



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 77. Konoidische Flächen; windschiefer Hausteinbogen in cylindrischer
oder ebener Mauer

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

den einer nicht gewundenen, aber „geschwellten“ Säule kongruent wären.

76. Rückungsflächen mit drehend fortschreitender, veränderlicher oder unveränderlicher Erzeugenden.

Hierher gehören als einfache Beispiele mit unveränderlichen Erzeugenden die Wendelflächen und die verdrehten Stabformen aus Art. 70 und 106; die Leitlinie ist hiebei eine Gerade; der Winkel der Drehung ist proportional dem Masse des Fortrückens. Auch die Konoide (Art. 77) können als solche Rückungsflächen mit drehender gerader Erzeugenden aufgefasst werden.

In Figur 76 ist als Beispiel mit ebenfalls gerader Leitlinie, aber veränderlicher Erzeugenden eine verdrehte quadratische Pyramide mit konkaven Seitenflächen gezeichnet. Ein horizontales Quadrat, dessen Seiten durch konkave Kreisbögen ersetzt sind, rückt derart in die Höhe, dass sein Mittelpunkt immer auf derselben Vertikallinie bleibt, dass es sich immer geometrisch ähnlich bleibt, dass seine Seiten allmählich sich verkürzen, und zwar so, dass die Verkürzung proportional dem Masse des Höherrückens ist, endlich dass der Winkel, um den es sich dreht, ebenfalls dem Masse des Höherrückens proportional ist. (Die geneigten Kanten der verdrehten Pyramide sind hienach vor dem Verdrehen geradlinig gedacht.) Der Grundriss rechts macht die elf ersten Lagen des Quadrats mit Richtung und Masse der Drehung anschaulich; im Grundriss links erscheinen die geneigten Kanten als archimedische Spiralen; der Aufriss zeigt die Kanten als Schraubenlinien auf einer Kegelfläche. Rechts ist ein Höhenschnitt durch die Achse und parallel zur Vertikalebene mit derselben Schattierung gezeichnet, die der ganze Körper auf der dargestellten Hälfte zeigen würde (die Hälfte für sich allein würde sich etwas anders schattieren).

Zur Konstruktion der Schattengrenzen ist das allgemeine Verfahren für gekrümmte Flächen verwertet und zwar mit den vertikalprojizierenden Lichtstrahlenebenen als Schnittebenen. Da jedoch die Projektionen der Schnittkurven im Grundriss eine undurchdringliche Häufung von Linien ergeben hätten, so sind sie in wahrer Gestalt getrennt herausgetragen worden, wie in Figur 72a. Für den Schnitt MN z. B. wurde zuerst (Figur rechts oben) auf einer Vertikallinie 1 2 3 . . . 8 die Strecke $a'h'$ mit ihrer Einteilung durch die Punkte $b'c'd'e'f'g'$ aufgetragen. Dann wurden aus dem linksseitigen Grundriss die Schnittpunkte der Kanten mit der Schnittebene geholt, das heisst die horizontalen, senkrecht zur Vertikalebene gerichteten Abstände der Kantenpunkte $a'b'e'h'$ von der zur Vertikalebene parallelen Achsenschnittebene des Körpers entnommen und in den Schnitt MN eingetragen. (In diesem ist also 1 a für Punkt $a' = 1a$ im Grundriss, 2 b für Punkt $b' = 2b$ im Grundriss, 5 e für $e' = 5e$ im Grundriss u. s. w., wobei der Grundriss von rechts betrachtet wurde, also Abstände von der Achse aus gegen den Grundriss von der Vertikalen im Schnitt MN aus nach rechts aufzutragen waren). In den Punkten $a'c'd'e'f'g'$ schneidet die Schnittebene die Lagen VIII VII VI V IV des erzeugenden

Quadrats. Diese Punkte $a'c'd'e'$ u. s. w. wurden im rechtsseitigen Grundriss aufgesucht; es wurde 1 a im Schnitt $MN = 1a$ im Grundriss nach rechts getragen (Probe mit dem Kantenpunkt), 3 c im Schnitt $MN = 3c$ im Grundriss nach rechts getragen, 4 d im Schnitt $MN = 4d$ im Grundriss nach links getragen, 4 d_1 im Schnitt $MN = 4d_1$ im Grundriss nach rechts getragen u. s. w. Die Verbindung der erhaltenen Kantenpunkte und Kreisflächenpunkte ergab die Schnittfigur MN .

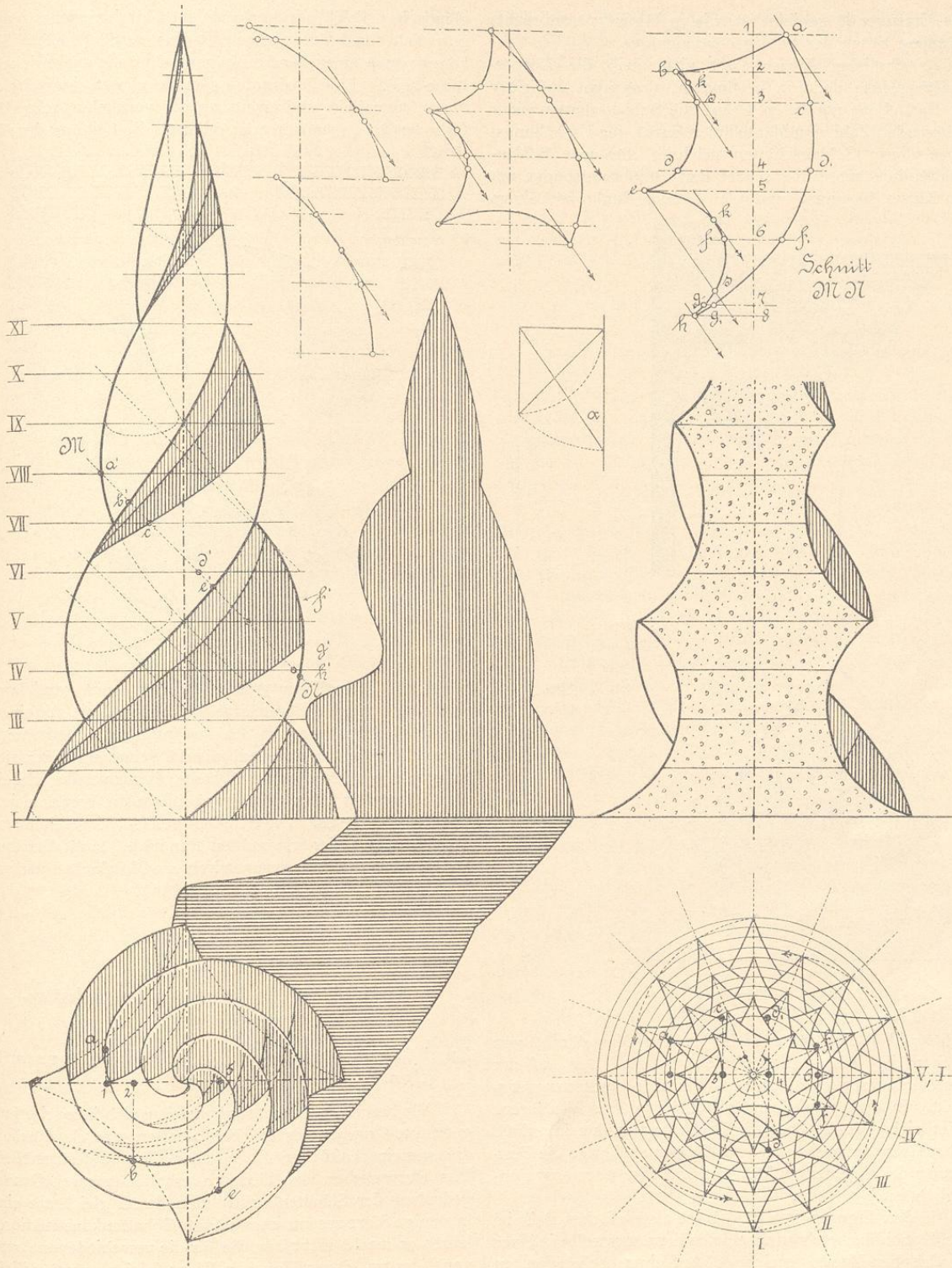
In der Schnittebene MN bildet der Lichtstrahl mit der Gefällslinie 12 . . . 8 oder mit der herausgetragenen Vertikalprojektion des Lichtstrahls den bekannten Winkel α ; an die erhaltene Schnittkurve MN waren also Tangenten und Streiflichtstrahlen unter diesem Winkel mit der Vertikalen zu ziehen. Diese lieferten die zwei Berührungspunkte k als Körperschattengrenzpunkte und die zwei Schnittpunkte s als Schlagschattenpunkte. Zur Uebertragung der vier Punkte auf die Linie MN im Aufriss waren die vertikalen Abstände der Punkte k und s von der Horizontalen 1 a auf der Linie MN von a' aus abzumessen. Die Streiflichtstrahlen bei a und h an der Schnittfigur MN beweisen, dass die ganze Rückseite der Schnittfigur MN einer Körperschattenfläche angehört. Die drei andern Schnittfiguren und Figurenstücke wurden zur Bestimmung der Schattengrenzen auf der Rückseite des Körpers benutzt.

Konoidische Flächen; windschiefer Haustein-77. bogen in cylindrischer oder ebener Mauer.

Konoidische Flächen entstehen durch Bewegung einer Geraden in der Weise, dass sie 1) immer einer Richtebene parallel bleibt, 2) immer an einer andern, festen Geraden gleitet, 3) immer an einer festliegenden gekrümmten Linie oder Fläche gleitet. Steht die feste Gerade senkrecht zur Richtebene, so heisst das Konoid ein senkrechtes.

Für die Schattengrenzen auf solchen Flächen gestaltet sich das allgemeine Verfahren wie in Art. 29 für Regelflächen überhaupt beschrieben. Man zeichnet verschiedene Lagen der Erzeugenden in Grundriss und Aufriss und erhält nach Einführung vertikalstehender Lichtstrahlenebenen durch Hinaufloten der Grundrisschnittpunkte in den Aufriss die Schnittkurven, die in bekannter Weise zu benutzen sind. Ein Beispiel war schon Figur 29b.

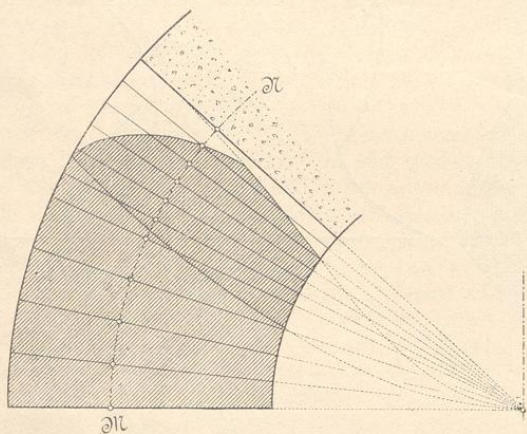
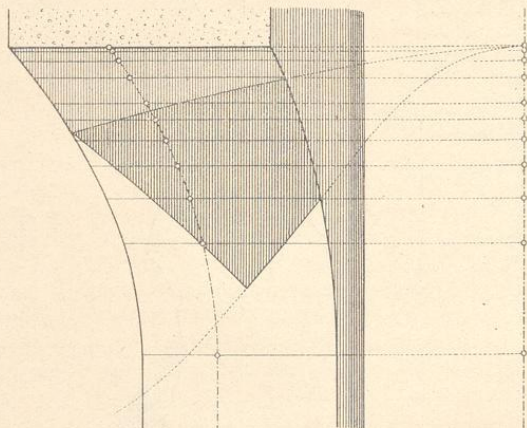
Eine weitere Konstruktion für Schlagschattengrenzen ist die folgende, welche auf der Eigenschaft der Konoidfläche als Rückungsfläche mit gerader Erzeugenden beruht. Man sucht auf einer beliebigen, zur Richtebene parallelen Schnittebene den Schlagschatten derjenigen Linie, welche die Konoidfläche beschattet, sei nun diese Linie eine Randlinie der Fläche selbst, wie bei der Selbstbeschattung, oder sei sie die Selbstschattengrenze eines andern Körpers. Wo die in der gewählten Ebene liegende Erzeugende die Schlagschattenlinie schneidet, da ist ein Punkt der Schlagschattengrenze auf der Fläche. Für weitere Parallelebenen werden die Schlagschattenlinien kongruent der ersterhaltenen und erscheinen nur in der Richtung des Lichtstrahls verschoben. Besonders einfach gestaltet sich die Lösung, wenn ein schattenwerfender Rand durch



Figur 76.

eine Erzeugende gebildet ist, wie in Figur 77 a am rechts liegenden Stück der Schlagschattengrenze.

In ähnlicher Weise lässt sich auch die Körperschattengrenze dadurch bestimmen, dass man auf einer zur Richtebeine parallelen Ebene die Schlagschatten einer genügenden Zahl von Mantellinien sucht, die Umhüllungskurve dieser Schlagschatten zeichnet, für jede Schlagschattenlinie möglichst scharf den Berührungspunkt mit der Kurve bestimmt und von diesem Punkt auf einem

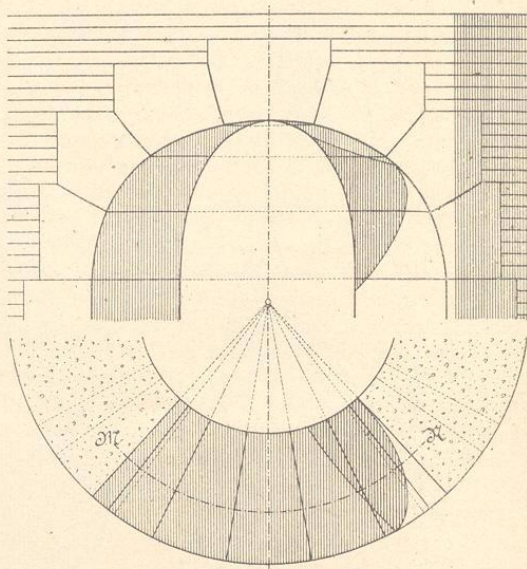


Figur 77 a.

Lichtstrahl rückwärts geht bis zu der Mantellinie, von welcher die Schlagschattenlinie herrührt. Der auf der Mantellinie erhaltene Punkt ist ein Körperschattengrenzpunkt. In der praktischen Ausführung dieses Verfahrens findet sich jedoch, dass die Berührungspunkte innerhalb weiter Grenzen unsicher einzuschätzen sind, also die Festsetzung der Schattenpunkte ganz unsicher oder sogar unmöglich ist.

In den Figuren 77 a und b ist als einfaches Beispiel einer Konoidfläche ein windschiefes Tonnengewölbe in einer cylindrischen Mauer gezeichnet. Auf einem beliebigen, zu beiden Mauerflächen konzentrischen Vertikalcyliner MN ist ein Halbkreisfeld (oder Segmentbogenfeld oder halb-

elliptisches Feld) mit horizontalem Durchmesser so aufgewickelt, dass der vertikale Radius vertikal bleibt. (Es könnte auch einer der Stirnbögen selber die aufgewickelte Linie sein.) Eine horizontale Gerade gleitet einerseits an dieser Bogenlinie, andererseits an der vertikalen Achse der Cylinderflächen und erzeugt dadurch die Leibung des Ge-



Figur 77 b.

wölbs. Es ist in Figur 77 a im Längenschnitt gezeichnet, so dass die oberste Mantellinie und Scheitellinie mit einem Teil des Stirnbogens den Schlagschatten wirft. Mit punktierten Linien ist angegeben, wie die Schattengrenzen sich fortsetzen würden, wenn die Fläche bis zur vertikalen Leitlinie fortgesetzt wäre. Figur 77 b bietet die Vorderansicht desselben Gewölbs. Die Schattengrenzen, abgesehen von derjenigen aus der wagrechten Randlinie, sind dieselben wie in Figur 77 a, nur symmetrisch zur Mittelachse verlegt.

X. Rückblick auf die Lehre von den Schattengrenzlinien.

Zwei Grundgedanken in der Schattenkonstruktion.

Alle beschriebenen Lösungen teilen sich in zwei scharf getrennte Gruppen; es ist ebenso interessant als nützlich, die gemeinschaftlichen Züge jeder Gruppe festzustellen. Das Hervorheben der hiedurch erhaltenen zwei Grundgedanken der Schattenkonstruktion liefert gleichsam eine in wenige Sätze zusammengedrückte Schattenkonstruktionslehre; es macht nicht nur die für die verschiedenen Arten von Körpern eingeschlagenen Wege leichter verständlich, indem es die Lösungen jeder Gruppe als verschiedene Formen eines und desselben Grundverfahrens erkennen