



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

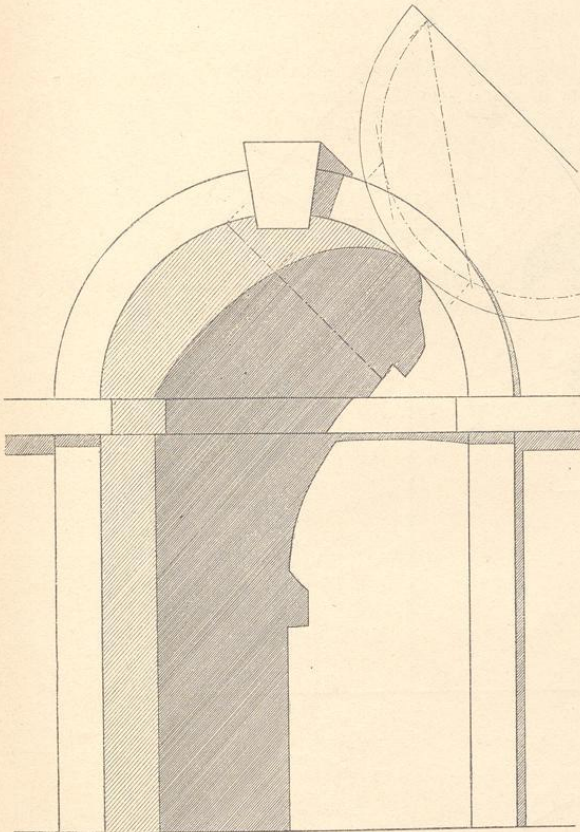
Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 66. Körperschattengrenzen auf der Vollkugel und Hohlkugel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

grenze auf einer Cylinderfläche. Die vertikalprojizierenden Lichtstrahlenschnittebenen sind auf die ihnen parallele Grosskreisebene projiziert und mit dieser umgeklappt; nur die Uebertragung der schattenwerfenden Kreispunkte in die Umklappung erfordert einige Bemühung des räumlichen Anschauungsvermögens. In die Seitenprojektion lassen sich die Schattenpunkte mit Hilfe von Parallelkreisen übertragen, deren Ebenen normal zur Längsachse des Körpers stehen; zeichnet man auch die benützten Lichtstrahlen in der Seitenprojektion, so erhält man Proben. Eine zweite Konstruktion der Schlagschatten-



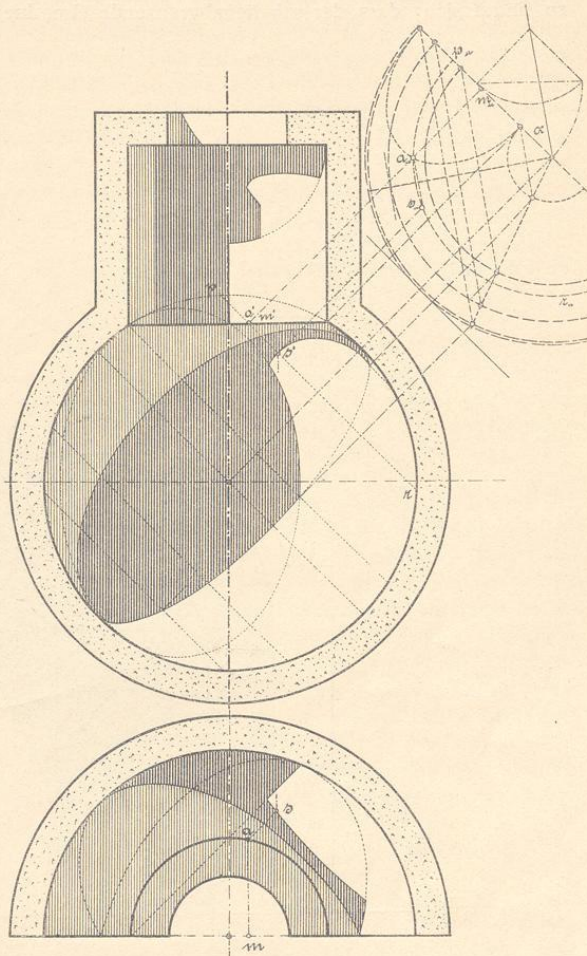
Figur 65e.

grenze, bei welcher die Schattenpunkte zuerst in der Seitenprojektion auftreten, ist in Art. 67 erwähnt; die Hilfslinien dafür sind ebenfalls gezeichnet.

Die Figuren 65e, 65f, 65g bieten die Beschattung der Hohlkugelfläche teils durch ihre eigenen Ränder, teils durch aussenliegende Körperschattengrenzen, und zwar immer in Verbindung mit leicht erhältlichen Schatten auf vertikalen Cylinderflächen. In den zwei letzten Beispielen ist die Uebertragung der schattenwerfenden Punkte der oberen horizontalen Randhalbkreise in die Umklappung hervorzuheben. Randpunkt a' in Figur 65f liesse sich zwar durch Zeichnen des ohnehin notwendigen Schnittkreises $p'r$ in der Umklappung $p_u r_u$ und durch die zu-

Göller, Schattenkonstruktionslehre und Beleuchtungskunde.

gehörige Projektionslinie nach a_u übertragen; zur Vermeidung schiefwinkliger Durchschnitte wird aber besser der Punkt a_u durch $m_u a_u = m a$ im Grundriss erhalten.



Figur 65f.

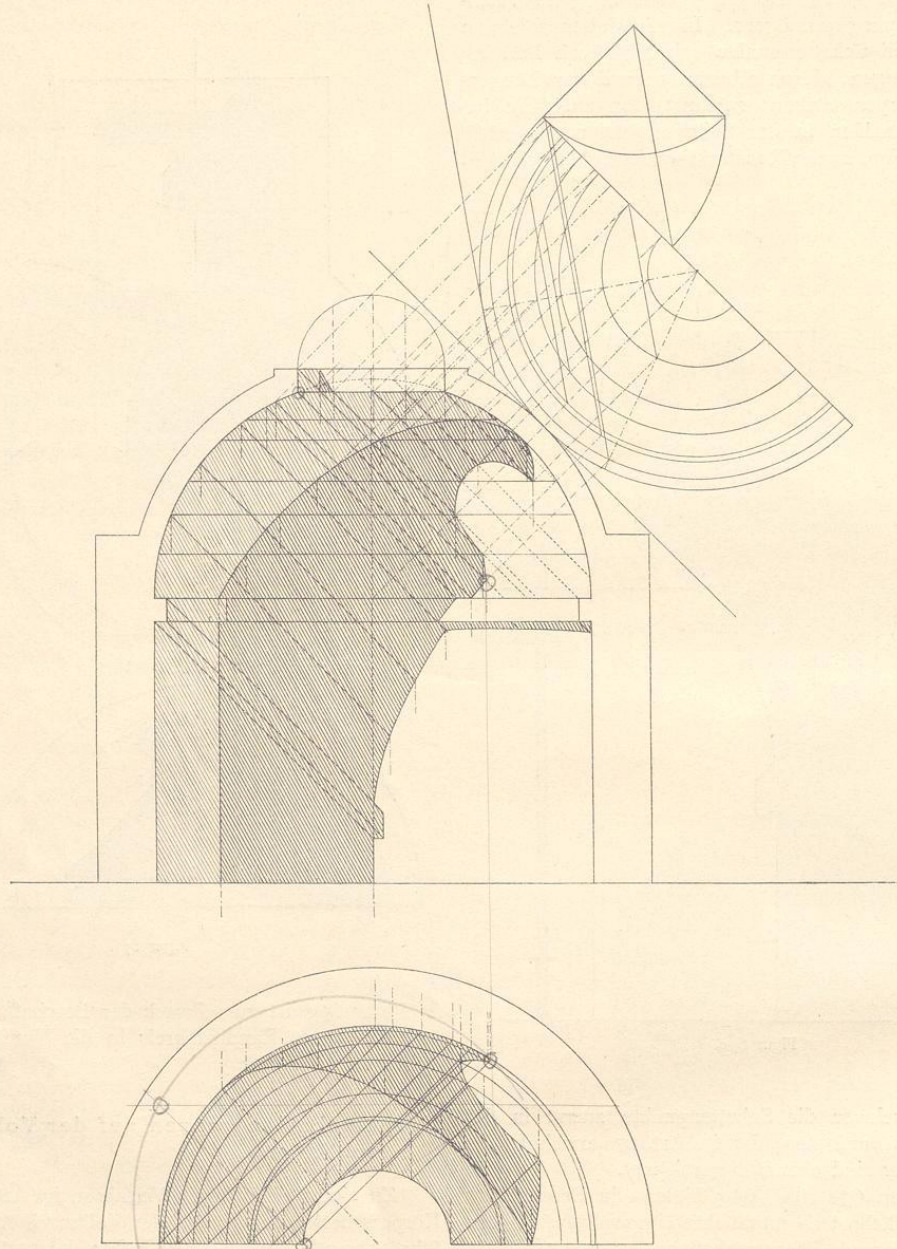
In Figur 65g ist zum Zweck der Beschaffung der Masse $m a$ der obere Randhalbkreis in die Vertikalebene umgeklappt.

Körperschattengrenzen auf der Vollkugel und 66. Hohlkugel.

Zu einem einfacheren Verfahren im Aufzeichnen der Körperschattengrenzen auf der Vollkugel oder Hohlkugel führt folgende Ueberlegung: Indem der berührende Lichtstrahl an der Kugel gleitet, beschreibt er eine Cylinderfläche mit kreisförmigem Querschnitt, welche die Kugel nach einem Grosskreis berührt, dessen Ebene senkrecht zur Lichtrichtung steht. Projiziert man die Kugel und diesen Grosskreis auf eine durch den Lichtstrahl gelegte vertikale Ebene, so erscheint der Grosskreis als Durchmesser des Kugelbildes senkrecht zum Lichtstrahl und

dieser bildet mit der Horizontalen den bekannten Winkel α (Figur 66a). Klappt man eine solche Ebene HR in die Horizontalebene um und wieder zurück (Figur 66b), so findet sich, dass der schattenabgrenzende Grosskreis

rechtwinkligen Dreieck, das zum Aufzeichnen des Winkels α dient, kann das Verhältnis von B zu A unmittelbar abgelesen werden als Verhältnis der kleineren Kathete zur Hypotenuse; doch wird die Rechnung mit der Ver-



Figur 65 g.

im Grundriss der Kugel eine Ellipse ist mit der grossen Achse $2A$ als Durchmesser des Kugelbildes senkrecht zur Lichtstrahlprojektion, und der kleinen Achse in der Richtung der Lichtstrahlprojektion $2B = 2A \sin \alpha$. Die Rechnung giebt $B = 0,5773 A$ oder rund $0,58 A$. An dem

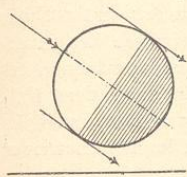
Verhältnisszahl $0,58$ ebenso rasch zum Ziel führen. Im folgenden sind für den Fall, dass die ganze Ellipse mit Hilfe des Massstabs aufgetragen werden will, einige Ordinaten derselben senkrecht zur grossen Achse berechnet. Teilt man die grosse Halbachse in vier gleiche Teile und hal-

biert noch den äussersten Teil, so sind die Ordinaten y in den Teilpunkten die folgenden, wenn die Länge der grossen Halbachse oder der Kugelhalbmesser = 1 gesetzt wird.

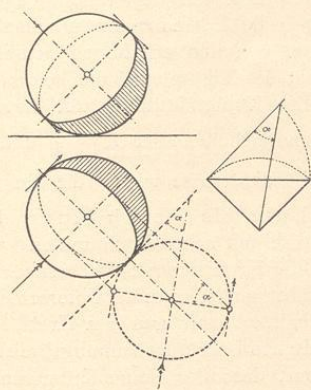
Im ersten Punkt $y_0 = 0,577$ rund 0,58 (kleine Halbachse);
 „ zweiten „ $y_1 = 0,559$ „ 0,56
 „ dritten „ $y_2 = 0,500$ „ 0,50
 „ vierten „ $y_3 = 0,382$ „ 0,38
 „ fünften „ $y_4 = 0,280$ „ 0,28
 „ Endpunkt $y_5 = 0$ „ 0.

Was für die Grundrissellipse des Kugelkörperschattens in Beziehung auf Richtung und Grösse gesagt ist, gilt völlig unverändert auch für die Aufrissellipse, wofür nur die Vertikalprojektion des Lichtstrahls an die Stelle seiner Horizontalprojektion gesetzt wird. Die Aufrissellipse ist kongruent der Grundrissellipse, und ihre grosse Achse steht ebenfalls senkrecht zur Lichtstrahlprojektion.

Zum raschen Aufzeichnen der Ellipsen bei Darstellungen in kleinerem Massstab genügt oft schon die Angabe der vier Krümmungskreise in den



Figur 66a.



Figur 66b.

Scheiteln, wobei die Radien nach der unten in Art. 68f angegebenen Konstruktion zu bestimmen sind und die zwischenliegenden Teile des Ellipsenumfangs nach Schätzung eingefügt werden.

67. Behandlung der Kugel als Drehungsfläche.

In manchen Fällen ist es zweckmässig, die Kugel- fläche als Drehungsfläche mit Achse senkrecht zu einer Grundebene aufzufassen und von der Eigenschaft ihrer zum Lichtstrahl parallelen Schnitte als Kreislinien keinen Gebrauch zu machen. Dies gilt besonders dann, wenn die in Art. 61 für Drehungsflächen beschriebene Lösung mit Parallelkreisschnitten und den kongruenten Schlag- schatten auf deren Ebenen Anwendung finden kann. So liesse sich z. B. auf dem in 65d gezeichneten Beispiel, ferner in dem als Höhenschnitt gezeichneten, oben kreis-

förmig offenen Kuppelgewölbe mit kugelförmiger Leibung in 65g die Selbstbeschattung mit solchen Parallelkreisschnitten bestimmen. Auch die Betrachtung der Parallelkreisschnitte der Kugel als niedriger Kegelzonen, wie bei den Drehungsflächen nach Art. 56, kann in manchen Fällen rascher zum Ziel führen als die Umklappung von Schnittebenen parallel zum Lichtstrahl, indem sie mit der ebengenannten Schlagschattenbestimmung verbunden die Körperschattengrenze liefert.

Oft verwertbare Hilfskonstruktionen für die 68. Ellipse und ihre Tangenten.

Da die Ellipse sowohl als Schattengrenzlinie auf Kugel- flächen, Cylinderflächen, Kegelflächen, wie auch als Kante und Hilfslinie bei den Schattenkonstruktionen auf diesen und anderen Körpern samt ihren Tangenten sehr häufig zu zeichnen ist, so sind im folgenden einige oft verwertbare Hilfskonstruktionen für die Linie selbst, wie für die scharfe Bestimmung von Tangenten und Berührungspunkten eingeschaltet. In der letzten Beziehung sind auch andere Kurven berücksichtigt.

a) Ellipsenkonstruktion; gegeben beide Achsen. Man beschreibt um den Schnittpunkt beider Achsen zwei Kreise mit den Halbachsen als Radien. Man zieht eine Anzahl beliebiger gemeinschaftlicher Radien beider Kreise. Für jeden solchen Halbmesser zieht man durch seinen Endpunkt auf dem grösseren Kreis eine Parallele zur kleinen Achse und durch seinen Punkt auf dem kleineren Kreis eine Parallele zur grossen Achse. Der Schnittpunkt je zweier zu demselben Halbmesser gehöriger Parallelen ist ein Ellipsenpunkt. — Da sich bei dieser Konstruktion alle zu benützenden Punkte aus einem rechtwinkligen Schnitt zweier Linien ergeben, so liefert sie die Ellipsenpunkte mit grosser Sicherheit.

b) Ellipsenkonstruktion; gegeben beide Achsen. Man trägt auf einem Papierstreifen von einem Punkt p aus die grosse Halbachse pa und in derselben Richtung die kleine Halbachse pb auf, so dass in dem Stück ab die Differenz beider Halbachsen erscheint. Man legt nun in verschiedenen Richtungen nacheinander den Papierstreifen so an, dass der Punkt a auf eine kleine Halbachse, der Punkt b auf eine grosse fällt. In jeder solchen Lage giebt der Punkt p einen Ellipsenpunkt an. Diese Konstruktion liefert die Ellipsenpunkte zwar rascher, aber weit weniger zuverlässig als die erste, letzteres besonders bei geringem Unterschied beider Halbachsen. Immerhin ist sie zum praktischen Schattenkonstruieren meist ausreichend, wenn nicht andere Resultate aus der Ellipse abzuleiten sind.

c) Ellipsenkonstruktion; gegeben beide Achsen. Man durchschneidet die grosse Achse von den Endpunkten der kleinen Achse aus mit Kreisbögen, deren Halbmesser gleich der grossen Halbachse ist. Die zwei Schnittpunkte sind die Brennpunkte der Ellipse. Man beschreibt nun aus dem einen Brennpunkt einen Kreisbogen mit einem beliebigen Bruchteil der grossen Achse, aus dem andern einen Kreisbogen mit dem Rest der grossen Achse; beide Kreisbögen schneiden sich in einem Ellipsen-