



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 106. Stabformen mit drehend fortschreitendem Querschnitt oder
Achsenschnitt. Ringförmig steigendes Tonnengewölbe

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Bestandteil ihres Kegels, so schattiert sie sich auch als Bestandteil der Schraubenfläche.

Die Neigung der Mantellinien erscheint unmittelbar in den äussersten Mantellinien der Fläche im Aufriss; aus dieser Neigung ergibt sich der horizontale Parallelkreis der Normalkugel, auf welchem die Lichtstufenpunkte zu suchen sind. Zeichnet man den geraden vertikalen Kreiskegel, der die Normalkugel längs dieses Parallelkreises berührt, samt den Mantellinien dieses Kegels nach den Lichtstufenpunkten des Parallelkreises, so hat man nur im Aufriss der Schraubenfläche die gleichgerichteten Mantellinien zu ziehen, um in ihnen die gleichnamigen Lichtstufenlinien der Fläche zu erhalten. Will man sie zuerst oder nur im Grundriss haben, so zieht man im Grundriss der Normalkugel die Radien des Parallelkreises nach dessen Lichtstufenpunkten und dann die dazu parallelen Mantellinien der Fläche in deren Grundriss. Bei der Fläche mit zwei Mänteln ist eine Lichtstufenlinie des unteren nicht auch eine gleichnamige Linie des oberen, weil bei jenem die Spitze des Hilfskegels nach oben, bei diesem nach unten gerichtet ist.

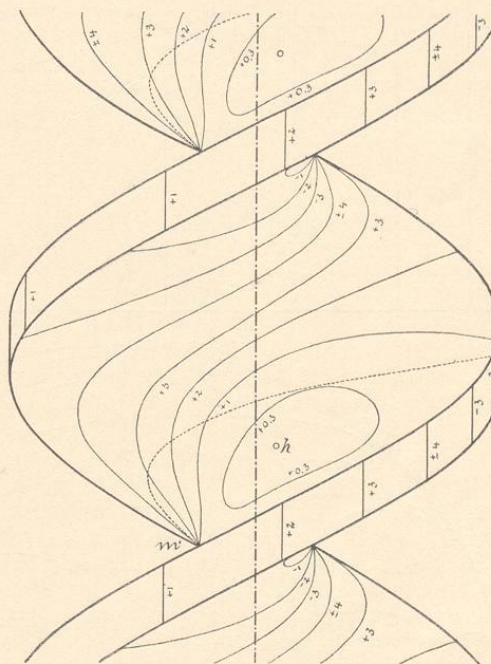
106. Stabformen mit drehend fortschreitendem Querschnitt oder Achsenschnitt. Ringförmig steigendes Tonnengewölbe.

Ein (wagrecht gedachtes) regelmässiges oder unregelmässiges Vieleck, oder ein Rechteck, oder ein Vieleck, dessen gerade Seiten durch bogenförmige konkave oder konvexe Linien ersetzt sind, rückt auf einer senkrecht zu seiner Ebene stehenden Achse derart parallel fort, dass seine Ecken Schraubenlinien beschreiben. Derartige Gebilde sind in der spätgotischen und späromanischen Architektur, ferner in den Arbeiten des Drehers und Kunstschlossers, endlich im Maschinenbau verwirklicht. Für konkave schraubend fortschreitende Linien können etwa Säulen mit gewundener Kannellierung als Beispiele dienen.

Sind die Seiten der beweglichen Figur gerade, so beschreiben sie Wendelflächen, und die Lichtstufenlinien lassen sich dann konstruieren wie oben in Art. 105 beschrieben, sobald eine genügende Zahl von Punkten (worunter der Halbierungspunkt) auf der Polygonseite angenommen und die Neigungen der von diesen Punkten beschriebenen Schraubenlinien bestimmt worden sind. Für die Halbierungspunkte werden die Berührungsebenen vertikal, und die Lichtstufenpunkte finden sich auf dem horizontalen Grosskreis der Normalkugel ganz wie für einen Cylinder vom gleichen Durchmesser wie die von den Halbierungspunkten beschriebene Schraubenlinie.

In Figur 106a erscheinen die Lichtstufenlinien einer Stabform, welche entsteht, wenn das in Figur 105b dargestellte Rechteck $b c d e$ mit zwei geraden und zwei bogenförmigen Seiten sich schraubend um die vertikale Achse o dreht. Die geraden Seiten beschreiben Wendelflächen, die bogenförmigen eine Cylinderfläche mit vertikalen Lichtstufenlinien. Da der Grundriss Figur 105b nur die vom Arm $a b$ beschriebene Wendelfläche darstellt, so gilt dieser Grundriss nur für diejenige Hälfte der im Aufriss

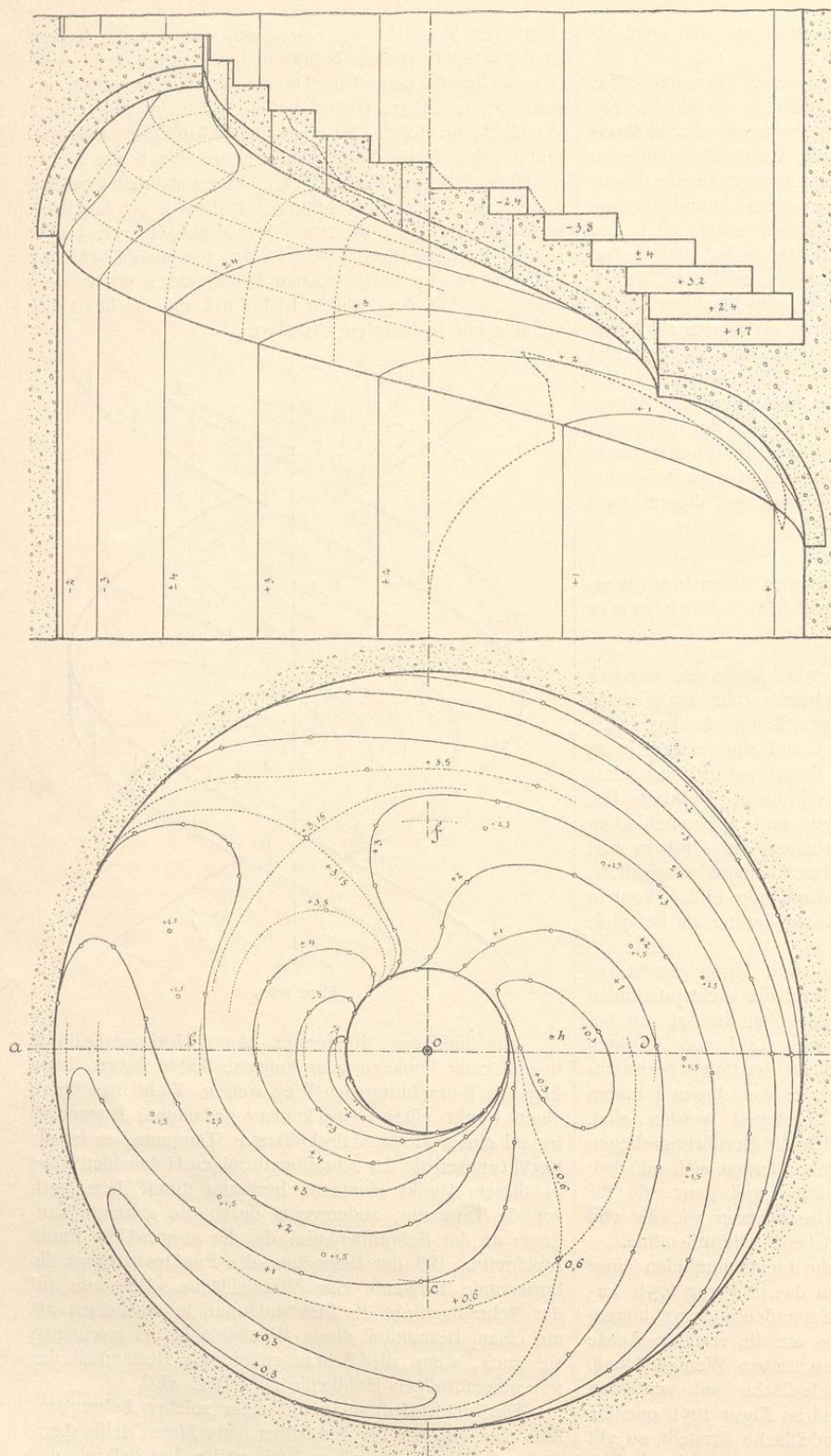
sichtbaren Wendelfläche, die links von der durch den Punkt a beschriebenen Schraubenlinie liegt und im Aufriss als Unterfläche auftritt. Die vom Arm $a c$ beschriebene, von oben sichtbare Hälfte der im Aufriss erscheinenden Wendelfläche folgt einem zweiten Grundriss, der aus Figur 105b durch deren Umlegen um einen zur Lichtstrahlprojektion senkrechten Durchmesser abgeleitet werden kann. Der von oben sichtbare Teil der von $a b$ beschriebenen Fläche ist im Aufriss immer durch die von $a c$ erzeugte Fläche verdeckt, ebenso der von unten sichtbare Teil der von $a c$ beschriebenen Fläche durch die von $a b$ erzeugte. Auf der zweiten Lichtdrucktafel erscheint das Gebilde mit Lichtstufen schattiert.



Figur 106a.

Für diejenigen Stabformen, deren Horizontalschnitte bogenförmig konkave oder konvexe Seiten haben, kann folgende Betrachtung den Weg weisen. Zieht man durch einen Punkt eines (etwa konkav gedachten) Bogens in irgend einem Horizontalschnitt eine Tangente, so ist die Berührungsebene der schraubenförmigen Hohlkehlenfläche in diesem Punkt einerseits bestimmt durch diese horizontale Tangente, andererseits durch die geneigte Tangente an der Schraubenlinie, die der ausgewählte Punkt beschreibt. Bei der Bewegung des Punktes erzeugt die horizontale Tangente eine Wendelfläche. Wie nun auf der Schraubenlinie die Lichtstufenpunkte erscheinen als auf einem Bestandteil dieser Wendelfläche, so erscheinen sie auch, wenn die Schraubenlinie als Bestandteil der schraubenförmigen Hohlkehle aufgefasst wird.

Die Lichtstufenpunkte auf einer solchen Schraubenlinie sind also wie bei den früher betrachteten Schraubenflächen alle auf demselben horizontalen Parallelkreis der



Figur 106 b.

Normalkugel zu suchen, und es ist überhaupt, sobald die genannte Tangente an die Kehllinie gezogen ist, für das Aufsuchen der Lichtstufe des Berührungspunktes und die an diese anzuschliessende Bestimmung der Lichtstufepunkte auf derselben Schraubenlinie ganz derselbe Weg einzuschlagen, wie nach Art. 105 für die einzelnen Schraubenlinien, welche die konzentrischen Schnittcylinder auf den früher betrachteten Schraubenflächen erzeugen.

Eine andere Art von schraubend verdrehten Stabformen sind diejenigen, bei welchen eine ebene Figur irgend welcher Form auf einem Kreiscylinder fortschreitet, und zwar so, dass die Ebene der Figur immer durch die Achse geht und die Ecken der Figur Schraubenlinien um die Achse beschreiben. Die Schraubengänge können dabei den Cylinder ganz bedecken oder schraubenförmige Bänder der Cylinderfläche zwischen sich übrig lassen. Die scharf- und flachgängigen Schrauben (samt den Abrundungen der Kanten der ersteren) sind besondere Fälle dieser Stabformen; auch die in Art. 71 behandelte schraubenförmige Röhre kann als eine solche aufgefasst werden. Es mag etwa ein konvexes Segmentbogenstück, dessen Sehne auf dem Cylinder liegt, als erstes Beispiel und ein konkaves, in den Cylinder eingeschnittenes ebensolches als zweites genannt sein.

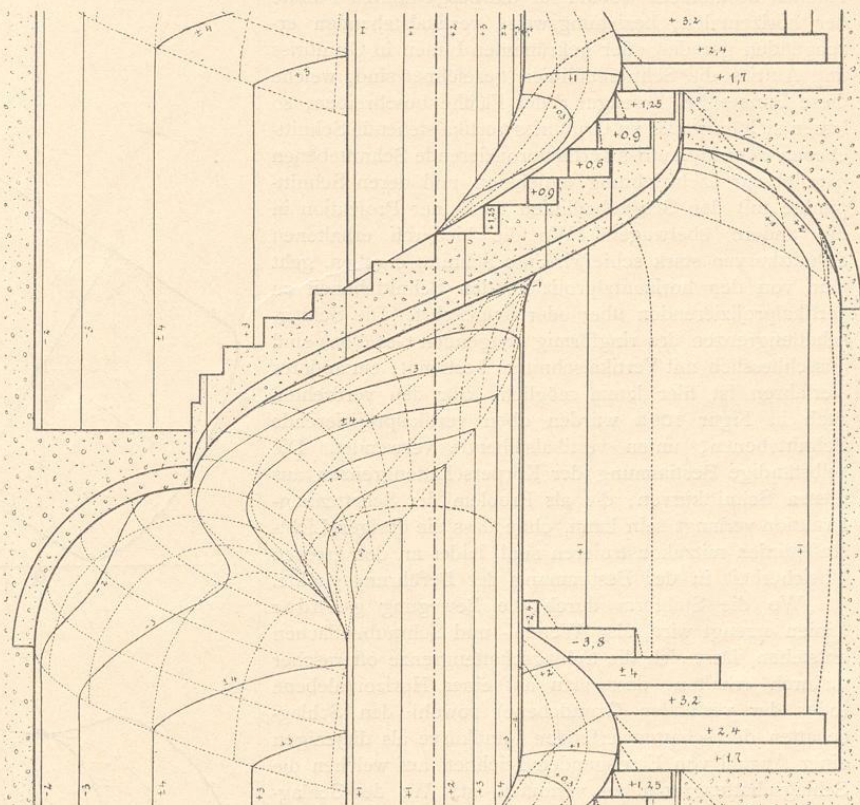
Zieht man durch einen Punkt einer beliebigen Lage des erzeugenden Bogenstücks eine Tangente an dieses, so ist die Berührungsebene der Fläche in diesem Punkt einerseits bestimmt durch diese in der Vertikalebene der Schraubenachse liegende Tangente, andererseits durch die geneigte Tangente an der Schraubenlinie, die der ausgewählte

Punkt bei der Erzeugung der Fläche beschreibt. Bei der Bewegung des Punktes erzeugt jene erste Tangente eine gewöhnliche Schraubenfläche. Wie nun auf der Schraubenlinie die Lichtstufenpunkte erscheinen als auf einem Bestandteil dieser Schraubenfläche, so gelten sie auch für die schraubenförmige Wulstfläche oder Hohlkehlenfläche. Damit ist auch für diese Art von Stabformen die Bestimmung der Lichtstufenlinien zurückgeführt auf diejenige der Schraubenflächen in Art. 105.

Die Figuren 106 b und c, die auch auf dem dritten Lichtdruckblatt mit Beifügung eines andern Grundplans schattiert auftreten, zeigen eine Wendeltreppe mit Ueberdeckung durch ein ringförmig steigendes Tonnengewölbe; in diesem ist ein Beispiel der zuvor behandelten Formen geboten. Der Grundriss in Figur 106 b giebt die Leihung des Gewölbes mit den Lichtstufenlinien; die Vorzeichen sind so eingeschrieben, als ob die Fläche wie eine Lehrschalung gegen oben konvex und von oben gesehen wäre, so dass im Aufriss, der die Unterfläche projiziert, alle Vorzeichen umzukehren waren. In dem Aufriss Figur 106 c ist die Treppe und das Gewölbe als Höhenschnitt nach *abcde* gezeichnet und der vordere Teil weggenommen gedacht, wie es der Grundriss auf der dritten Lichtdrucktafel ersichtlich macht; der Aufriss in Figur 106 b ist ein Höhenschnitt nach *abfde*, in welchem auch die Spindel herausgebrochen gedacht ist. Die Bestimmung der Lichtstufenlinien war nur die oftmalige Wiederholung der in Art. 105 beschriebenen Konstruktion, wobei in einer einzigen Hilfsfigur für den Radius *oc* und sechs Schraubenlinien die Neigungen aller Schraubenlinien und aller Tangenten am Vertikalschnitt, die Grundrissrichtungen der Gefällslinien aller Berührungsebenen, die Horizontalrichtungen dieser letzten und endlich ihre Neigungswinkel vereinigt erschienen.

Die Kurven $+0,6$ und $-3,15$ (angenähert) haben Kreuzungspunkte. Diese Punkte liegen auf derjenigen Schraubenlinie, für welche die Neigung der Berührungsebene ein Minimum wird. Am inneren Rand des Gewölbes sind die Berührungsebenen vertikal, nach aussen werden sie flacher, weil sowohl die Schraubenlinien als die Tangenten am Vertikalschnittkreis flacher werden. Im Scheitel des Halbkreisbogens ist die Tangente horizontal geworden und die Schraubenlinie hat eine mittlere Neigung erreicht. Weiter nach aussen werden die Schraubenlinien immer

noch flacher, die Tangenten aber wieder steiler. Zuerst überwiegt die Wirkung jener; die Neigungen der Berührungsebenen nehmen auch ein Stück weit vom Scheitel nach auswärts noch ab, erreichen aber schon nahe dem Scheitel ein Minimum; von diesem Punkt an überwiegen die steiler werdenden Tangenten und die Neigungswinkel der Ebenen nehmen wieder zu. Der Einfluss der Minimalneigung auf die Lichtstufenlinien ergibt sich aus folgender Betrachtung. Wird die Neigung der Berührungsebene ein Minimum, so wird in Figur 105 a der Radius *g'h'* oder *ol* ein Minimum. Denkt man sich den Grundriss in Figur 105 a



Figur 106 c.

rechts unten für diesen Fall gezeichnet, so berührt der Parallelkreis eine Lichtstufenlinie von aussen und eine andere von innen (und zwar erweist sich jene im vorliegenden Beispiel als $+0,6$, diese als $-3,15$); bei allen früheren und allen späteren Grössen des Kreises *ol* erscheinen mit den Lichtstufenellipsen $+0,6$ und $-3,15$ zwei Schnittpunkte, wonach auf allen Schraubenlinien innerhalb und ausserhalb derjenigen mit der Minimalneigung der Berührungsebene zwei Lichtstufenpunkte mit $+0,6$ und zwei solche mit $-3,15$ erscheinen müssen, auf dieser letzten Schraubenlinie aber nur ein Punkt $+0,6$ und $-3,15$ auftreten kann. Damit sind die zwei Kreuzungspunkte begründet.

Die Uebertragung der im Grundriss gefundenen Lichtstufenlinien in die Aufrisse geschah mit Hilfe des von den

Schraubenlinien und Radialschnittlinien gebildeten Netzes, das im Grundriss in konzentrischen Kreisen und deren Radien erscheint und auch zur Schlagschattenkonstruktion dient. Die Vertikalfächen der Stufen sind Beispiele für die Lichtstufenbestimmung verschieden gerichteter vertikaler Ebenen; die Wendelfläche zwischen Spindel und Stufen ist schon in Art. 105 erwähnt; im übrigen erscheinen nur noch vertikale Cylinderflächen.

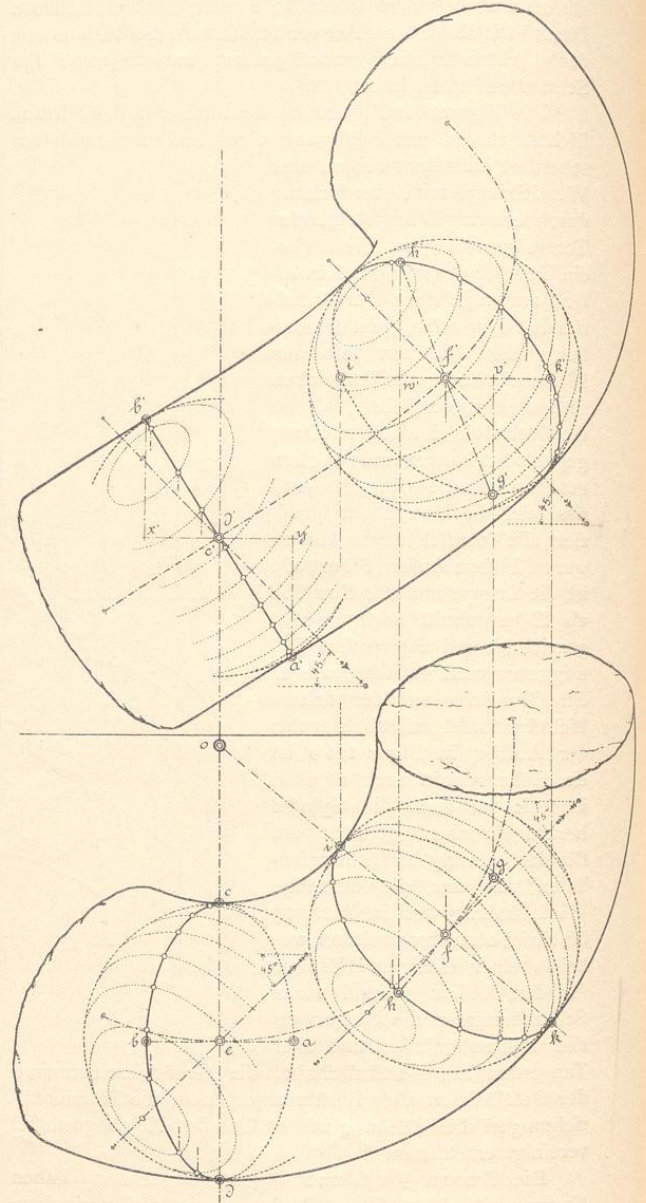
Die Schlagschattengrenzen auf beiden Arten von schraubend verdrehten Stabformen lassen sich in erster Linie durch das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen bestimmen. Sobald für die ausgewählten Punkte der horizontalen, beziehungsweise vertikalstehenden erzeugenden geraden oder gekrümmten Linien in Grundriss und Aufriss die Schraubenlinien gezeichnet sind, welche diese Punkte bei Erzeugung der Fläche beschreiben, so lassen sich entweder im Grundriss vertikalstehende Schnittebenen oder im Aufriss vertikalprojizierende Schnittebenen parallel zur Lichtrichtung annehmen und deren Schnittpunkte mit den Schraubenlinien aus einer Projektion in die andere übertragen. Wo die hiedurch erhaltenen Schnittkurven stark schiefwinklige Schnitte ergeben, geht man von den horizontalprojizierenden Schnittebenen zu vertikalprojizierenden über oder umgekehrt. Die Schlagschattengrenzen des ringförmig steigenden Gewölbes sind ausschliesslich mit Vertikalschnitten bestimmt; ein anderes Verfahren ist hier kaum möglich. Für den verdrehten Stab in Figur 106a wurden oben vertikalprojizierende Schnittebenen, unten vertikalstehende verwendet. Die selbständige Bestimmung der Körperschattengrenzen aus diesen Schnittkurven, die als Problem der Schattenkonstruktion verlangt sein kann, ohne dass die übrigen Lichtstufenlinien mitzukonstruieren sind, leidet an der grossen Unsicherheit in der Bestimmung der Berührungspunkte.

Wo die Stabform durch die Bewegung gerader Linien erzeugt wird, also Wendel- und Schraubenflächen entstehen, lässt sich die Schlagschattengrenze oft rascher dadurch erhalten, dass man auf einer Horizontalebene (oder der vertikalen Grundebene) sowohl den Schlagschatten der schattenwerfenden Randkurve als diejenigen einer Anzahl von Erzeugenden zeichnet, auf welchen die Schlagschattengrenze zu vermuten ist. Wo der Schlagschatten der Randkurve den Schlagschatten einer Erzeugenden schneidet, da ist der gemeinschaftliche Schlagschattenpunkt derjenigen Punkte beider Raumlinien, die einander in Schatten setzen, und ein durch diesen Schlagschattenpunkt rückwärts bis zur Erzeugenden gezogener Lichtstrahl liefert auf dieser einen Punkt der Schlagschattengrenze auf der Fläche. Für den unteren Teil der Schlagschattengrenze in Figur 106a, der anderweitig unsicher zu bestimmen ist, wurden zur Probe die Schlagschatten der Randkurve und einiger Erzeugenden auf der Horizontalebene des Punktes m' zu Hilfe genommen.

107. Die schraubenförmige Röhre oder Wulstfläche und andere Röhrenflächen mit kreisförmigem Normalschnitt.

Diese Fläche wird nach Art. 71 erzeugt als Umhüllungsfläche aller Lagen einer unveränderlichen Kugel,

deren Mittelpunkt auf einer Schraubenlinie fortschreitet. In den Figuren 107abc ist die Achse dieser Schraubenlinie vertikal. Jede Lage der Kugel berührt die Fläche nach einem Kreis, der zugleich ein Grosskreis der Kugel und ein Normalschnitt der Röhrenfläche ist, das heisst,



Figur 107 a.

dessen Ebene normal steht zu einer Tangente, die im Mittelpunkt des Kreises an die leitende Schraubenlinie gezogen wird. Da die Neigung der Tangente an einer vertikalstehenden Schraubenlinie überall dieselbe ist, so ist auch die Neigung der Ebenen solcher Berührungs- oder Schnittkreise überall dieselbe.