



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

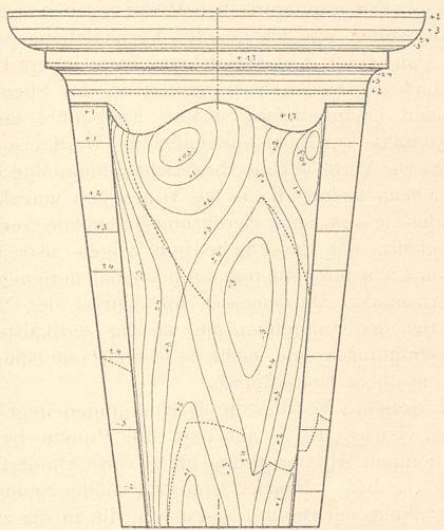
Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 113. Bemerkungen zu den besonderen und allgemeinen Verfahren

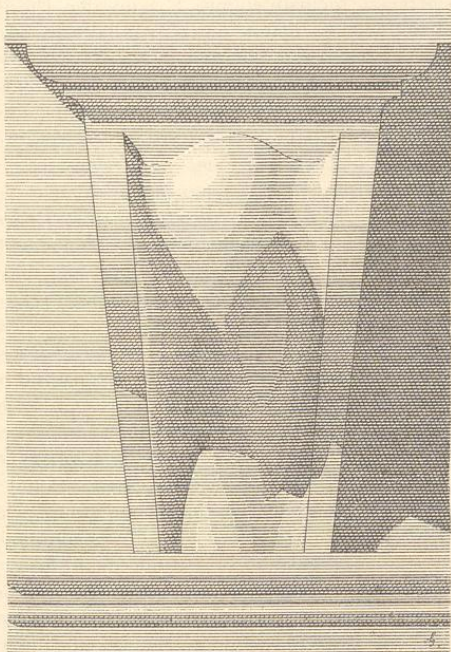
[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

Lichtstrahlen als die auch zu diesen Tangenten gehörigen Seitenprojektionen, so bilden die Tangenten eine Cylinderfläche, deren Spur oder Basis in der Vertikalebene oder



Figur 112 c.

einer beliebigen zu dieser parallelen Ebene ab durch Aufsuchen der Spuren ihrer Mantellinien bestimmt werden



Figur 112 d.

kann, und für welche jene Kurve xyz die Berührungslinie mit der Röhrenfläche darstellt. Wo auf dieser Linie die ganzzahligen Lichtstufenpunkte für die Cylinderfläche liegen, da liegen sie auch für die Röhrenfläche. Auf der Cylinderfläche sind die Lichtstufenlinien nach Art. 100

erhältlich; was dort für die horizontale Basis erklärt wurde, ist auf die in der Vertikalebene liegende leicht übertragbar. Durch weitere Gruppen paralleler Tangenten an dem schon früher für die Schlagschattenkonstruktion erhaltenen Schnitkurvensystem lassen sich genügend viele weitere Lichtstufenpunkte erhalten.

Figur 112 b macht ausser den Mantellinien der Berührungscylinderfläche die Konstruktion ihrer Basislinie oder Spur uvw auf einer zur Vertikalebene parallelen Ebene ab anschaulich. In etwas veränderter Ausführung der in Art. 100 erklärten Konstruktion ist die vertikalprojizierende Ebene der Cylindermantellinie $w\phi$ in die Vertikalebene umgeklappt, indem $\phi o = mn$ aufgetragen ist. wo ist die Umklappung der Mantellinie; die Ebene des Normalkugelgrosskreises, auf welchem die Lichtstufenpunkte der Cylinderfläche zu suchen sind, steht senkrecht zu der Mantellinie und projiziert sich auf die umzuklappende Ebene als eine Gerade or senkrecht zu wo . Ist or gleich dem Normalkugelradius, so ist os (die rechtwinklige Projektion von or auf og parallel $w\phi$) die kleine Halbachse der Ellipse, als welche sich jener Grosskreis im Aufriss der Normalkugel darstellt. Ihre grosse Achse $x'y'$, als der zur Vertikalebene parallele Durchmesser des Grosskreises, ist senkrecht zur Aufrissrichtung $w\phi$ der Mantellinien.

Durch die Schnitpunkte der Berührungselipse mit den Lichtstufenellipsen $+2 + 3 + 4$ und -3 sind die Radien, dann an die Basiskurve uvw Tangenten senkrecht zu diesen Radien gezogen. Die Berührungspunkte dieser letzten waren zu benützen wie beim ersten Beispiel, wofür die Mantellinien zu den Lichtstufenpunkten auf der Kurve xyz punktiert eingezeichnet sind.

Bemerkungen zu den besonderen und allge-113. meinen Verfahren.

Die beiden beschriebenen Konstruktionen für Lichtstufenlinien auf beliebig gekrümmten Flächen geben in ihrem Verhältnis zu den früheren Lösungen und für sich allein betrachtet noch zu folgenden Bemerkungen Anlass.

a) Die früher erklärten Lichtstufenbestimmungen für gerade Kreiskegel und Cylinderflächen, Drehungsflächen u. s. f. erweisen sich, wie zu vermuten war, als vereinfachte besondere Fälle des erstbeschriebenen allgemeinen Verfahrens, wenn dieses noch in einigen Richtungen erweitert gedacht wird. (Dabei ist nur abzusehen vom dreiaxigen Ellipsoid, elliptischen Hyperboloid und rechtwinkligen Konoid, die auf dem Umweg über eine Drehungsfläche beziehungsweise Wendelfläche zu ihren Lichtstufen gelangt sind.) Die Vereinfachung liegt zum grössten Teil in der Gestalt des geometrischen Ortes, der fast immer ein Kugelkreis war und zugleich den Kugelkreis der allgemeinen Lösung ersetzte, also zwei Kurven derselben zugleich vertrat; zum andern Teil findet sie sich darin, dass von den Punkten des geometrischen Ortes meist nur ein einziger zu suchen war und dieser sich leichter ergab, als im allgemeinen Fall; zu einem dritten Teil erscheint sie in einem vereinfachten Ziehen der parallelen Tangenten.

Für alle Horizontalschnitte des geraden vertikalen Kreiskegels und Cylinders war derselbe horizontale Kugelkreis der geometrische Ort, so dass nur ein solcher Schnitt nötig war; für die Drehungsflächen erschienen verschiedene Parallelkreise für verschiedene Parallelschnitte der Fläche; in beiden Fällen ersetzen sich die parallelen Tangenten der allgemeinen Lösung durch parallele Radien oder durch die Proportionalteilungen der geradlinigen Parallelkreisprojektionen, in denen ja doch immer das Gleichgerichtetsein der Tangenten vorgestellt wird. Bei schiefgerichteten geraden Kreiskegel- und Drehungsflächen liegt dieselbe Vereinfachung derjenigen Gestalt der allgemeinen Lösung vor, bei welcher schon die erste Schnittebenengruppe schiefgerichtet ist.

Für die schiefen Cylinderflächen beliebigen Normalschnitts gilt dasselbe, wogegen schon die Kegelfläche mit beliebiger Basis die allgemeine Lösung nur mit ganz unwesentlicher Vereinfachung erfordert, indem nur die Mantellinien an die Stelle der geneigten Kurventangenten der allgemeinen Lösung treten.

Die Röhrenflächen beider Arten bringen zwar wieder sehr einfache geometrische Orte auf der Kugel mit sich, erfordern jedoch andererseits eine erweiterte Auffassung der allgemeinen Lösung, indem hier schon für die erste Schnittebenengruppe das Gleichgerichtetsein aufgegeben ist.

Bei den Rückungsflächen erscheinen wieder die Parallelschnitte der allgemeinen Lösung. Ist die Erzeugende unveränderlich, so sind die geometrischen Orte auf der Kugel Grosskreise verschiedener Richtung und die Lösung gestaltet sich einfach. Bei veränderlichen und drehenden Erzeugenden fallen die Vereinfachungen weg und die allgemeine Lösung tritt ganz oder nahezu unverändert auf.

Bei den Schraubenflächen sind die parallelen Schnittebenen durch konzentrische Schnittcylinder ersetzt, weil hiedurch abermals ein einfacher geometrischer Kugelort erzielt wird; bei diesen Flächen ist also die allgemeine Lösung abermals in einer früher nicht ausgesprochenen Richtung erweitert aufzufassen. Das Gleichgerichtetsein der Horizontaltangenten ist hier zwar vorhanden, aber nicht unmittelbar herbeigeführt, sondern auf dem Umweg einer Verdrehung um den Winkel zwischen Gefällsline und Radius erzielt, so dass diese Lösung eine eigenartige Verbindung von Erweiterung und Vereinfachung des allgemeinen Verfahrens darstellt.

b) Auf den meisten gegebenen Flächen werden sich bestimmte Hauptlinien finden, für welche sich die Lichtstufenpunkte einfacher und mit grösserer Sicherheit bestimmen lassen, als nach den allgemeinen oder sonst anzuwendenden Verfahren. Schon bei der schraubenförmigen Wulstfläche war diese Tatsache festzustellen; ihre Lichtstufenpunkte auf der äussersten und innersten Schraubenlinie ergeben sich durch Betrachtung der zwei berührenden Vertikalzylinder unabhängig von der Konstruktion mit den Umhüllungskugeln. Auf demselben Weg können auf dem dreiachsigen Ellipsoid und elliptischen Hyperboloid die Lichtstufenpunkte auf denjenigen drei Schnittkurven, deren Ebenen je durch zwei Achsen gelegt

sind, unabhängig von der früher erklärten Konstruktion und mit grösserer Sicherheit erhalten werden.

Bei dem für die allgemeinen Lösungen als erstes Beispiel gewählten exzentrischen Wulst ergeben sich leicht vier Hauptlinien, nämlich der zur Vertikalebene parallele äussere Umrisskreis b , der gleichgerichtete innere Umrisskreis c und die beiden Schnittkreise in der Ebene sbc . Die beiden ersten liefern sichere Endpunkte und Berührungspunkte der Lichtstufenlinien da, wo Kreiscylinder senkrecht zur Vertikalebene ihre Lichtstufenpunkte hätten, nur sind beim kleinen Kreis die Vorzeichen umzukehren. Die beiden letzten sind Berührungslinien von vertikalen Kreiscylindern mit der Fläche und zeigen also je eine Reihe von Lichtstufenpunkten proportional derjenigen auf dem horizontalen Durchmesser im Aufriss der Normalkugel. Bei der Volutenkonsole ist die vertikalstehende Achsenschnittkurve eine leicht zu verwertende Hauptlinie, ebenso die obere Umrisskurve.

Der grössere Vorzug dieser Hauptlinien liegt in der grösseren Sicherheit, mit der ihre Punkte bestimmt werden können. Als Berührungslinien von Cylinderflächen mit den gegebenen Flächen sind sie nichts anderes als besondere Fälle der Berührungskurven, die in der zweiten allgemeinen Lösung auftreten. Es ist einleuchtend, dass für alle Umrisse, welche durch Auswölbung gebildet sind, dasselbe gilt, wie für den exzentrischen Wulst; die Tangente im Endpunkt und Berührungspunkt einer beliebigen Lichtstufenlinie + 3 an der Umrisslinie irgend einer solchen Fläche muss parallel sein der Tangente am gleichnamigen Punkt + 3 am Umriss der Normalkugel. Dies gilt ausdrücklich auch dann, wenn die Umrisskurve im Raum, das heisst die Berührungslinie des von den Projektionsloten gebildeten Cylinders mit der Fläche, eine schiefliegende oder gewundene ist. Diese Tatsache ist als für die meisten Flächen sehr wichtig hervorzuheben. Unter anderem können die Endpunkte der Lichtstufenlinien am Umriss des gewundenen Säulenschaftes (Figur 109a) in dieser Weise genau bestimmt werden, ebenso im Aufriss der Wulströhre Figur 107c, endlich in den Figuren 106b und 111d.

c) Auf den meisten gegebenen Flächen werden sich gleich anfangs durch Ueberlegung oder Konstruktion bestimmte Linien feststellen lassen, welche von ganzzahligen Lichtstufenlinien nicht berührt oder durchschnitten werden können. Solche Scheidelinien der Lichtstufengruppe, welche einen Einblick in deren Verlauf frühzeitig eröffnen, haben sich schon bei den Drehungsflächen in Art. 94, Satz c) und Art. 95, Satz d) als nur gedachte Parallelkreise und zugleich Lichtstufenlinien + 1,7 oder - 1,7 gefunden. Bei dem rechtwinkligen Konoid in Art. 110 und Figur 77a und b sind die zwei horizontalen Fusslinien und die Scheitellinie solche Scheidelinien, und zwar geradlinige, während die übrigen Lichtstufenlinien gekrümmte sind, ebenso beim Kugelkonoid in Art. 111 die oberste und unterste Erzeugende.

Für beide allgemeine Verfahren ist als wichtige Tatsache hervorzuheben, dass jede Schnittkurve der ersten oder zweiten Gruppe, oder jede einer Trajektorie entsprechende Flächenkurve, oder endlich jede Berührungs-

linie einer Cylinderfläche eine solche Scheidelinie für alle diejenigen Lichtstufenlinien wird, deren Punkte nicht auf ihr vertreten sind. Diese Linien können sie nicht berühren oder durchschneiden. Wenn auch auf einer solchen Kurve gar kein Lichtstufenpunkt gefunden wird, so ist sie doch nicht fruchtlos ausgewählt und behandelt, sondern als eine solche Scheidelinie für den Verlauf der gesuchten Linien verwertbar.

d) Auf vielen Flächen finden sich Lichtstufenlinien mit Kreuzungspunkten zwischen vier Gruppen umkehrender Kurven; doch ist es ein seltener Zufall, wenn eine ganzzahlige Lichtstufenlinie sich selber schneidet. Schon beim ringförmig steigenden Gewölbe in Figur 106b und bei der schraubenförmigen Wulstfläche oder Röhre in Figur 107b sind solche Kreuzungen festgestellt und erörtert worden; während dort die Kurven unganzzahlige waren, ist bei der Volutenkonsolle in Figur 112c zufällig die Kurve + 3 eine Kreuzungskurve geworden. Wie sie als Kurve etwa + 3,5 bei dem exzentrischen Wulst zu vermuten sein dürfte, ist in Figur 111b punktiert eingezeichnet. Die scharfe Bestimmung ihrer Lage und Benennungszahl wäre aber bei diesem Beispiel minder einfach als bei den früheren und wohl nur durch Versuche möglich. Die gewundene Säule, Figur 109a, hat eine Kreuzungskurve zwischen + 2 und + 3.

e) Die zweite allgemeine Lösung in Art. 112 kann durch die Verwertung einer etwa vorhandenen Symmetrie der Fläche ebensowohl Arbeit ersparen wie die erste durch Benützung der Symmetrie der Kurven der geometrischen Orte auf der Kugel. Zu jeder Richtung der Tangenten bei beiden Beispielen in Art. 112 giebt es eine symmetrische, welche beim exzentrischen Wulst eine kongruente Normalschnittlinie bei veränderter Richtung der Normalschnittebene und bei der Volutenkonsolle eine symmetrische Spurlinie der Cylinderfläche ergibt.

f) Bei beiden allgemeinen Verfahren sind oft Tangenten in gegebenen Punkten an Kurven mit unbekanntem Gesetz zu ziehen und Berührungspunkte von Tangenten gegebener Richtung an solchen Kurven zu bestimmen. Dies muss meist nach Schätzung geschehen, wodurch eine kleinere oder grössere Unsicherheit über das Resultat der Konstruktion des Einzelpunktes unvermeidlich hereinkommt. (Um so wichtiger sind die oben unter b) genannten sicheren Punkte der Hauptlinien.) Man darf sich hienach durch einander mässig widersprechende Punktbestimmungen nicht beirren lassen. Im allgemeinen korrigieren sich die zu einer Kurve gehörigen Punkte gegenseitig, wenn genügend viele bestimmt werden, und gestatten, den Verlauf der Linie genügend richtig festzusetzen.

g) Häufig werden die ausgewählten Schnittkurven oder Berührungslinien der Cylinderflächen punktleere Räume zwischen sich übrig lassen, welche an wichtigen Stellen Unsicherheit über den Verlauf der Lichtstufenlinien mit sich bringen. In diesen Fällen, ebenso wo die gefundenen ganzzahligen Punkte stärkere Widersprüche aufweisen, wird man zu Versuchen greifen und sich für einen auf einer Kurve zu vermutenden Punkt die Frage stellen: „Welche Lichtstufe hat dieser Punkt?“ Diese

Frage ist mit Hilfe einer eingeschätzten Tangente an der Horizontalkurve und eines Trajektorienbruchstücks zu beantworten. Man erfährt hiedurch, ob der Punkt wirklich auf der Kurve liegt oder ob sie mehr oder weniger weit rechts oder links an ihm vorbeigehen muss. Besonders für tiefste und höchste Punkte, äusserste Punkte nach irgend einer Richtung, Wendepunkte und vermutete Ein- oder Ausbiegungen werden solche Stichproben oft zweckmässig sein.

h) Ist ein Gebilde durch Höhenkurven gegeben, so ist das zweite allgemeine Verfahren unmittelbar darauf verwendbar. Dies trifft für die Darstellung der Bodengestaltung durch Höhenkurven in topographischen Karten u. s. w. zu. Zu einem Versuch der Verwertung der beschriebenen, wenigstens verhältnismässig einfachen Lichtstufenbestimmung für die Schattierung von Reliefkarten in grösserem Massstab mag hiemit die Anregung gegeben sein. Die Vertikalbeleuchtung giebt leider keine Anschauung der Bodengestaltung; eine solche ist nur mit schräger Beleuchtung erhältlich, wie sie in der Dufourkarte und im topographischen Atlas der Schweiz gewählt ist. In so kleinem Massstab (1 : 100 000 beziehungsweise 1 : 50 000) liessen sich freilich die Abstufungen noch nicht wohl durchführen; auch wären hier die Schlagschatten, welche bei der eingebürgerten Lichtrichtung in Gebirgsdarstellungen auftreten würden, der Deutlichkeit noch nicht förderlich. Wohl aber wäre dies bei grösserem Massstab, von etwa 1 : 25 000 an, der Fall; es würde wohl damit insbesondere das anschauliche Hervortreten hoher Spitzen gewonnen werden, das bisher auch der Darstellung mit einseitiger Beleuchtung unerreichbar war.

Bei Darstellungen aus dem Hügelland und der wenig gegliederten Ebene würde eine flachere Lichtrichtung, etwa 36° , beziehungsweise 30° oder 25° zu wählen sein, doch nur soweit, dass Schlagschatten nur ausnahmsweise und in kleinen Flächen auftreten würden.

Der Arbeitsaufwand, den die Bestimmung der Lichtstufenlinien auf beliebig gekrümmten Flächen nach den beiden beschriebenen Verfahren erfordert, ist ein sehr grosser und zwar auch dann, wenn die Ableitung der Horizontalkurven oder anderen Parallelschnittkurven aus dem Gesetz der gegebenen Fläche sich einfach gestaltet. Ausserdem ist einzuräumen, dass die Technik nur selten Flächen verwendet, welche sich nicht mit den früher erklärten einfacheren Lösungen bewältigen lassen, und dass sie noch viel seltener solche anderen Flächen eingehend schattiert, so dass eine auch nur einigermaßen ausgedehnte praktische Verwertung der beiden allgemeinen Verfahren, abgesehen etwa von der angedeuteten topographischen Schattierung und der anschaulichen Darstellung mathematischer Flächen für Unterrichtszwecke, kaum je zu erwarten sein wird. Andererseits aber ist vom Standpunkt der Theorie aus festzustellen, dass die Lösungen bei allen denkbaren Flächen durchgeführt werden können und damit das Problem der Beleuchtungskunde in seinem ganzen Umfang gelöst ist.