# Verschiedene Konstruktionen

**Scholtz, Adolf**

**Leipzig, 1900**

§ 15. II. Transmission der Wärme

urn:nbn:de:hbz:466:1-96800

Tabelle VIII.

| Halbmesser des Cylinders | Höhe des Cylinders in Metern | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,50 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 5,00 |
| 0,025 | 3,55 | 3,20 | 2,95 | 2,84 | 2,79 | 2,73 |
| 0,05 | 3,22 | 2,90 | 2,68 | 2,57 | 2,52 | 2,48 |
| 0,10 | 3,05 | 2,75 | 2,54 | 2,44 | 2,39 | 2,35 |
| 0,20 | 2,93 | 2,65 | 2,45 | 2,35 | 2,30 | 2,26 |
| 0,30 | 2,88 | 2,60 | 2,40 | 2,31 | 2,26 | 2,22 |

2. Beispiel. Es ist die totale Emission eines 4 m langen, vertikalen, gußeisernen, cylindrischen Rohres zu berechnen, dessen Temperatur durch Dampf auf 100° gehalten wird, während die umgebende Luft 10° beträgt.

Aus Tabelle VIII findet man:

für $h = 4{,}0$ m und $r = 0{,}05$, $K^1 = 2{,}52$,

„ $h = 4{,}0$ „ „ $r = 0{,}10$, $K^1 = 2{,}39$.

Der Strahlungs-Koeffizient für Gußeißen ist: $K = 3{,}36$.

Da die Temperaturdifferenz im vorliegenden Falle 90° beträgt, so hat man nach Tabelle VI:

$$S = 138{,}7 \text{ und } L = 141{,}7.$$

Weil aber die Temperatur t der Luft nur 10° ist, so haben wir den Wert von S zu multiplizieren mit dem Korrektionsfaktor 0,96 (Tabelle VII), so daß

$$S = 133{,}15 \text{ und } L = 141{,}7 \text{ (wie oben).}$$

Endlich findet man:

für $r = 0{,}05$ $W = 133{,}15 \,.\, 3{,}36 + 141{,}7 \,.\, 2{,}52 = 804$ Wärmeeinh.

„ $r = 0{,}10$ $W = 133{,}15 \,.\, 3{,}36 + 141{,}7 \,.\, 2{,}39 = 786$ „

Bestände das cylindrische Rohr aus Kupfer, so ist unter sonst gleichen Verhältnissen nur der betreffende Koeffizient K einzusetzen. Nach Tabelle IV ist das Strahlungsvermögen des Kupfers 0,16, daher

für $r = 0{,}05$ $W = 133{,}15 \,.\, 0{,}16 + 141{,}7 \,.\, 2{,}52 = 378$ Wärmeeinh.

Vertikale Flächen endlich geben Leitungs-Koeffizienten, welche der Formel d in Tabelle V entsprechen. Ist nämlich h die Höhe der Fläche, so ist

$$K^1 = 1{,}764 + \frac{0{,}636}{\sqrt{h}}.$$

3. Beispiel. Ein gußeisernes Reservoir von rechteckiger Grundform wird mittels zuströmender Dämpfe auf einer Temperatur von 100° erhalten. Die Temperatur der Umgebung beträgt 0°; es soll der totale Wärmeverlust durch die Wandungen pro Quadratmeter und Stunde gefunden werden.

Für die Temperaturdifferenz $\Theta = 100°$ ist nach Tabelle VI und VII:

$$S = 161{,}3 \,.\, 0{,}89 = 143{,}5 \text{ und } L = 161{,}5.$$

Für Gußeisen ist $K = 3{,}36$ und $K^1$ bei 1 m Höhe $= 2{,}40$ (Tabelle V$^a$), daher

$W = 143{,}5 \,.\, 3{,}36 + 161{,}5 \,.\, 2{,}40 = 482{,}1 + 387{,}6 = 869{,}7$ W.-E.

Alle diese Formeln beziehen sich auf Fälle, wo der emittierende Körper konstant dieselbe Wärmemenge inne hat, wie dies bei Dampfgefäßen geschieht, in denen immer frischer Dampf nachströmt und die abgegebene Wärme ersetzt. Auch wenn Wasser der Wärme abgebende Körper ist, können diese Formeln Anwendung finden, jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die Masse der Flüssigkeit groß genug ist, um wenigstens für eine gewisse Zeit als konstante Wärmequelle angesehen werden zu können. — Jedenfalls ist in allen vorgeführten Beispielen die Annahme gemacht, daß die Transmission durch dünne Metallwände hindurch stattfinde, deren Leitungsvermögen größer ist oder ebenso groß als dasjenige des Wärme abgebenden Körpers.

Sind die Wände, durch welche der Wärmeverlust stattfindet, von einiger Dicke, so gelten zwar die Koeffizienten für Strahlung und Leitung an die Wärme aufnehmende Luft, aber es kommt alsdann ein neuer Faktor hinzu, die Leitungsfähigkeit desjenigen Materiales, aus dem die Wand hergestellt ist. Auch diesen Koeffizienten hat Péclet für eine große Anzahl von Körpern bestimmt.[1])

§ 15.

## II. Transmission der Wärme.

Um zu einem Ausdruck zu gelangen für die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer homogenen ebenen Wand von konstanter Dicke durchdringt, knüpfen wir wiederholt an die in § 12 aufgestellte Hypothese der Wärmefortpflanzung im Innern dieser Wand. Die im Beharrungszustande durch unendlich dünne Schichten transmittierte Wärmemenge ist nun direkt proportional der Oberfläche F und der Temperaturdifferenz der beiden Außenflächen $\tau_1$ und $\tau_2$ der

1) Péclet. Traité de la chaleur. Der Apparat bestand aus Gefäßen desjenigen Materiales, dessen Wärmeleitungsfähigkeit man suchte bei verschiedener Dicke, verschiedener Form und Dimensionen. Sie wurden bald von außen, bald von innen mit heißem Wasser oder Dampf in Berührung gebracht. Durchlässige und pulverförmige oder faserige Körper wurden mit dünnen Schichten einer dichten Substanz bekleidet. Da die entsprechenden Werte für die Oberflächen bekannt waren, konnte man die Leitungsfähigkeit der eingeschlossenen Substanz wohl berechnen.

Wand, aber umgekehrt proportional der Dicke e derselben; d. h. es ist der Wärmeverlust gegeben durch die Gleichung:

$$W = \lambda \left( \frac{\tau_1 - \tau_2}{e} \right) . F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Diese Formel ist durch die Erfahrung bestätigt und liefert Resultate von hinreichender Genauigkeit.

$\lambda$ ist ein vom Material der Wand abhängiger Wert, er wird der innere Wärmeleitungs-Koeffizient der Substanz genannt.

Nimmt man als Längeneinheit das Meter, als Flächeneinheit das Quadratmeter und als Zeiteinheit die Stunde, so wird für $\tau_1 - \tau_2 = 1$, $F = 1$ und $e = 1$,

$$W = \lambda,$$

d. h. der innere Wärmeleitungs-Koeffizient einer Substanz ist die Anzahl von Wärmeeinheiten, welche in der Stunde durch das Quadratmeter einer ebenen, ein Meter dicken Wand von dieser Substanz hindurchgehen, wenn deren Begrenzungsebenen auf einen Grad Temperaturdifferenz gehalten werden.

Tabelle IX enthält die in der Technik am häufigsten vorkommenden Werte von $\lambda$, wie sie von Péclet auf Grund seiner Experimente und der Versuche von Despretz abgeleitet wurden,[1]) und die zugehörigen spezifischen Gewichte der Substanzen.

Tabelle IX.

| Substanz | Spezifisches Gewicht | Wärmeleitungs-Koeffizient $\lambda$ |
|---|---|---|
| Grauer Marmor, feinkörnig . . . . . | 2,68 | 3,48 |
| Weißer Marmor, grobkörnig . . . . . | 2,77 | 2,78 |
| Kalkstein, feinkörnig . . . . . . . . | 2,34 | 2,08 |
| " " . . . . . . . . . | 2,17 | 1,70 |
| Lias-Kalkstein . . . . . . . . . . | 2,24 | 1,32 |
| Feiner Gips, zu Mörtel angerührt . . | 1,25 | 0,52 |
| Gebrannter Thon . . . . . . . . . | 1,98 | 0,69 |
| " " . . . . . . . . . | 1,85 | 0,51 |
| Tannenholz, senkrecht zu den Fasern . . | } 0,48 { | 0,09 |
| " parallel " " " . . | | 0,17 |
| Eichenholz, senkrecht zu den Fasern . . | 0,664 | 0,20 |
| Glas . . . . . . . . . . . . . . | 2,44 | 0,75 |
| " . . . . . . . . . . . . . . | 2,55 | 0,88 |
| Quarzsand . . . . . . . . . . . . | 1,47 | 0,27 |
| Holzasche . . . . . . . . . . . . | 0,45 | 0,06 |
| Graues Papier, ungeleimt . . . . . | 0,48 | 0,034 |
| Eisen . . . . . . . . . . . . . . | 7,79 | 28,00 |
| Kupfer . . . . . . . . . . . . . | 8,90 | 69,00 |
| Zinn . . . . . . . . . . . . . . | 7,29 | 22,00 |

1) E. Péclet. Traité de la chaleur.

Mittels der Gleichung (5) und der Tabelle IX läßt sich die Wärmemenge berechnen, welche in der Zeiteinheit (Stunde) durch eine Wand bestimmten Materiales transmittiert wird, wenn man die Temperatur ihrer beiden Oberflächen kennt. Aber diese sind meist nicht bekannt und können nur durch Untersuchungen gefunden werden, welche in der Praxis schwer ausführbar sind. Man muß also suchen, zwei weitere Gleichungen zwischen $\tau_1$ und $\tau_2$ und den bekannten Temperaturen der Luft T und t herzustellen, mit deren Hilfe man $\tau_1$ und $\tau_2$ eliminiert und W als Funktion der Lufttemperaturen darstellt.

Da nun im Beharrungszustande (und innerhalb der Grenzen, für welche das Gesetz von Newton gilt) sich die Erwärmung der inneren Oberfläche und die Abkühlung der äußeren Oberfläche nach demselben Gesetz vollzieht, d. h. die Wärmemenge, welche in die innere Oberfläche der Wand eindringt, gleich derjenigen ist, welche in derselben Zeit durch die Außenfläche ausströmt, gleich derjenigen, welche durch irgend eine isothermische Fläche des betrachteten Wandstückes geht: so erhält man drei verschiedene Ausdrücke für die Wärmemenge W, welche pro Flächeneinheit und Stunde transmittiert wird. In dem obigen Ausdruck unter 4a erscheint W als Funktion des äußeren Wärmeleitungs-Koeffizienten, während Gleichung (5) den Wärmeverlust als Funktion des inneren Wärmeleitungs-Koeffizienten $\lambda$ giebt. Zur Erzielung einfacher Resultate wendet nun Péclet nicht die Dulong'schen Formeln (2) und (3), auch nicht die einfacheren Formeln an, welche für den speziellen Fall $T = 12^0$ gelten, sondern die Gleichung (1), welche als „Gesetz von Newton“ bezeichnet wurde:

$$W = (K + K^1)\ \Theta.$$

Dies Gesetz ist für schwache Temperaturdifferenzen hinreichend genau, um so mehr, als man in allen Rechnungen, die sich auf Transmission der Wärme beziehen, nur Näherungswerte erhalten kann und Nebenumstände, als Wirkung der Sonne und des Windes, nicht in Betracht gezogen werden können.

Der Wärmeverlust infolge der inneren Wärmeleitungsfähigkeit des Materiales berechnet sich also nach Gleichung (5) für die Flächeneinheit wie folgt:

$$W = \frac{\lambda\,(\tau_1 - \tau_2)}{e}.$$

Dagegen wird von der inneren Wandfläche nach dem Gesetz von Newton pro Quadratmeter und Stunde aufgenommen die Wärmemenge:

$$W = (K + K^1)\,(T - \tau_1) = Q\,(T - \tau_1)$$

und von der äußeren Fläche wird abgegeben die Wärmemenge

$$W = (K + K^1)\,(\tau_2 - t).$$

Im Beharrungszustande sind diese drei Wärmemengen gleich und es folgt durch Elimination:

$$\tau_1 = \frac{T(\lambda + Qe) + \lambda t}{2\lambda + Qe} \qquad \tau_2 = \frac{t(\lambda + Qe) + T\lambda}{2\lambda + Qe}$$

endlich ist

$$W = \frac{\lambda . Q}{2\lambda + Qe}(T - t)^{1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Setzt man $T - t = 1$, so ersieht man leicht, daß $\frac{\lambda Q}{2\lambda + Qe}$ die Anzahl Wärmeeinheiten angiebt, welche im Beharrungszustande pro Stunde durch das Quadratmeter der Begrenzungsfläche der Wand hindurchgehen, wenn die Temperaturdifferenz der berührenden Luftschichten 1° C. beträgt. Dieser Wert wird der „Transmissions-Koeffizient" oder der „Wärmedurchgangs-Koeffizient" genannt.

Ist der Ausdruck $Qe$ sehr klein im Verhältnis zu $2\lambda$, dann kann derselbe vernachlässigt werden und die Gleichung (6) erhält die einfachere Gestalt

$$W = \frac{Q}{2}(T - t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

d. h. der Wert von W wird unabhängig vom Material und der Wanddicke; ein Fall, der u. a. eintritt bei der Transmission der Glasscheiben.

## Zahlenbeispiele.

1. Fall. Ein Raum, dessen Mauern 0,5 m dick und 5 m hoch sind, wird durch einen Heizapparat + 15° C. warm erhalten. — Die Lufttemperatur im Freien beträgt + 2°, das Material der Wand ist Kalkstein: es soll die Wärmetransmission der Mauern pro Quadratmeter und Stunde gefunden werden.

Dieselbe drückt sich aus durch Formel (6):

$$W = \frac{\lambda . Q . (T - t)}{2\lambda + Qe}.$$

Im vorliegenden Falle ist $T = 15°$, $t = 2°$, $T - t = 13°$.

Die Wärmeleitungsfähigkeit des Kalksteines findet man nach Tabelle IX . . . . $\lambda = 1{,}70$.

Der Koeffizient der Leitung für 5 m hohe Flächen ist . . . . . . . . . . $K^1 = 2{,}05$.

Der Koeffizient der Strahlung (Tabelle IV) $K = 3{,}60$.

$Q = K + K^1 = 5{,}65$.

$e = 0{,}50$.

Hiernach ist

$$W = \frac{1{,}70 . 5{,}65 . 13}{2 . 1{,}70 + 5{,}65 . 0{,}5} = 20{,}05 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Wenn dagegen das Material der Wand Backstein ist, dessen Wärmeleitungsfähigkeit $\lambda = 0{,}69$ oder rund $= 0{,}70$, so hat man unter denselben Bedingungen für eine 2 Stein starke Wand ($e = 0{,}52$):

$$W = \frac{0{,}7 . 5{,}65 . 13}{2 . 0{,}7 + 5{,}65 . 0{,}52} = 11{,}85 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Die Backsteine sind also ein geeigneteres Material zur Herstellung von Wohnräumen, als der Kalkstein.

Nasse Wände bedingen ebenfalls einen höheren Wärmeverlust, denn für eine vom Regen durchnäßte Mauer darf man nach Tabelle IV annehmen $K = 5{,}31$, während $K^1 = 2{,}05$ wie oben, $Q = 7{,}36$ und

$$W = \frac{0{,}7 . 7{,}36 . 13}{2 . 0{,}7 + 7{,}36 . 0{,}52} = 12{,}83 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Péclet hat die Transmissionsfähigkeit der Kalksteinmauern von 0,10 bis 1,00 m Stärke berechnet unter dem Gesichtspunkte, daß die Zimmertemperatur 15° beträgt und als Lufttemperatur + 6°, d. h. nahezu der Mittelwert der Lufttemperatur von Paris während der sieben Heizmonate zu Grunde liege. Da aber die Dimensionen 0,10 m, 0,20 m, 0,30 m, 0,40 m . . . unseren gebräuchlichen Mauerstärken nicht entsprechen, auch der Kalkstein in Deutschland nicht wie in Paris zu Frontmauern durchgängig zur Verwendung kommt, endlich die Maximaltemperatur des Winters nach anderen Gesichtspunkten zu bemessen ist, so können wir von diesen Werten der Péclet'schen Tabelle absehen.

Bei Anwendung der Formel (6) ist zu beachten, daß sie streng genommen nur anwendbar ist zur Berechnung der Transmission solcher Räume, bei denen nur eine Frontwand der äußeren Luft ausgesetzt ist, während die übrigen Wände an erwärmte Räume angrenzen, d. h. so angesehen werden können, als seien sie auf die Temperatur T des Raumes gebracht.

2. Fall. Sind alle Umschließungswände eines Raumes der äußeren Luft exponiert, wie bei Kirchen oder isolierten Pavillons, dann findet die Erwärmung der inneren Mauerflächen offenbar nur infolge der Luftbewegung, d. h. durch Leitung statt und die Bestrahlung der einen Wand durch die anderen fällt fort oder ist wenigstens ohne Einfluß, weil sämtliche Innenflächen sich auf gleicher Temperatur befinden müssen.

Unter Beibehaltung der früheren Annahmen wird dann der Wärmeverlust durch innere Leitungsfähigkeit des Materiales:

$$= \frac{\lambda}{e}(\tau_1 - \tau_2)$$

und derjenige durch Leitung der Innenluft an der inneren Wandfläche

$$= K^1(T - \tau_1);$$

1) Schinz in seiner Wärmemeßkunst S. 214 bestimmt unter der Annahme, daß in vielen Fällen $\tau_1 = T$ sei, den Wert

$$W = \frac{Q . (T - t)}{1 + Q\frac{e}{\lambda}} = \frac{\lambda . Q(T - t)}{\lambda + Qe}.$$

endlich derjenige durch Leitung und Strahlung an die äußere atmosphärische Luft

$$= (K + K^1) \cdot (\tau_2 - t) = Q \cdot (\tau_2 - t).$$

Für den Beharrungszustand sind diese Wärmemengen aber gleich, daher findet man durch Elimination von $\tau_1$ und $\tau_2$ die Gesamttransmission

$$W = \frac{K^1 \lambda Q (T - t)}{\lambda (Q + K^1) + Q e K^1} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Zahlenbeispiel. Wenden wir diese Formel zur Berechnung der Wärmetransmission eines 5 m hohen Raumes an, dessen Mauern wie vorher zwei Stein stark sind, während auch die Temperaturen der inneren und äußeren Luft dieselben bleiben wie in dem vorhergehenden Falle, so findet man — Backstein als Mauermaterial angenommen — die Transmission pro Quadratmeter und Stunde

$$W = \frac{2{,}05 \cdot 0{,}7 \cdot 5{,}65 \cdot 13}{0{,}7 (5{,}65 + 2{,}05) + 5{,}65 \cdot 0{,}52 \cdot 2{,}05} = 9{,}23 \text{ W.-E.}$$

Im ersten Falle fanden wir $W = 11{,}85$ Wärmeeinheiten; der Wert von W fällt also für freistehende Pavillons geringer aus, was daher rührt, daß die Temperatur der inneren Mauerflächen solcher Räume stets eine niedrigere ist als bei geschützter Lage zwischen bewohnten Räumen. Dieser Umstand tritt ganz besonders stark in Kirchen hervor, deren Wände aus einem gut leitenden Material hergestellt sind. Die an der inneren Wandfläche befindliche Luft ist dann bis auf eine gewisse Entfernung hin immer von geringerer Temperatur als die mittlere Temperatur des Lokales, folglich ist auch die Temperatur $\tau_1$ der inneren Wandfläche niedriger als T.

Hätten die Mauern eine bedeutendere Höhe, etwa 20 m, so findet man aus Tabelle V für 20 m hohe Flächen $K^1 = 1{,}90$, also $Q = 3{,}60 + 1{,}90 = 5{,}50$. Die Werte $T - t$, $\lambda$, K und e bleiben unverändert und es ist

$$W = \frac{1{,}90 \cdot 0{,}7 \cdot 5{,}50 \cdot 13}{0{,}7 (5{,}50 + 1{,}90) + 5{,}50 \cdot 0{,}52 \cdot 1{,}90} = 8{,}96 \text{ W.-E.},$$

ein Resultat, welches nur geringe Abweichung zeigt, so daß die Höhe der Mauern nicht wesentlich deren Transmission beeinflußt.

3. Fall. Besteht die Wand aus zwei sich berührenden Schichten von ungleicher Leitungsfähigkeit $\lambda$ und $\lambda^1$, deren Dicken durch e respektive $e^1$ bezeichnet seien, und ist $\vartheta$ die Temperatur ihrer Berührungsfläche, so hat man wiederum die Wärmeverluste infolge der Leitungsfähigkeit der Materialien beider Schichten:

$$W = \frac{\lambda}{e} (\tau_1 - \vartheta) \text{ und } = \frac{\lambda^1}{e^1} (\vartheta - \tau_2).$$

Der Wärmeverlust an der inneren und äußeren Fläche ist dagegen gegeben durch die Formeln:

$$W = K^1 (T - \tau_1) \text{ und } = Q (\tau_2 - t).$$

Diese vier Werte für W sind im Beharrungszustande gleichzusetzen, woraus folgt:

$$W = \frac{\lambda \cdot Q (T - t)}{Q + K^1 + K^1 Q \left( \frac{e}{\lambda} + \frac{e^1}{\lambda^1} \right)} \quad . \quad . \quad (9)$$

Mauern von Backstein, deren Außenseite mit Werkstücken beliebigen Materiales von der Dicke $e^1$ bekleidet ist, würden nach dieser Transmissionsformel zu berechnen sein, indem man für $\lambda$ und $\lambda^1$ die entsprechenden Werte aus Tabelle IX substituiert und im übrigen wie oben verfährt.

Für eine größere Anzahl von Schichten verschiedenen Materiales erhält man den Wärmeverlust

$$W = \frac{\lambda \cdot Q (T - t)}{Q + K^1 + K^1 Q \left( \frac{e}{\lambda} + \frac{e'}{\lambda'} + \frac{e''}{\lambda''} + \ldots \right)} \quad (10)$$

4. Fall. Wenn endlich die Schichten gleichen oder verschiedenen Materiales durch Luftzwischenräume getrennt sind, dann wird die Quantität der transmittierten Wärme geringer als vorher ausfallen. Derartige Luftschichten nennt man „isolierende Luftschichten“. Nimmt man an, daß die Intervalle breit genug sind, um eine Bewegung der Luft zuzulassen, so kann man, ohne sich von der Wahrheit allzuweit zu entfernen, annehmen, daß die, durch die gegenüberstehenden Seiten des Isolierraumes transmittierte Wärmemenge gleich ist

$$Q (x - x^1),$$

wobei unter x und $x^1$ die Temperaturen dieser Innenseiten des Luftraumes verstanden werden. Wenn dagegen statt des Hohlraumes eine Materie von der Leitungsfähigkeit $\lambda$ und Dicke e angeordnet wäre, so ist der Wärmeverlust repräsentiert durch

$$\frac{\lambda}{e} (x - x^1).$$

Man erhält also den Wert von W, indem man in den allgemeinen Formeln den Wert $\frac{e}{\lambda}$ ersetzt durch $\frac{1}{Q}$ und findet dann:

$$W = \frac{Q (T - t)}{2 + Q \left( \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{Q} + \frac{e'}{\lambda'} \right)};$$

$$W = \frac{Q (T - t)}{2 + Q \left( \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{Q} + \frac{e'}{\lambda'} + \frac{1}{Q} + \frac{e''}{\lambda''} \right)} \quad . \quad (10a)$$

§ 16.

## Transmission der Wärme durch Gläser.

Unsere Fensterglasscheiben sind ein besonderer Fall von den vorstehend abgehandelten Arten der Transmission, sie bilden dünne Wände von geringerer Leitungsfähigkeit als das Metall.