



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 80b. Eine Körperschattengrenze auf Drehungs-, Röhren- und Rückungsflächen erhalten durch Hilfskugel oder Hilfskugeln oder Hilfscylinder

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

ebene schneidet. Von diesem Punkt aus war eine Sekante in die Basis zu ziehen, und zwar durch den Schatten des gegebenen Punktes auf der Basisebene, ferner eine Tangente an die Basislinie zu ziehen. Die Sekante lieferte die schlagschattenaufnehmende Mantellinie, die Tangente diejenige der Körperschattengrenze.

Die Schattenkonstruktion auf schiefergerichteten Cylinderflächen nach Art. 48 kann als besonderer Fall der vorgenannten Lösung für den als Kegel mit unendlich ferner Spitze aufgefassten Cylinder erklärt werden. Ihr Grundgedanke war das Projizieren der Lichtrichtung und der schattenwerfenden Punkte auf die Basisebene des Cylinders, mit der Richtung der Mantellinien als Projektionsrichtung. Die so erhaltene Projektion des Lichtstrahls war als die in der Basisebene gültige Lichtrichtung zu benützen und ergab in den Berührungspunkten ihrer Tangenten die Endpunkte der körperschattenabgrenzenden Mantellinien, ferner in den Schnittpunkten mit der Basislinie die Endpunkte der schlagschattenaufnehmenden Mantellinien. Die Schnittebenen werden hier zwar wieder parallel, weil die Mantellinien parallel sind; doch ist ihre Lage noch immer eine andere als in den drei ersten Fällen.

Alle in den vier Fällen enthaltenen Lösungen haben das Gemeinsame, dass bei ihnen der Schlagschatten eines zuvor ausgewählten Punktes oder ein Körperschattenpunkt auf der beschatteten Fläche unmittelbar erhalten wird. Diese Lösungen können hienach als diejenigen der unmittelbaren oder direkten Schattenbestimmung zusammengefasst werden. Sie bilden ihres einfachen Grundgedankens wegen gleichsam die „Landstrassen“ der Schattenkonstruktion und können immer aushelfen, wo die andern Konstruktionen unbekannt oder unmöglich sind; nur erfordern sie bei bestimmten Flächen weit mehr Arbeit als diese andern. Ja schon von den in den drei ersten Fällen enthaltenen Lösungen lässt sich aussagen, dass mit ihnen allein alle Probleme überwindbar sind, wenn es sich nicht um geringen Arbeitsaufwand und Schönheit der Lösung handelt, da auch die Kegel- und schiefergerichteten Cylinderflächen mit Schnitten parallel zu den drei Grundebenen behandelt werden können.

80. Die mittelbare Schattenbestimmung und ihre vier Fälle.

Die Konstruktionen der zweiten Hauptgruppe haben das Gemeinsame, dass man bei ihnen den Schatten auf einem andern Gebilde zu Hilfe nimmt, um denjenigen auf dem gegebenen Körper zu erhalten, und es liegt eben hierin ihr entschiedener Gegensatz zu denen der ersten Gruppe. Sie können hienach als die mittelbar bestimmenden oder indirekten Schattenkonstruktionen bezeichnet werden. Ihr Grundgedanke ist selbstverständlich nur da von Wert, wo sich der Schatten auf dem Hilfsgebilde rasch erhalten lässt. Auch diese Gruppe lässt vier Fälle unterscheiden, und zwar die folgenden:

- a) Man bestimmt eine Körperschattengrenze aus dem Schlagschatten, den sie auf eine Ebene, meist eine Grundebene, wirft.

- b) Man bestimmt eine Körperschattengrenze auf Drehungs-, Röhren- und Rückungsflächen, indem man Parallelkreisschnitte, beziehungsweise Normalschnitte oder parallele Schnitte nach Lagen der rückenden Figur, als niedrige Zonen von Kegeln, oder Kugeln oder Cylindern auffasst und schattiert.
- c) Man erhält auf Drehungs- und Rückungsflächen den Schlagschatten eines Randes oder Körpers durch dessen immer kongruenten Schlagschatten auf verschiedenen Parallelkreis-, beziehungsweise Parallelschnittebenen mit Lagen der rückenden Figur.
- d) Man erhält eine Schlagschattengrenze aus den beiden Schlagschatten, die ein schattenwerfendes Gebilde und das von ihm beschattete auf eine Ebene, meist eine Grundebene, werfen.

Eine Körperschattengrenze erhalten aus ihrem 80a, Schlagschatten auf einer Grundebene.

Der erste Fall ist in erster Linie verwirklicht durch die in Art. 12 erklärte Selbstschattenbestimmung auf eben begrenzten Körpern nach dem Satz: „Diejenigen Kanten des Körpers, deren Schatten im Umriss der Schlagschattenfigur erscheinen, sind die Grenzen von Licht und Schatten auf dem Körper“. Selbstverständlich kann auch der Schlagschatten auf anderen Gebilden als einer Grundebene über die Selbstschattengrenze des schattenwerfenden Körpers Auskunft geben; aber im allgemeinen wird erst der Schlagschatten mit Hilfe dieser Grenze zu bestimmen sein, nicht umgekehrt. Daher sind bei den gekrümmten Flächen nur drei Beispiele zu nennen, nämlich die in Art. 59 erklärte Ableitung des Körperschattens einer Drehungsfläche aus deren leicht erhältlichem Schlagschatten auf einer Parallelkreisebene, und die sehr unsichere Bestimmung der Körperschattengrenze der Schraubenfläche aus der Umhüllungslinie der Schlagschatten ihrer Mantellinien auf einer Ebene senkrecht oder parallel zur Achse (Art. 70), endlich die Körperschattenbestimmung auf der gewundenen Säule durch die Schatten ihrer Parallelschnitte auf der Horizontalebene. Uebrigens könnte auch die Bestimmung der schattenbegrenzenden Mantellinien des Kegels durch die Tangenten aus dem Schlagschatten der Spitze, die ja nichts anderes sind als die Schlagschatten jener Mantellinien, hieher gerechnet werden (Art. 42).

Eine Körperschattengrenze auf Drehungs-, 80b. Röhren- und Rückungsflächen erhalten durch Hilfskegel oder Hilfskugeln oder Hilfscylinder.

Dieser Fall schliesst das wichtigste Beispiel für indirekte Körperschattenbestimmung ein, nämlich diejenige auf Drehungsflächen durch Auffassung ihrer Parallelkreise als niedriger Kegelzonen oder Kugelzonen, Art. 56 und 57, ferner diejenige auf Wulstflächen, schraubenförmigen Röhren und anderen kreisförmigen Röhren mit unveränderlichem Normalschnitt durch Auffassung des letzteren als des Grosskreises einer berührenden Kugel oder als der niedrigen Zone eines berührenden Cylinders (Art. 58 u. 71).

Auch die Behandlung von Röhrenflächen mit beliebigen unveränderlichen Normalschnitten durch Hilfszylinder, die längs der Normalschnitte die Flächen berühren (Art. 72), findet nicht selten praktische Verwertung; sogar noch von der Auffassung der kongruenten Parallelschnitte der Rückungsflächen nach Art. 74 als der Zonen schiefgerichteter Cylinderflächen, z. B. bei der gewundenen Säule, ist dies zu sagen (ein besonderer Fall einer solchen Rückungsfläche ist das hyperbolische Paraboloid aus Art. 69e). Dagegen ist die Behandlung der Rückungsflächen mit veränderlichen Erzeugenden (Art. 75) durch Hilfskegel, welche die Flächen längs Parallelschnitten berühren, und wofür das einmantelige elliptische Hyperboloid in Art. 69d ein Beispiel war, mehr nur theoretisch interessant.

80c. Eine Schlagschattengrenze auf Drehungs- und Rückungsflächen erhalten durch die Schlagschatten auf Parallelkreisebenen, beziehungsweise auf Ebenen der fortrückenden Figur.

Der dritte Fall der mittelbaren Schattenbestimmung ist derjenige, bei welchem der Schlagschatten eines schattenwerfenden Körpers oder Randes zuerst auf einer Ebene gesucht wird, in welcher eine Schnittlinie des beschatteten Körpers liegt. Wo die Hilfsschlagschattengrenze diese Schnittlinie schneidet, da ist ein Schlagschattenpunkt auf dem beschatteten Körper. Dieser Gedanke ist zwar auch verwertbar, wenn die Schnittlinien aus verschiedenen parallelen Schnitten des Körpers verschiedene Formen haben, wofür sie nur einfach und rasch gezeichnet werden können, so dass im Grunde das Verfahren für vielerlei Flächen zur Anwendung gelangen könnte. Doch wird es zumeist auf Flächen mit geometrisch ähnlichen Parallelschnitten, das heisst auf Drehungs- und Rückungsflächen beschränkt. Die meist verwertete Lösung dieser Art ist die Bestimmung des auf eine Drehungsfläche durch einen Randkreis geworfenen Schlagschattens mit Hilfe von Parallelkreisschnitten, auf deren Ebenen der Randkreis seine kongruenten Schlagschatten wirft (Art. 61). Minder häufige praktische Anwendung findet die im selben Artikel beschriebene Selbstbeschattung von Drehungsflächen mit berührenden Lichtstrahlen und Beschattung durch äussere Körper. Als mehr nur theoretisch interessant gehört endlich hieher die Schlagschattenbestimmung auf Rückungsflächen mit unveränderlicher und veränderlicher Erzeugenden nach Art. 74 und 75 mit Einschluss des hyperbolischen Paraboloids und des elliptischen Hyperboloids (Art. 69e und d).

Eine Schlagschattengrenze erhalten aus den 80d. beiden Schlagschatten, die ein schattenwerfendes Gebilde und das von ihm beschattete auf eine Grundebene werfen.

Im vierten Fall der mittelbaren Schlagschattenbestimmung wird auf einer Ebene, meist Grundebene, als dem Hilfsgebilde sowohl der Schlagschatten des schattenwerfenden Körpers oder Randes als derjenige einer Erzeugenden der beschatteten Fläche gesucht. Wo die beiden Schlagschattenlinien einander schneiden, da ist der gemeinschaftliche Schlagschatten eines Punktes der schattenwerfenden Grenzlinie und seines Schlagschattens auf der Erzeugenden, also auf der Fläche. Ein rückwärts durch diesen gemeinschaftlichen Schlagschattenpunkt bis zur Erzeugenden gezogener Lichtstrahl führt also zu einem Punkt der Schlagschattengrenze auf der Fläche. Das wichtigste Beispiel ist die Bestimmung des Schlagschattens auf einer Drehungsfläche nach Art. 62 durch die beiden Schlagschatten, die von der schattenwerfenden Grenzlinie und von einem Parallelkreis auf eine zur Achse senkrechte Ebene geworfen werden; ferner gehören hieher das Aufsuchen der Schlagschattenpunkte einer Linie auf den Kanten eines Vielfachs oder auf einer andern Linie mit Hilfe der Schlagschatten beider auf einer Grundebene (Art. 17), die Bestimmung der Selbstbeschattung (oder äusseren Beschattung) einer Schraubenfläche oder Wendelfläche durch die Schlagschatten des schraubenlinienförmigen Randes (oder der schattenwerfenden Grenzlinie) und einiger Mantellinien auf der Grundebene (Art. 70), endlich die Schlagschattenbestimmung auf der Rückungsfläche (Art. 74, gewundene Säule) und der Konoidfläche (Art. 77).

Mit Hilfe der mittelbaren Schattenbestimmung werden besonders auf Drehungsflächen und anderen gekrümmten Flächen mehr verwickelter Erzeugung die Schatten im allgemeinen rascher und bestimmter erhalten, als mit den direkten Lösungen; ihre Konstruktionen sind auch meist interessanter und schöner als diese. Beispiele für ihre vier Fälle finden sich für bestimmte Formen und Lagen der Körper wohl noch manche ausser den genannten; wenn aber auch die Schattenkonstruktionslehre in dieser Richtung noch beliebig weit ausgesponnen werden könnte, so dürften sich doch sogar bei Hereinziehen von Flächen höherer Ordnungen weitere Fälle neben die vier aufgezählten nicht stellen lassen.

Eine mittelbare Schattenbestimmung ist der Theorie nach immer möglich, aber oft undurchführbar.