



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 95. Die Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur Vertikalebene

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

büschel von w' nach z' auftreten, ebenso für $uv = u'v'$ und für $xy = x'y'$; ausserdem waren die Vorzeichen der Lichtstufenpunkte umzukehren, z. B. anstatt $+3$ zu setzen -3 .

Die in Figur 93b gezeichneten sechs Strahlenbüschel enthalten ebenfalls die punktierten Strahlen; sie gelten auch für diejenigen Tangenten ihrer Winkel, welche die Achsen der Drehungskörper unten schneiden. Andernfalls wären zwölf Strahlenbüschel notwendig geworden.

Ein durchgeführtes Beispiel für die Lichtstufenlinien auf einem vertikalstehenden Drehungskörper ist Fig. 93c; das dargestellte Kapitäl ist schattiert auf der vierten Lichtdrucktafel, die auch die Hälfte der Säulenbasis als zweiten solchen Körper darbietet. Stärker bewegte Umrisslinien erscheinen an den Balustern der zweiten Lichtdrucktafel.

Für die hohlen Drehungsflächen mit lotrechter Achse und konkaver Drehung, das heisst für Drehungsflächen, bei welchen die Fläche der horizontalen Parallelkreise hohl ist, wird die hohle Normalkugel ganz in derselben Weise verwendet wie für konvexe Drehungskörper die Vollkugel. Nun hat sich aber gefunden, dass die hohle Normalkugel dasselbe System von Linien gleicher Helle hat wie die Rückseite der vollen Normalkugel. Die aufgestellten Strahlensysteme sind also auch für hohle lotrechte Drehungsflächen brauchbar; nur vertauschen die ausgezogenen und punktierten Linien ihre Bedeutung; das heisst, die punktierten Strahlen gehören zu denjenigen Tangenten an hohlen Drehungskörpern, welche die Achse oben schneiden, die ausgezogenen zu denjenigen, welche die Achse unten schneiden, und bei den letzteren ist wieder die Reihenfolge der Punkte umzukehren. Es scheint vielleicht mühsam, die verschiedenen Fälle auseinanderzuhalten, aber ein Blick auf die Normalkugel selber kann bei Benützung der Strahlenbüschel rasch darüber belehren, ob die ausgezogenen oder punktierten Strahlen zu nehmen sind und in welcher Reihenfolge die Punkte aufgetragen werden müssen.

Ist ein vertikalstehender Drehungskörper als Grundriss zu zeichnen und zu schattieren, so sind die Lichtstufenlinien ganz in derselben Weise zu bestimmen wie nach Art. 95 diejenigen für Drehungsflächen mit Achsen senkrecht zur Vertikalebene, wenn sie als Aufrissbilder auftreten.

94. Sätze über den Verlauf der Lichtstufenlinien auf solchen Flächen.

Die Lichtstufenlinien auf vertikalstehenden, als Aufrisse gezeichneten Drehungskörpern lassen folgende Tatsachen erkennen:

a) Dem höchsten Punkt einer Lichtstufenlinie auf der Drehungsfläche und dem höchsten Punkt der gleichnamigen Ellipse auf der Normalkugel entsprechen zwei Parallelkreise, an welchen die Umrisse des Drehungskörpers und der Kugel gleichgerichtete Tangenten haben. Da auch beide Parallelkreise durch die Lichtstufenpunkte proportional geteilt sind, so lässt sich mit diesem Satz der höchste Punkt jeder Lichtstufenlinie auf dem Drehungskörper, in welchem die Kurve eine horizontale Tangente

hat, scharf bestimmen. Dasselbe gilt für die tiefsten Punkte aller Lichtstufenlinien. Höchste Punkte können in Vorderansichten nur haben die Kurven $+0,3$ und $+1$, tiefste Punkte die Kurven $+0,3 + 1 + 2 + 3 \pm 4 - 3 - 2$.

b) Die Lichtstufenlinien kommen berührend am Umriss der Drehungsfläche an; wenn auch die Berührung eine solche mit sehr starker Krümmung sein kann, die sich von einem Schnitt kaum unterscheidet. In einem jeden Berührungspunkt hat der Umriss der Drehungsfläche dieselbe Richtung der Tangente, wie der Normalkugelumriss am Berührungspunkt der gleichnamigen Lichtstufenellipse. Wenn man also auf dem Normalkugelblatt die Berührungspunkte bezeichnet (wie in Art. 88 gezeigt und in Figur 88a und b geschehen), so liefern die Tangenten am Umriss der Normalkugel in diesen Punkten und gleichgerichtete Tangenten am Umriss des Drehungskörpers die Berührungspunkte der Lichtstufenlinien an diesem. Diese Tatsache ist in Figur 93a zur Anschauung gebracht. Durch zwei parallele Tangenten am Umriss der Kugel und des Drehungskörpers ist gezeigt, wie der obere Berührungspunkt und Endpunkt der sichtbaren Lichtstufenlinie -2 abgeleitet ist aus dem Berührungspunkt der Kugelbildellipse -2 .

c) Parallelkreise der vertikalstehenden Drehungsflächen in solchen Punkten der Meridianlinie, in denen sie horizontale Tangenten hat, sind selbst Lichtstufenlinien, und zwar $+1,7$ oder $-1,7$; sie entsprechen dem höchsten oder tiefsten Punkt der Normalkugel. Diese Kreise trennen also immer die Linien $+1$ und $+2$; sie können von keiner andern Lichtstufenlinie durchschnitten oder berührt werden. So werden z. B. die geraden Grenzlinien zwischen den zwei Wulstflächen oder unter den Wulstflächen in Figur 93c von keiner Lichtstufenlinie erreicht.

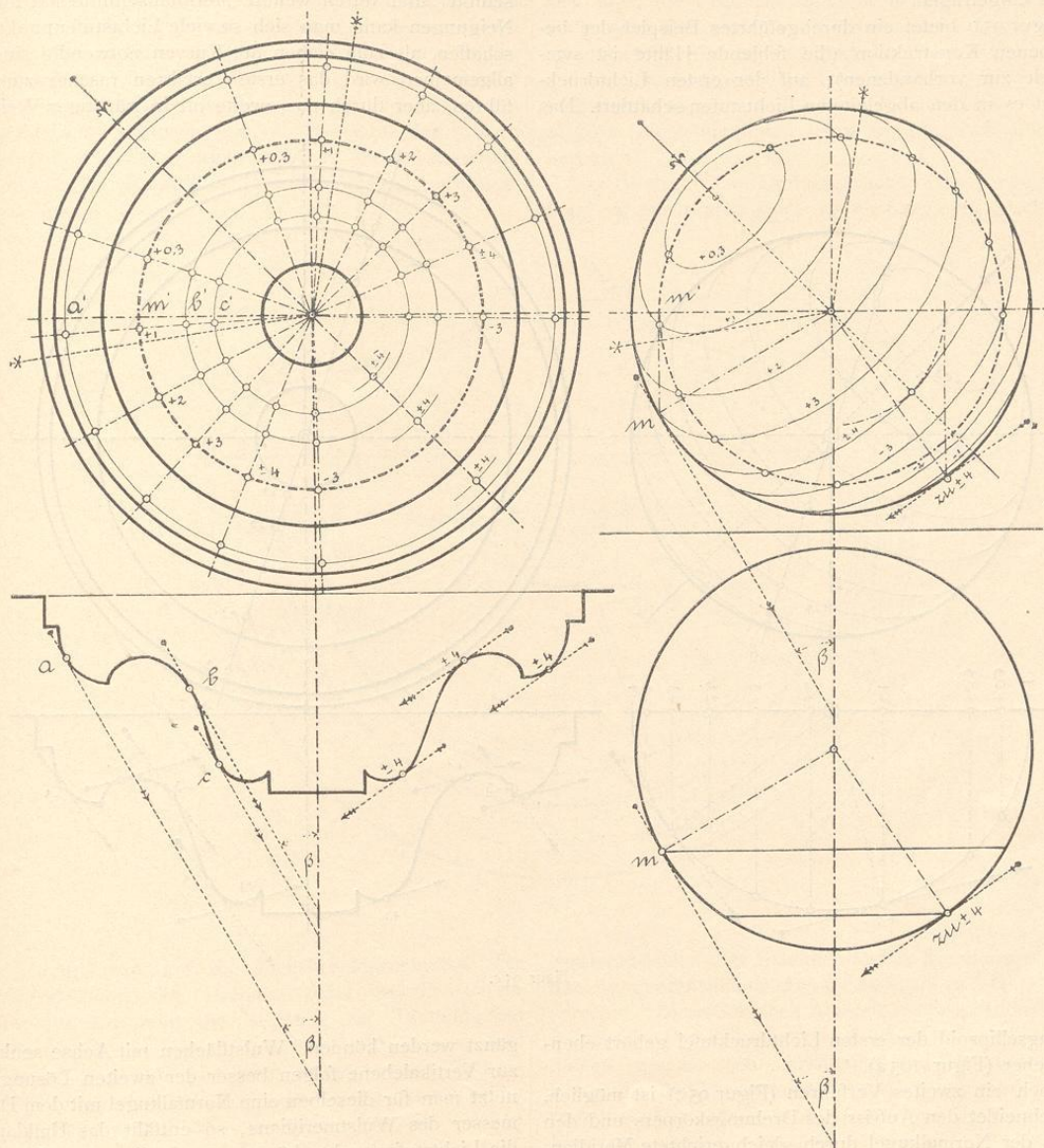
d) Wo die Krümmung der Meridianlinie des Drehungskörpers plötzlich wechselt, ohne eine Ecke zu bilden, wie z. B. bei einer Korblinie als Meridian oder beim stetigen Anschluss eines geradlinigen Meridianstücks an ein gekrümmtes, da bilden die Lichtstufenlinien Ecken auf dem Parallelkreis, der dem Punkt des Krümmungswechsels entspricht, obgleich der Umriss keine Ecke darbietet. Ein Beispiel ist schon in Figur 92c enthalten, wenn man sich das verdeckte Normalkugelstück weggenommen denkt.

Die Drehungsfläche mit Achse senkrecht zur 95. Vertikalebene.

Wenn für eine solche Fläche die Lichtstufenlinien in der Horizontalprojektion gesucht werden sollen, so ist die Lösung ganz entsprechend derjenigen bei vertikalstehenden Drehungskörpern; nur wird der Grundriss der Normalkugel anstatt des Aufrisses benützt, und es sind dann die sechs Strahlenbüschel zur Normalkugel abermals verwertbar. Anders jedoch, wenn die Schattierung nur in der Vertikalprojektion verlangt wird. Als Beispiel hierfür mag eine gedrehte Rosette auf vertikaler Wandfläche dienen. Ein passendes Beispiel für hohle Drehungsflächen dieser Art wäre das mit einer grossen Hohlkehle und Wulsten zurücktretende Rahmengesims eines gotischen Rosenfensters oder Hochfensters.

An den Horizontaldurchschnitt der Rosette (Fig. 95a) zieht man in den Punkten $a b c$ parallele Tangenten unter einem beliebigen Winkel β . Ihnen entsprechen die der Vertikalebene parallelen Kreise $a' b' c'$ im Aufriss. Bestimmt man auf dem horizontalen Grosskreis der Normalkugel den Berührungspunkt m einer Tangente, die den

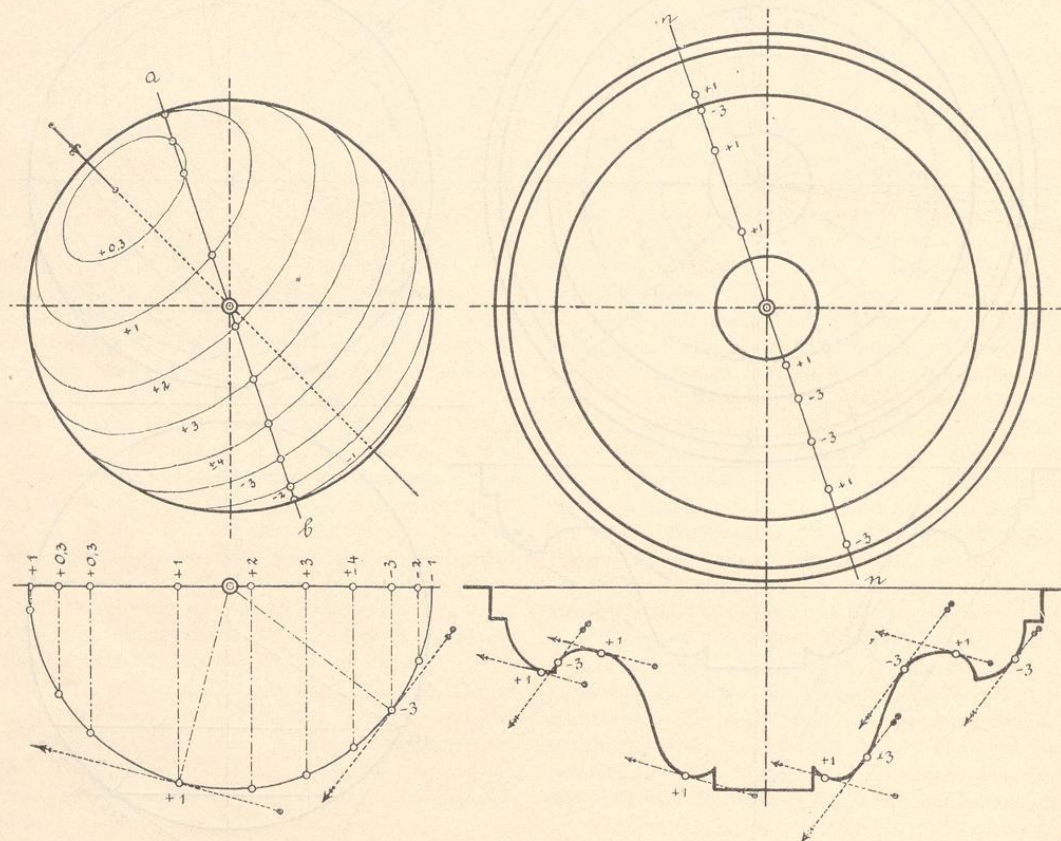
rung oder Verkleinerung, sind auch die drei Parallelkreise im Aufriss der Rosette einzuteilen, um auf ihnen die Lichtstufenpunkte zu erhalten. Dies geschieht, indem man den Kugelkreis mit seiner Einteilung auch in den Aufriss der Rosette zeichnet und Radien durch seine Teilpunkte zieht; bei reicheren Formen dienen besser eigene Hilfsfiguren



kugel nur beigefügt ist, um den Gedanken der Lösung deutlicher zu zeigen, dass aber für die praktische Ausführung der Konstruktion alle zur Bestimmung der Radien nötigen Hilfslinien auch an der Aufrissfigur gezogen werden können, deren Umriss hierbei eben zeitweilig als Grundriss aufgefasst wird. Die Hilfslinien sind deshalb auch im Aufriss eingetragen.

Figur 95b bietet ein durchgeführtes Beispiel der beschriebenen Konstruktion (die fehlende Hälfte ist symmetrisch zur vorhandenen); auf der ersten Lichtdrucktafel ist es in den abgeleiteten Lichtstufen schattiert. Das

Punkt + 1 eine Tangente, dann an den umgeklappten Rosettenmeridian parallele Tangenten, so werden die Berührungspunkte der letzteren ebenfalls die Lichtstärke + 1 haben, und sie sind dann nur noch in den Aufriss zurückzuklappen. Durch weitere Tangenten bekommt man auch die Punkte + 2 + 3 + 4 — 3 u. s. w. auf demselben Meridianschnitt, und durch weitere Meridianschnitte mit anderen Neigungen kann man sich so viele Lichtstufenpunkte verschaffen, als zum Ziehen der Kurven notwendig sind. Im allgemeinen wird das erste Verfahren rascher zum Ziel führen, aber durch das zweite oft in günstiger Weise er-



Figur 95 c.

Drehungsellipsoid der ersten Lichtdrucktafel gehört ebenfalls hieher (Figur 103 a).

Noch ein zweites Verfahren (Figur 95c) ist möglich. Man schneidet den Aufriss des Drehungskörpers und den Aufriss der Normalkugel durch gleichgerichtete Meridianebenen mn und ab . Zieht man an den Grosskreis, der den Schnitt der Kugel bildet, eine Tangente, und dann eine gleichgerichtete Tangente an den Meridianschnitt des Drehungskörpers, so werden die beiden Berührungspunkte gleiche Lichtstärke haben. Daher klappt man sowohl den Grosskreis als den Meridian in die Vertikalebene um. Auf der Umklappung des Grosskreises ab erscheinen Teilungspunkte + 1 — 3 u. s. w. Zieht man z. B. in dem

gänzt werden können. Wulstflächen mit Achse senkrecht zur Vertikalebene folgen besser der zweiten Lösung; benutzt man für dieselben eine Normalkugel mit dem Durchmesser des Wulstmeridians, so entfällt das Umklappen; die Lichtstufenpunkte können unmittelbar vom Kugelbilddurchmesser auf den Radius des Wulstbildes übertragen werden und die Aufgabe löst sich in einfachster Weise. Es erscheint hier der Gedanke der Schattenkonstruktion nach Figur 58 auf die Lichtstufenbestimmung ausgedehnt.

Für die Lichtstufenlinien auf Drehungsflächen mit Achsen senkrecht zur Vertikalebene, die als Aufrisse dargestellt sind, ergeben sich folgende Sätze und Bemerkungen.

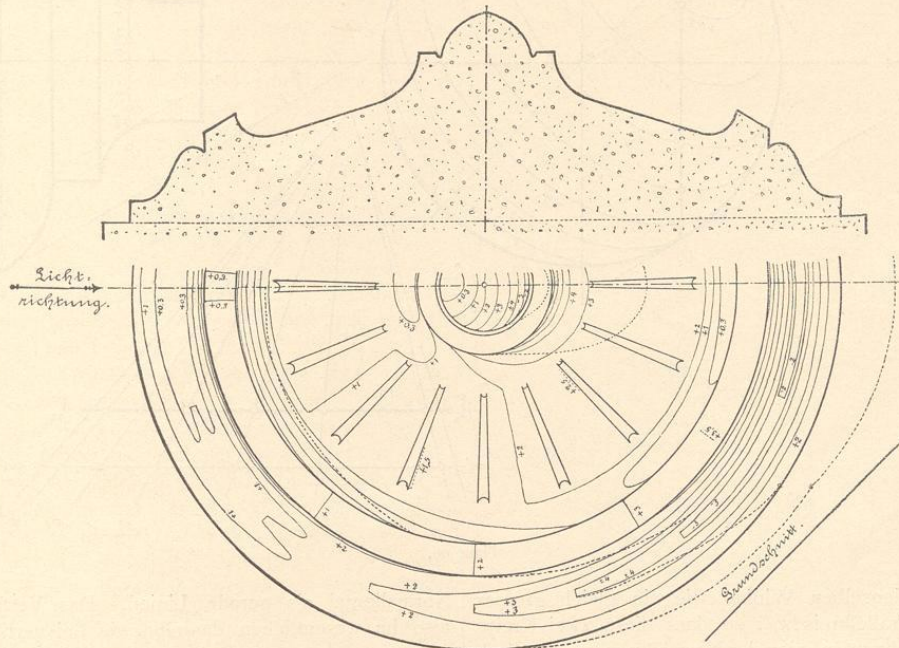
a) Die ganze Lichtstufenliniengruppe hat eine Symmetralachse im Lichtstrahldurchmesser.

b) Wenn an eine Lichtstufenlinie +1 des Normalkugelaufrißbildes (Figur 95a) eine Tangente vom Mittelpunkt aus und im Aufriss der Drehungsfläche ein Radius parallel zu dieser Tangente gezogen wird, so berührt dieser Radius die Lichtstufenlinie +1 der Drehungsfläche, und diese Linie kehrt an diesem Radius in derselben Weise um, wie die Lichtstufenellipse +1 des Kugelbildes an ihrer Tangente. In Figur 95a sind die Radien punktiert eingetragen und mit Kreuzen bezeichnet. Figur 95b zeigt das Umkehren der Kurven +0,3 und +1; bei den andern Lichtstufenlinien ist es nicht möglich, da im Kugelbild tangierende Radien an die andern Lichtstufenellipsen nicht möglich sind.

Lösung mit der sonst in Figur 95a durchgeführten ersten.

d) Werden die in Figur 95a an den Flächenschnitt gezogenen Tangenten parallel zum Grundschnitt, so erscheinen in den Berührungspunkten diejenigen Parallelkreise, nach welchen Ebenen, die der Vertikalebene parallel sind, die Drehungsfläche berühren. Diese Parallelkreise sind also zugleich Lichtstufenlinien +1,7; sie entsprechen dem vordersten Punkt der Normalkugel; als nur gedachte, nicht gezeichnete Linien trennen sie überall die Lichtstufenlinien +1 und +2 der Fläche; keine der ganzzahligen Lichtstufenlinien kann sie durchschneiden oder berühren.

e) Wenn viele Drehungsflächen der angegebenen Lage zu schattieren sind, so zeichnet man geschlossene



Figur 95b.

c) Legt man auf die Lichtstrahldurchmesser des Kugelbildes und der Drehungsfläche Meridianschnittebenen und bestimmt die Richtung der Tangente am Meridianschnitt der Kugel etwa im Punkt +3, so sind die Berührungspunkte paralleler Tangenten am Flächenmeridian Lichtstufenpunkte +3 der Fläche. Damit erhält man die äussersten Punkte der Kurve +3, in welchen diese wie die Ellipse des Kugelbildes den Lichtstrahldurchmesser rechtwinklig schneidet und symmetrisch umkehrt. In Figur 95a sind die Punkte +4 auf dem Lichtstrahl in dieser Weise bestimmt. Die parallelen Tangenten sind an Kugel- und Flächenschnitt je mit zwei Punkten hinter dem Pfeil bezeichnet. Als Umklappung des Kugelmeridians ist der Umriss der Kugel selbst benützt. In dieser Bestimmung äusserster Kurvenpunkte erscheint ein Verbinden der zweiten oben beschriebenen

Strahlenbüschel oder Scheiben für die Kugelkreise, welche den Tangentenwinkeln $\beta = 0^\circ 15^\circ 30^\circ 45^\circ 60^\circ 75^\circ$ entsprechen. Diese Scheiben können zur proportionalen Einteilung der Parallelkreise aller Flächen in derselben Weise dienen, wie die sechs Strahlenbüschel der Figur 93b zur Einteilung der horizontalen Strecken; nur wird man anstatt des Papierstreifens zum raschen Uebertragen der Punkte Pauspapier benützen.

Die Drehungsfläche mit Achse parallel zum 96. Grundschnitt.

Für solche Drehungsflächen (Figur 96) hat man, entsprechend der Richtung ihrer Parallelkreise, diejenigen Parallelkreise der Normalkugel zu benützen, die senkrecht zum Grundschnitt stehen, und im übrigen zu verfahren