



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 102. Die Kegelfläche mit beliebig gestalteter horizontaler Basis

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

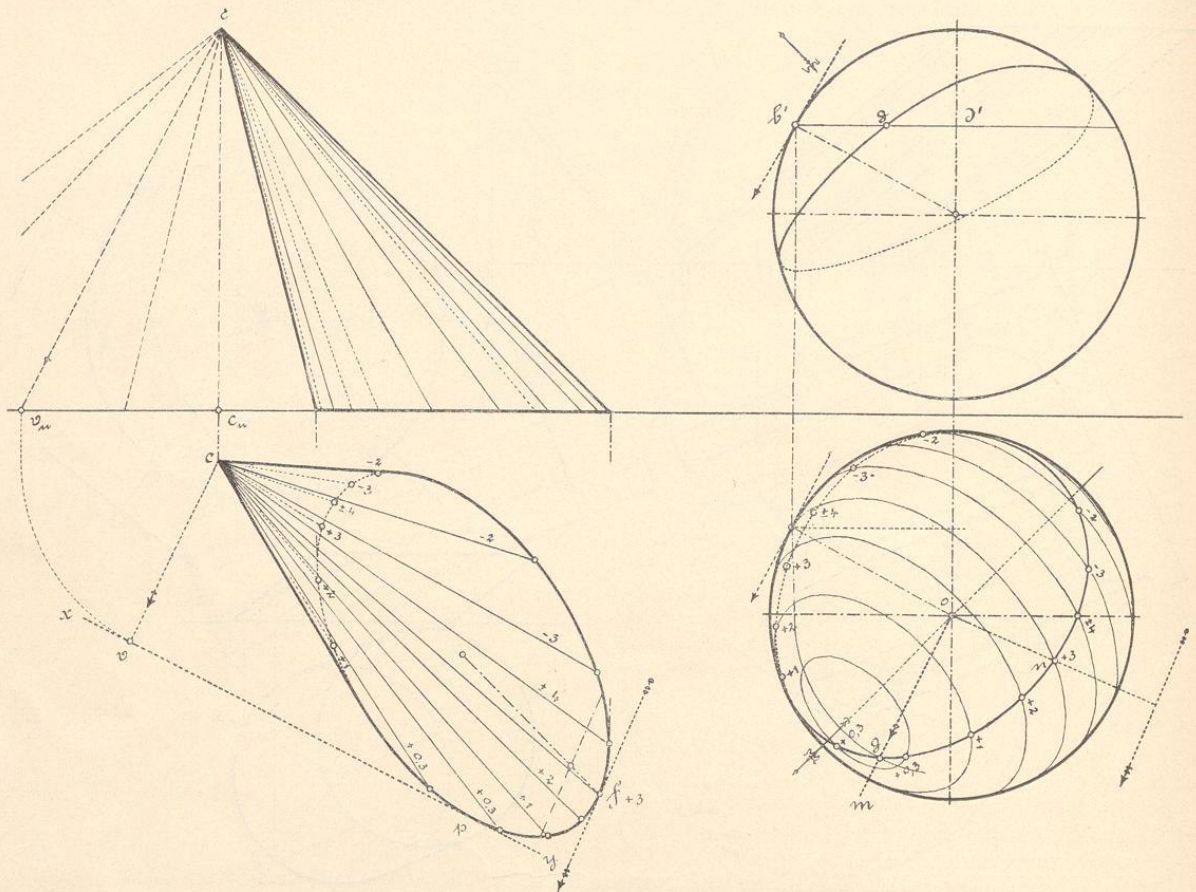
Ellipse mit demselben Achsenverhältnis ist wie die Basis-ebene des Kegels. In diesem Grundriss bestimmt man die Lichtstufenlinien des Ellipsoids nach Art. 96 mit Hilfe der sechs Strahlenbüschel. Auf dieses Ellipsoid denkt man sich den Kegel gestülpt. Die Berührungslinie zwischen beiden Körpern ist eine etwas kleinere horizontale Ellipse vom gleichen Achsenverhältnis wie der Umriss des Ellipsoids. Die grosse Achse dieser Ellipse erhält man, indem man im Aufriss das Aufstülpen des Kegels mit dessen breitem Umrissbild zeichnet; die Strecke zwi-

hier notwendige ist mit dem Achsenverhältnis 1:2 in Figur 103a (Seite 107) dargestellt.

Eine andere Lösung für den elliptischen Kegel ist die allgemeine für Kegelflächen nach Art. 102.

Die Kegelfläche mit beliebig gestalteter horizontaler Basis.

Man sucht zunächst auf der Normalkugel den geometrischen Ort der Berührungspunkte der Ebenen, welche



Figur 102.

schen den Berührungspunkten ist diese grosse Achse. Im Grundriss erscheint die Berührungsellipse konzentrisch zum Umriss des Ellipsoids; wo sie dessen Lichtstufenlinien schneidet, da sind die Lichtstufenpunkte für den gleich grossen Horizontalschnitt des Kegels, die ohne Eingehen auf den Aufriss des Ellipsoids in den Aufriss des Kegels übertragen und dort zum Zeichnen der Mantellinien, welche Lichtstufenlinien sind, verwertet werden können. Die Berührungsellipse wird zur gegebenen Basis des Kegels, wenn man gleich anfangs den Aufriss des Ellipsoids so gross wählt, dass er die äussersten Mantellinien des in der breitesten Ansicht gezeichneten Kegels in deren Fusspunkten berührt. Ein Drehungsellipsoid wie das

den Berührungsebenen an der Kegelfläche parallel sind und zwar in folgender Weise. Während bei fast allen andern hier behandelten Flächen, selbst bei Schraubenflächen, Konoidflächen u. s. w., dieser geometrische Ort für eine bestimmte Linie auf der Fläche als Grosskreis oder Parallelkreis erhalten werden kann, ergibt sich für den allgemeinen Fall der Kegelflächen immer eine doppelt gekrümmte Linie auf der Normalkugel, und es erweist sich hiedurch die Kegelfläche, abgesehen vom geraden Kreiskegel, als ein verhältnismässig schwieriger Gegenstand der Beleuchtungskunde.

Mit beliebiger Richtung und ohne Bestimmung des Berührungspunktes wird an die Kegelbasis (Figur 102)

eine Tangente xy gezogen und von der Spitze des Kegels aus eine Senkrechte im Raum auf diese Tangente gefällt gedacht. Diese Senkrechte, die auch im Grundriss als eine Senkrechte cv auf der Tangente erscheint, ist die Gefällsline der Berührungsebene, die durch den (unbestimmten) Basispunkt p an die Kegelfläche gelegt wird und diese längs der Mantellinie dieses Basispunktes berührt. Die Horizontalneigung dieses Lotes ergibt sich als spitzer Winkel am Fuss eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen horizontale Kathete cu , vu die Senkrechte cv aus dem Grundriss und dessen Höhe gleich der Höhe des Kegels ist. An den Aufriss der Normalkugel zieht man eine Tangente parallel zur Hypotenuse $c'u$ dieses Dreiecks und bestimmt den Horizontalabstand $d'b'$ des Berührungspunktes b' von der vertikalen Achse der Normalkugel. Im Grundriss der Normalkugel wird ein Radius om parallel zu jener Senkrechten cv gezogen und auf diesem Radius vom Mittelpunkt aus jener Horizontalabstand $d'b' = og$ aufgetragen. Der Endpunkt g ist der Berührungspunkt zwischen der Normalkugel und einer Ebene, die der Berührungsebene am Kegel parallel ist; dieser Punkt giebt also an, welche Lichtstufe die Mantellinie des Kegels im ausgewählten Basispunkt p darbietet. Wendet man dieses Verfahren auf weitere Basispunkte p an, so finden sich im Grundriss der Normalkugel weitere Berührungspunkte g , welche in einer Kurve zusammengefasst den anfangs genannten geometrischen Ort ergeben. In Figur 102 ist diese Kurve auch im Aufriss bestimmt, wo sie nicht verwertet wird. Ein Aufriss der Normalkugel ist ganz entbehrlich, wenn die Tangente an den Grundriss gezogen wird.

Die Kurve schneide die Lichtstufenlinie + 3 im Grundriss der Normalkugel in einem Punkt n . An die Kegelbasis zieht man eine Tangente normal zu dem Radius on und erhält im Berührungspunkt f dieser Tangente den Lichtstufenpunkt + 3 auf der Kegelbasis. (Scharfe Bestimmung von f durch eine zur Tangente parallele Sehne und den Halbmesser der Ellipse nach dem Halbierungspunkt der Sehne.)

Die Konstruktion beruht darauf, dass jede Berührungsebene des Kegelmantels in irgend einem Punkt der auf der Kugel gefundenen Kurve eine parallele Berührungsebene der Kugel finden muss, und dass die zu einem Punkt f des Kegels gehörige Berührungsebene der Kugel nur diejenige sein kann, welche die gleiche Horizontalrichtung hat, wie die Berührungsebene des Kegels in f .

103. Das dreiachsige Ellipsoid, das elliptische Paraboloid und das einmantelige elliptische Hyperboloid.

Auch auf diesen Körpern lassen sich die Lichtstufenlinien auf kürzestem Weg mit Hilfe des in Art. 101 beschriebenen Drehungsellipsoids mit Achse senkrecht zur Vertikalebene erhalten, indem man jede horizontale Schnittellipse der Körper als einen sehr niedrigen Kegelmantel auffasst und auf diesem die Lichtstufenpunkte bestimmt wie für den elliptischen Kegel gezeigt worden ist. Uebrigens verlohnt es sich hier mehr, auch den Aufriss des Drehungsellipsoids mit den Lichtstufenlinien zu zeichnen und dann

zu benützen wie den Aufriss der Normalkugel bei Drehungsflächen mit vertikaler Achse nach Art. 93. Die Figur 103 a (Seite 107) zeigt das benützte Drehungsellipsoid, 103 b das elliptische Hyperboloid; die Schattierung beider Körper ist durchgeführt auf der ersten Lichtdrucktafel.

Das windschiefe Viereck oder hyperbolische Paraboloid.

Das hyperbolische Paraboloid ist als Gegenstand der Schattenkonstruktion in Art. 69e behandelt, und zwar ist es dort als Rückungsfläche aufgefasst, entstanden durch die Parallelbewegung einer horizontal liegenden Parabel längs einer andern vertikal stehenden mit entgegengesetzter Achsenrichtung. Auch für die Bestimmung der Lichtstufenlinien ist diese Auffassung die nächstliegende und einfachste. Wie nach Art. 69e für die Körperschattenbestimmung, so ist auch für das neue Problem jeder Horizontalschnitt der Fläche zu erklären als eine niedrige Zone eines schiefen Cylinders, dessen Basis die bewegliche Parabel ist und dessen Mantellinienrichtung durch die Tangente an der festen Parabel im Punkte des Horizontalschnitts dargestellt wird. Wo die Lichtstufen auf der horizontalen Parabel als auf der Basis des Cylinders liegen, da liegen sie auch für das Paraboloid. Die Bestimmung der Lichtstufenpunkte auf dem Cylinder ist in Art. 100 erklärt, vereinfacht sich aber dem dort behandelten allgemeinen Fall gegenüber dadurch, dass die Mantellinien parallel zur Vertikalebene liegen.

Hier sei die Lichtstufenbestimmung auch für eine zweite Auffassung der Fläche, für diejenige als Regel-fläche betrachtet, nach welcher sie, abgegrenzt durch vier gerade Linien, auch das „windschiefe Viereck“ genannt wird. Ein solches erzeugt sich, indem eine Gerade gleitet an zwei andern, räumlich getrennten, nicht parallelen Geraden und dabei immer einer bestimmten Ebene, der „Richtebene“ parallel bleibt. Neben dieser ersten Gruppe von Erzeugenden, welche die verschiedenen Lagen der beweglichen Geraden bilden, giebt es noch eine zweite Gruppe gerader Mantellinien auf der Fläche, dadurch bestimmt, dass die zwei ursprünglichen Leitlinien selber auf zwei beliebigen Erzeugenden der ersten Gruppe derart gleiten, dass sie immer einer zweiten Richtebene parallel bleiben, nämlich derjenigen, welcher jene beiden Leitlinien gemeinschaftlich parallel sind.

Die Fläche findet in der Technik höchst selten Verwertung, in der Baukunst etwa als windschiefe Dachfläche zwischen zwei gleich hohen, aber verschieden breiten Giebeln eines Hauses, wobei die erste Gruppe von Erzeugenden dargestellt ist durch die geneigten Dachsparren, die zweite durch die horizontalen Pfetten und Dachlatten, so dass ein solches Dach, obgleich eine gekrümmte Fläche, doch durchaus aus geraden Hölzern hergestellt werden kann. Hierin erscheint der besondere Fall, dass die beiden Richtebenen senkrecht zu einander stehen. Anlehnend an dieses Beispiel sei hier eine Fläche gewählt, deren Richtebenen die horizontale Grundebene und die Seitenprojektionsebene bilden, die also im Aufriss als ein rechtwinkliges Netz von Horizontalen und Vertikalen sich dar-