



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 107. Die schraubenförmige Röhre oder Wulstfläche und andere
Röhrenflächen mit kreisförmigem Normalschnitt

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Schraubenlinien und Radialschnittlinien gebildeten Netzes, das im Grundriss in konzentrischen Kreisen und deren Radien erscheint und auch zur Schlagschattenkonstruktion dient. Die Vertikalfächen der Stufen sind Beispiele für die Lichtstufenbestimmung verschieden gerichteter vertikaler Ebenen; die Wendelfläche zwischen Spindel und Stufen ist schon in Art. 105 erwähnt; im übrigen erscheinen nur noch vertikale Cylinderflächen.

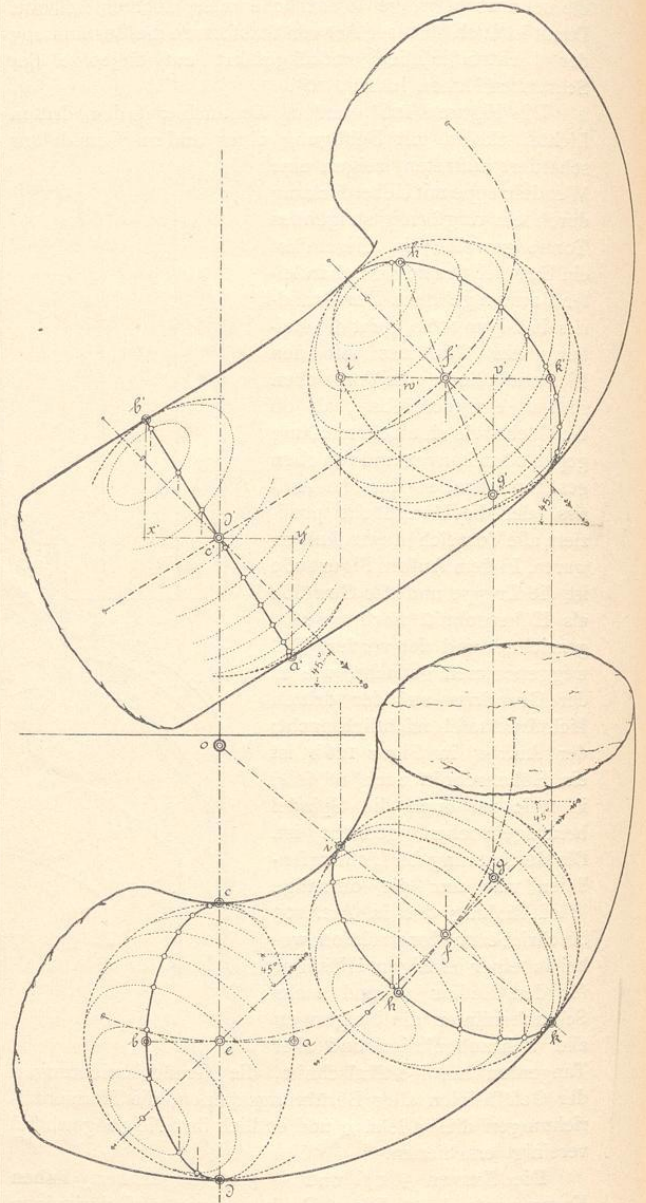
Die Schlagschattengrenzen auf beiden Arten von schraubend verdrehten Stabformen lassen sich in erster Linie durch das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen bestimmen. Sobald für die ausgewählten Punkte der horizontalen, beziehungsweise vertikalstehenden erzeugenden geraden oder gekrümmten Linien in Grundriss und Aufriss die Schraubenlinien gezeichnet sind, welche diese Punkte bei Erzeugung der Fläche beschreiben, so lassen sich entweder im Grundriss vertikalstehende Schnittebenen oder im Aufriss vertikalprojizierende Schnittebenen parallel zur Lichtrichtung annehmen und deren Schnittpunkte mit den Schraubenlinien aus einer Projektion in die andere übertragen. Wo die hiedurch erhaltenen Schnittkurven stark schiefwinklige Schnitte ergeben, geht man von den horizontalprojizierenden Schnittebenen zu vertikalprojizierenden über oder umgekehrt. Die Schlagschattengrenzen des ringförmig steigenden Gewölbes sind ausschliesslich mit Vertikalschnitten bestimmt; ein anderes Verfahren ist hier kaum möglich. Für den verdrehten Stab in Figur 106a wurden oben vertikalprojizierende Schnittebenen, unten vertikalstehende verwendet. Die selbständige Bestimmung der Körperschattengrenzen aus diesen Schnittkurven, die als Problem der Schattenkonstruktion verlangt sein kann, ohne dass die übrigen Lichtstufenlinien mitzukonstruieren sind, leidet an der grossen Unsicherheit in der Bestimmung der Berührungspunkte.

Wo die Stabform durch die Bewegung gerader Linien erzeugt wird, also Wendel- und Schraubenflächen entstehen, lässt sich die Schlagschattengrenze oft rascher dadurch erhalten, dass man auf einer Horizontalebene (oder der vertikalen Grundebene) sowohl den Schlagschatten der schattenwerfenden Randkurve als diejenigen einer Anzahl von Erzeugenden zeichnet, auf welchen die Schlagschattengrenze zu vermuten ist. Wo der Schlagschatten der Randkurve den Schlagschatten einer Erzeugenden schneidet, da ist der gemeinschaftliche Schlagschattenpunkt derjenigen Punkte beider Raumlinien, die einander in Schatten setzen, und ein durch diesen Schlagschattenpunkt rückwärts bis zur Erzeugenden gezogener Lichtstrahl liefert auf dieser einen Punkt der Schlagschattengrenze auf der Fläche. Für den unteren Teil der Schlagschattengrenze in Figur 106a, der anderweitig unsicher zu bestimmen ist, wurden zur Probe die Schlagschatten der Randkurve und einiger Erzeugenden auf der Horizontalebene des Punktes m' zu Hilfe genommen.

107. Die schraubenförmige Röhre oder Wulstfläche und andere Röhrenflächen mit kreisförmigem Normalschnitt.

Diese Fläche wird nach Art. 71 erzeugt als Umhüllungsfläche aller Lagen einer unveränderlichen Kugel,

deren Mittelpunkt auf einer Schraubenlinie fortschreitet. In den Figuren 107abc ist die Achse dieser Schraubenlinie vertikal. Jede Lage der Kugel berührt die Fläche nach einem Kreis, der zugleich ein Grosskreis der Kugel und ein Normalschnitt der Röhrenfläche ist, das heisst,



Figur 107 a.

dessen Ebene normal steht zu einer Tangente, die im Mittelpunkt des Kreises an die leitende Schraubenlinie gezogen wird. Da die Neigung der Tangente an einer vertikalstehenden Schraubenlinie überall dieselbe ist, so ist auch die Neigung der Ebenen solcher Berührungs- oder Schnittkreise überall dieselbe.

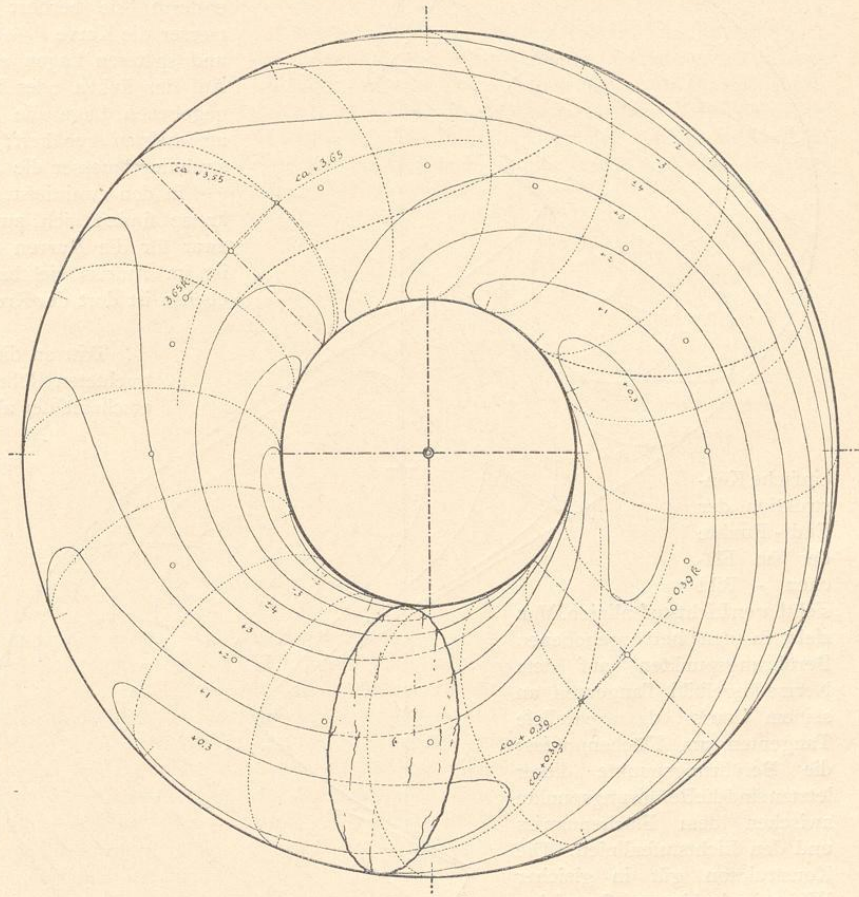
Hieraus folgt zunächst, dass die elliptischen Grundrisse $acbd$ (Figur 107a) aller solchen Schnittkreise kongruent und zwar mit der grossen Achse gegen den Mittelpunkt gerichtet sein müssen. Das Achsenverhältnis dieser Ellipsen ergibt sich, indem man den ersten Normalschnitt der Röhre so durchführt, dass er sich im Aufriss als gerade Linie $a'b'$ projiziert, das heisst an einem Punkt, in welchem die schraubenlinienförmige Röhrenachse eine Tangente parallel zur Vertikalebene hat. Teilt man nun den Grundrisskreis in eine bestimmte Zahl gleicher Teile und zeichnet für jeden Teilungspunkt f den zugehörigen Aufrisspunkt f' und die Grundrissellipse $gihk$ kongruent $acbd$, so lassen sich die zugehörigen Aufrissellipsen in folgender Weise rasch erhalten. Man zieht für jede Ellipse die Projektionslote durch die Punkte $gihk$. Die Endpunkte des horizontalen Durchmessers i' und k' liegen im Aufriss ebenso hoch wie f' ; für die Endpunkte des Durchmessers grösster Neigung $h'k'$ ist $w'h' = v'g' = x'b' = y'a'$ aufzutragen, weil infolge der gleichen Neigung aller Normalschnittkreise deren höchste und tiefste Punkte immer gleichviel über und unter ihrem Mittelpunkt liegen. $i'k'$ und $h'g'$ sind konjugierte Durchmesser der Aufrissellipse, aus welcher diese nach Art. 68d abgeleitet werden kann.

Sind in dieser Weise alle Normalschnittkreise in Grundriss und Aufriss gezeichnet, so gelangt folgender Grundgedanke für die Bestimmung der Lichtstufenpunkte zur Verwertung: „Wo auf dem Berührungskreis zwischen einer Lage der erzeugenden Kugel und der Röhrenfläche die Lichtstufenpunkte für die Kugel gelegen sind, da liegen sie auch für die Röhrenfläche.“ Zeichnet man die Umhüllungskugel selbst als Normalkugelgrundriss und -Aufriss mit allen Lichtstufenlinien auf Pauspapier, so lässt sich jedes solche Kugelbild im Grundriss, beziehungsweise Aufriss derart auf die Ellipse eines jeden Schnittkreises legen, dass die Lichtstufenpunkte unmittelbar auf die durchscheinende Ellipse als deren Schnitte mit den Kugellichtstufenlinien durchgestochen werden können. Hiezu gehört nur, dass der Mittelpunkt des Normalkugelbildes immer auf den Mittelpunkt der Ellipse fällt und dass in Grundriss und Aufriss der ursprünglich der Lichtrichtung entsprechende Kugelbilddurchmesser in jeder neuen Lage genau gleichgerichtet bleibt (wie es in Figur 107a durch die Durchmesser mit Pfeilen angedeutet ist).

Ohne die arbeitsparende Benützung des Pausblattes

wäre für jeden Normalschnitt der Fläche die elliptische Projektion des Grosskreises der Normalkugel aufzusuchen, welche nach Achsenverhältnis und Richtung der grossen Achse mit dem Normalschnitt übereinstimmt. Von dieser Projektion wären die Schnittpunkte mit den Lichtstufenlinien durch proportionale Vergrösserung oder Verkleinerung aller Masse auf den Normalschnitt zu übertragen.

In den Figuren 107b und c sind die Lichtstufenlinien der Fläche samt den Normalschnittlinien und Schlag-schattengrenzen in Grundriss und Aufriss gezeichnet und



Figur 107 b.

zwar für eine Röhre, welche derjenigen in Figur 71a bis d kongruent oder ähnlich ist. Die Schlag-schattengrenzen, deren Konstruktion in Art. 71 besprochen ist, sind aus diesen Figuren herübergenommen. Auf dem zweiten und dritten Lichtdruckblatt erscheint dieselbe schraubenförmige Röhre mit den Lichtstufen schattiert.

Das Kugelbild erreicht in seiner Bewegung im Grundriss und Aufriss bestimmte Lagen, in welchen es den Umriss der Fläche mit einem der in Figur 88b durch Ringe hervorgehobenen Berührungspunkte zwischen seinen Lichtstufenellipsen und seinem eigenen Umriss berührt. In einem solchen Punkt haben also Kugel umriss und Flächen umriss eine gemeinschaftliche Tangente; zugleich

ist der Punkt ein Lichtstufenpunkt der Fläche, weil er der Endpunkt der grossen Achse der Projektion des Berührungskreises zwischen Fläche und Kugel sein muss, also im Raum auf diesem Kreis selber liegt. Hieraus folgt eine

+ 3,65; sie sind in Figur 107 b punktiert eingetragen. Hier finden sich jedoch diese Punkte einfacher; sie sind die höchsten Punkte derjenigen Normalschnittkreise, deren horizontaler Durchmesser im Grundriss senkrecht zur Lichtstrahlprojektion stehen. Dies folgt aus der Betrachtung der Lagen, welche im Grundriss der beweglichen Normalkugel die Schnittellipse gegenüber den Lichtstufenlinien annehmen kann. Auf der rechten oder vorderen Hälfte der Röhrenfläche hat sich in der angegebenen Lage die Schnittellipse am meisten vom hellsten Punkt entfernt; sie berührt hierbei auf dem Lichtstrahldurchmesser die Kurve $ca + 0,39$ von aussen; in allen früheren und späteren Lagen schneidet sie diese Kurve zweimal. Auf der linken oder hinteren Hälfte hat sich in der angegebenen Lage die Schnittellipse dem hellsten Punkt am meisten genähert; sie berührt dann auf dem Lichtstrahldurchmesser die Kurve $ca + 3,65$ von innen.

In den zwei tiefsten Punkten derselben Normalschnittkreise finden sich zwei weitere Kreuzungspunkte, und zwar für die Kurven $ca - 0,39$ und $- 3,65$. Der letzte ist im Aufriss sichtbar und mit $- 3,65 k'$ bezeichnet; ebenso ist dort der Kreuzungspunkt $+ 0,39 k'$ eingetragen.

Tritt an die Stelle der Schraubenlinie der betrachteten Röhre eine beliebige andere Kurve, so erscheint der allgemeine Fall der Röhre mit kreisförmigem Normalschnitt.

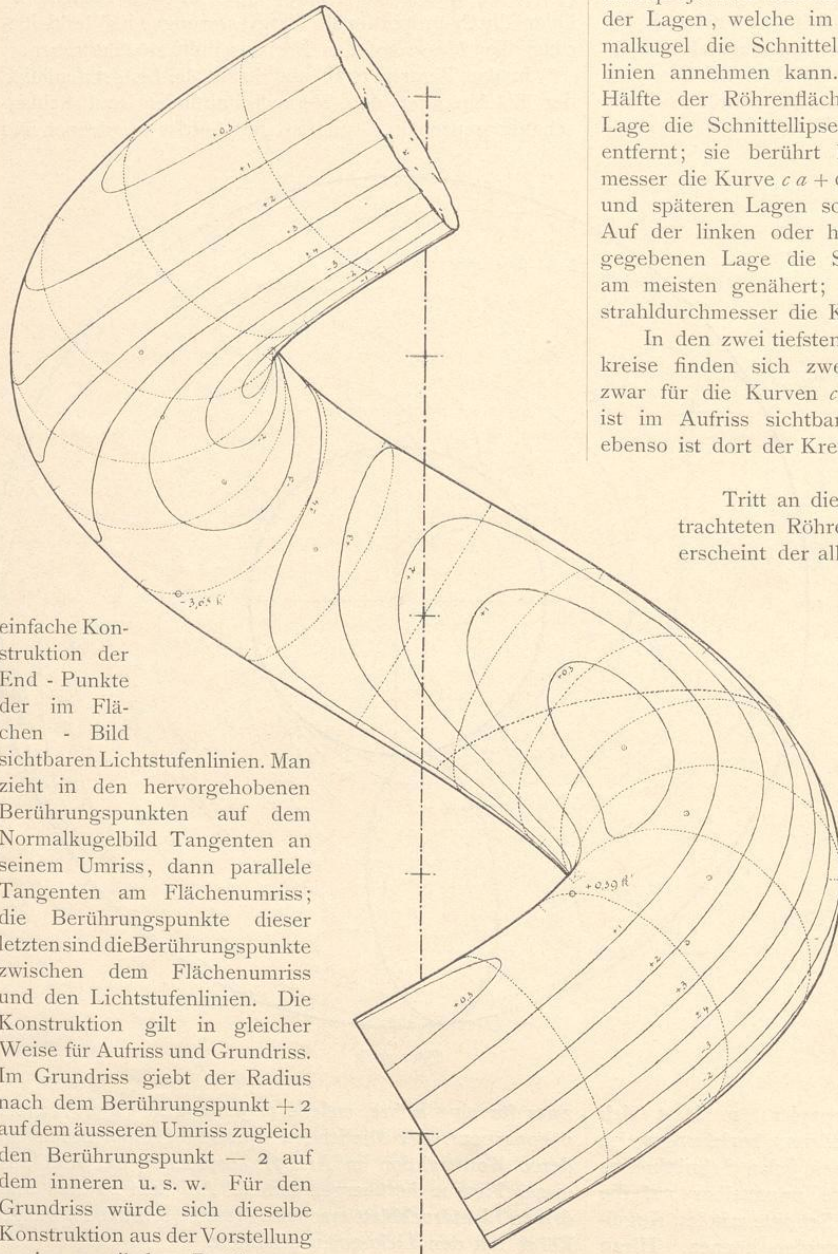
Auch dieser Fall kann immer als Umhüllungsfläche aller Lagen einer beweglichen unveränderlichen Kugel aufgefasst werden, deren Mittelpunkt auf der Kurve fortschreitet. Als Beispiel mit gewundener Kurve des Fortschreitens ausser der Schraubenlinie wurde schon in Art. 71 der Rundstab eines Bogengesimses auf cylindrischer Wandfläche genannt; weit häufiger ist die Verwirklichung der Fläche mit ebenen Kurven als Röhrenachsen.

Zur Bestimmung der Lichtstufenlinien führt am raschesten die oben bei der Schraubenröhre durchgeführte Betrachtung des Normalschnittkreises als der Berührungslinie der rückenden Kugel und die Bestimmung der Lichtstufenpunkte auf diesem Kreis der Kugel. An die beliebig gekrümmte Achse der Röhre sei in einem bestimmten Punkt pp' eine Tangente $ab a' b'$ gezogen worden. Man hat dann

auf der Umhüllungskugel in pp' den Kreis zu zeichnen, dessen Ebene normal zu dieser Tangente steht. Diese Aufgabe ist in Art. 71 gelöst; auch kann für den vorliegenden Fall die dort gezeichnete Figur 71e unverändert

einfache Konstruktion der End - Punkte der im Flächen - Bild sichtbaren Lichtstufenlinien. Man zieht in den hervorgehobenen Berührungspunkten auf dem Normalkugelbild Tangenten an seinem Umriss, dann parallele Tangenten am Flächenumriss; die Berührungspunkte dieser letzten sind die Berührungspunkte zwischen dem Flächenumriss und den Lichtstufenlinien. Die Konstruktion gilt in gleicher Weise für Aufriss und Grundriss. Im Grundriss giebt der Radius nach dem Berührungspunkt $+ 2$ auf dem äusseren Umriss zugleich den Berührungspunkt $- 2$ auf dem inneren u. s. w. Für den Grundriss würde sich dieselbe Konstruktion aus der Vorstellung zweier vertikaler Berührungscylinder der Fläche ableiten lassen.

Wie bei dem ringförmig steigenden Tonnengewölbe in Figur 106b und in derselben Thatsache begründet wie dort erscheinen im Grundriss der Röhrenfläche zwei Lichtstufenlinien mit Kreuzungspunkten, nämlich $ca + 0,39$ und



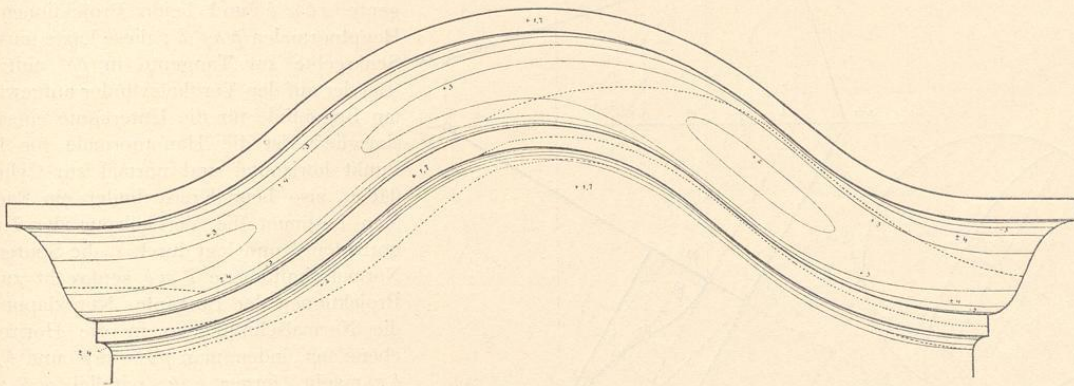
Figur 107c.

gelten. Die Ellipsen, deren grosse Achsen senkrecht zu den Tangentenprojektionen ab und $a'b'$ stehen, sind die Projektionen des Normalschnittkreises der Röhre im Punkt p . Die Ellipsen benützt man wie bei der schraubenförmigen Röhre. Legt man auf die Aufrissellipse den Aufriss einer Normalkugel, deren Durchmesser gleich dem der Röhre ist, und auf die Grundrissellipse den Grundriss derselben Normalkugel auf Pauspapier gezeichnet, so lassen sich wieder die Lichtstufenpunkte auf die durchscheinenden Ellipsen als deren Schnittpunkte mit den Kugellinien durchstechen. Hiezu gehört wieder, dass der Mittelpunkt des Normalkugelbildes auf den Mittelpunkt der Ellipse fällt, und dass in Grundriss und Aufriss der ursprünglich der Lichtstrahlprojektion entsprechende Kugelbilddurchmesser genau gleich gerichtet bleibt. Wenn in den beiden Kugelbildern der Figur 71 e zu den schon vorhandenen Schattengrenzen oder Kurven ± 4 die andern Lichtstufenlinien hin-

Eine mit anderer Grösse gegebene Normalkugel kann man in derselben Weise unmittelbar benützen, indem man die auf ihren Durchmessern erhaltenen Einteilungen durch proportionales Verkleinern oder Vergrössern den Normalschnitten der Fläche anpasst.

Die Röhrenfläche mit beliebigem Normalschnitt; 108.
geschweifte Gesimse auf ebener und gekrümmter Wand. Die Röhrenfläche mit veränderlichem Normalschnitt.

Dieser allgemeine Fall der Röhrenfläche entsteht nach der früher (in Art. 71) gegebenen Erklärung, wenn eine beliebige unveränderliche gekrümmte oder zusammengesetzte ebene Linie auf einer beliebigen Leitlinie derart fortschreitet, dass ihre Ebene immer normal zur Leitlinie steht und ein bestimmter Punkt in ihr immer auf der Leit-



Figur 108a.

zugesucht werden, so bringt sie auch diesen zweiten Teil der Konstruktion vollständig zur Anschauung.

Die Konstruktion vereinfacht sich wesentlich, wenn die Röhrenmittellinie eine ebene Kurve parallel zu einer Grundebene, etwa zur Vertikalebene wird, weil dann in der Projektion auf diese Grundebene alle Normalschnitte geradlinig werden. Die Lichtstufenpunkte ergeben sich in diesem Fall, ähnlich wie nach Figur 58 die Körperschattenpunkte des Wulstes, äusserst einfach und ohne Benützung eines Grundplans, indem der Aufriss der Normalkugel mit dem Durchmesser der Röhre einmal gezeichnet und mit Durchmessern parallel zu den ausgewählten Normalschnitten versehen wird. Jede Normalschnittlinie im Aufriss der Fläche ist dann ebenso einzuteilen, wie der ihr parallele Durchmesser durch die Lichtstufenlinien der Kugel eingeteilt ist. Figur 58 kann auch diese Konstruktion vollständig zur Anschauung bringen, wenn an die Stelle der nur mit Körperschatten versehenen Kugel die Normalkugel und an die Stelle der kreisförmigen Mittellinie des Wulstes eine Ellipse oder beliebige andere ebene Kurve gesetzt wird. Die Bestimmung der Lichtstufenlinien eines kreisförmigen oder elliptischen oder sonst wie eben gekrümmten Wulstes ist hienach eine der einfachsten Aufgaben der Beleuchtungskunde.

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

linie bleibt. Dabei darf sich die bewegliche Linie auch nicht in ihrer eigenen Ebene verdrehen, das heisst, es muss bei einer eben gekrümmten Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in der Ebene der Leitlinie bleiben, und bei einer doppelt gekrümmten Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in die Schmiegungeebene der Leitlinie fallen; mit andern Worten, die bewegliche Linie muss immer dieselbe Lage gegenüber der „Hauptnormalen“ der Leitlinie beibehalten.

Jeder Normalschnitt einer solchen Fläche lässt sich als eine niedrige Zone eines Cylinders vom selben Normalschnitt auffassen, dessen Mantellinien parallel sind der Tangente an der Kurve des Fortschreitens in dem Punkte des Normalschnitts. Auf diesem Cylinder bestimmen sich die Lichtstufenpunkte nach Art. 99.

Als Beispiel mit einer eben gekrümmten Leitlinie ist auch hier (Figur 108a) eine Röhrenfläche parallel zur Vertikalebene, und zwar das geschweifte Gesims auf vertikaler Wand aus Figur 72a gewählt, dessen Normalschnitte sich im Aufriss als gerade Linien projizieren. Zu einem solchen Normalschnitt zieht man im Aufriss der Normalkugel einen parallelen Durchmesser und klappt sowohl den mit seinen Lichtstufenpunkten versehenen Grosskreis, den dieser Durchmesser darstellt, als die Profilinie der Röhrenfläche, welche durch den Normalschnitt dargestellt