



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde

Göller, Adolf

Stuttgart, 1895

Art. 112. Lichtstufen auf beliebig gekrümmten Flächen, zweites Verfahren:
mit berührenden Cylinderflächen. Gebilde durch Höhenkurven gegeben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96402](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96402)

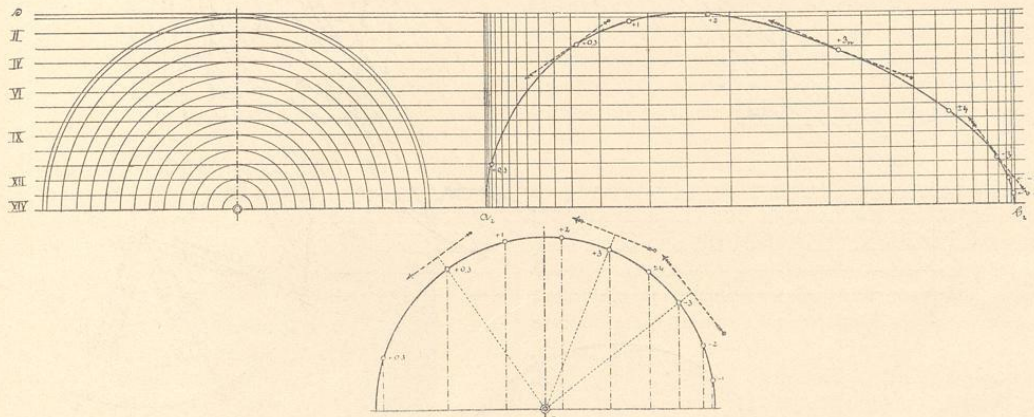
Er wird in den Grundriss der Fläche übertragen, indem dort das Bogenmass $s a$ gleich dem Horizontalmass $s a_e$ in der Abwicklung gemacht wird.

119. Lichtstufen auf beliebig gekrümmten Flächen, zweites Verfahren: mit berührenden Cylinderflächen. Gebilde durch Höhenkurven gegeben.

Ein zweites allgemeines Verfahren zum Bestimmen der Lichtstufenlinien auf gekrümmten Flächen ist das folgende. Man zeichnet wie beim ersten Verfahren die Schnittkurven beliebiger Horizontalebene mit der Fläche. Im allgemeinen wird man die Abstände der Horizontalschnitte gleich gross anzunehmen suchen, in welchem Fall sie nach dem Vorgang der topographischen Flächendarstellung als „Höhenkurven“ bezeichnet werden können. Zieht man an die im Grundriss gezeichneten Horizontalschnittkurven parallele Tangenten einer beliebigen Rich-

kurvensystem nur einmal zeichnen und jede Tangenten-Gruppe samt der zugehörigen Berührungskurve auf einem eigenen Blatt durchsichtigen Papiers davon abnehmen, wobei die Horizontalkurven auf dem Pausblatt und die Berührungskurven auf dem Horizontalkurvenblatt wegbleiben. Wenn später auf dem Pausblatt die Lichtstufpunkte der Berührungskurve konstruiert sind, werden sie auf das Reinblatt für die zu schattierende Flächendarstellung durchgestochen, wobei für die richtige Lage des Pausblattes Merkmale vorgesehen sein müssen. Die Benützung des Papierstreifens zum Auftragen geradliniger Punktreihen ist auch hier ein schätzbares Förderungsmittel.

Dieses zweite allgemeine Verfahren, das als dasjenige „mit berührenden Cylinderflächen“ bezeichnet werden kann, wird meist erheblich rascher zum Ziel führen, als das erste. Nur werden die Berührungskurven, die alle durch den höchsten Flächenpunkt laufen, sich in dessen Nähe häufen und anderwärts grössere leere Flächen



Figur 112 a.

tung und verbindet deren Berührungspunkte durch eine stetige Kurve, so bilden die Tangenten die Mantellinien einer horizontalen Cylinderfläche, welche die gegebene Fläche nach dieser Kurve berührt. Wo die ganzzahligen Lichtstufpunkte dieser Kurve liegen als auf einer Linie in der Cylinderfläche, da liegen sie auch für die gegebene Fläche. Der Normalschnitt der Cylinderfläche ist leicht getrennt herauszuzeichnen, da die Mantellinien nach Grundriss und Höhenlage bekannt sind. Die Bestimmung der Lichtstufenlinien auf der Cylinderfläche ist in Art. 99 gezeigt. Wo eine ganzzahlige Lichtstufenmantellinie, z. B. + 3, jene Berührungskurve schneidet, da ist ein Lichtstufpunkt + 3 auf der gegebenen Fläche. Weitere Richtungen der horizontalen Tangentengruppen geben weitere Berührungslinien und auf diesen weitere ganzzahlige Lichtstufpunkte.

Da es schwierig oder unmöglich ist, auf derselben Figur über ein System von vielen Horizontalkurven weg, die sich ja zuweilen auch überschneiden können, viele Paralleltangentengruppen verschiedener Richtung zu legen und getrennt aufzufassen, so wird man das Horizontal-

zwischen sich übrig lassen. In solche leere Stellen wird man kleinere Gruppen von Paralleltangenten einschalten, welche nur kurze Stücke von Berührungskurven liefern; auch kann wohl oft ein Hereinziehen des ersten Verfahrens für bestimmte Teile der Horizontalkurvengruppe zweckmässig sein.

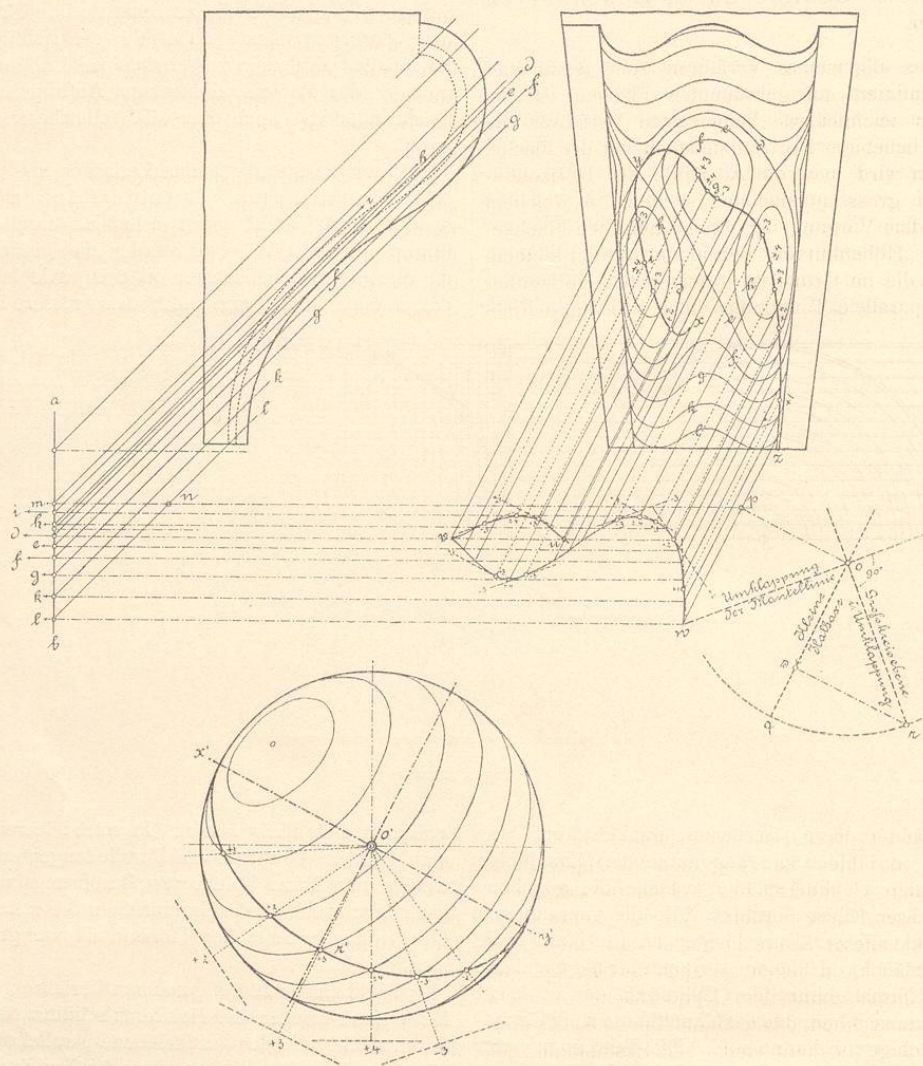
Wie beim ersten allgemeinen Verfahren, so sind auch bei diesem zweiten die Horizontalschnitte oft zu ersetzen durch solche, die der Vertikalebene parallel oder senkrecht zum Grundschnitt gerichtet oder schiefgerichtet, wenn auch senkrecht zu einer Grundebene sind.

Zur Darstellung der Konstruktion ist als erstes Beispiel die in Figur 111a gezeichnete exzentrische Wulstfläche mit denselben früher beschriebenen zur Vertikalebene parallelen Schnittebenen wiedergewählt. Mit einer beliebigen Richtung sind parallele Tangenten an die Schnittkurven gelegt und deren Berührungspunkte stetig verbunden worden; hiedurch ist die Kurve $x_2 s z_2$ entstanden, nach welcher die mit den Tangenten vorgestellte Cylinderfläche die Wulstfläche berührt. $a_2 b_2$ ist ein Normalschnitt der Cylinderfläche; durch Auftragen der

Abscissen und Ordinaten (Figur 112a rechts) ist die Normalschnittkurve selbst erhalten. Der Normalkugelaufriß (Figur 111a links) ist mit der Grosskreisebene $a_k b_k$ parallel zu $a_2 b_2$ geschnitten und der Schnittkreis samt seinen Lichtstufenpunkten in Figur 112a unten gezeichnet. Am Cylindernormalschnitt ist eine Tangente senkrecht zu dem Radius $o + 3$ gezogen und der Berührungspunkt $+ 3 n$

stufenpunkte können aus derselben Normalschnittkurve in Figur 112a abgeleitet werden. Einige weitere Tangentenrichtungen haben in Verbindung mit den in Art. 113b besprochenen Hauptlinien genügend viele weitere Lichtstufenpunkte der Fläche geliefert.

Für eine schräge Richtung der Schnittebenen ist die in Figur 73 dargestellte Röhrenfläche mit veränderlicher

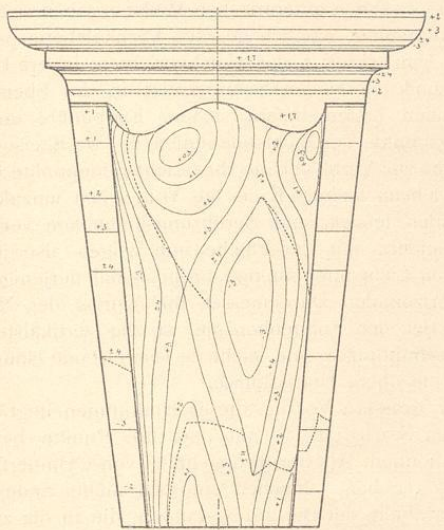


Figur 112b.

dieser Tangente auf die Linie $a_2 b_2$ nach $+ 3$ zurückgetragen. Der Schnitt der durch diesen Punkt $+ 3$ gezogenen Cylindermantellinie mit der Kurve $x_2 s_2 z_2$ liefert einen Lichtstufenpunkt $+ 3$ auf der Fläche. Die Figuren lassen auch die Bestimmung der andern ganzzahligen Lichtstufenpunkte der Berührungskurve $x_2 s_2 z_2$ verfolgen. Im Aufriss der Fläche ist noch eine zweite kongruente Berührungskurve, welche sich für eine symmetrische Tangentenrichtung ergeben würde, punktiert eingezeichnet; ihre Licht-

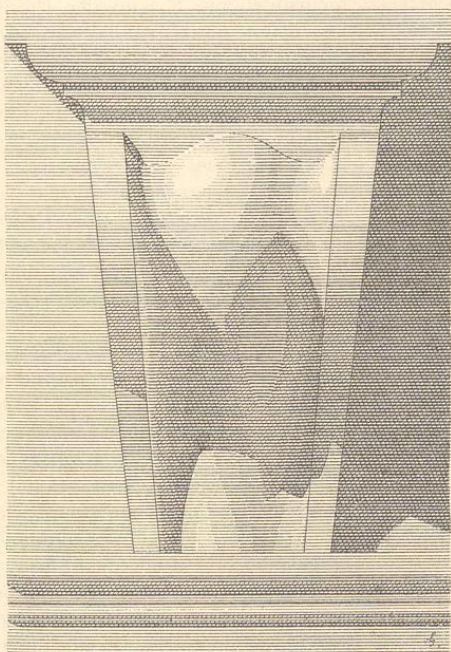
Erzeugenden, als Volutenkonsole mit Leitlinie parallel zur Seitenebene gedacht, ein interessantes Beispiel. Die in dieser Figur gezeichneten Schnittkurven der Fläche mit Lichtstrahlenebenen, die senkrecht zur Seitenebene stehen, können auch zur Bestimmung der Lichtstufenlinien verwendet werden. Zieht man (Figur 112b) mit einer beliebigen Richtung an diese Kurven parallele Tangenten, verbindet deren Berührungspunkte durch eine stetige Kurve xyz und betrachtet die in der Seitenprojektion gezogenen

Lichtstrahlen als die auch zu diesen Tangenten gehörigen Seitenprojektionen, so bilden die Tangenten eine Cylinderfläche, deren Spur oder Basis in der Vertikalebene oder



Figur 112 c.

einer beliebigen zu dieser parallelen Ebene ab durch Aufsuchen der Spuren ihrer Mantellinien bestimmt werden



Figur 112 d.

kann, und für welche jene Kurve xyz die Berührungslinie mit der Röhrenfläche darstellt. Wo auf dieser Linie die ganzzahligen Lichtstufenpunkte für die Cylinderfläche liegen, da liegen sie auch für die Röhrenfläche. Auf der Cylinderfläche sind die Lichtstufenlinien nach Art. 100

erhältlich; was dort für die horizontale Basis erklärt wurde, ist auf die in der Vertikalebene liegende leicht übertragbar. Durch weitere Gruppen paralleler Tangenten an dem schon früher für die Schlagschattenkonstruktion erhaltenen Schnitkurvensystem lassen sich genügend viele weitere Lichtstufenpunkte erhalten.

Figur 112 b macht ausser den Mantellinien der Berührungscylinderfläche die Konstruktion ihrer Basislinie oder Spur uvw auf einer zur Vertikalebene parallelen Ebene ab anschaulich. In etwas veränderter Ausführung der in Art. 100 erklärten Konstruktion ist die vertikalprojizierende Ebene der Cylindermantellinie $w\phi$ in die Vertikalebene umgeklappt, indem $\phi o = mn$ aufgetragen ist. wo ist die Umklappung der Mantellinie; die Ebene des Normalkugelgrosskreises, auf welchem die Lichtstufenpunkte der Cylinderfläche zu suchen sind, steht senkrecht zu der Mantellinie und projiziert sich auf die umzuklappende Ebene als eine Gerade or senkrecht zu wo . Ist or gleich dem Normalkugelradius, so ist os (die rechtwinklige Projektion von or auf oq parallel $w\phi$) die kleine Halbachse der Ellipse, als welche sich jener Grosskreis im Aufriss der Normalkugel darstellt. Ihre grosse Achse $x'y'$, als der zur Vertikalebene parallele Durchmesser des Grosskreises, ist senkrecht zur Aufrissrichtung $w\phi$ der Mantellinien.

Durch die Schnitpunkte der Berührungselipse mit den Lichtstufenellipsen $+2 + 3 + 4$ und -3 sind die Radien, dann an die Basiskurve uvw Tangenten senkrecht zu diesen Radien gezogen. Die Berührungspunkte dieser letzten waren zu benützen wie beim ersten Beispiel, wofür die Mantellinien zu den Lichtstufenpunkten auf der Kurve xyz punktiert eingezeichnet sind.

Bemerkungen zu den besonderen und allge-113. meinen Verfahren.

Die beiden beschriebenen Konstruktionen für Lichtstufenlinien auf beliebig gekrümmten Flächen geben in ihrem Verhältnis zu den früheren Lösungen und für sich allein betrachtet noch zu folgenden Bemerkungen Anlass.

a) Die früher erklärten Lichtstufenbestimmungen für gerade Kreiskegel und Cylinderflächen, Drehungsflächen u. s. f. erweisen sich, wie zu vermuten war, als vereinfachte besondere Fälle des erstbeschriebenen allgemeinen Verfahrens, wenn dieses noch in einigen Richtungen erweitert gedacht wird. (Dabei ist nur abzusehen vom dreiaxigen Ellipsoid, elliptischen Hyperboloid und rechtwinkligen Konoid, die auf dem Umweg über eine Drehungsfläche beziehungsweise Wendelfläche zu ihren Lichtstufen gelangt sind.) Die Vereinfachung liegt zum grössten Teil in der Gestalt des geometrischen Ortes, der fast immer ein Kugelkreis war und zugleich den Kugelkreis der allgemeinen Lösung ersetzte, also zwei Kurven derselben zugleich vertrat; zum andern Teil findet sie sich darin, dass von den Punkten des geometrischen Ortes meist nur ein einziger zu suchen war und dieser sich leichter ergab, als im allgemeinen Fall; zu einem dritten Teil erscheint sie in einem vereinfachten Ziehen der parallelen Tangenten.