



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

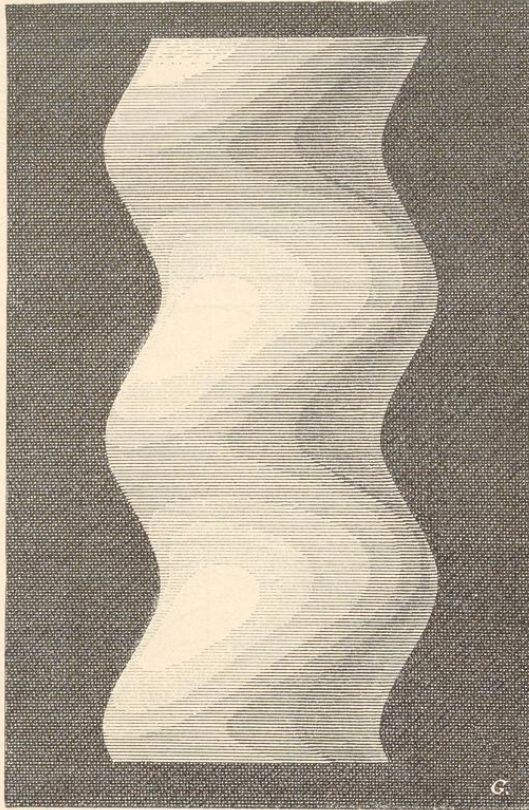
Stuttgart, 1895

Art. 110. Konoidische Flächen. Windschiefer Mauerbogen. Kegelkonoid

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

durchzuführen! Einen kürzeren Weg dürfte hier und in andern Fällen die in Art. 112 beschriebene allgemeine Lösung für gekrümmte Flächen eröffnen.

Für die Rückungsflächen mit drehend fortschreitenden veränderlichen Erzeugenden, also z. B. für die verdrehte



Figur 109 b.

Pyramide in Figur 76, ist wohl diese letztgenannte Lösung die einzig brauchbare; sie liesse sich auf den in Figur 76 rechts unten gezeichneten Grundriss unmittelbar anwenden. Dasselbe gilt für unveränderliche Erzeugende, wenn die Drehung keine gleichmässig fortschreitende, also keine schraubende ist.

110. Konoidische Flächen. Windschiefer Mauerbogen. Kugelkonoid.

Diese Flächen sind in Art. 77 nach ihrem Entstehungsgesetz erklärt und als Gegenstand der Schattenkonstruktion behandelt.

Auf den senkrechten Konoiden, das heisst auf denjenigen, deren Erzeugende rechtwinklig zur geraden Leitlinie stehen, ist die Bestimmung der Lichtstufenlinien nicht schwierig. Als Beispiel sei wieder der in Figur 77 a und b dargestellte „windschiefe Mauerbogen“ gewählt. An einem beliebigen Punkt der Leibungsfläche ist die Berührungsebene, die für die Lichtstufe massgebend ist, durch zwei unschwer erhältliche, durch den Punkt zu ziehende Gerade

bestimmt, nämlich einerseits durch die Erzeugende, andererseits durch die Tangente an der Kurve, die ein konzentrischer Cylinder als Schnitt mit der Fläche liefert. Die Tangente ergibt mit ihrer Horizontalneigung unmittelbar die Neigung der Berührungsebene selbst; sie erscheint im Grundriss als Tangente am Cylinderkreis; alle Tangenten längs einer Erzeugenden sind im Grundriss parallel; für ihre Neigungen zur Horizontalebene ist folgendes zu beachten.

Ein Element der Fläche zwischen zwei einander sehr naheliegenden Erzeugenden kann — indem das zugehörige Bogenstück des eben gedachten Halbkreises als gerade, also das zugehörige Bogenstück des aufgewickelten Halbkreises MN als Schraubenlinie betrachtet wird — als Wendelfläche aufgefasst werden. Hieraus folgt, dass die Neigungen der Tangenten längs einer Erzeugenden sich in derselben Weise verändern wie die Neigungen der Schraubenlinien, welche die konzentrischen vertikalen Schnittcylinder mit der Wendelfläche liefern würden. Diese Wendelfläche ist für jede Lage der Erzeugenden des Konoids einerseits bestimmt durch den Radius MO des Aufwicklungscylinders, andererseits durch die Neigung der Tangente an dem aufgewickelten Halbkreis MN in demjenigen seiner Punkte, welcher der Erzeugenden angehört. Die Neigung der Tangente am aufgewickelten Halbkreis ist aber ganz dieselbe wie diejenige der Tangente am entsprechenden Punkt des verstreckten Halbkreises; denn ein Bogenelement ändert durch das Aufwickeln auf den Vertikalcylinder seine ursprüngliche Neigung gegen die Horizontalebene nicht. Für jede Lage der Erzeugenden ist hienach die Wendelfläche erhältlich. Da alle Berührungsebenen der Konoidfläche längs einer Erzeugenden durch diese hier horizontale Erzeugende selber gehen, also alle dieselbe Horizontalrichtung haben, so sind für jede Erzeugende alle Lichtstufenpunkte auf einer vertikalstehenden Meridianlinie zu suchen, deren Ebene senkrecht zur Erzeugenden gerichtet ist, also im Grundriss der Normalkugel als Radius senkrecht zur Erzeugenden erscheint. Diese Meridianlinie lässt sich hienach im Grundriss der Normalkugel rasch erhalten und samt ihren Lichtstufenpunkten mit den Tangenten in diesen in ihrer wahren Gestalt heraustragen. Wenn dies geschehen ist, so ergibt sich aus dem Vorhergehenden folgende einfache Konstruktion für die Lichtstufenpunkte auf der ausgewählten Erzeugenden, wobei der Gedanke zu Grunde liegt, dass in irgend einem ganzzahligen Lichtstufenpunkt der Erzeugenden die Neigung der durch den Punkt gehenden Schraubenlinie dieselbe sein muss wie die Neigung der Meridiantangente im gleich hellen Kugelpunkt.

Man zeichnet ein rechtwinkliges Dreieck, dessen horizontale Kathete der Radius OM des Cylinders ist, auf welchem das Halbkreisbogenfeld aufgewickelt wurde, und dessen Hypotenuse die Neigung der Tangente hat, welche an den ebenen Halbkreis durch denjenigen Punkt gezogen wird, welcher der Lage der ausgewählten Erzeugenden entspricht. Durch die Spitze dieses Dreiecks zieht man eine Parallele zu jeder Tangente, die an dem herausgetragenen Normalkugelmeridian in einem seiner Lichtstufenpunkte gezogen worden ist. Wie diese Parallelen

die liegende Kathete vom rechteckigen Eckpunkt aus einteilen, so ist auch die Erzeugende im Grundriss vom Mittelpunkt aus durch die Lichtstufenpunkte einzuteilen. Die Durchführung des Verfahrens für eine genügende Zahl von Erzeugenden liefert wie in den früheren Lösungen eine genügende Zahl von Punkten für jede Lichtstufenlinie. Hierbei ist Gebrauch gemacht von der Tatsache, dass für jeden beliebigen Höhenabschnitt einer vertikalstehenden Wendelfläche die Grundrissbogenlängen der auf ihr liegenden Schraubenlinien deren Radien proportional sind. Jene geneigten Parallelen samt der zuerst gezeichneten Hypotenuse können unmittelbar als die Abwicklungen der Schraubenlinien der für die ausgewählte Erzeugende vorgestellten Hilfswendelfläche aufgefasst werden, ebenso die Horizontalabschnitte als Verstreckungen der zugehörigen Grundrissbogenlängen.

Die Lösung hat sich verhältnismässig einfach gestaltet, weil es möglich war, jede Lage der Erzeugenden als Bestandteil der einfach zu schattierenden senkrecht stehenden Wendelfläche zu betrachten. Beim allgemeinen Fall des Konoids, wofür etwa das Kugelkonoid mit schrägstehender Geraden als Leitlinie und mit Gleiten der Erzeugenden an einer Kugel anstatt des Kreises in Figur 29b ein interessantes Beispiel wäre, fällt diese Erleichterung weg. Auch nicht als Schraubenfläche darf ein Stück der Fläche zwischen zwei einander naheliegenden Erzeugenden betrachtet werden, da die Winkel mit der festen Geraden sich ändern. Die Auffassung als Bestandteil eines windschiefen Vierecks (hyperbolischen Paraboloids) wäre berechtigt, führt aber zu keiner direkten Lösung. Daher dürfte wie bei der schiefen Kegelfläche nur eine Lösung mit punktweise konstruierten geometrischen Orten möglich sein, wie sie im folgenden in den Grundzügen gegeben ist.

Wie im zuerst betrachteten einfachen Fall und wie bei allen Regelflächen überhaupt besteht die Tatsache, dass die Lichtstufenpunkte für jede der Erzeugenden E auf einem Meridian ME der Normalkugel zu suchen sind, dessen Ebene normal steht zur Erzeugenden, also hier vertikal steht. Wenn noch für einen Punkt der Erzeugenden die Neigung der Tangente N an der Schnittlinie der Fläche mit der zur Erzeugenden normalen Ebene bekannt ist, so kann für diesen Punkt der zugehörige Normalkugelpunkt angegeben werden; es ist derjenige Punkt des Meridians ME , in welchem die Meridiantangente dieselbe Neigung hat wie die Tangente N .

Ein beliebiger Vertikalschnitt V der Fläche, der senkrecht zum Grundschnitt gerichtet sein mag, kann für jeden Punkt, in dem er eine Erzeugende E schneidet, diese Neigung liefern. Man zeichnet die Schnittkurve des Vertikalschnitts V und in jedem Punkt, in welchem er eine der ausgewählten Erzeugenden E schneidet, die Tangente S an der Vertikalschnittkurve. Diese Tangente S hat man rechtwinklig auf die zur Erzeugenden E normale Ebene zu projizieren, um in dieser die Normaltangente N zu erhalten.

Hienach lässt sich für jeden Schnittpunkt der Vertikalschnittkurve V mit einer Erzeugenden E der entsprechende Punkt P der Normalkugel bestimmen. Verbindet man auf

der Normalkugel alle zu einem Vertikalschnitt V gehörigen Punkte P durch eine Kurve, so ist diese der geometrische Ort der Lichtstufenpunkte für eine Vertikalschnittkurve V . Diese Raumkurve auf der Kugel schneide z. B. den Lichtstufenkreis $+3$ in einem bestimmten Punkt. Durch diesen Punkt legt man einen Vertikalschnitt der Normalkugel parallel zum Vertikalschnitt V , zieht an den Schnittpunkt eine Tangente im Punkt $+3$ und dazu eine parallele Tangente an die Vertikalschnittkurve V . Der Berührungspunkt auf dieser letzten ist der Lichtstufenpunkt $+3$ auf der Fläche.

Eine zweite Lösung, bei welcher der geometrische Ort nicht auf der Normalkugel, sondern auf der Fläche selber sich bildet, ist die folgende. Der zu einer Erzeugenden E gehörige vertikalstehende Kugelmeridian M schneide die Lichtstufenlinie $+3$ in einem Punkt R . Durch R legt man einen vertikalen Parallelkreis, dessen Ebene denjenigen der Vertikalschnitte $V_1 V_2 V_3 \dots$ der Fläche parallel ist, also nach der für diese getroffenen Wahl auch senkrecht zum Grundschnitt steht. In R zieht man eine Tangente an den Parallelkreis, dann an die getrennt herausgetragenen Schnittkurven $V_1 V_2 V_3 \dots$ parallele Tangenten. Die Berührungspunkte dieser letzten überträgt man in den Grundriss oder Aufriss und verbindet sie durch eine stätige Kurve. Wo diese die Erzeugende E schneidet, da ist der Lichtstufenpunkt $+3$ auf dieser. Selbstverständlich wird man die parallelen Tangenten nur an etwa vier Vertikalschnittkurven V ziehen, bei denen die Berührungspunkte in die Nähe der Schnittpunkte der Kurven mit der Erzeugenden fallen. Da diese Schnittpunkte zum Heraustragen der Kurven V dienen, also von Anfang an ihnen vorhanden sind, so ist die Auswahl der vier Kurven leicht zu treffen (eine dritte Lösung s. Art. 111 am Schluss).

Lichtstufen auf beliebig gekrümmten Flächen, 111.
erstes Verfahren: mit geometrischen Orten auf der Normalkugel.

Bei allen bisher beschriebenen gekrümmten Flächen ist das Verfahren zur Bestimmung der Lichtstufenlinien einem bestimmten Erzeugungsgesetz angepasst worden. Andere Flächen als die betrachteten dürften zwar selten mit Lichtstufen zu schattieren sein; doch ist vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus die Aufgabe der Beleuchtungskunde mit solcher Einzelkonstruktion noch nicht gelöst. Sie ist es offenbar erst dann, wenn alle Flächen in derselben Weise schattiert werden können wie die bisher betrachteten, das heisst wenn ein allgemein gültiges Verfahren für alle gekrümmten Flächen gefunden ist, ähnlich wie es für die Bestimmung der Schattengrenzen in Art. 28 vorliegt. Den im Früheren betrachteten Lösungen muss ein gemeinschaftlicher Grundgedanke zu eigen sein, dessen Durchführung sich in ihnen verhältnismässig einfach gestaltet hat, weil das Erzeugungsgesetz der Flächen ein einfaches war oder eine günstige Verwandtschaft mit dem der Kugel darbot. Diesen Grundgedanken auszuziehen und seine Verwertung ohne Eingehen auf ein bestimmtes Erzeugungsgesetz zu zeigen, ist im vorliegenden Artikel versucht.