



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 108. Die Röhrenfläche mit beliebigem Normalschnitt; geschweifte
Gesimse auf ebener und gekrümmter Wand. Die Röhrenfläche mit
veränderlichem Normalschnitt

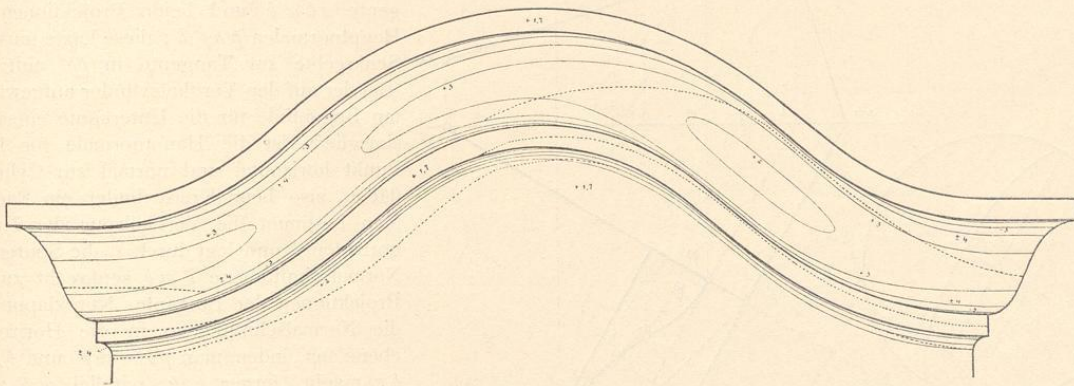
[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

gelten. Die Ellipsen, deren grosse Achsen senkrecht zu den Tangentenprojektionen ab und $a'b'$ stehen, sind die Projektionen des Normalschnittkreises der Röhre im Punkt p . Die Ellipsen benützt man wie bei der schraubenförmigen Röhre. Legt man auf die Aufrissellipse den Aufriss einer Normalkugel, deren Durchmesser gleich dem der Röhre ist, und auf die Grundrissellipse den Grundriss derselben Normalkugel auf Pauspapier gezeichnet, so lassen sich wieder die Lichtstufenpunkte auf die durchscheinenden Ellipsen als deren Schnittpunkte mit den Kugellinien durchstechen. Hiezu gehört wieder, dass der Mittelpunkt des Normalkugelbildes auf den Mittelpunkt der Ellipse fällt, und dass in Grundriss und Aufriss der ursprünglich der Lichtstrahlprojektion entsprechende Kugelbilddurchmesser genau gleich gerichtet bleibt. Wenn in den beiden Kugelbildern der Figur 71 e zu den schon vorhandenen Schatten Grenzen oder Kurven ± 4 die andern Lichtstufenlinien hin-

Eine mit anderer Grösse gegebene Normalkugel kann man in derselben Weise unmittelbar benützen, indem man die auf ihren Durchmessern erhaltenen Einteilungen durch proportionales Verkleinern oder Vergrössern den Normalschnitten der Fläche anpasst.

Die Röhrenfläche mit beliebigem Normalschnitt; 108.
geschweifte Gesimse auf ebener und gekrümmter Wand. Die Röhrenfläche mit veränderlichem Normalschnitt.

Dieser allgemeine Fall der Röhrenfläche entsteht nach der früher (in Art. 71) gegebenen Erklärung, wenn eine beliebige unveränderliche gekrümmte oder zusammengesetzte ebene Linie auf einer beliebigen Leitlinie derart fortschreitet, dass ihre Ebene immer normal zur Leitlinie steht und ein bestimmter Punkt in ihr immer auf der Leit-



Figur 108a.

zugedacht werden, so bringt sie auch diesen zweiten Teil der Konstruktion vollständig zur Anschauung.

Die Konstruktion vereinfacht sich wesentlich, wenn die Röhrenmittellinie eine ebene Kurve parallel zu einer Grundebene, etwa zur Vertikalebene wird, weil dann in der Projektion auf diese Grundebene alle Normalschnitte geradlinig werden. Die Lichtstufenpunkte ergeben sich in diesem Fall, ähnlich wie nach Figur 58 die Körperschattenpunkte des Wulstes, äusserst einfach und ohne Benützung eines Grundplans, indem der Aufriss der Normalkugel mit dem Durchmesser der Röhre einmal gezeichnet und mit Durchmessern parallel zu den ausgewählten Normalschnitten versehen wird. Jede Normalschnittlinie im Aufriss der Fläche ist dann ebenso einzuteilen, wie der ihr parallele Durchmesser durch die Lichtstufenlinien der Kugel eingeteilt ist. Figur 58 kann auch diese Konstruktion vollständig zur Anschauung bringen, wenn an die Stelle der nur mit Körperschatten versehenen Kugel die Normalkugel und an die Stelle der kreisförmigen Mittellinie des Wulstes eine Ellipse oder beliebige andere ebene Kurve gesetzt wird. Die Bestimmung der Lichtstufenlinien eines kreisförmigen oder elliptischen oder sonst wie eben gekrümmten Wulstes ist hienach eine der einfachsten Aufgaben der Beleuchtungskunde.

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

linie bleibt. Dabei darf sich die bewegliche Linie auch nicht in ihrer eigenen Ebene verdrehen, das heisst, es muss bei einer eben gekrümmten Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in der Ebene der Leitlinie bleiben, und bei einer doppelt gekrümmten Leitlinie immer dieselbe Sehne der beweglichen Linie in die Schmiegungeebene der Leitlinie fallen; mit andern Worten, die bewegliche Linie muss immer dieselbe Lage gegenüber der „Hauptnormalen“ der Leitlinie beibehalten.

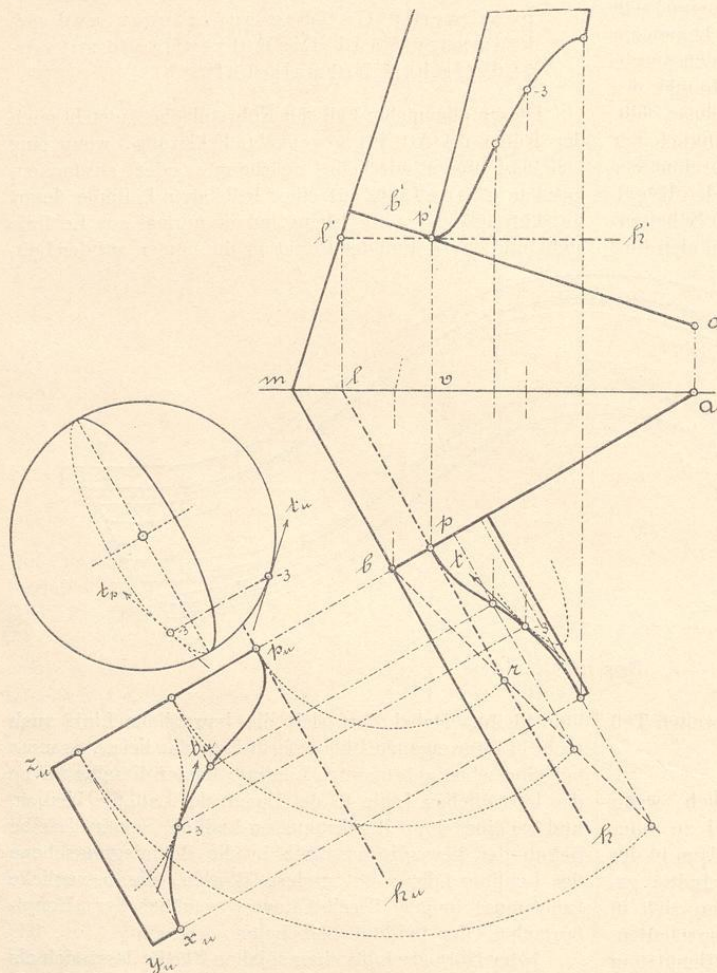
Jeder Normalschnitt einer solchen Fläche lässt sich als eine niedrige Zone eines Cylinders vom selben Normalschnitt auffassen, dessen Mantellinien parallel sind der Tangente an der Kurve des Fortschreitens in dem Punkte des Normalschnitts. Auf diesem Cylinder bestimmen sich die Lichtstufenpunkte nach Art. 99.

Als Beispiel mit einer eben gekrümmten Leitlinie ist auch hier (Figur 108a) eine Röhrenfläche parallel zur Vertikalebene, und zwar das geschweifte Gesims auf vertikaler Wand aus Figur 72a gewählt, dessen Normalschnitte sich im Aufriss als gerade Linien projizieren. Zu einem solchen Normalschnitt zieht man im Aufriss der Normalkugel einen parallelen Durchmesser und klappt sowohl den mit seinen Lichtstufenpunkten versehenen Grosskreis, den dieser Durchmesser darstellt, als die Profilinie der Röhrenfläche, welche durch den Normalschnitt dargestellt

ist, in die Vertikalebene um. Ist nun auf der umgeklappten Normalschnittprofilinie der Lichtstufenpunkt + 3 zu suchen, so zieht man an den umgeklappten Grosskreis eine Tangente im Lichtstufenpunkt + 3, dann an die Profilinie eine parallele Tangente. Der Berührungspunkt dieser letzten ist der gesuchte Lichtstufenpunkt; er ist noch auf den Normalschnitt im Aufriss zurückzuklappen. Auf Grund

dieser Grosskreis ganz ebenso bestimmt werden, wie für den Normalschnitt der doppeltgekrümmten kreisrunden Röhre in Art. 71 und 107 angegeben (Figur 71 e), indem man sich wie dort die Normalkugel in den Punkt pp' versetzt vorstellt.

Der zweite Teil der Lösung hat für den ausgewählten Punkt pp' der Leitlinie (Figur 108 b) mit Hilfe der beiden



Figur 108 b.

der gefundenen Lichtstufengruppe ist das Gesims auf der zweiten Lichtdrucktafel schattiert.

Ist die Leitlinie eine doppeltgekrümmte, wie etwa bei dem Glockenleiten als Bestandteil eines Bogengesimses auf cylindrischer Wandfläche, so wird die Bestimmung der Lichtstufenlinien sehr zeitraubend; doch mag sie als theoretisch interessant hier einigen Raum finden. Die Lichtstufen für jeden Normalschnitt sind auch in diesem Fall auf einem Grosskreis der Normalkugel zu suchen, dessen Ebene derjenigen des Normalschnitts parallel ist. Sobald die beiden Projektionen $ab a' b'$ der Tangente an der Leitlinie im ausgewählten Punkte pp' gezeichnet sind, kann

Projektionen $ab a' b'$ der Tangente in diesem Punkt die zwei Projektionen der Normalschnittprofilinie zu zeichnen, wobei die Raumgestalt dieser Linie und ihre Lage zur Hauptnormalen der Leitlinie als gegeben voraussetzen sind; diese letzte muss als gerade Linie $p_u h_u$ dem Normalschnittprofil der Röhrenfläche $p_u x_u y_u z_u$ beigezeichnet sein. Für den ausgewählten Punkt pp' der Leitlinie müssen gezeichnet sein beide Projektionen der Tangente $ab a' b'$ und beide Projektionen der Hauptnormalen $ph p' h'$; diese letzte muss als Senkrechte zur Tangente in pp' auftreten. (Bei der auf den Vertikalcyliner aufgewickelten Bogenlinie für die Unterkante eines Gesimsglieds ist die Hauptnormale für jeden Punkt horizontal und normal zur Cylinderfläche, also beim Kreiscylinder ein Radius.) Man bestimmt die Vertikalspur der Hauptnormalen l' und legt durch l' die Spuren der Normalschnittebene $l' m b$ senkrecht zu den Projektionen der Tangente. Nun klappt man die Normalschnittebene in die Horizontalebene um, indem man $pr = vp'$ und $bp_u = br$ macht, ferner $p_u h_u$ parallel mb zieht. $p_u h_u$ ist die Umklappung der Hauptnormalen; an diese Linie wird das Profil der Röhrenfläche so angefügt wie beide Linien gegeben sind. Das Zurückklappen führt in bekannter Weise zu beiden Projektionen der Normalschnittprofilinie.

Der dritte Teil der Lösung, das Bestimmen der Lichtstufen, wird am besten mit Hilfe der Umklappung erhalten. Man legt neben das umgeklappte Profil den samt seinen Lichtstufenpunkten um dieselbe Fusslinie mb in die Horizontalebene umgeklappten Grosskreis aus dem ersten Teil der Lösung. Im Lichtstufenpunkt - 3 des Grosskreises zieht man

eine Tangente t_u , dazu eine parallele Tangente t_n an die Profilinie; der Berührungspunkt dieser letzten ist der Lichtstufenpunkt - 3 in der Umklappung; er ist samt den andern Punkten der Profilinie in die Projektionen zu übertragen. — Auch an den Projektionen des Grosskreises und der Profilinie unmittelbar können die parallelen Tangenten gezogen werden, wofür die Ellipse mit der Tangente tp und am Grundriss der Normalschnittlinie die Tangente t eingezeichnet sind. Doch ist dieser kürzere Weg weniger zuverlässig.

Röhrenflächen mit veränderlichem Normalschnitt, wie sie in Art. 73 erklärt und durch Figur 73 vertreten sind, bilden schwierigere Probleme der Beleuchtungskunde. Das

in der genannten Figur dargestellte Gebilde ist als Gegenstand eines allgemeinen Verfahrens für die Lichtstufenbestimmung auf gekrümmten Flächen in Art. 112 behandelt.

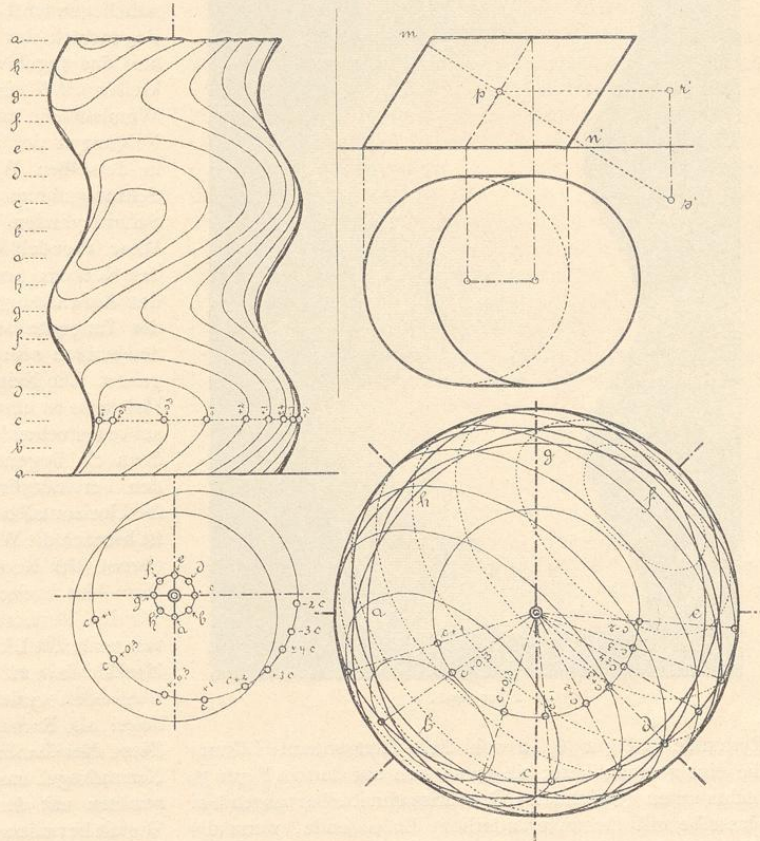
109. Die Rückungsflächen. Die gewundene Säule.

Diese Flächen sind nach ihren Erzeugungsgesetzen erklärt in den Artikeln 74, 75 und 76. Bei den Rückungsflächen mit unveränderlicher, immer gleichgerichteter Erzeugenden, wofür das hyperbolische Paraboloid (Figur 69d) und die Gewölbformen Figur 74a Beispiele sind, betrachtet man wie für die Körperschattenbestimmung jede Lage der Erzeugenden als niedrige Zone einer schiefergerichteten Cylinderfläche und bestimmt auf dieser die Lichtstufenpunkte nach Art. 99 oder 100.

Das interessanteste Beispiel einer solchen Rückungsfläche, der gewundene Säulenschaft des Barockstils, ist in Art. 74 beschrieben und als Gegenstand der Schattenkonstruktion behandelt. Auch für die Bestimmung der Lichtstufenlinien wird im Einklang mit der eben ausgesprochenen allgemeinen Vorschrift ganz wie in Figur 74c jeder der kreisförmigen Horizontalschnitte des Schaftes aufgefasst als schiefer Cylinder mit kreisförmiger Basis, dessen Mantellinien gleichgerichtet sind mit der Tangente an der leitenden Schraubenlinie im Punkte des Horizontalschnitts. Die Konstruktion der Lichtstufenlinien für diesen Fall ist in Art. 100 beschrieben und dort am Schluss der hier vorliegende Fall der kreisförmigen Basis besonders ins Auge gefasst.

Figur 109a enthält die Durchführung der Konstruktion mit acht Horizontalschnitten für jeden Umgang der Schraubenlinie. Die acht grosskreisförmigen Normalkugelschnitte, deren Ebenen senkrecht stehen zu den Mantellinien der acht Cylinder, sind im Grundriss alle kongruent, da alle Tangenten an der leitenden Schraubenlinie gleiche Neigung haben. Die erste solche Schnittellipse wird erhalten mit demjenigen Cylinder, dessen Mantellinien der Vertikalebene parallel sind (Figur rechts oben). An dem im Aufriss gezeichneten geradlinig erscheinenden Normalschnitt $m'n'$ dieses Cylinders lässt sich nach Beifügung einer Horizontal- und Vertikallinie mit $p's'$ gleich dem Normalkugelradius die kleine Halbachse der Kugelellipse als Mass $p'r'$ abnehmen. Die grosse Achse dieser ersten Schnittellipse ist im Normalkugelgrundriss senkrecht zum Grundschnitt gerichtet; die andern sieben Ellipsen ergeben sich durch Drehung der ersten. Zeichnet man nun den beweglichen Kreis, der den Säulenschaft erzeugt, konzentrisch in den Normalkugelgrundriss ein und zieht für eine der Schnittellipsen c die Radien nach ihren Schnittpunkten mit den

Lichtstufenlinien der Kugel, so geben diese Radien die Lichtstufenpunkte auf demjenigen Säulenkreis, der zu der Schnittellipse c gehört, und es können diese Punkte in den Grundriss des Schaftes unmittelbar und durch Abmessen ihrer Abstände vom vertikalen Durchmesser auch in den Aufriss auf den Kreis c übertragen werden. (Der gezeichnete Normalkugelgrundriss giebt die Konstruktion der Punkte nur für einen Kreis c , zeigt aber alle acht Schnittellipsen. Um die vielen Punkte nicht zu verwechseln, wird man die in der Figur begonnene Bezeichnung jedes Punktes mit



Figur 109a.

dem Buchstaben seines Horizontalkreises und der Nummer seiner Lichtstufe streng durchführen.)

Der Schaft in Figur 109a zeigt nur die Lichtstufenlinien; die Grenzen einer Selbstbeschattung, die das gezeichnete Beispiel in geringem Umfang aufweist, ergeben sich nach Art. 74. In Figur 109b ist die Schattierung mit den Lichtstufen durchgeführt.

Ist die Erzeugende einer Rückungsfläche veränderlich, wenn auch immer gleichgerichtet, so tritt die in Art. 75 erklärte Auffassung jeder ihrer Lagen als der Zonen einer Kegelfläche in Geltung. Wie auf dieser die Lichtstufenpunkte erscheinen, so gelten sie auch für die Rückungsfläche. Für jeden Vertikalschnitt des in Figur 75 gezeichneten Rundfensters und Kernbogens wäre also die Konstruktion der Lichtstufen des schiefen Kegels nach Art. 102