



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 109. Die Rückungsflächen. Die gewundene Säule

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

in der genannten Figur dargestellte Gebilde ist als Gegenstand eines allgemeinen Verfahrens für die Lichtstufenbestimmung auf gekrümmten Flächen in Art. 112 behandelt.

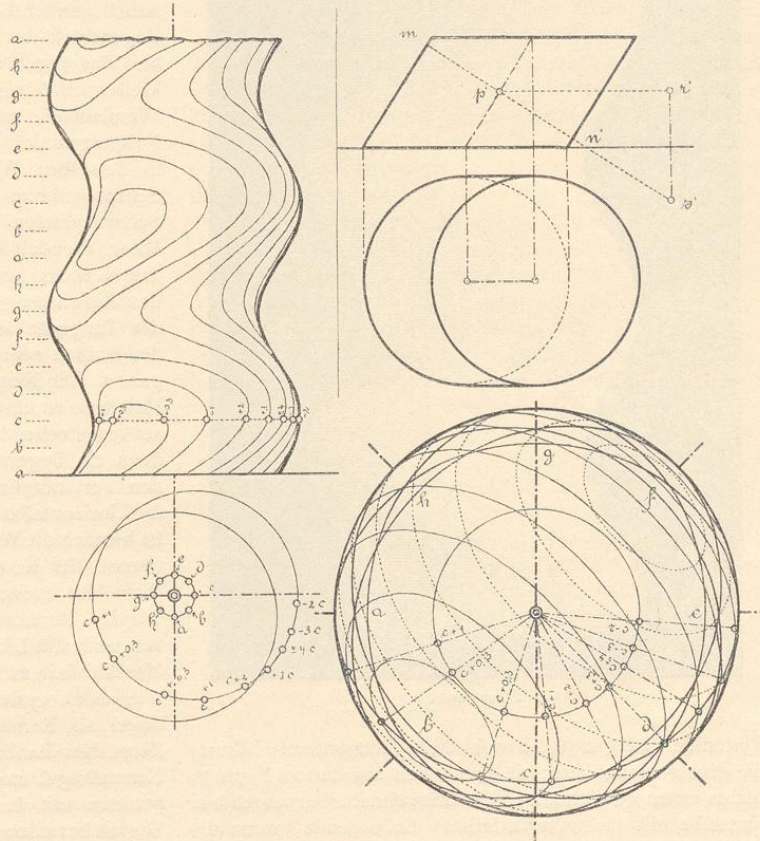
109. Die Rückungsflächen. Die gewundene Säule.

Diese Flächen sind nach ihren Erzeugungsgesetzen erklärt in den Artikeln 74, 75 und 76. Bei den Rückungsflächen mit unveränderlicher, immer gleichgerichteter Erzeugenden, wofür das hyperbolische Paraboloid (Figur 69d) und die Gewölbformen Figur 74a Beispiele sind, betrachtet man wie für die Körperschattenbestimmung jede Lage der Erzeugenden als niedrige Zone einer schiefergerichteten Cylinderfläche und bestimmt auf dieser die Lichtstufenpunkte nach Art. 99 oder 100.

Das interessanteste Beispiel einer solchen Rückungsfläche, der gewundene Säulenschaft des Barockstils, ist in Art. 74 beschrieben und als Gegenstand der Schattenkonstruktion behandelt. Auch für die Bestimmung der Lichtstufenlinien wird im Einklang mit der eben ausgesprochenen allgemeinen Vorschrift ganz wie in Figur 74c jeder der kreisförmigen Horizontalschnitte des Schaftes aufgefasst als schiefer Cylinder mit kreisförmiger Basis, dessen Mantellinien gleichgerichtet sind mit der Tangente an der leitenden Schraubenlinie im Punkte des Horizontalschnitts. Die Konstruktion der Lichtstufenlinien für diesen Fall ist in Art. 100 beschrieben und dort am Schluss der hier vorliegende Fall der kreisförmigen Basis besonders ins Auge gefasst.

Figur 109a enthält die Durchführung der Konstruktion mit acht Horizontalschnitten für jeden Umgang der Schraubenlinie. Die acht grosskreisförmigen Normalkugelschnitte, deren Ebenen senkrecht stehen zu den Mantellinien der acht Cylinder, sind im Grundriss alle kongruent, da alle Tangenten an der leitenden Schraubenlinie gleiche Neigung haben. Die erste solche Schnittellipse wird erhalten mit demjenigen Cylinder, dessen Mantellinien der Vertikalebene parallel sind (Figur rechts oben). An dem im Aufriss gezeichneten geradlinig erscheinenden Normalschnitt $m'n'$ dieses Cylinders lässt sich nach Beifügung einer Horizontal- und Vertikallinie mit $p's'$ gleich dem Normalkugelradius die kleine Halbachse der Kugellipse als Mass $p'r'$ abnehmen. Die grosse Achse dieser ersten Schnittellipse ist im Normalkugelgrundriss senkrecht zum Grundschnitt gerichtet; die andern sieben Ellipsen ergeben sich durch Drehung der ersten. Zeichnet man nun den beweglichen Kreis, der den Säulenschaft erzeugt, konzentrisch in den Normalkugelgrundriss ein und zieht für eine der Schnittellipsen c die Radien nach ihren Schnittpunkten mit den

Lichtstufenlinien der Kugel, so geben diese Radien die Lichtstufenpunkte auf demjenigen Säulenkreis, der zu der Schnittellipse c gehört, und es können diese Punkte in den Grundriss des Schaftes unmittelbar und durch Abmessen ihrer Abstände vom vertikalen Durchmesser auch in den Aufriss auf den Kreis c übertragen werden. (Der gezeichnete Normalkugelgrundriss giebt die Konstruktion der Punkte nur für einen Kreis c , zeigt aber alle acht Schnittellipsen. Um die vielen Punkte nicht zu verwechseln, wird man die in der Figur begonnene Bezeichnung jedes Punktes mit



Figur 109a.

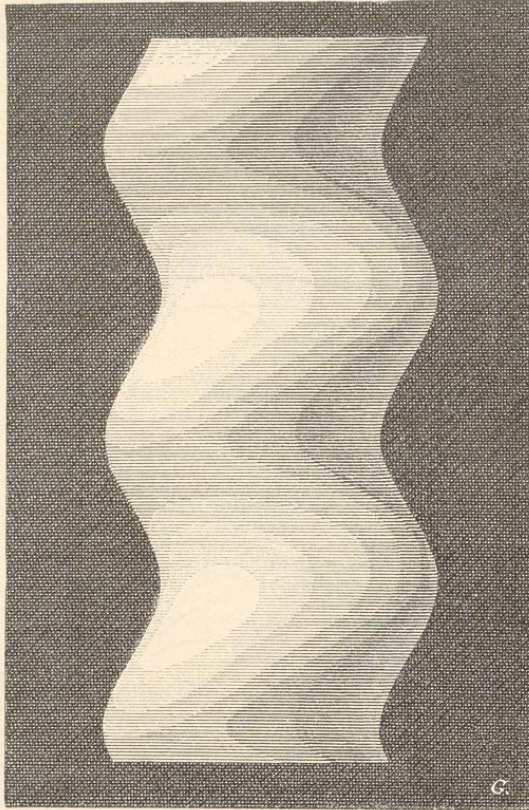
dem Buchstaben seines Horizontalkreises und der Nummer seiner Lichtstufe streng durchführen.)

Der Schaft in Figur 109a zeigt nur die Lichtstufenlinien; die Grenzen einer Selbstbeschattung, die das gezeichnete Beispiel in geringem Umfang aufweist, ergeben sich nach Art. 74. In Figur 109b ist die Schattierung mit den Lichtstufen durchgeführt.

Ist die Erzeugende einer Rückungsfläche veränderlich, wenn auch immer gleichgerichtet, so tritt die in Art. 75 erklärte Auffassung jeder ihrer Lagen als der Zonen einer Kegelfläche in Geltung. Wie auf dieser die Lichtstufenpunkte erscheinen, so gelten sie auch für die Rückungsfläche. Für jeden Vertikalschnitt des in Figur 75 gezeichneten Rundfensters und Kernbogens wäre also die Konstruktion der Lichtstufen des schiefen Kegels nach Art. 102

durchzuführen! Einen kürzeren Weg dürfte hier und in andern Fällen die in Art. 112 beschriebene allgemeine Lösung für gekrümmte Flächen eröffnen.

Für die Rückungsflächen mit drehend fortschreitenden veränderlichen Erzeugenden, also z. B. für die verdrehte



Figur 109 b.

Pyramide in Figur 76, ist wohl diese letztgenannte Lösung die einzig brauchbare; sie liesse sich auf den in Figur 76 rechts unten gezeichneten Grundriss unmittelbar anwenden. Dasselbe gilt für unveränderliche Erzeugende, wenn die Drehung keine gleichmässig fortschreitende, also keine schraubende ist.

110. Konoidische Flächen. Windschiefer Mauerbogen. Kugelkonoid.

Diese Flächen sind in Art. 77 nach ihrem Entstehungsgesetz erklärt und als Gegenstand der Schattenkonstruktion behandelt.

Auf den senkrechten Konoiden, das heisst auf denjenigen, deren Erzeugende rechtwinklig zur geraden Leitlinie stehen, ist die Bestimmung der Lichtstufenlinien nicht schwierig. Als Beispiel sei wieder der in Figur 77 a und b dargestellte „windschiefe Mauerbogen“ gewählt. An einem beliebigen Punkt der Leibungsfläche ist die Berührungsebene, die für die Lichtstufe massgebend ist, durch zwei unschwer erhältliche, durch den Punkt zu ziehende Gerade

bestimmt, nämlich einerseits durch die Erzeugende, andererseits durch die Tangente an der Kurve, die ein konzentrischer Cylinder als Schnitt mit der Fläche liefert. Die Tangente ergibt mit ihrer Horizontalneigung unmittelbar die Neigung der Berührungsebene selbst; sie erscheint im Grundriss als Tangente am Cylinderkreis; alle Tangenten längs einer Erzeugenden sind im Grundriss parallel; für ihre Neigungen zur Horizontalebene ist folgendes zu beachten.

Ein Element der Fläche zwischen zwei einander sehr naheliegenden Erzeugenden kann — indem das zugehörige Bogenstück des eben gedachten Halbkreises als gerade, also das zugehörige Bogenstück des aufgewickelten Halbkreises MN als Schraubenlinie betrachtet wird — als Wendelfläche aufgefasst werden. Hieraus folgt, dass die Neigungen der Tangenten längs einer Erzeugenden sich in derselben Weise verändern wie die Neigungen der Schraubenlinien, welche die konzentrischen vertikalen Schnittcylinder mit der Wendelfläche liefern würden. Diese Wendelfläche ist für jede Lage der Erzeugenden des Konoids einerseits bestimmt durch den Radius MO des Aufwicklungscylinders, andererseits durch die Neigung der Tangente an dem aufgewickelten Halbkreis MN in demjenigen seiner Punkte, welcher der Erzeugenden angehört. Die Neigung der Tangente am aufgewickelten Halbkreis ist aber ganz dieselbe wie diejenige der Tangente am entsprechenden Punkt des verstreckten Halbkreises; denn ein Bogenelement ändert durch das Aufwickeln auf den Vertikalcylinder seine ursprüngliche Neigung gegen die Horizontalebene nicht. Für jede Lage der Erzeugenden ist hienach die Wendelfläche erhältlich. Da alle Berührungsebenen der Konoidfläche längs einer Erzeugenden durch diese hier horizontale Erzeugende selber gehen, also alle dieselbe Horizontalrichtung haben, so sind für jede Erzeugende alle Lichtstufenpunkte auf einer vertikalstehenden Meridianlinie zu suchen, deren Ebene senkrecht zur Erzeugenden gerichtet ist, also im Grundriss der Normalkugel als Radius senkrecht zur Erzeugenden erscheint. Diese Meridianlinie lässt sich hienach im Grundriss der Normalkugel rasch erhalten und samt ihren Lichtstufenpunkten mit den Tangenten in diesen in ihrer wahren Gestalt heraustragen. Wenn dies geschehen ist, so ergibt sich aus dem Vorhergehenden folgende einfache Konstruktion für die Lichtstufenpunkte auf der ausgewählten Erzeugenden, wobei der Gedanke zu Grunde liegt, dass in irgend einem ganzzahligen Lichtstufenpunkt der Erzeugenden die Neigung der durch den Punkt gehenden Schraubenlinie dieselbe sein muss wie die Neigung der Meridiantangente im gleich hellen Kugelpunkt.

Man zeichnet ein rechtwinkliges Dreieck, dessen horizontale Kathete der Radius OM des Cylinders ist, auf welchem das Halbkreisbogenfeld aufgewickelt wurde, und dessen Hypotenuse die Neigung der Tangente hat, welche an den ebenen Halbkreis durch denjenigen Punkt gezogen wird, welcher der Lage der ausgewählten Erzeugenden entspricht. Durch die Spitze dieses Dreiecks zieht man eine Parallele zu jeder Tangente, die an dem herausgetragenen Normalkugelmeridian in einem seiner Lichtstufenpunkte gezogen worden ist. Wie diese Parallelen