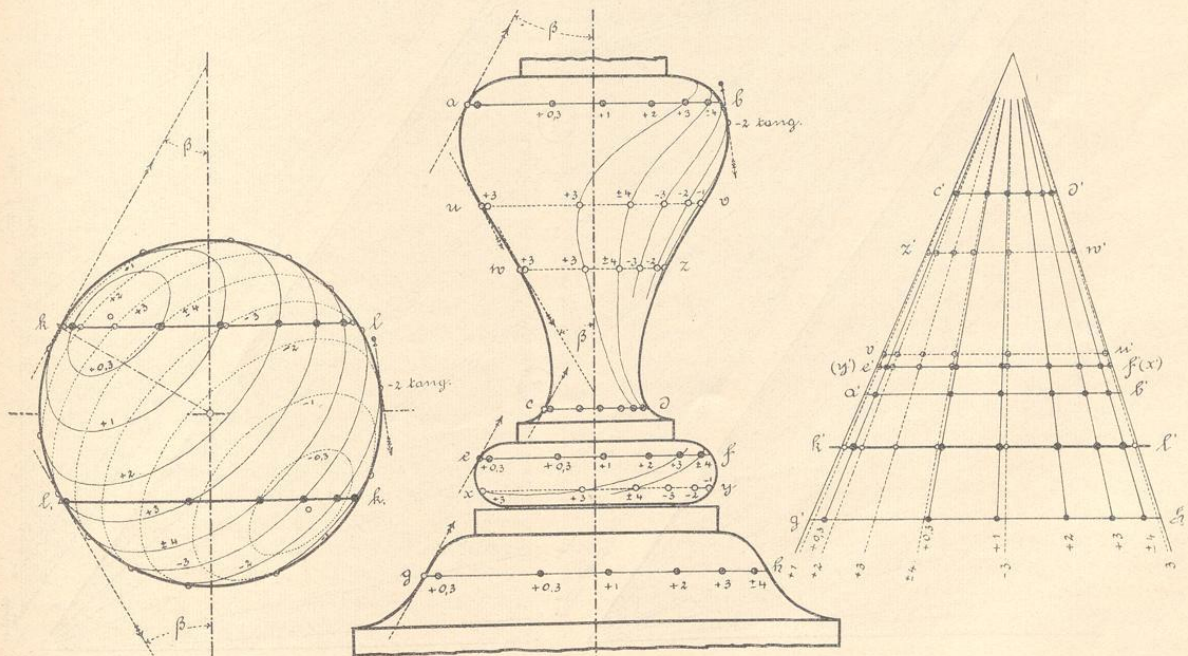
jede andere Normalkugel ebenfalls verwerten, indem man die auf dem Grosskreis der Kugel erscheinende Lichtstufeneinteilung proportional vergrößert oder verkleinert. Figur 92 d bietet horizontale und vertikale volle und hohle Cylinderflächen mit ihren Lichtstufenlinien und ihrer Selbstbeschattung; auf der ersten Lichtdrucktafel ist die Schattierung durchgeführt.

Die Drehungsfläche mit vertikaler Achse.

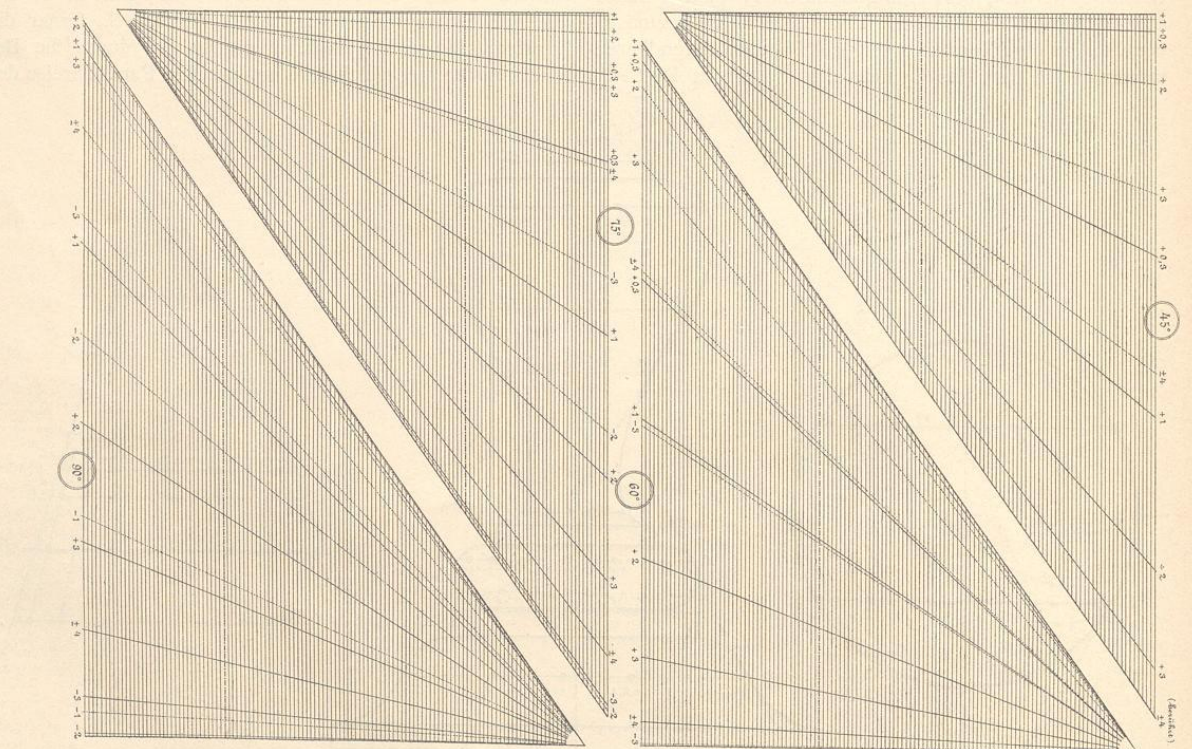
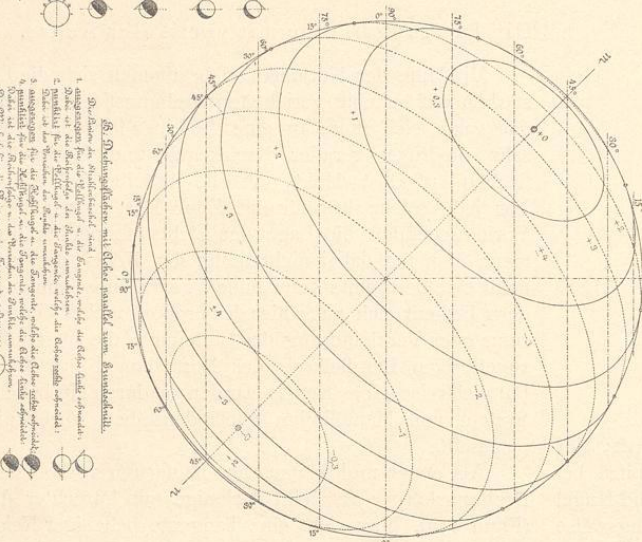
93.

Mit Hilfe der Normalkugel bestimmen sich die Lichtstärken auf beliebig gerichteten Drehungsflächen dadurch, dass man sich diese in eine Aufeinanderstellung vieler sehr niedriger gerader Kreiskegel- und Kreiscylinderflächen aufgelöst denkt, die alle dieselbe Achse haben. Für jede solche kreisförmige Zone lässt sich nach dem Vorhergehenden die Lage der Lichtstufenpunkte bestimmen. Man hat dabei nicht nötig, den Kegel, dessen Element eine bestimmte Zone bildet, ganz zu zeichnen, sondern bedient sich auch hier der proportionalen Vergrößerung oder Verkleinerung der Einteilung, die man auf dem zugehörigen Parallelkreis der Normalkugel erhält. Alle Parallelkreise eines Kegels werden ja durch ein beliebiges System von Mantellinien nach denselben Verhältnissen eingeteilt.

Als erster und weitaus am häufigsten vorkommender Drehungskörper erscheint derjenige mit lotrechter Achse (Figur 93 a). Man zieht eine Tangente beliebiger Neigung an den Umriss des Drehungskörpers und eine gleich gerichtete Tangente an den Umriss der Kugel, ferner die Horizontallinien ab beziehungsweise kl durch die Berührungspunkte, welche die horizontalen Parallelkreise des



Figur 93 a.

[illegible]

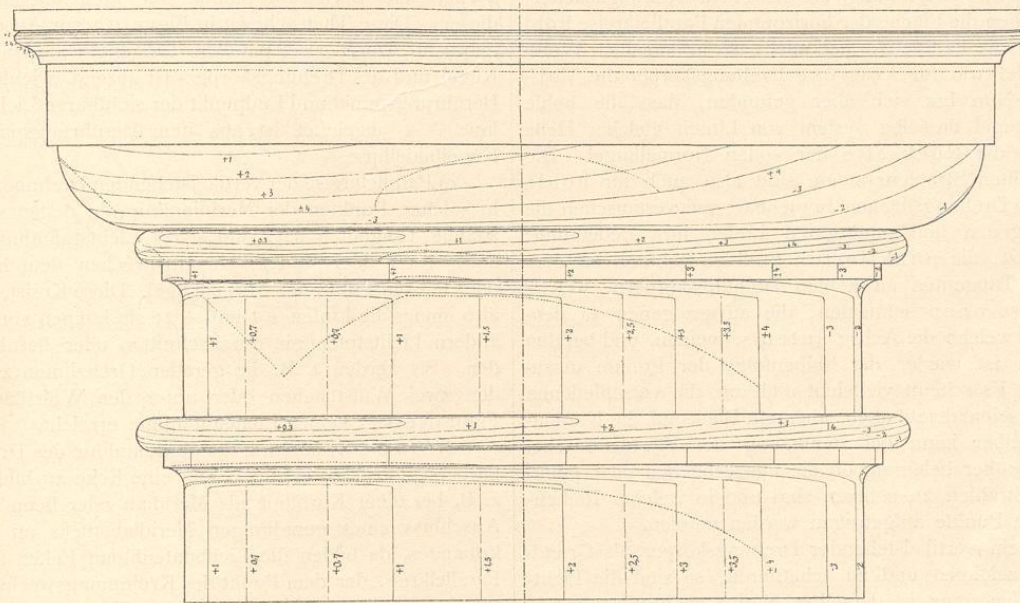
Figur 93 b.

Drehungskörpers und der Kugel darstellen. Auf der Horizontallinie der Kugel entsteht eine Teilung durch die Lichtstufenlinien; diese Teilung überträgt man proportional vergrößert oder verkleinert auf die Horizontallinie des Drehungskörpers und benennt jeden Teilpunkt mit derselben Zahl wie auf der Kugel. Führt man dieses Verfahren für eine genügende Zahl von verschiedenen gerichteten Tangenten durch, so erscheint auf der Drehungsfläche eine Gruppe von Punkten, von denen die gleichbenannten sich leicht zusammenfinden und durch eine stetige Kurve verbinden lassen. Damit sind die Lichtstufenlinien der Drehungsfläche bestimmt; in allen Punkten einer solchen Linie hat die Fläche dieselbe Lichtstärke oder Helle, wie der gleichbenannte Lichtstufenkreis auf der Normalkugel.

Für alle Tangenten gleicher Neigung, die man am

welcher an irgend einem vertikalstehenden Drehungskörper derselben Neigung der Tangente angehört, die Teilung mit einem Papierstreifen abnehmen können. Auf dem Normalkugelblatt (Figur 93 b) ist dieses Verfahren durchgeführt für die Neigungen von 90° , 75° , 60° , 45° , 30° und 15° , wovon man die meisten an den Schiebdreiecken hat und diejenigen von 15° und 75° durch Halbieren des Winkels von 30° rasch erhalten kann. Für 0° oder die horizontale Tangente erscheint natürlich kein Strahlenbüschel; hierfür ist die Lichtstärke immer dieselbe, nämlich nahezu + 1,7.

Zieht man (Figur 93 a links) an den Normalkugelumriss eine Tangente, welche die vertikale Achse unter demselben Winkel β unten schneidet, den die früher gezogene Tangente nach oben bildet, so findet sich, dass der untere horizontale Parallelkreis l, k , durch die sicht-



Figur 93 c.

Umriss vertikalstehender Drehungskörper ziehen kann, wie z. B. in den Punkten $ac eg$ der Figur 93 a, ist derselbe Horizontalkreis der Normalkugel massgebend, wonach die Strecken $ab cd ef gh$ in gleichem Verhältnis einzuteilen sind wie die Strecke kl . Hiefür dient in bekannter Weise ein Strahlenbüschel, das von einem beliebigen Pol aus nach den Teilpunkten der getrennt herausgetragenen Linie $k'l' = kl$ gezogen wird (Figur 93 a rechts). Die parallel zu $k'l'$ eingepassten Strecken $a'b' = ab$, $c'd' = cd$, $e'f' = ef$, $g'h' = gh$ werden durch die Strahlen in denselben Verhältnissen eingeteilt wie die Strecke kl . Wenn man also ein- für allemal zu einer bestimmten Neigung der Tangente die Teilung der horizontalen Sehne des Kugelbildes heraus trägt, ein Strahlenbüschel nach den Teilpunkten zieht und die Strahlen durch eine grosse Zahl von weiteren parallelen Linien durchschneidet, so wird man an diesem Liniensystem für jeden Horizontalkreis,

baren ausgezogenen Lichtstufenlinien ganz ebenso eingeteilt wird, wie der gleich grosse obere Parallelkreis kl durch die punktierten, für die Kugelmückseite gültigen Ellipsenteile, nur mit Umkehrung der Reihenfolge und der Vorzeichen der Punkte. Wenn man also in die Strahlenbüschel der oberen Parallelkreise als punktierte Strahlen auch diejenigen aufnimmt, welche für die Lichtstufenpunkte der Kugelmückseite gelten würden, so können diese Strahlenbüschel zugleich für diejenigen Parallelkreise auf der Vorderseite des Drehungskörpers dienen, deren Tangenten die Achsen unter denselben Winkeln unten schneiden.

In den Punkten uw und x sind solche Tangenten gezogen; die Strecken $uv wz$ und xy sind mit $u'v' w'z'$ und $x'z'$ in das für den Winkel β gültige Strahlenbüschel parallel eingepasst; die Abstände der dort auf den punktierten Strahlen erhaltenen Punkte waren von w nach z mit derjenigen Reihenfolge einzutragen, wie sie im Strahlen-

büschel von w' nach z' auftreten, ebenso für $uv = u'v'$ und für $xy = x'y'$; ausserdem waren die Vorzeichen der Lichtstufenpunkte umzukehren, z. B. anstatt $+3$ zu setzen -3 .

Die in Figur 93b gezeichneten sechs Strahlenbüschel enthalten ebenfalls die punktierten Strahlen; sie gelten auch für diejenigen Tangenten ihrer Winkel, welche die Achsen der Drehungskörper unten schneiden. Andernfalls wären zwölf Strahlenbüschel notwendig geworden.

Ein durchgeführtes Beispiel für die Lichtstufenlinien auf einem vertikalstehenden Drehungskörper ist Fig. 93c; das dargestellte Kapitäl ist schattiert auf der vierten Lichtdrucktafel, die auch die Hälfte der Säulenbasis als zweiten solchen Körper darbietet. Stärker bewegte Umrisslinien erscheinen an den Balustern der zweiten Lichtdrucktafel.

Für die hohlen Drehungsflächen mit lotrechter Achse und konkaver Drehung, das heisst für Drehungsflächen, bei welchen die Fläche der horizontalen Parallelkreise hohl ist, wird die hohle Normalkugel ganz in derselben Weise verwendet wie für konvexe Drehungskörper die Vollkugel. Nun hat sich aber gefunden, dass die hohle Normalkugel dasselbe System von Linien gleicher Helle hat wie die Rückseite der vollen Normalkugel. Die aufgestellten Strahlensysteme sind also auch für hohle lotrechte Drehungsflächen brauchbar; nur vertauschen die ausgezogenen und punktierten Linien ihre Bedeutung; das heisst, die punktierten Strahlen gehören zu denjenigen Tangenten an hohlen Drehungskörpern, welche die Achse oben schneiden, die ausgezogenen zu denjenigen, welche die Achse unten schneiden, und bei den letzteren ist wieder die Reihenfolge der Punkte umzukehren. Es scheint vielleicht mühsam, die verschiedenen Fälle auseinanderzuhalten, aber ein Blick auf die Normalkugel selber kann bei Benützung der Strahlenbüschel rasch darüber belehren, ob die ausgezogenen oder punktierten Strahlen zu nehmen sind und in welcher Reihenfolge die Punkte aufgetragen werden müssen.

Ist ein vertikalstehender Drehungskörper als Grundriss zu zeichnen und zu schattieren, so sind die Lichtstufenlinien ganz in derselben Weise zu bestimmen wie nach Art. 95 diejenigen für Drehungsflächen mit Achsen senkrecht zur Vertikalebene, wenn sie als Aufrissbilder auftreten.

94. Sätze über den Verlauf der Lichtstufenlinien auf solchen Flächen.

Die Lichtstufenlinien auf vertikalstehenden, als Aufrisse gezeichneten Drehungskörpern lassen folgende Tatsachen erkennen:

a) Dem höchsten Punkt einer Lichtstufenlinie auf der Drehungsfläche und dem höchsten Punkt der gleichnamigen Ellipse auf der Normalkugel entsprechen zwei Parallelkreise, an welchen die Umrisse des Drehungskörpers und der Kugel gleichgerichtete Tangenten haben. Da auch beide Parallelkreise durch die Lichtstufenpunkte proportional geteilt sind, so lässt sich mit diesem Satz der höchste Punkt jeder Lichtstufenlinie auf dem Drehungskörper, in welchem die Kurve eine horizontale Tangente

hat, scharf bestimmen. Dasselbe gilt für die tiefsten Punkte aller Lichtstufenlinien. Höchste Punkte können in Vorderansichten nur haben die Kurven $+0,3$ und $+1$, tiefste Punkte die Kurven $+0,3 + 1 + 2 + 3 \pm 4 - 3 - 2$.

b) Die Lichtstufenlinien kommen berührend am Umriss der Drehungsfläche an; wenn auch die Berührung eine solche mit sehr starker Krümmung sein kann, die sich von einem Schnitt kaum unterscheidet. In einem jeden Berührungspunkt hat der Umriss der Drehungsfläche dieselbe Richtung der Tangente, wie der Normalkugelumriss am Berührungspunkt der gleichnamigen Lichtstufenellipse. Wenn man also auf dem Normalkugelblatt die Berührungspunkte bezeichnet (wie in Art. 88 gezeigt und in Figur 88a und b geschehen), so liefern die Tangenten am Umriss der Normalkugel in diesen Punkten und gleichgerichtete Tangenten am Umriss des Drehungskörpers die Berührungspunkte der Lichtstufenlinien an diesem. Diese Tatsache ist in Figur 93a zur Anschauung gebracht. Durch zwei parallele Tangenten am Umriss der Kugel und des Drehungskörpers ist gezeigt, wie der obere Berührungspunkt und Endpunkt der sichtbaren Lichtstufenlinie -2 abgeleitet ist aus dem Berührungspunkt der Kugelbildellipse -2 .

c) Parallelkreise der vertikalstehenden Drehungsflächen in solchen Punkten der Meridianlinie, in denen sie horizontale Tangenten hat, sind selbst Lichtstufenlinien, und zwar $+1,7$ oder $-1,7$; sie entsprechen dem höchsten oder tiefsten Punkt der Normalkugel. Diese Kreise trennen also immer die Linien $+1$ und $+2$; sie können von keiner andern Lichtstufenlinie durchschnitten oder berührt werden. So werden z. B. die geraden Grenzlinien zwischen den zwei Wulstflächen oder unter den Wulstflächen in Figur 93c von keiner Lichtstufenlinie erreicht.

d) Wo die Krümmung der Meridianlinie des Drehungskörpers plötzlich wechselt, ohne eine Ecke zu bilden, wie z. B. bei einer Korblinie als Meridian oder beim stetigen Anschluss eines geradlinigen Meridianstücks an ein gekrümmtes, da bilden die Lichtstufenlinien Ecken auf dem Parallelkreis, der dem Punkt des Krümmungswechsels entspricht, obgleich der Umriss keine Ecke darbietet. Ein Beispiel ist schon in Figur 92c enthalten, wenn man sich das verdeckte Normalkugelstück weggenommen denkt.

Die Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur 95. Vertikalebene.

Wenn für eine solche Fläche die Lichtstufenlinien in der Horizontalprojektion gesucht werden sollen, so ist die Lösung ganz entsprechend derjenigen bei vertikalstehenden Drehungskörpern; nur wird der Grundriss der Normalkugel anstatt des Aufrisses benützt, und es sind dann die sechs Strahlenbüschel zur Normalkugel abermals verwertbar. Anders jedoch, wenn die Schattierung nur in der Vertikalprojektion verlangt wird. Als Beispiel hierfür mag eine gedrehte Rosette auf vertikaler Wandfläche dienen. Ein passendes Beispiel für hohle Drehungsflächen dieser Art wäre das mit einer grossen Hohlkehle und Wulsten zurücktretende Rahmengesims eines gotischen Rosenfensters oder Hochfensters.