Verschiedene Konstruktionen

Scholtz, Adolf

Leipzig, 1900

I. Emission der Wärme

urn:nbn:de:hbz:466:1-96800

welche von den einzelnen Schichten aufgenommen und abgegeben wurden. So tritt schließlich ein Zustand ein, wo jede Schicht von der vorhergehenden gerade so viel Wärme empfängt, als sie in derselben Zeit an die folgende abgiebt, d. h. die Wärmemenge, welche innerhalb gegebener Zeit durch irgend eine isothermische Fläche hindurchgeht, ist konstant. Solange also die Temperaturen T und t sich nicht ändern, bleiben die Temperaturen der isothermischen Flächen stationär. Diese Grenze ist der Beharrungszustand.

Sobald man aufhört, die Temperatur der Zimmerluft mittels der Wärmequelle auf T zu erhalten, nehmen die Temperaturen der Wandmoleküle wieder ab. Man nennt diese Phase wohl auch den Endzustand. Die, dem Beharrungszustande vorhergehende Phase des Wärmeüberganges, während welcher die Temperaturen der Wandmoleküle allmählich und bis zur Grenze steigen, wird als Anfangszustand unterschieden.

§ 14.

Wärmeverluste bei konstanten Temperaturen.

Zur Bestimmung der Wärmemenge, welche durch eine ebene Wand von gleicher Dicke hindurchgeht, wenn die berührenden Medien auf konstanter Temperatur gehalten werden, hatte Péclet, unter Zugrundelegung des bekannten Gesetzes von Dulong und Pétit, eine Reihe von Versuchen über die Abkühlung dünnwandiger Gefäße aus Metall angestellt und 1854 veröffentlicht. Er kam dabei zu folgenden Resultaten[1]):

1) Die Abkühlung eines Körpers ist abhängig von seiner Strahlung gegen die umgebende Luft und von dem Kontakt desselben mit der Luft, d. h. von der Leitung.
2) Die durch Strahlung emittierte Wärmemenge R ist gegeben durch die Formel:
$$R = K\,\Theta\,(1 + 0{,}0056\,\Theta).$$
3) Die durch Leitung verlorene Wärmemenge A drückt sich aus durch:
$$A = K^1\,\Theta\,(1 + 0{,}0075\,\Theta).$$

In diesen Formeln bezeichnet:

Θ die Temperaturdifferenz zwischen dem erkaltenden Körper und seiner Umgebung, und
K einen Koeffizienten, welcher abhängig ist von der Natur der Oberfläche, während
K^1 einen von der Form und den Dimensionen des Körpers abhängigen Koeffizienten bezeichnet.

Wenn man statt der beiden Koeffizienten 0,0056 und 0,0075 das arithmetische Mittel aus beiden setzt, so erhält man mit hinreichender Genauigkeit für den totalen Wärmeverlust W die Gleichung:
$$W = R + A = (K + K_1)\,.\,\Theta\,.\,(1 + 0{,}0065\,\Theta).$$

Für schwache Temperaturdifferenzen ($\Theta < 20^0$) kann man die Glieder zweiten Grades vernachlässigen und hat dann:
$$W = R + A = (K + K^1)\,\Theta \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Der Ausdruck 1) heißt das Gesetz von Newton; es gilt nur innerhalb der Grenzen $\Theta > 25$ und $< 65^0$ und für eine Lufttemperatur $T = 12^0$. Für höhere Temperaturdifferenzen muß man die Formeln von Dulong und Pétit benutzen.

Um den Ausdrücken für R und A eine allgemeine Form zu geben und die Koeffizienten K und K^1 festzustellen zu können, betrachten wir nunmehr:

I. Die Emission der Wärme.

Auf Grund seiner Versuche kam Péclet zu folgenden Resultaten:

a) Die Quantität der durch die Flächeneinheit **gestrahlten** Wärme ist unabhängig von der Form und Größe des Körpers, dagegen abhängig von der Natur der Oberfläche, von der absoluten Temperatur derselben und von der Temperaturdifferenz zwischen dem Wärme abgebenden Körper und der ihn umgebenden Luft.

Die Quantität der pro Quadratmeter und Stunde gestrahlten Wärme ist gegeben durch die Formel:
$$R = 124{,}72\,K\,a^t\left(a^{\Theta} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

worin:

Θ die Temperaturdifferenz zwischen der Wärme abgebenden Fläche und der umgebenden Luft bezeichnet,
t die Temperatur der äußeren Luft,
a die konstante Zahl 1,007 und
K das Strahlungsvermögen, d. h. eine von der Natur der Oberfläche abhängige Zahl.

Tabelle IV enthält die Werte von K für die in der Praxis vorkommenden wichtigeren Substanzen.

Tabelle IV. Werte K des Strahlungsvermögens für verschiedene Substanzen.

Kupfer	0,16	Sand, feinkörnig . .	3,62
Messing	0,26	Bausteine	3,60
Zinn	0,21	Glas	2,91
Zink	0,24	Holz	3,60
Blech, poliert . . .	0,45	Wolle	3,68
Weißblech	0,65	Seide	3,71
Blech, oxydiert . . .	3,36	Ölfarbenanstrich . .	3,71
Gußeisen, neu . . .	3,17	Papier	3,77
„ oxydiert . .	3,36	Wasser	5,31

1) Péclet. Traité de la chaleur. Tome III, Note X.

b) Der Wärmeverlust durch **Leitung** ist unabhängig von der Natur der Oberfläche des Körpers und von der Temperatur der Umgebung; aber er ist abhängig von der Temperaturdifferenz des Wärme abgebenden Körpers gegen die ihn umgebende Luft, auch von der Form und den Dimensionen des Körpers.

Der Wärmeverlust durch Leitung ist pro Quadratmeter und Stunde gegeben durch die Formel:

$$A = 0{,}552\, K^1\, \Theta^{\,1{,}233} \quad . \;.\;.\;. \quad (3)$$

Hierin bedeutet:

Θ die Temperaturdifferenz zwischen dem Körper und der umgebenden Luft, und

K^1 eine Zahl, welche mit der Form und den Dimensionen des Körpers wechselt.

Für den Koeffizienten K^1 fand Péclet aus seinen Versuchen folgende empirische Formeln für Körper in Berührung mit Luft.

Tabelle V.

Kugelfläche vom Halbmesser r	$K^1 = 1{,}778 + \frac{0{,}13}{r}$	a.
Horizontale Cylinderfläche vom Halbmesser r	$K^1 = 2{,}058 + \frac{0{,}0382}{r}$	b.
Vertikaler Cylinder vom Halbmesser r und von der Höhe h	$K^1 = \left(0{,}726 + \frac{0{,}0345}{\sqrt{r}}\right) \cdot \left(2{,}43 + \frac{0{,}8758}{\sqrt{h}}\right)$	c.
Vertikale ebene Fläche von der Höhe h	$K^1 = 1{,}764 + \frac{0{,}636}{\sqrt{h}}$	d.

Anm. Die Formel d ergiebt sich aus c, wenn $r = \infty$ gesetzt wird.

In Tabelle V^a sind die Werte von K^1 für ebene vertikale Flächen und für verschiedene Werte von h berechnet.

Tabelle V^a.

Werte von h in Metern	Werte von K^1	Werte von h in Metern	Werte von K^1
0,10	3,775	2,00	2,21
0,20	3,186	3,00	2,13
0,30	2,926	4,00	2,08
0,40	2,770	5,00	2,05
0,50	2,663	10,00	1,96
0,60	2,585	15,00	1,92
1,00	2,400	20,00	1,90

c) Die Resultate seiner Versuche faßt Péclet endlich zusammen in der Formel:

$$W = 124{,}72\, K\, a^t \left(a^{\Theta} - 1\right) + 0{,}552\, K^1\, \Theta^{\,1{,}233} \quad . \quad (4)$$

oder auch:

$$W = S \,.\, K + L\, K^1,$$

wenn man setzt:

$$124{,}72\, a^t \left(a^{\Theta} - 1\right) = S \text{ und } 0{,}552\, \Theta^{\,1{,}233} = L.$$

In Tabelle VI sind für verschiedene Temperaturdifferenzen die entsprechenden Werte von S und L für Intervalle von 10° zusammengestellt, wobei die Temperatur des umgebenden Raumes t = 15° angenommen wurde.

Tabelle VI.

Temperaturdifferenz Θ	Werte von S	$\triangle'$	L	$\triangle'$	Temperaturdifferenz Θ	Werte von S	$\triangle'$	L	$\triangle'$
10°	11,2	12,0	9,4	12,8	140°	269,5	32,6	244,4	21,7
20°	23,2	12,9	22,2	14,4	150°	302,1	36,9	266,1	22,0
30°	36,1	14,0	36,6	15,6	160°	339,0	38,4	288,1	22,4
40°	50,1	15,2	52,2	16,4	170°	377,4	41,1	310,5	22,7
50°	65,3	16,4	68,6	17,4	180°	418,5	44,7	333,2	22,9
60°	81,7	17,6	86,0	18,0	190°	463,2	48,0	356,1	23,3
70°	99,3	19,2	104,0	18,6	200°	511,2	51,9	379,4	23,5
80°	118,5	20,2	122,6	19,1	210°	563,1	55,9	402,9	23,8
90°	138,7	22,6	141,7	19,8	220°	619,0	60,5	426,7	24,0
100°	161,3	24,0	161,5	20,0	230°	679,5	65,3	450,7	24,3
110°	185,3	26,0	181,5	20,6	240°	744,8	69,9	475,0	23,6
120°	211,3	28,0	202,1	21,0	250°	814,7		498,6	
130°	239,3	30,2	223,1	21,3					

Anm. Wenn die Temperatur t des umgebenden Raumes mehr oder weniger als 15° ist, so sind die Werte von S in vorstehender Tabelle mit den in Tabelle VII enthaltenen Korrektions-Faktoren zu multiplizieren.

Tabelle VII.

t =	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Korrekt.-Faktor	0,89	0,96	1,04	1,12	1,21	1,31	1,41	1,52	1,65	1,78	1,92

Liegt die Temperaturdifferenz Θ zwischen zwei Werten der Tabelle VI, so wird zur Entnahme der entsprechenden Werte von S und L eine kleine Interpolation erforderlich, bei welcher, da die Funktionen S und L nicht proportional mit dem Argument Θ anwachsen, neben der ersten Differenzreihe, welche in der Tabelle beigefügt ist, auch noch die zweite, die Differenzen dieser Differenzen zu berücksichtigen ist.

Es werde angenommen, das Argument Θ liege zwischen den Tafelwerten Θ_0 und Θ_1, welchen die Funktionen S_0

und S_1 entsprechen. Man nimmt zu diesen noch das nächstfolgende S_2 und bildet die Differenzen:

$$\begin{matrix} S_1 - S_0 = \triangle'_0 \\ S_2 - S_1 = \triangle'_1 \end{matrix} \quad \triangle'_1 - \triangle'_0 = \triangle''.$$

Für das Argument $\Theta = \Theta_0 + n$ (wo n von 0 bis 10 variiert) hat man dann zu rechnen:

$$S = S_0 + \frac{n}{10}\triangle'_0 + \frac{n\,(n-10)}{200}\triangle''$$

und ganz analog:

$$L = L_0 + \frac{n}{10}\triangle'_0 + \frac{n\,(n-10)}{200}\triangle''.$$

Zu dem Werte $\Theta = 35^0$ findet man z. B. die entsprechenden S und L folgendermaßen:

$$\begin{matrix} \Theta_0 = 30 & S_0 = 36{,}1 \\ \Theta_1 = 40 & S_1 = 50{,}1 \\ \Theta_2 = 50 & S_2 = 65{,}3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \triangle'_0 = +\,14{,}0 \\ \triangle'_1 = +\,15{,}2 \end{matrix} \quad \triangle'' = +\,1{,}2$$

$$n = 5 \qquad \frac{n\,(n-10)}{200} = -\frac{1}{8}$$

$$S = 36{,}1 + \frac{1}{2}\cdot 14{,}0 - \frac{1}{8}\cdot 1{,}2 = 43{,}0$$

$$\begin{matrix} L_0 = 36{,}6 \\ L_1 = 52{,}2 \\ L_2 = 68{,}6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \triangle'_0 = +\,15{,}6 \\ \triangle'_1 = +\,16{,}4 \end{matrix} \quad \triangle'' = +\,0{,}8$$

$$L = 36{,}6 + \frac{1}{2}\cdot 15{,}6 - \frac{1}{8}\cdot 0{,}8 = 44{,}3.$$

Es sei ferner gegeben $\Theta = 212^0$, dann ergiebt sich, da $\Theta_0 = 210$, $S_0 = 563{,}1$, $L_0 = 402{,}9$, $n = 2$

$$S = 563{,}1 + \frac{2}{10}\cdot 55{,}9 - \frac{16}{200}\cdot 4{,}6 = 573{,}9$$

$$L = 402{,}9 + \frac{2}{10}\cdot 23{,}8 - \frac{16}{200}\cdot 0{,}2 = 407{,}6.$$

Bei Benutzung der Tabelle VII genügt es, linear zu interpolieren, also nur die ersten Differenzen zu berücksichtigen; so ergiebt sich für 67° der Korrektions-Faktor:

$$1{,}41 + \frac{7}{10}(1{,}52 - 1{,}41) = 1{,}49.$$

Bezeichnen also S und L ganz allgemein zwei aus Tabelle VI und VII entnommene Zahlen, so hat man als Ausdruck für die Emission durch Strahlung und Leitung (Formel (4) der *Péclet*'schen Resultate)

$$W = \left(\frac{S\,.\,K + L\,.\,K^1}{\Theta}\right)\Theta \quad . \; . \; . \quad (4^a)$$

worin Θ der Temperaturunterschied zwischen dem abkühlenden Körper und seiner Umgebung. Der Ausdruck

$$\frac{S\,.\,K + L\,.\,K^1}{\Theta}$$

wird der *äußere Wärmeleitungs-Koeffizient*, auch der *Wärmeabgabe-Koeffizient* genannt. Bezeichnet man denselben mit Q, so ist $W = Q\,\Theta$, und setzt man $\Theta = 1^0$, so ist

$$W = Q,$$

d. h. *der* **äußere Wärmeleitungs-Koeffizient** *ist die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche von den beiden Begrenzungsflächen einer Wand pro Quadratmeter und Stunde aufgenommen oder abgegeben werden, wenn die Temperaturdifferenz Θ zwischen Wand und berührender Flüssigkeit 1° C. beträgt.*

Anwendung der Formeln.

1. *Beispiel.* Ein häufig vorkommender Fall ist die Berechnung der Wärmeabgabe von Dampfheizröhren. Es soll die Anzahl von Wärmeeinheiten gesucht werden, welche ein Quadratmeter gußeisernes horizontales Heizrohr stündlich emittiert, wenn dasselbe durch Dampf von 100° erhitzt wird und die Temperatur der Umgebung 15° beträgt.

Nach den Resultaten von *Péclet* bestimmt sich die Emission durch Strahlung und Leitung mittels der Formel (4)

$$W = S\,.\,K + L\,.\,K^1.$$

Aus Tabelle IV findet man für Gußeisen $K = 3{,}36$.

Zur Berechnung von K^1 dient die Formel b der Tabelle V

$$K^1 = 2{,}058 + \frac{0{,}0382}{r},$$

worin r den Durchmesser des horizontalen Cylinders bezeichnet. Setzt man für r nacheinander die Werte

0,05 0,10 0,15,

so findet man $K^1 =$

2,82 2,44 2,31.

Θ ist im vorliegenden Falle $= 85^0$, also nach vorstehender Anleitung:

$$S = 128{,}3; \quad L = 132{,}1.$$

Nunmehr findet man:

für $r = 0{,}05$ $W = 128{,}3\,.\,3{,}36 + 132{,}1\,.\,2{,}82 = 804$ Wärmeeinh.,
„ $r = 0{,}10$ $W = 128{,}3\,.\,3{,}36 + 132{,}1\,.\,2{,}44 = 753$ „
„ $r = 0{,}15$ $W = 128{,}3\,.\,3{,}36 + 132{,}1\,.\,2{,}30 = 735$ „

Wird das cylindrische Rohr jedoch *vertikal* angebracht, so ist zur Bestimmung von K^1 die Formel c zur Anwendung zu bringen:

$$K^1 = \left(0{,}726 + \frac{0{,}0345}{\sqrt{r}}\right)\cdot\left(2{,}43 + \frac{0{,}8758}{\sqrt{h}}\right);$$

unter r den Radius und unter h die Höhe des Cylinders verstanden.

Die nachstehende Tabelle VIII enthält für eine gewisse Anzahl von Höhen und Halbmessern die zugehörigen Werte von K^1.

Tabelle VIII.

Halbmesser des Cylinders	Höhe des Cylinders in Metern					
	0,50	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
0,025	3,55	3,20	2,95	2,84	2,79	2,73
0,05	3,22	2,90	2,68	2,57	2,52	2,48
0,10	3,05	2,75	2,54	2,44	2,39	2,35
0,20	2,93	2,65	2,45	2,35	2,30	2,26
0,30	2,88	2,60	2,40	2,31	2,26	2,22

2. Beispiel. Es ist die totale Emission eines 4 m langen, vertikalen, gußeisernen, cylindrischen Rohres zu berechnen, dessen Temperatur durch Dampf auf 100° gehalten wird, während die umgebende Luft 10° beträgt.

Aus Tabelle VIII findet man:

für $h = 4{,}0$ m und $r = 0{,}05$, $K^1 = 2{,}52$,

„ $h = 4{,}0$ „ „ $r = 0{,}10$, $K^1 = 2{,}39$.

Der Strahlungs-Koeffizient für Gußeißen ist: $K = 3{,}36$.

Da die Temperaturdifferenz im vorliegenden Falle 90° beträgt, so hat man nach Tabelle VI:

$$S = 138{,}7 \text{ und } L = 141{,}7.$$

Weil aber die Temperatur t der Luft nur 10° ist, so haben wir den Wert von S zu multiplizieren mit dem Korrektionsfaktor 0,96 (Tabelle VII), so daß

$$S = 133{,}15 \text{ und } L = 141{,}7 \text{ (wie oben).}$$

Endlich findet man:

für $r = 0{,}05$ $W = 133{,}15 \,.\, 3{,}36 + 141{,}7 \,.\, 2{,}52 = 804$ Wärmeeinh.

„ $r = 0{,}10$ $W = 133{,}15 \,.\, 3{,}36 + 141{,}7 \,.\, 2{,}39 = 786$ „

Bestände das cylindrische Rohr aus Kupfer, so ist unter sonst gleichen Verhältnissen nur der betreffende Koeffizient K einzusetzen. Nach Tabelle IV ist das Strahlungsvermögen des Kupfers 0,16, daher

für $r = 0{,}05$ $W = 133{,}15 \,.\, 0{,}16 + 141{,}7 \,.\, 2{,}52 = 378$ Wärmeeinh.

Vertikale Flächen endlich geben Leitungs-Koeffizienten, welche der Formel d in Tabelle V entsprechen. Ist nämlich h die Höhe der Fläche, so ist

$$K^1 = 1{,}764 + \frac{0{,}636}{\sqrt{h}}.$$

3. Beispiel. Ein gußeisernes Reservoir von rechteckiger Grundform wird mittels zuströmender Dämpfe auf einer Temperatur von 100° erhalten. Die Temperatur der Umgebung beträgt 0°; es soll der totale Wärmeverlust durch die Wandungen pro Quadratmeter und Stunde gefunden werden.

Für die Temperaturdifferenz $\Theta = 100°$ ist nach Tabelle VI und VII:

$$S = 161{,}3 \,.\, 0{,}89 = 143{,}5 \text{ und } L = 161{,}5.$$

Für Gußeisen ist $K = 3{,}36$ und K^1 bei 1 m Höhe $= 2{,}40$ (Tabelle V^a^), daher

$W = 143{,}5 \,.\, 3{,}36 + 161{,}5 \,.\, 2{,}40 = 482{,}1 + 387{,}6 = 869{,}7$ W.-E.

Alle diese Formeln beziehen sich auf Fälle, wo der emittierende Körper konstant dieselbe Wärmemenge inne hat, wie dies bei Dampfgefäßen geschieht, in denen immer frischer Dampf nachströmt und die abgegebene Wärme ersetzt. Auch wenn Wasser der Wärme abgebende Körper ist, können diese Formeln Anwendung finden, jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die Masse der Flüssigkeit groß genug ist, um wenigstens für eine gewisse Zeit als konstante Wärmequelle angesehen werden zu können. — Jedenfalls ist in allen vorgeführten Beispielen die Annahme gemacht, daß die Transmission durch dünne Metallwände hindurch stattfinde, deren Leitungsvermögen größer ist oder ebenso groß als dasjenige des Wärme abgebenden Körpers.

Sind die Wände, durch welche der Wärmeverlust stattfindet, von einiger Dicke, so gelten zwar die Koeffizienten für Strahlung und Leitung an die Wärme aufnehmende Luft, aber es kommt alsdann ein neuer Faktor hinzu, die Leitungsfähigkeit desjenigen Materiales, aus dem die Wand hergestellt ist. Auch diesen Koeffizienten hat Péclet für eine große Anzahl von Körpern bestimmt.[1])

§ 15.

II. Transmission der Wärme.

Um zu einem Ausdruck zu gelangen für die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer homogenen ebenen Wand von konstanter Dicke durchdringt, knüpfen wir wiederholt an die in § 12 aufgestellte Hypothese der Wärmefortpflanzung im Innern dieser Wand. Die im Beharrungszustande durch unendlich dünne Schichten transmittierte Wärmemenge ist nun direkt proportional der Oberfläche F und der Temperaturdifferenz der beiden Außenflächen τ_1 und τ_2 der

1) Péclet. Traité de la chaleur. Der Apparat bestand aus Gefäßen desjenigen Materiales, dessen Wärmeleitungsfähigkeit man suchte bei verschiedener Dicke, verschiedener Form und Dimensionen. Sie wurden bald von außen, bald von innen mit heißem Wasser oder Dampf in Berührung gebracht. Durchlässige und pulverförmige oder faserige Körper wurden mit dünnen Schichten einer dichten Substanz bekleidet. Da die entsprechenden Werte für die Oberflächen bekannt waren, konnte man die Leitungsfähigkeit der eingeschlossenen Substanz wohl berechnen.