



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Joh. Müller's Lehrbuch der kosmischen Physik

Müller, Johann Heinrich Jacob

Braunschweig, 1894

Zweites Capitel. Gestalt, Grösse und Axendrehung der Erde.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-96939](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-96939)

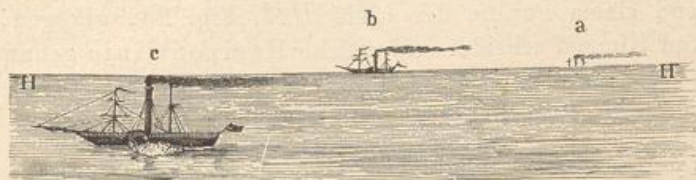
Zweites Capitel.

Gestalt, Grösse und Axendrehung der Erde.

Krümmung der Erdoberfläche. Bisher haben wir die Erdoberfläche als eine Ebene betrachtet, wie sie, die Unebenheiten der Gebirge abgerechnet, auf den ersten Anblick wohl auch erscheinen mag; eine aufmerksame Beobachtung der Meeresoberfläche zeigt uns aber schon, dass die Erdoberfläche gekrümmt sein muss.

Wenn man von einem etwas erhöhten Standpunkte, sei es von einem Thurme oder einem Berge am Ufer, oder von den Masten eines Schiffes aus, auf das offene Meer hinausschaut, so sieht man von einem hinläng-

Fig. 28.



lich entfernten Schiffe nur die Spitzen der Masten oder des Schornsteins, wie es bei *a*, Fig. 28, dargestellt ist. Wenn sich das Schiff dem Beobachter nähert, so scheint es allmählich aus dem Wasser aufzutauchen, bis es endlich vollständig sichtbar wird und nun gerade auf der Grenzlinie *HH* zwischen Himmel und Meer zu ruhen scheint, wie bei *b*. Bei fort-dauernder Annäherung scheint nun das Schiff auf der Meeresoberfläche von der Linie *HH* herabzusteigen, so dass es mehr und mehr, und wenn der Beobachter hoch genug steht, endlich ganz auf die Meeresfläche projicirt erscheint, wie bei *c*.

Auch auf Landseen von einiger Ausdehnung zeigt sich die eben besprochene Erscheinung; Fig. 29 stellt dieselbe dar, wie man sie auf dem Bodensee beobachtet, wenn man sich 3 bis 4 m über dem Wasserspiegel, etwa auf dem Verdeck eines Dampfschiffes, befindet. Um die fernen Schiffchen hinlänglich deutlich zu sehen, muss man jedoch ein, wenn auch schwach vergrößerndes Fernrohr anwenden.

Von dem Hafen von Friedrichshafen aus kann man nur den oberen Theil der Häuser von Rorschach sehen; um von Friedrichshafen aus

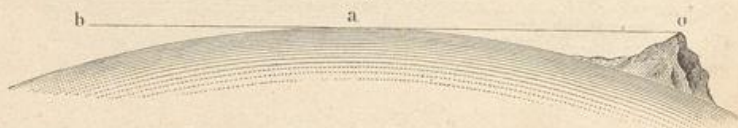
Fig. 29.



auch das Seeufer von Rorschach zu sehen, muss man sich schon 25 m hoch über den Spiegel des Sees erheben. Zu Bregenz muss man sich schon 50 m hoch über den See erheben, um Constanz vollständig sehen zu können.

Diese Erscheinung zeigt offenbar, dass die Meeresoberfläche gekrümmt ist. Denkt man sich von dem Auge des Beobachters eine gerade Linie nach irgend einem Punkte der Linie *HH*, Fig. 28, gezogen, welche Wasser und Himmel scheidet und welche Horizontlinie genannt wird,

Fig. 30.



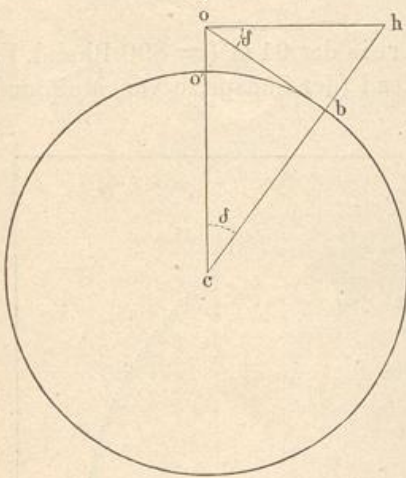
so ist diese Linie offenbar eine Tangente der krummen Meeresoberfläche, wie dies Fig. 30 erläutert, in welcher *o* den Standpunkt des Beobachters, *oab* eine Gesichtslinie bezeichnet, welche die Meeresoberfläche in *a* streift.

Sieht der Beobachter nichts als Himmel und Meer, so begrenzt die Scheidelinie zwischen beiden, also die rings um ihn herumlaufende Horizontlinie, welche die Gesamtheit aller Punkte enthält, in welchen die von dem Auge ausgehenden Gesichtslinien die Meeresoberfläche tangiren,

eine Fläche, welche wir den Gesichtskreis nennen wollen. Je höher nun der Beobachter sich über den Spiegel des Meeres erhebt, desto mehr wächst der von ihm übersehene Gesichtskreis, desto mehr rückt die Horizontlinie von ihm weg.

Es sei nun der Beobachter in o und ein Punkt des Meereshorizontes in b . Zieht man durch o eine wagerechte Linie oh , so dass die durch oh und ob bestimmte Ebene senkrecht steht, so bezeichnet der Winkel hob die sogenannte Depression des Horizontes oder die Kimmtiefe. Verbindet man o und b mit dem Mittelpunkte der Erde c , und verlängert cb bis zum Durchschnitt mit oh in h , so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ohb und ohc der Winkel och gleich dem Winkel hob gleich der Depression des Horizontes. Bezeichnet man nun

Fig. 31.



mit o' den Punkt, in welchem die Linie oc das Meeresniveau schneidet, und setzt den Radius der Erdkugel gleich der Einheit, so wird der Bogen $o'b$ gleich der Depression. Der Bogen $o'b$ ist aber nichts Anderes als der Radius des Gesichtskreises, oder die auf dem Niveau des Meeres gemessene Entfernung des Punktes o' von der Peripherie des Kreises, den man von o aus zu übersehen vermag.

Eine Bogenminute des Erdumfanges nennt man nun eine Seemeile und dieselbe entspricht dem vierten Theil einer geographischen Meile. Der in Seemeilen ausgedrückte Radius des Gesichtskreises ist demnach gleich der in Bogen-

minuten ausgedrückten Depression des Horizontes.

Ist nun oo' , oder die Höhe des Beobachters über dem Meere, in Rheinl. Fussen ausgedrückt, gleich h , so ergibt die Grösse \sqrt{h} genähert den Radius des Gesichtskreises in Seemeilen und die Depression in Bogenminuten.

Setzt man nämlich den Radius der Erde $= R$ und die Depression $= \delta$, so ist $cb = co \cdot \cos \delta$, oder $R = (R + h) \cos \delta$, und

$$\cos \delta = \frac{R}{R + h}, \text{ und da } \sin \delta = \sqrt{1 - \cos^2 \delta},$$

so wird auch

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R + h)^2}} \\ &= \frac{\sqrt{(R + h)^2 - R^2}}{R + h} \\ &= \frac{\sqrt{h^2 + 2Rh}}{R + h}, \end{aligned}$$

und man hat wegen der Kleinheit von h gegen R hinreichend genau:

$$\delta \cdot \sin 1' = \frac{\sqrt{2Rh}}{R} = \sqrt{\frac{2h}{R}}$$

$$\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sin 1'} \cdot \sqrt{h}.$$

Nun ist $R = 20319645,3$ Rh. Fuss

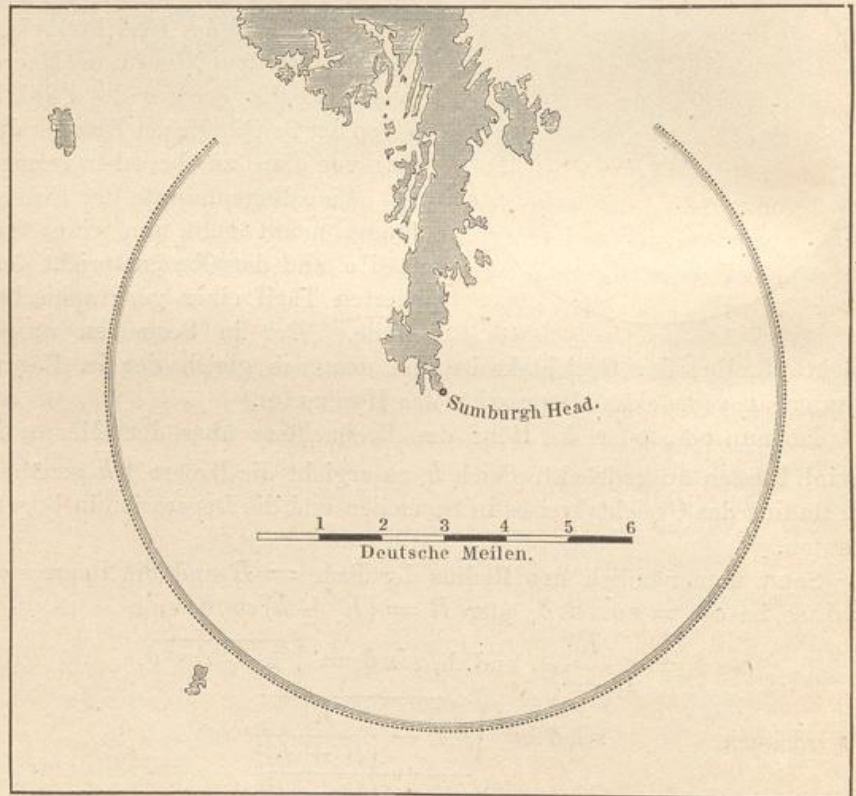
$$\sqrt{R} = 4507,7$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin 1'} = 4861,7,$$

und daher $\delta = \frac{4861,7}{4507,7} \sqrt{h} = 1,0785 \cdot \sqrt{h}$; oder genähert $\delta = \sqrt{h}$,
worin also δ in Seemeilen resp. Bogenminuten, und h in Rheinl. Fussen
ausgedrückt ist.

Fig. 32 stellt den Erleuchtungskreis des 91 m (= 890 Rheinl. F.)
hohen Leuchthturmes von Sumburgh Head (der Südspitze von Mainland,

Fig. 32.



der grössten unter den shetländischen Inseln) dar, d. h. den Kreis, inner-
halb dessen von dem Verdeck eines Schiffes das Feuer jenes Leucht-
thurmes sichtbar ist.

Um zu untersuchen, ob es von einem Punkte aus möglich ist, falls sich keine anderen Gegenstände dazwischen befinden, einen anderen Punkt *B* zu sehen, oder ob die Krümmung der Erdoberfläche die Möglichkeit verhindert, muss man für beide Punkte den Radius des Gesichtskreises berechnen. Ist die Summe beider Radien grösser als die Entfernung der beiden Punkte, so ist die Sichtbarkeit möglich, im entgegengesetzten Falle unmöglich.

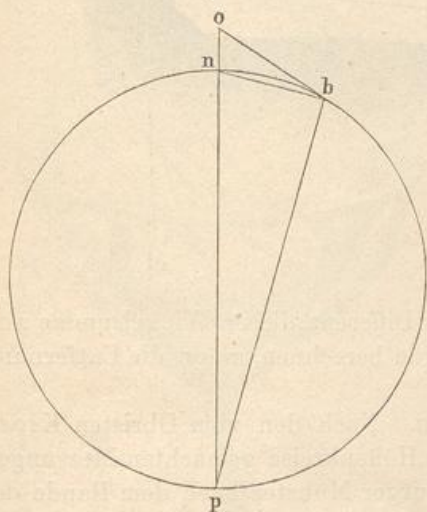
Es soll z. B. untersucht werden, ob es möglich ist, vom Brocken aus den Hamburger Michaelisthurm zu sehen. Die Höhe des Brockens ist 3631 Rh. F., die der Spitze des Michaelisturmes 435 Rh. F. über dem Meere. Wir haben

$$\sqrt{3631} = 60,26$$

$$\sqrt{435} = 20,85.$$

Die Summe, oder 81,11 Seemeilen = 20,28 geographische Meilen ist gleich der Summe der Halbmesser der beiden Gesichtskreise. Dieselbe ist kleiner, als die Entfernung der beiden Orte, welche $26\frac{1}{2}$ geographische Meilen beträgt, und es ist daher nicht möglich, den Michaelisthurm vom Brocken aus zu sehen.

Fig. 33.



Die auf jedem Punkte des Meeres in gleicher Weise und in gleichem Betrage hervortretende Depression des Horizontes deutet nun darauf hin, dass wenigstens die Meeresoberfläche kugelförmig gekrümmt sei.

Da aber die Oberfläche der Meere viel grösser ist als die der Länder, da ferner die Erhebung der Continente über den Meeresspiegel verhältnissmässig ganz unbedeutend ist, so können wir schliessen, dass die ganze Erde eine Kugel sei.

Gehen wir von dieser Annahme aus, so können wir umgekehrt aus beobachteten Werthen für den Radius des Gesichtskreises die Grösse des Erdhalbmessers berechnen. Der Kreis Fig. 33 stelle einen Durchschnitt der Erdkugel dar, so ist *np* ein Durchmesser derselben. *o* sei nun der Standpunkt des Beobachters, *ob* eine durch sein Auge an die Erdoberfläche gelegte Tangente, so sind die Dreiecke *nob* und *obp* einander ähnlich und man hat

$$no:ob = ob:op$$

und daraus:

$$op = \frac{ob^2}{no}.$$

Wenn die Erhebung $no = 1000'$ ist, so ist $ob = 198000'$, es ist also

$$op = \frac{198000^2}{1000} = 39204000.$$

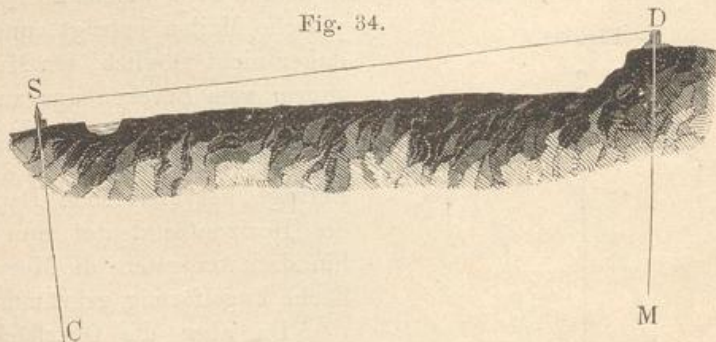
Ziehen wir davon $no = 1000$ ab, so bleibt für den Durchmesser der Erde $D = 39203000$ Fuss oder 1782 deutsche Meilen, da eine solche Meile in runder Zahl gleich 22000 Fuss ist.

Eine solche Bestimmungsweise des Erddurchmessers kann natürlich keine genauen Resultate liefern.

Sehr gut lassen sich aus geodätischen Höhenmessungen sowohl die Krümmung der Erde nachweisen, als auch ihre Dimensionen annähernd berechnen.

Wenn man nämlich an zwei möglichst weit von einander entfernten Orten, die so gelegen sind, dass man von jedem aus den anderen sehen kann, den Winkel misst, welchen an jedem dieser Orte die Verticale desselben mit der beide Orte verbindenden Visirlinie macht, so beträgt die Summe dieser Winkel nicht 180° , wie es sein müsste, wenn die Verticalen

Fig. 34.



beider Orte parallel wären. Aus der Differenz dieser Winkelsumme von 180° lässt sich der Halbmesser der Erde berechnen, wenn die Entfernung beider Orte bekannt ist.

Ein Beispiel mag dies erläutern. Nach den vom Obristen Klose im Jahre 1833 mit einem achtzölligen Höhenkreise gemachten Messungen macht die Visirlinie SD vom Strassburger Münster nach dem Rande des Durlacher Wartthurms mit der Verticalen SC einen Winkel von $89^\circ 48'$, während der Winkel SDM gleich $89^\circ 35'$ gefunden wurde. Da die Summe dieser beiden Winkel, $179^\circ 23'$, kleiner ist als 180° , so sind also die Linien SC und DM nicht parallel, sondern sie convergiren, und der Winkel, unter welchem sie im Mittelpunkte der Erde (vollkommene Kugelgestalt vorausgesetzt) zusammentreffen, ist $180^\circ - (179^\circ 23') = 37'$.

Da nun aber die Entfernung des Strassburger Münsters vom Durlacher Wartthurme 71058 m beträgt, so hat man, um zu berechnen, wie lang $\frac{1}{4}$ des Erdumfanges ist, die Proportion:

$$37' : 71058^m = 90^\circ : x$$

oder:

$$37' : 71058^m = 5400' : x,$$

also

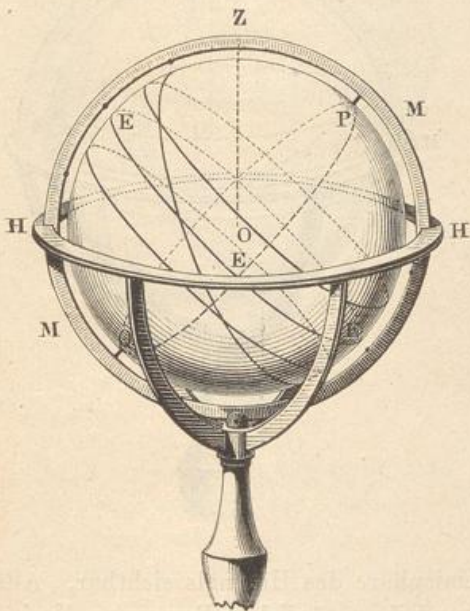
$$x = 10370000 \text{ Meter.}$$

Demnach würde sich die Länge des Erdhalbmessers gleich 900 Meilen ergeben. Die Sicherheit der Bestimmung wird aber sehr beeinträchtigt durch die atmosphärische Strahlenbrechung, von welcher später die Rede sein soll.

Weitere Beweise für die Kugelgestalt der Erde liefern die sogenannten Reisen um die Welt und die Gestalt des Erdschattens, wie man sie bei Mondfinsternissen zu beobachten Gelegenheit hat; am entschiedensten aber ergibt sie sich, wenn man mit Aufmerksamkeit den Anblick des gestirnten Himmels in verschiedenen Gegenden vergleicht.

Bestimmung der Kugelgestalt durch astronomische 15 Beobachtungen.

Fig. 35.



für das mittlere Deutschland die Weltaxe ungefähr einen Winkel von 50 Graden und also die Ebene des Aequators einen Winkel von 40 Graden mit der Ebene des Horizontes mache. Das ändert sich nun, sobald man nach Norden oder nach Süden reist.

Je weiter man nach Norden geht, desto mehr steigt der Polarstern in die Höhe, während der Himmelsäquator sich in gleichem Maasse gegen die Ebene des Horizontes senkt. Es nimmt also die Zahl der Sterne zu, welche nicht auf- und nicht untergehen; dagegen wird aber auch ein immer grösserer Theil der südlichen Hälfte der Himmelskugel ganz unsichtbar, der Gürtel der Sterne, welche auf- und untergehen, wird immer schmaler.

Am besten kann man sich diese Veränderungen anschaulich machen, wenn man einen Himmelsglobus zur Hand nimmt. Fig. 35 zeigt einen Himmelsglobus in derjenigen Stellung, wie sie den Erscheinungen des gestirnten Himmels im mittleren Deutschland entspricht; der Nordpol des Himmels steht 50° über der Ebene des Horizontes, mit welcher der Himmelsäquator einen Winkel von 40° macht.

Soll der Himmelsglobus die Erscheinungen nördlicher gelegener Gegenden darstellen, so muss man den Messingring *M* so drehen, dass die Axe *PQ* sich mehr und mehr der Verticalen nähert. In der Stellung

Fig. 36 z. B. zeigt der Himmelsglobus die Erscheinungen des gestirnten Himmels, wie sie ungefähr an den nördlichsten Grenzen Europas wahrgenommen werden. Die Zenithdistanz des Polarsternes beträgt keine 20° mehr, die Plejaden gehen nicht mehr unter, sondern man sieht ihre obere und ihre untere Culmination. Sirius und Spica erheben sich am südlichen Himmel kaum noch über den Horizont, während Antares im Scorpion und Fomalhaut im südlichen Fisch gar nicht mehr sichtbar werden.

Könnte man vom Nordcap aus noch so weit nach Norden fortgehen, wie das Nordcap von Frankfurt am Main liegt, so würde man zu einem Punkte kommen, wo der Nordpol des Himmels im Zenith liegt und der Himmelsäquator in die Ebene des Horizontes fällt, wie es Fig. 37 darstellt.

Fig. 36.

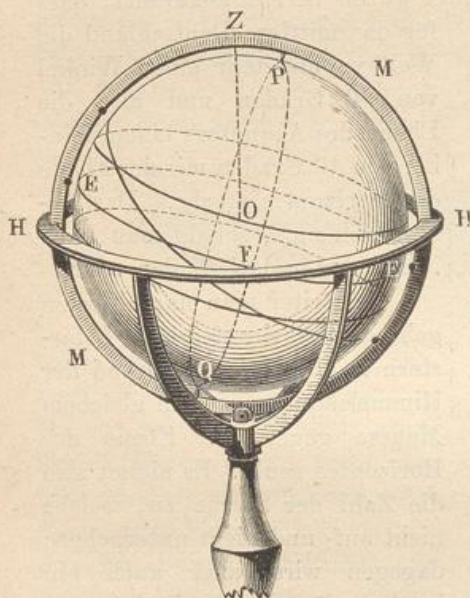
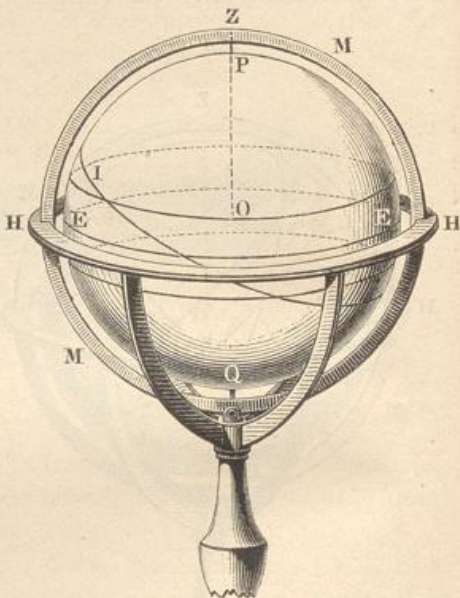


Fig. 37.



Hier ist nur noch die nördliche Hemisphäre des Himmels sichtbar. Alle sichtbaren Sterne beschreiben während ihrer täglichen Bewegung Kreise, welche mit dem Horizont parallel sind, die Höhe eines Sternes bleibt also stets unverändert.

Verfolgen wir nun auch die Veränderungen, welche der gestirnte Himmel darbieten wird, wenn man vom mittleren Deutschland aus nach Süden geht. Der Nordpol des Himmels senkt sich immer mehr und immer kleiner wird der Kreis der Sterne, welche nicht auf- und nicht untergehen. Auf den Inseln des Grünen Vorgebirges z. B. ist der Polarstern nur noch 15° über dem Horizont.

Das Sternbild des grossen Bären gehört hier nicht mehr zu denen, welche stets über dem Horizont bleiben; dagegen bleibt auch nur ein

kleiner Theil des südlichen Himmels unsichtbar, und das schöne Sternbild des Kreuzes glänzt am südlichen Himmel. Fig. 38 stellt ungefähr die Stellung der Himmelskugel gegen den Horizont dar, wie sie auf den Inseln des Grünen Vorgebirges beobachtet wird.

Noch weiter nach Süden fortschreitend, gelangt man endlich an Orte, wo der Himmelsäquator durch das Zenith geht, Fig. 39, wie dies z. B. in Quito der Fall ist. Nach Norden hin sieht man den Nordpol, nach Süden hin den Südpol des Himmels im Horizont. Alle Parallelkreise des Himmels stehen rechtwinklig auf der Ebene des Horizontes. Kein Stern

Fig. 38.

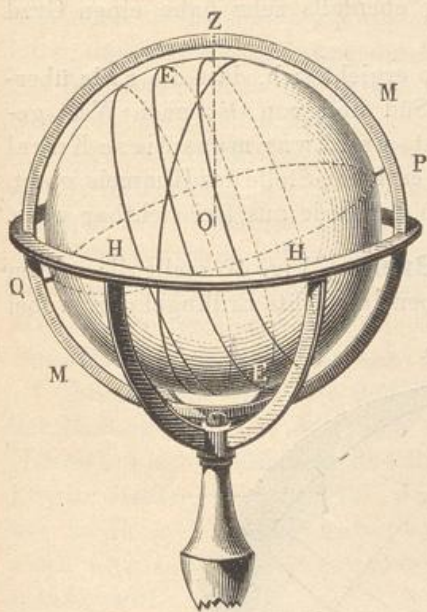
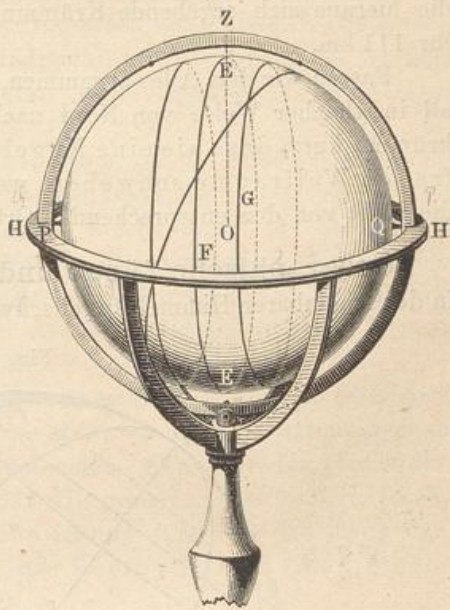


Fig. 39.



des Himmels bleibt beständig über, keiner beständig unter dem Horizont, für alle Sterne ist der Tagbogen dem Nachtbogen gleich.

Setzt man den Weg nach Süden hin immer noch weiter fort, so verschwindet der Nordpol des Himmels unter dem Horizont, der Südpol dagegen steigt höher und höher.

Aus diesen eben besprochenen Erscheinungen geht hervor, dass die Erde in der Richtung von Norden nach Süden hin gekrümmt sein muss, und zwar ziemlich gleichförmig; denn für je 111 km, um welche man gerade nach Norden hin fortschreitet, erhebt sich der Polarstern ungefähr um 1° mehr über den Horizont.

Ebenso ist aber auch die Erde in der Richtung von Ost nach West gekrümmt. Reist man gerade nach Westen hin, so ändert sich zwar der Anblick des gestirnten Himmels durchaus nicht, aber die Zeit des Auf- und Unterganges der Gestirne, die Zeit ihrer Culmination ist nicht dieselbe. In demselben Moment, in welchem die Sonne in London aufgeht, ist sie zu Berlin schon bald eine Stunde lang über dem Horizont; und

Die Ebene des Himmelsäquators schneidet die Erde in einem Kreise *bca*, welcher der Aequator der Erde ist.

Denken wir uns an irgend eine Stelle der Erdoberfläche eine Berührungsebene gelegt, so ist diese der scheinbare Horizont, d. h. der Horizont, welcher dem auf dieser Stelle der Erdoberfläche befindlichen Beobachter in der That die sichtbare Hälfte der Himmelskugel begrenzt. Eine parallel mit dem scheinbaren Horizont durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Ebene nennt man dagegen den wahren Horizont. Es ist klar, dass ein auf dem Nordpol der Erde stehender Beobachter den Nordpol des Himmels im Zenith hat, dass dagegen für einen auf dem Erdäquator stehenden Beobachter ein Punkt des Himmelsäquators das Zenith bildet, kurz, dass bei Veränderung des Standpunktes auf der Erde der Anblick des Himmels sich in der Weise ändern müsse, wie wir es im vorigen Paragraphen gesehen haben.

Den Stundenkreisen und Parallelkreisen auf der Himmelskugel entsprechend denkt man sich auch auf der Erdkugel ein System von Kreisen gezogen. — Diejenigen grössten Kreise, welche durch die beiden Pole *p* und *p'* der Erde gehen, welche also den Stundenkreisen der Himmelskugel entsprechen, werden Längenkreise, Meridiankreise oder nur Meridiane genannt. Die mit dem Aequator parallelen Kreise heissen Parallelkreise oder Breitenkreise.

Mittelst dieser Kreise findet die Ortsbestimmung auf der Oberfläche der Erdkugel ganz in derselben Weise statt, wie die Ortsbestimmung am Himmel, durch Declination und Rectascension. Was für die Himmelskugel die Declination ist, das ist die geographische Breite für die Erdkugel; die geographische Länge hat für die Erdkugel eine ähnliche Bedeutung, wie die Rectascension für die Himmelskugel.

Die geographische Breite eines Ortes ist der auf seinem Meridian gemessene Bogen von dem Orte bis zum Erdäquator. So ist z. B. die geographische Breite von Freiburg 48° , Freiburg ist also noch um 42 Breitengrade vom Nordpol der Erde entfernt, da der Bogen vom Pol bis zum Aequator 90° beträgt.

Die geographische Länge eines Ortes ist der auf dem Aequator gezählte Winkel oder Bogen, welcher zwischen dem Meridian des Ortes und irgend einem bestimmten zum Ausgangspunkte der Zählung gewählten Meridian liegt.

Gewöhnlich zählte man bisher auf deutschen Landkarten die Längen von demjenigen Meridian, welcher genau 20° westlich von Paris liegt und nach der Insel Ferro benannt wird, bei welcher er nahe vorbeigeht.

So ist denn die Lage von Freiburg bestimmt, wenn man sagt, es liege in einer nördlichen Breite von 48° und seine geographische Länge sei $25\frac{1}{2}^{\circ}$ östlich von Ferro.

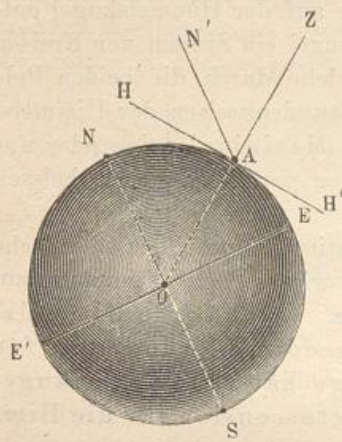
Die Engländer nehmen den Meridian von Greenwich, die Franzosen den von Paris zum Ausgangspunkte für die Zählung der geographischen

Längen. In neuerer Zeit wird auch auf deutschen Landkarten die geographische Länge meist nach Greenwich gerechnet.

17 **Bestimmung der geographischen Breite eines Ortes.**

Fig. 41 stelle die Erdkugel dar. NS sei die Erdaxe, EE' der zur geraden Linie verkürzt erscheinende Erdäquator; es sei ferner A irgend ein Ort auf der Erdoberfläche, so ist der Bogen EA die geographische Breite desselben. Denken wir uns nun von A aus eine gerade Linie AN' parallel mit der Erdaxe gezogen, so trifft die Verlängerung dieser Linie gerade den Himmelspol (da ja die Dimensionen der Erde verschwindend klein sind gegen die des Himmelsraumes). Der Winkel aber, welchen AN' mit AH , der Ebene des Horizontes von A , macht, ist offenbar gleich dem Winkel EOA , oder mit anderen Worten: die geographische

Fig. 41.



Breite eines Ortes ist seiner Polhöhe gleich.

Um die geographische Breite eines Ortes zu ermitteln, hat man also nur zu messen, um wie viel Grade der an diesem Orte sichtbare Himmelspol über der Ebene des Horizontes steht.

Da aber der Himmelspol nicht durch einen bestimmten Stern bezeichnet ist, so kann man die Polhöhe nicht durch eine einzige directe Messung finden; sie ergibt sich aber sehr einfach aus der Beobachtung der oberen und unteren Culmination der Circumpolarsterne. Hat man die Höhe eines der Circumpolarsterne zur Zeit der oberen

und dann wieder zur Zeit der unteren Culmination gemessen, so hat man aus diesen beiden Winkeln nur das Mittel zu nehmen, um die Polhöhe zu finden.

Man hat z. B. zu Freiburg gefunden:

Höhe des Polarsterns zur Zeit der unteren Culmination $46^{\circ} 32'$

" " " " " " oberen " $49^{\circ} 28'$,

so ergibt sich daraus die Polhöhe von Freiburg gleich 48° .

An Orten, wo die Localitäten oder auch die Einrichtung der Instrumente die Beobachtung der Circumpolarsterne nicht zulassen, kann man auch aus der Höhe eines anderen Sternes zur Zeit seiner oberen Culmination auf die geographische Breite des Beobachtungsortes schliessen, da ja die Declination, aller helleren Sterne wenigstens, durch genaue Messungen auf den ersten Sternwarten ein- für allemal bekannt ist (Cap. I, §. 11). Beobachtet man nun die Höhe eines südlich vom Zenith culminirenden Sternes zur Zeit seiner Culmination, so hat man von derselben nur die Declination des Sternes abzuziehen (oder zu addiren, wenn die Declination eine südliche ist), um zu erfahren, welchen Winkel der

Himmelsäquator mit der Ebene des Horizontes macht. Dieser Winkel ist aber gleich der Zenithdistanz des Himmelspols und ergänzt also die Polhöhe (also auch die geographische Breite) zu 90° .

Bezeichnen wir mit d die Declination, mit h die beobachtete Culminationshöhe eines Sternes, so macht also der Himmelsäquator mit dem Horizont des Beobachtungsortes einen Winkel

$$p = h \mp d,$$

wo das obere Zeichen bei nördlicher Declination zu setzen ist. Die geographische Breite b des Ortes ist aber $90^\circ - p$, also

$$b = 90^\circ - h \pm d.$$

Man hat z. B. zu Freiburg die Höhe des Procyon (α Canis minoris), dessen nördliche Declination $5^\circ 30'$ ist, zur Zeit seiner Culmination gleich $47^\circ 30'$ gefunden und daraus ergibt sich 42° als Werth des Winkels, welchen der Himmelsäquator mit dem Horizont von Freiburg macht, die geographische Breite von Freiburg ist also 48° .

Bestimmung der geographischen Länge. Nach der obigen 18 Definition wird die geographische Länge eines Ortes durch den Winkel gemessen, welchen der Meridian desselben mit demjenigen Meridian macht, den man zum Nullpunkte der geographischen Länge gewählt hat.

Um den Unterschied der geographischen Länge zweier Orte zu ermitteln, muss man bestimmen, um wie viel die Culmination eines und desselben Sternes an dem einen Orte später eintritt als am anderen. Diese Zeitdifferenz hat man nur mit 15 zu multipliciren, um den gesuchten Längenunterschied in Bogenmaass ausgedrückt zu erhalten.

Die Zeitdifferenz erhält man aber durch die Vergleichung zweier Uhren, von denen die eine nach der Zeit des ersten, die andere nach der Zeit des zweiten Ortes regulirt ist. Eine solche Vergleichung kann man aber nach verschiedenen Methoden ausführen.

Sind die beiden Orte, deren Längenunterschied man ermitteln will, nicht gar zu weit von einander entfernt, so wählt man zwischen beiden Stationen einen Punkt, etwa eine Bergspitze, einen Thurm u. s. w., welcher von beiden Orten aus zugleich gesehen werden kann, auf welchem dann ein vorher verabredetes Signal, etwa durch Anzünden einer kleinen Menge Pulver, gegeben wird. Die Beobachter an den beiden Stationen, welche den Gang ihrer Uhren durch astronomische Beobachtungen regulirt haben, notiren die Zeit, in welcher sie das Signal wahrnehmen, und aus der Vergleichung der notirten Zeitmomente ergibt sich dann der verlangte Zeit- und Längenunterschied.

Wenn die beiden Orte durch einen elektrischen Telegraphen mit einander verbunden sind, so kann man sich desselben zur Bestimmung der Längenunterschiede bedienen, da die Geschwindigkeit des galvanischen Stromes so gross ist, dass man die Fortpflanzung des Signals von der einen Station zur anderen als momentan betrachten darf. Der Beobachter der einen Station notirt sich die Uhrzeit, in welcher er

das elektrische Signal absendet, der andere beobachtet die Uhrzeit, in welcher er es wahrnimmt. Die Differenz dieser Uhrzeiten giebt den Längenunterschied.

Nach dieser Methode wurden auch am 13. und am 29. August 1852 Morgens zwischen 6 und 7 Uhr Versuche zur Bestimmung des Längenunterschiedes von Frankfurt a. M. und Berlin gemacht. Das Signal bestand in einem einfachen Drucke auf den Schlüssel des Telegraphen und wurde an dem anderen Ende der Telegraphenlinie als ein einfaches Knacken von nicht messbarer Dauer gehört. Bezeichnen wir mit t_b die Berliner Zeit für den Moment eines solchen Signals, mit t_f die gleichzeitige Frankfurter Zeit, so ergab sich für den fraglichen Längenunterschied beider Orte im Durchschnitt aus allen zu Berlin gegebenen Signalen (Jahresbericht des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. für 1852 und 1853):

$$D = t_b - t_f = 18^m 51,89^s$$

und das Mittel aus allen Frankfurter Signalen

$$D' = t_b - t_f = 18^m 51,77^s.$$

Wenn eine messbare Zeit c zwischen der Abgabe und der Ankunft eines Signals verstriche, so hätte man, wenn sich t_b und t_f auf die Momente der Zeichengebung beziehen, die Differenz der Uhrzeiten des Abgangs und der Ankunft für die Berliner Signale

$$D = t_b - (t_f + c)$$

und für die Frankfurter Signale

$$D' = (t_b - c) - t_f.$$

Es müsste also die Differenz D' für die Frankfurter Signale grösser sein als die entsprechende Differenz D für die Berliner Signale. Da dies nun nicht der Fall ist, so liefern diese Versuche zugleich den Beweis, dass die Zeit, in welcher sich der galvanische Strom von Berlin nach Frankfurt fortpflanzt, in der That verschwindend klein ist.

Die beschriebene Methode ist natürlich nur dann anwendbar, wenn die beiden Orte durch einen Telegraphendraht verbunden sind. Ist dies nicht der Fall, so muss man statt der irdischen Signale himmlische anwenden, d. h. man beobachtet den Moment, in welchem gewisse Erscheinungen am Himmel, die wir später noch besprechen werden, wie Sternbedeckungen, Verfinsterung von Jupiterstrabanten u. s. w., eintreten. Den Zeitpunkt, in welchem diese Erscheinungen an irgend einer der Hauptsternwarten eintreten müssen, erfährt man aus den astronomischen Jahrbüchern, welche von den Astronomen einiger Observatorien herausgegeben werden und welche die für einige Jahre schon vorausberechneten Momente dieser Erscheinungen enthalten.

So enthält z. B. das Berliner astronomische Jahrbuch für 1853 die Angabe, dass am 20. Mai dieses Jahres eine Bedeckung des Sternes α Virginis durch den Mond stattfinde, und zwar müsste der Stern für Berlin um 13^h 16,4^m am östlichen Mondrande eintreten. Lorey beobachtete den Eintritt dieses Sternes zu Frankfurt a. M. an demselben

Tage um $12^h 56,2^m$; demnach betrüge der Längenunterschied zwischen Berlin und Frankfurt $20^m 12^s$. An dieses Resultat sind aber noch Correctionen anzubringen, welche hier nicht besprochen werden können.

Am einfachsten ergeben sich die Längendifferenzen durch Anwendung guter, gleichförmig gehender Chronometer, welche man von dem einen Orte an den anderen mit hinhinimt. Diese Methode wird vorzugsweise zur Längenbestimmung auf der See angewendet. Vor Antritt der Reise, oder beim Anlaufen einer Station, deren geographische Länge bekannt ist, wird ermittelt, um wie viel das Chronometer gegen die mittlere Zeit irgend eines Normalortes, z. B. der Greenwicher Sternwarte, unrichtig zeigt, und wie viel es täglich gegen mittlere Zeit gewinnt oder verliert. Dadurch kommt man in den Stand, für längere Zeit nachher den Fehler des Chronometers gegen Greenwicher mittlere Zeit zu kennen. Vergleicht man nun die durch Gestirnsbeobachtungen gefundene mittlere Zeit des Ortes, an dem man sich befindet, mit derjenigen Greenwicher Zeit, welche gleichzeitig nach dem Chronometer stattfindet, so entspricht die gefundene Differenz der Längendifferenz des Ortes von Greenwich.

Eine nach dieser Methode gemachte Längenbestimmung wird natürlich um so genauer ausfallen, je regelmässiger und genauer der Gang der Uhr ist. Wo es auf sehr grosse Genauigkeit ankommt, wendet man gleichzeitig mehrere Chronometer an und nimmt das Mittel aus allen einzelnen Bestimmungen; so wurde im Jahre 1824 die Länge von Altona, Helgoland und Bremen in Beziehung auf die Sternwarte von Greenwich durch 35 Chronometer, mit welchen man sechsmal die Reise über das Meer machte, und im Jahre 1843 wurde in gleicher Weise der Längenunterschied der Sternwarte von Pulkowa bei Petersburg und der von Greenwich mit Hilfe von 68 vorzüglichen Chronometern bestimmt.

Wie man die Zeit des Beobachtungsortes selbst ermittelt, werden wir später sehen.

Die umstehende Tabelle enthält die Länge und Breite einiger Sternwarten.

Name des Ortes	Geographische Breite	Länge von Berlin in Zeit	Oestliche Länge von Greenwich in Bogen
	+ nördlich — südlich	+ westlich — östlich	
Berlin	+ 52° 30' 16,7"	0h 0m 0,0"	13° 23' 43,6"
Bonn	+ 50 43 45,0	+ 0 25 11,6	7 5 49,4
Breslau	+ 51 6 56,5	— 0 14 34,0	17 2 13,5
Brüssel	+ 50 51 10,7	+ 0 36 6,2	4 22 10,5
Cap d. g. Hoffn. .	— 33 56 3,2	— 0 20 19,8	18 28 41,1
Christiania	+ 59 54 43,7	+ 0 10 41,1	10 43 27,0
Edinburgh	+ 55 57 23,2	+ 1 6 18,0	356 49 14,2
Genf	+ 46 11 58,8	+ 0 28 58,2	6 9 11,4
Göttingen	+ 51 31 47,9	+ 0 13 48,5	9 56 36,0
Greenwich	+ 51 28 38,1	+ 0 53 34,9	0 0 0,0
Hamburg	+ 53 33 7,0	+ 0 13 41,1	9 58 27,0
Kiel	+ 54 20 28,6	+ 0 12 59,2	10 8 56,1
Königsberg	+ 54 42 50,6	— 0 28 24,2	20 29 46,5
Kopenhagen	+ 55 41 12,9	+ 0 3 16,0	12 34 43,8
Leiden	+ 52 9 20,2	+ 0 35 38,6	4 29 5,2
Leipzig	+ 51 20 6,3	+ 0 4 0,9	12 23 30,3
Madrid	+ 40 24 29,7	+ 1 8 20,0	356 18 44,2
Mailand	+ 45 27 59,4	+ 0 16 48,9	9 11 29,6
Melbourne	— 37 49 53,1	— 8 46 19,3	144 58 32,5
München	+ 48 8 45,5	+ 0 7 8,8	11 36 31,8
Paris	+ 48 50 11,2	+ 0 44 13,9	2 20 15,4
Pulkowa	+ 59 46 18,7	— 1 7 43,7	30 19 39,8
Rio de Janeiro . .	— 22 54 23,7	+ 3 46 16,3	316 49 38,8
Rom	+ 41 53 53,6	+ 0 3 39,4	12 28 53,2
Santiago (Chile) .	— 33 26 42,0	+ 5 36 21,2	289 18 25,5
Stockholm	+ 59 20 34,0	— 0 18 39,1	18 3 29,7
Strassburg	+ 48 35 0,2	+ 0 22 30,2	7 46 9,9
Washington	+ 38 53 38,9	+ 6 1 47,0	282 56 58,6
Wien	+ 48 13 55,4	— 0 11 46,6	16 20 22,4
Zürich	+ 47 22 40,0	+ 0 19 22,5	8 33 6,0

19 **Abplattung der Erde.** Wenn die Erde eine vollständige Kugel wäre, so müsste die Entfernung zweier auf demselben Meridian liegender Punkte, von denen der eine genau 1° nördlicher liegt als der andere, für alle Theile des Meridians genau dieselbe sein; der Bogen vom Aequa-

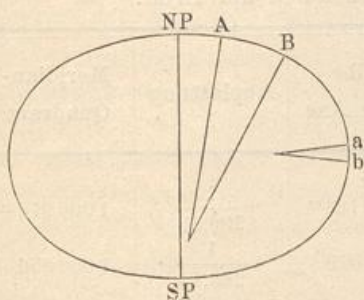
tor bis zu 1° nördlicher Breite müsste also genau so lang sein, wie der Bogen vom 89sten Breitengrade bis zum Pol.

Dies ist nun in der That nicht der Fall. Genaue Gradmessungen, welche in verschiedenen Gegenden der Erde vorgenommen wurden, haben gezeigt, dass die Länge eines Breitengrades mit der Entfernung vom Aequator zunimmt, wie man aus folgender Tabelle ersieht.

Namen des Landes	Mittlere Breite	Länge eines Breitengrades
Peru	1° 31'	56728,5 Toisen
Indien	12 32	56795,9 "
Frankreich	46 8	57024,6 "
England	52 2	57066,1 "
Lappland	66 20	57438,0 "

Untersuchen wir zunächst, was aus diesen Zahlen folgt. Bei zwei Kreisen von verschiedener Grösse ist offenbar die lineare Grösse eines Grades der Peripherie verschieden, und zwar bei dem grösseren Kreise grösser als bei dem kleineren im Verhältniss der Halbmesser. Da nun auf der Erde die lineare Grösse eines Grades des Meridians in der Nähe der Pole grösser ist, als in der Nähe des Aequators, so entspricht ein Stück des Meridians in der Nähe des Poles (*AB*, Fig. 42) einem grösseren

Fig. 42.



Kreise, als ein dieselbe Anzahl von Graden enthaltendes Stück *ab* in der Nähe des Aequators. Es folgt daraus, dass die Meridiane in der Nähe des Aequators stärker gekrümmt sein müssen als an den Polen.

Das Wesentlichste der geodätischen Operationen, durch welche dergleichen Gradmessungen ausgeführt werden, soll im nächsten Paragraphen besprochen werden.

Newton hatte die Abplattung der Erde aus theoretischen Gründen abge-

leitet; allein es fehlte an genauen Gradmessungen, welche Newton's Behauptungen hätten bestätigen können, bis die französische Akademie der Wissenschaften gegen die Mitte des vorigen Jahrhunderts eine wissenschaftliche Expedition nach Peru und eine andere nach Lappland veranlasste, um daselbst genaue Gradmessungen anzustellen. Die Gradmessung in Peru wurde von Bouguer und Condamine, die in Lappland von Maupertuis, Clairaut und Outhier ausgeführt.

Die Resultate dieser Messungen setzten die Abplattung der Erde ausser Zweifel.

Als gegen Ende des vorigen Jahrhunderts der Nationalconvent in Frankreich ein neues Maass- und Gewichtssystem einführen wollte, entschied man sich dahin, dass die neue Längeneinheit in einem einfachen Verhältnisse zur Länge eines Erdmeridians stehen sollte, und verordnete deshalb, dass eine neue möglichst genaue Gradmessung ausgeführt werden sollte, mit welcher Delambre und Méchain beauftragt wurden. Sie führten die Messung des Meridianbogens von Dünkirchen bis Barcelona aus. Später ist auf demselben Meridian noch der Bogen von Barcelona bis Formentera (durch Biot und Arago) und von Dünkirchen bis Greenwich gemessen worden. Auch diese Messungen haben gezeigt, dass in der That die Länge eines Breitengrades nach Norden hin zunimmt. Zwischen Formentera und Montjoux ist die Länge eines Breitengrades 56955,4 Toisen, zwischen Dünkirchen und Greenwich ist sie 57097,6 Toisen.

Nachdem Delambre und Méchain ihre Messung beendet hatten, wurde eine Commission von Gelehrten ernannt, um auf dieselbe das neue Maasssystem zu gründen. Die Commission combinirte diese in Frankreich ausgeführte Gradmessung mit den früher in Peru und Lappland erhaltenen Resultaten und folgerte daraus, dass der Erdmeridian eine Ellipse sei, deren Abplattung¹⁾ $\frac{1}{292}$ betrüge und deren vierter Theil (der Bogen vom Aequator bis zum Pol) 5130074 Toisen lang sei. Der zehnmillionste Theil des Erdmeridianquadranten wurde als Einheit des Längenmaasses angenommen und Meter genannt.

Das Meter wurde also zu 0,5130074 Toisen oder zu 3 Fuss 11,296 Linien Pariser Maass festgesetzt.

Folgendes sind die Resultate der von verschiedenen neueren Berechnern gefundenen Werthe für die Dimensionen der Erde:

	Halbe grosse Axe	Halbe kleine Axe	Abplattung	Meridian- Quadrant
Airy 1830	6377491 ^m	6356184 ^m	$\frac{1}{299,33}$	1000976 ^m
Bessel 1841	6377397	6356079	$\frac{1}{299,15}$	1000856
Schubert 1861	6378547	6356011	$\frac{1}{283,03}$	1001708
Fischer 1868	6378338	6356230	$\frac{1}{288,50}$	1001714
Clarke 1880	6378249	6356513	$\frac{1}{293,47}$	1001869

¹⁾ Bezeichnet a die grosse Axe der Ellipse, b die kleine, so ist die Abplattung = $\frac{a-b}{a}$.

Nach der neuesten Berechnung würde also das Meter, dessen Länge zu 443,296 Pariser Linien festgesetzt ist, um 0,001869 m, oder nahezu um 2 mm zu kurz sein; man hat aber mit Recht davon abgesehen, eine Aenderung der Länge des Meters anzunehmen, zumal da es zweifelhaft geworden ist, ob die Erde ein ganz regelmässiges Rotationsellipsoid ist, und alle Meridianquadranten von gleicher Länge sind.

Um sich eine deutliche Vorstellung von der Abplattung der Erde zu machen, denke man sich ein Umdrehungellipsoid, dessen Aequatordurchmesser 1 m beträgt; es würde dann der Polardurchmesser, also die Umdrehungsaxe, ungefähr um 3 mm kürzer sein müssen, wenn dieser Körper dem Erdellipsoid ähnlich sein sollte. Man begreift wohl, dass eine solche Abplattung dem blossen Auge ganz unmerklich ist und dass genaue Messungen nöthig sind, um sie nachzuweisen.

Bedenkt man, dass der Gipfel des höchsten Berges der Erde, des Gaurisankar, nur 8840 m über der Meeresfläche liegt und dass der Chimborazo nur 6530 m hoch ist, so sieht man leicht, dass die Erhebungen der mächtigsten Gebirge kaum in Betracht kommen können im Vergleich zu den Dimensionen der Erde. Auf einem Erdglobus von 1 m Durchmesser würden die Gebirgszüge des Himalaya in Asien und der Andes von Südamerika noch nicht die Höhe von 1 mm erreichen, wenn das richtige Grössenverhältniss eingehalten werden sollte.

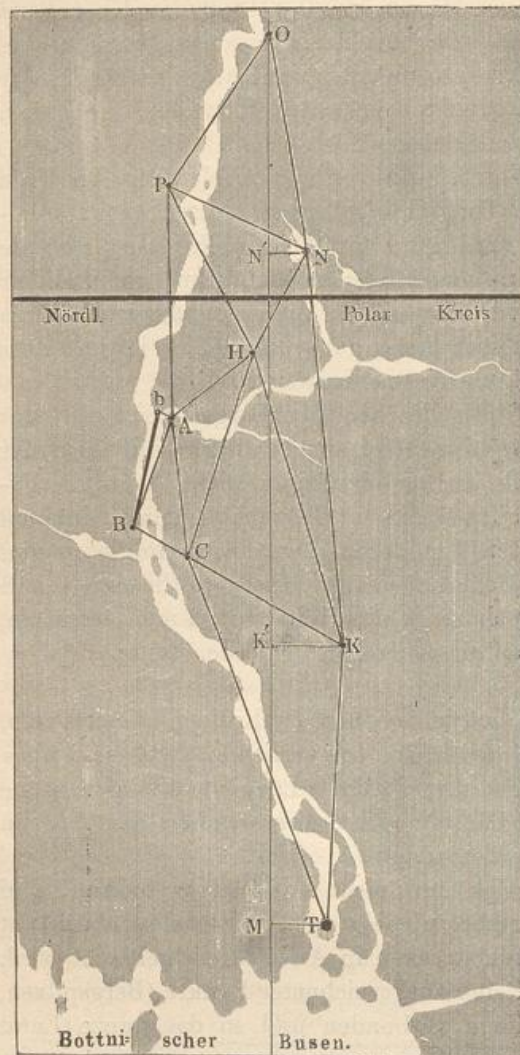
Gradmessungen. Um die Dimensionen der Erdkugel zu erfahren, 20 muss man die Länge eines Breitengrades ermitteln, d. h. man muss bestimmen, wie gross der nach irgend einem Längenmaass gemessene Abstand zweier Orte desselben Meridians ist, von welchem der eine um einen Grad nördlicher liegt als der andere.

Eine solche Länge lässt sich nun nicht unmittelbar messen, und deshalb muss hier dasselbe Verfahren befolgt werden, welches überhaupt zur Vermessung grösserer Länderstrecken in Anwendung gebracht wird. Man denkt sich nämlich eine Reihe ausgezeichneter Punkte (Bergspitzen, Thürme u. s. w.) durch Visirlinien verbunden und so das ganze Land mit einem Dreiecksnetz bedeckt. Wenn man nun von diesem ganzen Dreiecksnetz nur die Länge einer einzigen Linie, der Basis, ausserdem aber die sämmtlichen Winkel der einzelnen Dreiecke gemessen hat, so kann man die Länge sämmtlicher Dreiecksseiten, also auch den Längenabstand irgend zweier Punkte dieses Dreiecksnetzes berechnen.

So ist z. B. Fig. 43 (a. f. S.) das Bild eines von Maupertuis in Lappland gemessenen Dreiecksnetzes, dessen nördlichster Punkt *O* die Spitze eines Berges Kittis, der südlichste *T* aber der Kirchthurm von Torneå am nördlichen Ende des Bottnischen Meerbusens ist.

Die Basis *bB* dieses Dreiecksnetzes wurde auf dem Eise des Torneåflusses gemessen und gleich 7407 Toisen gefunden. An diese Basis lehnte sich eine Reihe von Dreiecken an, in welchen sämmtliche Winkel, aber keine weitere Seite mehr gemessen wurde. Man fand

Fig. 43.



im Dreieck	den Winkel
BbA	bei $B = 9^{\circ} 30'$ " $b = 77^{\circ} 32'$
ABC	bei $B = 102^{\circ} 42'$ " $A = 30^{\circ} 37'$
AHC	bei $A = 112^{\circ} 21'$ " $C = 30^{\circ} 57'$
AHP	bei $H = 94^{\circ} 54'$ " $A = 53^{\circ} 46'$
PNH	bei $P = 37^{\circ} 22'$ " $H = 49^{\circ} 13'$
PNO	bei $P = 87^{\circ} 52'$ " $N = 51^{\circ} 53'$
HCK	bei $C = 100^{\circ} 10'$ " $H = 36^{\circ} 5'$
KTC	bei $C = 37^{\circ} 9'$ " $K = 118^{\circ} 28'$

Die gemessenen Winkel sind hier absichtlich nur auf Minuten genau angegeben, weil es sich hier ja nur darum handelt, die Methode der Gradmessungen anschaulich zu machen.

Nach den gegebenen Daten kann man nun zunächst die Länge einer jeden Seite dieses Dreiecksnetzes, also die Länge von OP , ON , NK , PH u. s. w. berechnen.

Der nördlichste Punkt dieses Dreiecksnetzes, Kittis, und der südlichste, Torneå, liegen nun aber nicht auf demselben Meridian. Eine in O angestellte Messung ergab, dass das Azimut der Visirlinie OP (Kittis-Pullingi) $28^{\circ} 52'$ beträgt oder, mit anderen Worten, dass die Visirlinie OP einen Winkel von $28^{\circ} 52'$ mit dem Meridian der Spitze des Berges Kittis macht. Danach ergibt sich die Lage des Meridians von Kittis, wie sie in unserer Figur gezeichnet ist; Torneå liegt also östlich vom Meridian von Kittis.

Denken wir uns durch den Kirchthurm von Torneå einen Parallelkreis gezogen, welcher den Meridian von Kittis in M schneidet, so hat der Punkt M gleiche geographische Breite mit dem Kirchthurm von Torneå.

Nachdem einmal die Lage des Meridians von Kittis gegen die Linie OP festgestellt ist, lässt sich nun auch der Winkel bestimmen, welchen jede Seite des Dreiecksnetzes mit diesem Meridian macht. Hat man aber die Länge einer solchen Dreiecksseite bestimmt, so kann man auch die Länge ihrer Projection auf den Meridian von Kittis berechnen.

Denken wir uns nun die Linien ON , NK und KT durch Parallelkreise auf den Meridian von O projicirt, so ist die Summe dieser drei Projectionen gleich OM .

Oder es ist OM gleich der Summe der Projectionen von OP , PH , HC und CT .

Oder es ist OM gleich der Summe der Projectionen von OP , PA , AC und CT u. s. w.

Es lässt sich also die Länge OM aus verschiedenen Seitencombinationen berechnen, welche nahezu dasselbe Resultat geben. Als Mittel aus den zuverlässigsten Combinationen ergab sich

$$OM = 54\,942 \text{ Toisen.}$$

Nachdem nun die Länge des Meridianbogens OM ermittelt war, blieb noch die Differenz der geographischen Breite von Kittis und Torneå zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde zuerst auf Kittis und nachher zu Torneå die Zenithdistanz des Sternes δ Draconis zur Zeit seines Durchganges durch den Meridian gemessen. Die Differenz der beiden Zenithdistanzen ergab sich gleich

$$0^\circ 57' 26,9'',$$

demnach wäre also Kittis um $57' 26,9''$ nördlicher als Torneå. Aus der Beobachtung der Zenithdistanzen des Polarsternes aber ergab sich für die Breitendifferenz zwischen Kittis und Torneå der Werth $57' 30,35''$. Als Mittel ergibt sich also für die Breitendifferenz der beiden Orte der Werth

$$57' 28,6''.$$

Nach diesen Daten lässt sich nun die Länge eines Breitengrades für Lappland leicht bestimmen, denn man hat

$$57' 28,6'' : 1^\circ = 54\,942 : x$$

oder

$$3448,6 : 3600 = 54\,942 : x,$$

aus welcher Gleichung sich für x der Werth $57\,438$ Toisen ergibt. In Lappland beträgt also nach den Messungen von Maupertuis die Länge eines Breitengrades

$$57\,438 \text{ Toisen.}$$

Axendrehung der Erde. Im vorigen Capitel haben wir die tägliche Bewegung der Himmelskugel sammt allen Gestirnen kennen

gelernt, und es ist nun die Frage, wie diese Erscheinung zu erklären sei. Auf den ersten Anblick scheint es am einfachsten, dem unmittelbaren Eindrucke sich hingebend, diese scheinbare Bewegung für eine wirkliche zu nehmen, d. h. also anzunehmen, dass die Erde feststehe und dass sich das ganze Himmelsgewölbe sammt allen Gestirnen in je 24 Stunden wirklich um die Weltaxe, und zwar in der Richtung von Ost nach West umdrehe.

Diese Ansicht war im Alterthume und durch das ganze Mittelalter hindurch wirklich die herrschende. In dem Maasse aber, als sich die astronomischen Kenntnisse erweiterten, wurde die Hypothese einer wirklichen täglichen Umdrehung der Himmelskugel mehr und mehr unwahrscheinlich und musste endlich der Lehre von der Axendrehung der Erde weichen.

In der That lassen sich alle Erscheinungen der täglichen Bewegung der Gestirne auch durch die Hypothese vollkommen erklären, dass sich die Erde in 24 Stunden in der Richtung von West nach Ost, also der scheinbaren Bewegung des gestirnten Himmels entgegen, um ihre Axe dreht.

Untersuchen wir nun, welche Gründe gegen die wirkliche Rotation des Himmels und für die Axendrehung der Erde sprechen.

Die Dimensionen der Erde sind verschwindend klein gegen die Entfernung der Gestirne von uns; wenn sie also wirklich in 24 Stunden alle um die Erde herumlaufen sollten, so müsste die Geschwindigkeit dieser Bewegung eine ganz enorme sein.

Eine so grosse Geschwindigkeit ist an und für sich wenig wahrscheinlich, die Unwahrscheinlichkeit wurde aber noch auffallender, nachdem man zu der Ueberzeugung gekommen war, dass es keineswegs ein festes Himmelsgewölbe gebe, an welchem alle Gestirne gleichsam befestigt sind, dass keineswegs alle Sterne gleich weit von uns entfernt, dass wenigstens der Mond, die Sonne und die Planeten uns weit näher sind, als die Fixsterne; denn nun hätte man, um die Erscheinungen der täglichen Bewegung ohne die Axendrehung der Erde zu erklären, annehmen müssen, dass die Gestirne in demselben Maasse schneller in ihren täglichen Bahnen fortlaufen, in welchen sie weiter entfernt sind.

Die Unwahrscheinlichkeit einer solchen Annahme stieg bis zur Absurdität, nachdem man zu richtigen Vorstellungen über die Grösse und Entfernung der Gestirne gekommen war. Das Volumen der Sonne ist fast $1\frac{1}{2}$ Millionen mal grösser, als das der Erde, und eine solche Masse sollte in 24 Stunden einen Kreis durchlaufen, dessen Halbmesser 20 Millionen Meilen ist, während die winzige Erde sich nicht einmal um ihre Axe dreht!?

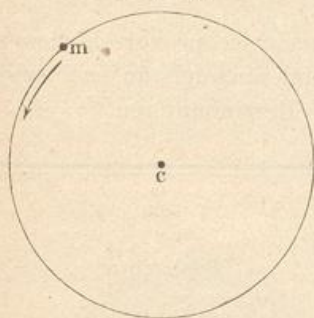
Selbst wenn wir der Fixsterne, welche noch unendlich weiter entfernt sind als die Sonne, gar nicht gedenken, müssten solche Betrachtungen allein schon genügen, die Hypothese von einer wirklichen täglichen Bewegung der Gestirne zu beseitigen, während sich für die Axendrehung

der Erde noch weitere Beweise beibringen lassen, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Wenn sich die Erde wirklich um ihre Axe dreht; so muss sich die Schwungkraft auf ihrer Oberfläche geltend machen, und zwar muss sie um so bedeutender werden, je mehr man sich dem Aequator nähert.

Ein Körper m , welcher den Punkt c umkreist (Fig. 44), äussert fortwährend ein Streben, sich von diesem Mittelpunkte zu entfernen, und zwar ist der Weg p , um welchen sich m in einer Secunde von c entfernen würde, wenn andere Kräfte es nicht hinderten und ihn in der Kreisbahn zurück-

Fig. 44.



hielten, gleich $\frac{2\pi^2 r}{t^2}$ (Lehrbuch, 9. Aufl., I. Bd.,

S. 158), wenn r den Halbmesser der Kreisbahn, t die Umlaufzeit in Secunden und π das Peripherieverhältniss 3,14 bezeichnet. Da $2\pi r$ gleich ist dem Umfange des Kreises, den wir mit u bezeichnen wollen, so ist auch

$$p = \frac{3,14 \cdot u}{t^2}.$$

Der Umfang u des Kreises, welchen ein auf dem Erdäquator befindlicher Körper bei jeder vollen Umdrehung der Erde um ihre Axe zurückzulegen hat, ist nahezu gleich 40 000 000 m, die Umlaufzeit $t = 24$ Stunden = 86 400 Secunden und also

$$p = \frac{3,14 \cdot 40\,000\,000}{86\,400^2} = 0,0168 \text{ m,}$$

d. h. wenn sich die Erde in 24 Stunden wirklich um ihre Axe dreht, so muss die dadurch entstehende Schwungkraft so gross sein, dass ein auf dem Erdäquator befindlicher Körper sich in einer Secunde um 0,0168 m von dem Erdmittelpunkte entfernen würde, wenn die Schwere es nicht verhinderte.

In Folge der Axendrehung der Erde muss demnach der Weg, welchen ein frei fallender Körper in der ersten Fallsecunde durchläuft, am Aequator um 0,0168 m kleiner sein als an den Polen.

Der Fallraum der ersten Secunde in der Nähe der Pole beträgt 4,909 m; ist derselbe nun am Aequator in der That um 0,0168 m kleiner, so wäre demnach die Kraft, mit welcher ein Körper gegen die Erdoberfläche niedergezogen wird, in Folge der Axendrehung am Aequator um $\frac{0,0168}{4,909}$ oder $\frac{1}{292}$ kleiner als an den Polen.

Eine solche Verminderung der Schwerekraft von den Polen nach dem Aequator hin findet aber in der That statt. Beim freien Fall der Körper sie nachzuweisen, würde freilich schwer halten; wir besitzen aber im Pendel ein viel empfindlicheres Mittel, die Intensität der Schwere zu messen, und die Pendelversuche bestätigen diese Abnahme vollständig.

Im Jahre 1672 machte der französische Astronom Richer eine wissenschaftliche Reise nach Cayenne, welches nur 5° nördlich vom Aequator liegt. Als er hier seine Pendeluhr aufstellte, deren Gang zu Paris genau regulirt worden war, fand er, dass sie täglich $2\frac{1}{2}$ Minuten nachging; er musste das Pendel nahe um $\frac{5}{4}$ Linien verkürzen, um den richtigen Gang wieder herzustellen. Es konnte dies um so weniger einer Störung der Uhr während der Reise zugeschrieben werden, als die Uhr, nach Paris zurückgebracht, nun wieder 148 Secunden täglich vorging, so dass das Pendel wieder auf seine ursprüngliche Länge gebracht werden musste.

Man stellte später genaue Beobachtungen in vielen verschiedenen Gegenden der Erde an, um die Länge des Secundenpendels zu ermitteln. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe solcher Bestimmungen.

Ort	Breite	Länge des Secundenpendels in Millimetern	Beobachter
St. Thomas	$0^{\circ} 24' 41''$	991,11	Sabine
Maranham	2 31 43 S.	990,89	Sabine, Foster
Ascension	7 55 48 S.	991,19	Sabine, Duperrey
Trinidad	10 38 56	991,06	Sabine
Bahia	12 59 21 S.	991,20	"
Jamaika	17 56 7	991,47	"
Port Jackson . . .	33 51 6 S.	992,59	Duperrey
New-York	40 42 43	993,17	Sabine
Wien	48 12 35	993,95	Littrow
London	51 31 8	994,13	Kater
Berlin	52 30 16	994,23	Bessel
Güldenstein . . .	54 13 6	994,38	Schumacher, C.F.W. Peters
Königsberg	54 42 51	994,41	Bessel
Brassa	60 9 42	994,88	Sabine
Drontheim	63 25 54	995,01	"
Hammerfest	70 40 5	995,54	"
Grönland	74 32 19	995,75	"
Spitzbergen	79 49 58	996,05	"

Die Länge des Secundenpendels ist durch die Gleichung

$$L = l + m \cdot (\sin \varphi)^2$$

gegeben, in welcher l die Länge des Secundenpendels auf dem Aequator,

L aber die Länge desselben an einem Orte bezeichnet, dessen geographische Breite φ ist. Für Metermaass ist

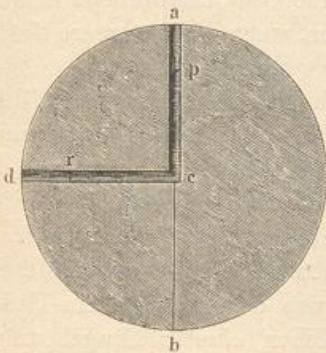
$$l = 99,0918 \text{ cm}$$

$$m = 0,5262.$$

Da nun die beschleunigende Kraft der Schwere der Länge des Sekundenpendels proportional ist, so ist durch diese Versuche erwiesen, dass in der That die Schwerkraft von den Polen nach dem Aequator hin abnimmt, und diese Abnahme ist im Wesentlichen durch die von der Axendrehung der Erde herrührende Schwungkraft bedingt.

Die Abplattung der Erde selbst, welche wir im vorigen Paragraphen kennen lernten, ist eine Folge ihrer Axendrehung. Um dies darzuthun, wollen wir uns die Erde zunächst als eine feste Kugel denken, in welcher sich zwei Canäle ac und dc befinden, welche im Mittelpunkte der Erde zusammentreffen, und von denen der eine beim Nordpol a , der andere

Fig. 45.



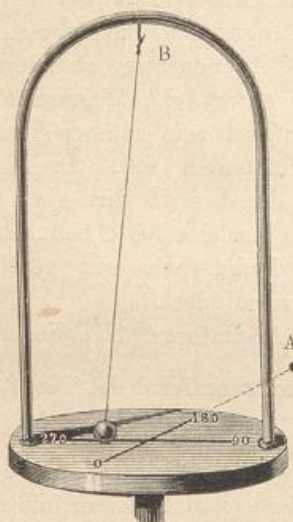
an einem Punkte d des Aequators mündet (Fig. 45). Diese beiden Canäle seien nun mit Wasser gefüllt, so werden beide Wassersäulen durch die Schwerkraft gegen den Mittelpunkt c hin angezogen, und zwar gleich stark, wenn keine Axendrehung stattfindet; in diesem Falle werden die Wassersäulen cd und ca gleich hoch sein müssen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. In Folge der Rotation um die Axe ab wird aber der Zug der Schwere, den eine bei d befindliche Wasserschicht erleidet, wie wir gesehen haben, um $\frac{1}{292}$ vermindert.

Betrachten wir aber eine zweite in der Aequatorealröhre liegende Wasserschicht bei r , welche nur $\frac{1}{n}$ so weit von c entfernt ist wie d , so ist hier freilich die Schwungkraft n mal geringer, allein auch die Kraft, mit welcher die Schicht r gegen c hingezogen wird, ist, wie sich aus dem Gesetze der allgemeinen Massenanziehung ergibt, n mal kleiner, als das Gewicht einer gleichen Wasserschicht bei d ; mithin ist auch hier bei r der Zug der Schwere gegen c durch die Schwungkraft um $\frac{1}{292}$ kleiner, als sie ohne die Rotation der Erde sein würde, sie ist um $\frac{1}{292}$ kleiner als die Zugkraft, welche auf die gleich weit von c abstehende Schicht p in der Polarröhre wirkt. Da nun dasselbe für alle entsprechenden Schichten der beiden Röhren gilt, so ist klar, dass in Folge der Axendrehung der Erde die Gesamtkraft, welche das Wasser in der Röhre dc gegen den Erdmittelpunkt treibt, um $\frac{1}{292}$ kleiner ist, als die entsprechende Kraft, welche auf das Wasser in der Röhre ca wirkt; wenn also Gleichgewicht stattfinden soll, so muss die Wassersäule in der Aequatorealröhre cd um $\frac{1}{292}$ länger sein, als die Wassersäule in der Polarröhre ca .

Wäre die ganze Erde eine flüssige, in 24 Stunden um ihre Axe rotirende Masse, so müsste offenbar zwischen dem Aequatoreal- und dem Polarhalbmesser dasselbe Grössenverhältniss bestehen, wie wir es eben für die Wassersäulen in den hypothetischen Röhren berechnet haben, oder, mit anderen Worten, die Erde müsste eine Polarabplattung von $\frac{1}{292}$ zeigen. Die auf diesem Wege berechnete Abplattung stimmt beinahe vollständig mit der durch Gradmessungen ermittelten überein, und diese Uebereinstimmung würde noch grösser sein, wenn man alle hier influirenden Umstände bei der Rechnung berücksichtigt hätte. Es unterliegt demnach wohl keinem Zweifel, dass die Abplattung der Erde eine Folge ihrer Axendrehung ist, und dass sie zu der Zeit, als sie sich noch in flüssigem Zustande befand, schon genähert dieselbe Axendrehung hatte wie gegenwärtig.

22 **Foucault's Pendelversuch.** Ein einfaches Pendel, welches in einer bestimmten Ebene schwingt, wird seine Oscillationsebene unverändert beibehalten, wenn nicht äussere Kräfte es aus derselben verdrängen.

Fig. 46.



Es lässt sich dies sehr leicht mit Hülfe der Vorrichtung Fig. 46, welche auf irgend eine verticale Umdrehungsaxe, etwa auf die einer Schwungmaschine aufgesteckt werden kann, bewerkstelligen. Auf einem horizontalen runden Brette ist ein Bügel von Metalldraht befestigt, von dessen Mitte ein Faden herabhängt, welcher eine Bleikugel trägt. In seiner Gleichgewichtslage fällt dieses einfache Pendel mit der Umdrehungsaxe des Apparates zusammen.

Bringt man das Pendel in der Richtung der mit 0 — 180 bezeichneten Linie aus seiner Gleichgewichtslage, so wird es, alsdann sich selbst überlassen, über der Linie 0 — 180, also rechtwinklig zur Ebene des Bügels hin-

und herschwingen, so lange der ganze Apparat in Ruhe bleibt.

Wird aber die Scheibe um ihre verticale Axe langsam umgedreht, so wird die Schwingungsebene des Pendels dessenungeachtet unverändert bleiben, es wird also der Reihe nach ein Durchmesser der Scheibe nach dem anderen unter der Schwingungsebene des Pendels hindurchgehen. Hat man z. B. das Pendel einmal in der Verticalebene in Schwingung gesetzt, welche man sich durch den Aufhängepunkt *B* des Pendels und irgend einen ausserhalb des Apparates gelegenen feststehenden Punkt *A* gelegt denken kann, so wird das Pendel stets in dieser Ebene schwingen, wie der Apparat auch gedreht wird. Liegt z. B. in einem bestimmten Moment der Durchmesser 0 — 180 der Scheibe gerade unter der Bahn

der Pendelkugel, so wird dieselbe nach einer viertel Umdrehung der Scheibe über den Durchmesser $90 - 270$ hinweggehen, welche unterdessen in die Verticalebene von AB gelangt ist.

In demselben Verhältniss, wie dieses Pendel zur gedrehten Scheibe, würde sich offenbar ein gerade über dem einen Pol, etwa dem Nordpol der Erde aufgehängtes Pendel zur Erdoberfläche verhalten. Nehmen wir an, das Pendel werde in der Ebene, welche in diesem Moment die Ebene der Meridiane $0 - 180$ einnimmt, in Schwingung versetzt, so wird es in dieser Schwingungsebene verharren, während die Erde mit ihren Meridianen unter dem in unveränderter Lage bleibenden Schwingungsbogen des Pendels fortrotirt.

Bei der fortdauernden Rotation der Erde werden also der Reihe nach die verschiedenen Meridiane unter dem Schwingungsbogen des Pendels durchpassiren; in Beziehung auf die Erdoberfläche scheint sich also die Schwingungsebene des Pendels zu drehen, und zwar in der Richtung von Ost nach West, weil die Erde in entgegengesetzter Richtung rotirt. Ein Pendel, welches ursprünglich in der Richtung vom Nordpol nach Paris hin oscillirte, wird nach zwei Stunden gegen die Ostküste von Grönland, nach vier Stunden gegen Neufundland hin schwingen.

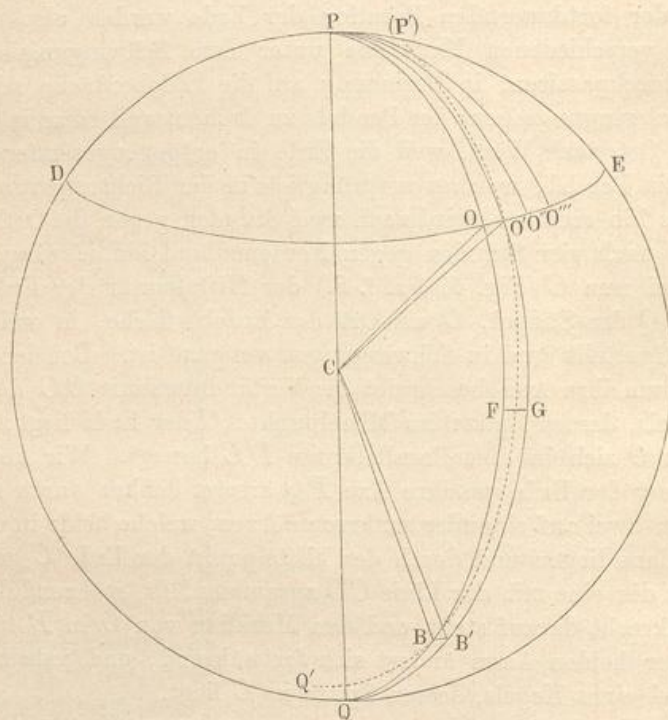
Es sei nun C (Fig. 47, a. f. S.) der Mittelpunkt der Erde, P der Nordpol, Q der Südpol, O ein Ort der Erdoberfläche, in welchem ein Pendel aufgestellt und in Schwingungen versetzt ist. Bei der Drehung der Erde um ihre Axe beschreibt die Verbindungslinie OC den Mantel eines Kegels, dessen Spitze im Mittelpunkte C der Erde liegt, während der Punkt O sich in dem Parallelkreise DE bewegt. Wir können uns die Drehung der Erde um ihre Axe PQ ersetzt denken durch zwei Drehungen um zwei auf einander senkrechte Axen, welche beide in der Ebene des Meridians liegen und durch den Mittelpunkt der Erde C gehen, und von denen die eine mit der Linie CO zusammenfällt, während die andere (CB) senkrecht darauf steht und den Meridian von O in B trifft. Die Lage dieser beiden Axen ändert sich fortwährend, und jede beschreibt den Mantel eines Kegels, dessen Spitze in C liegt.

Wir wollen jetzt annehmen, dass in einer kurzen Zeit, z. B. in einer Zeitsecunde, der Punkt O durch die Drehung der Erde um ihre Axe PQ nach O' kommt. Der Punkt O könnte aber offenbar auch durch eine Drehung der Erde um die Axe CB nach O' kommen, dabei würde sich aber die Lage der Pole verändern, es würde P nach einem Punkte P' und Q nach Q' kommen. Der grösste Kreis $P'O'Q'$ würde nun gegen den grössten Kreis POQ einen Winkel $PO'P'$ oder $QO'Q'$ bilden, und wir können offenbar den Meridian $P'Q'$ in die Lage PQ bringen, wenn wir der Kugel noch eine Drehung um die Verticale CO' des Ortes O' um den Winkel $PO'P'$ geben. Dabei wird der Punkt B nach einem Punkte B' kommen, und da der Winkel $B'CO' = 90^\circ$ ist, so wird der Bogen BB' gleich dem sphärischen Winkel $B'O'B' = PO'P'$ werden. Es sei nun $F'G'$ ein Stück des Aequators, welches zwischen den Meri-

dianen POQ und $PO'Q$ liegt, dann ist der Bogen FG gleich dem sphärischen Winkel OPO' oder OQO' , den wir gleich einer Zeitsecunde oder 15 Bogensekunden voraussetzen, und endlich ist der Bogen OO' gleich dem Winkel OBO' .

In einer ferneren Zeitsecunde kommen O' nach O'' , in einer folgenden nach O''' u. s. w.; dabei werden die entsprechenden Winkel am Pole, $O'PO''$, $O''PO'''$ u. s. w., alle unter einander gleich und $= 15''$ sein. Nun ist OF gleich der geographischen Breite des Punktes O , die wir $= \varphi$ setzen wollen, und da $OB = 90^\circ$ ist, so ist $FB = 90^\circ - \varphi$.

Fig. 47.



Ferner ist $FQ = 90^\circ$, also $BQ = 90^\circ - FB = \varphi$. In dem sphärischen Dreieck QBB' haben wir also die Seite $BQ = \varphi$, den Winkel bei $B' = 90^\circ$, und den Winkel bei $Q = 15''$, also ist:

$$\sin BB' = \sin 15'' \cdot \sin \varphi,$$

oder, da wir wegen der Kleinheit von BB' und $15''$ diese Grössen statt ihrer Sinusse setzen können,

$$BB' = 15'' \sin \varphi,$$

und da ferner:

$$BB' = \angle BO'B = \angle PO'P'$$

ist, so ist:

$$\angle PO'P' = 15'' \sin \varphi.$$

Die Drehung, welche die Erde während einer Secunde um die verticale Axe CO' erhält, ist demnach $= 15'' \sin \varphi$, und diese muss sich in der Schwingungsebene des Pendels bemerklich machen. Es erfolgt zwar auch eine Drehung der Erde um die Axe BC , d. h. um eine der Mittagslinie von O parallele Axe, diese wird aber dadurch, dass die Schwingungsebene sich in Folge der Schwerkraft immer vertical stellt, vollständig compensirt, so dass sie sich dem Beobachter nicht bemerklich macht.

Da nun in jeder Secunde eine scheinbare Drehung der Schwingungsebene des Pendels im Betrage von $15'' \sin \varphi$ und entgegengesetzt der wirklichen Bewegung der Erde stattfindet, so wird die Ebene sich im Laufe eines Tages, in welcher Zeit die Erde eine vollständige Drehung von 360° um ihre Axe ausführt, im Betrage von $360^\circ \sin \varphi$ herumdrehen. In einem Tage wird also diese Drehung an den Polen $= 360^\circ$, am Aequator $= 0^\circ$ und an jedem Orte von der geographischen Breite $\varphi = 360^\circ \sin \varphi$ sein.

An allen zwischen dem Pol und dem Aequator befindlichen Punkten wird demnach die Schwingungsebene des Pendels in Folge der Axendrehung der Erde eine Drehung zeigen müssen, und zwar auf der nördlichen Hemisphäre in der Richtung Ost, Süd, West u. s. w., auf der südlichen aber in der Richtung Ost, Nord, West u. s. w. Die Grösse dieser Drehung wird aber in gleichen Zeiten um so bedeutender sein, je näher man sich einem Pole der Erde befindet. Die folgende Tabelle giebt für einige Orte die Drehung der Schwingungsebene des Foucault'schen Pendels während einer Stunde an:

Ort	Geograph. Breite	Grösse der Drehung in einer Stunde
Nordpol	$90^\circ -$	15°
Königsberg	$54^\circ 42'$	12,83
München	48 8	11,31
Rom	41 54	10,16
Mexico	19 25	5,04
Cayenne	4 56	1,31

Foucault war es, der zuerst auf den glücklichen Gedanken kam, dass die scheinbare Drehung der Schwingungsebene eines einfachen Pendels eine nothwendige Folge der Umdrehung der Erde sei, dass man also mittelst eines solchen Pendels, welches stundenlang fortschwingt, einen directen Beweis für die Axendrehung der Erde liefern kann.

Der Versuch bestätigte seine Erwartung vollständig. Das erste Pendel, mit welchem er experimentirte, war nur 2 m lang und hatte

eine 5 kg schwere Kugel. Nachdem er an demselben die Erscheinung zuerst beobachtet hatte, wiederholte er den Versuch mit einem 11 m langen Pendel im Meridiansaale der Pariser Sternwarte und endlich mit einem Pendel von 67 m Länge im Pantheon zu Paris, welches zu Anfang

Fig. 48.

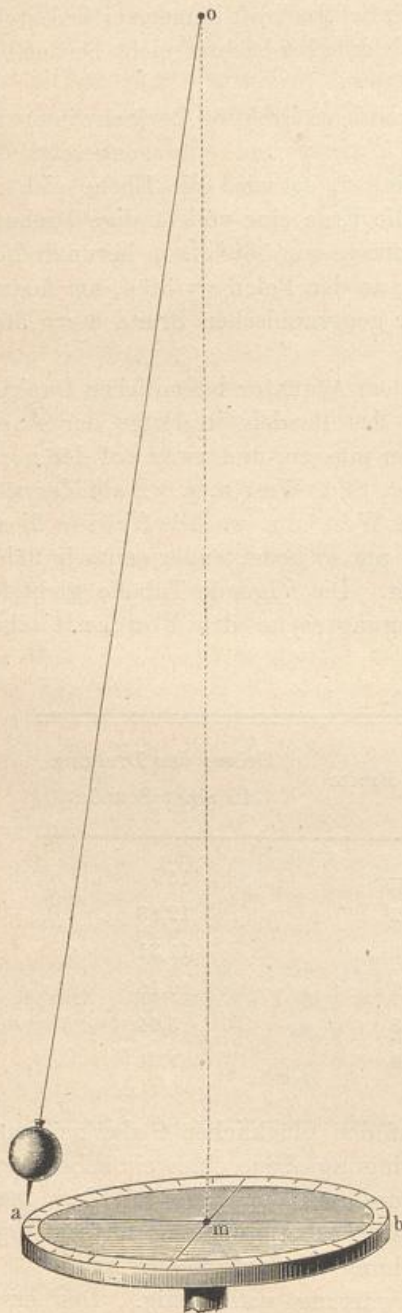
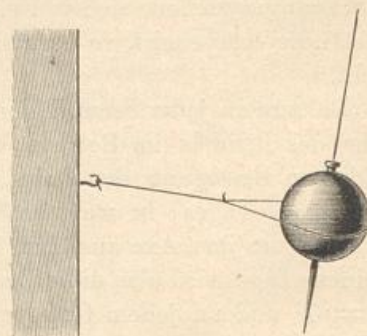


Fig. 49.



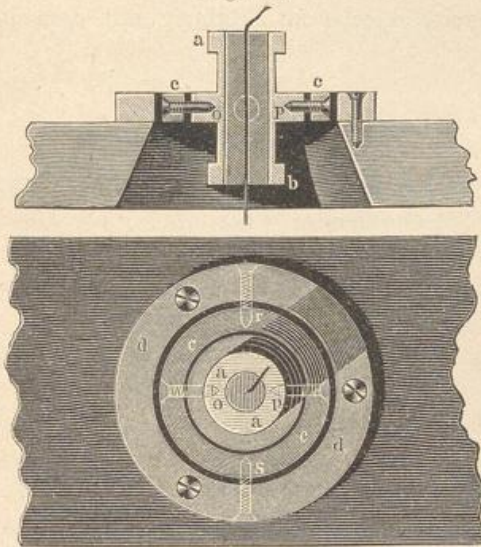
des Jahres 1852 in hohem Grade das Interesse des grossen Publicums erregte.

Die unten mit einer Spitze versehene Kugel dieses Pendels wog 28 kg und hing an einem Stahldraht. Bei dieser Masse des Pendels sind seine Schwingungen nach fünf bis sechs Stunden noch hinreichend gross, um deutlich beobachtet zu werden, wenn die Kugel ursprünglich etwa um zehn Fuss aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt worden war.

Um die Drehung der Schwingungsebene des Pendels gegen die Erdoberfläche beobachten und messen zu können, wird auf dem Boden eine kreisförmig getheilte Scheibe angebracht, deren Mittelpunkt *m*, Fig. 48, vertical unter dem Aufhängepunkt *o* des Pendels liegt. Nehmen wir an, dass die Pendelkugel zu Anfang ihrer Bewegung gerade über dem Durchmesser *ab* hinschwinge, so wird sie nach der Zeit *t*, *2t*, *3t* u. s. w. in der Richtung eines Durchmessers schwingen, welcher einen Winkel von 10, 20, 30 u. s. w. Grad mit *ab* macht.

Es versteht sich von selbst, dass der Ort, an welchem das Foucault'sche Pendel aufgehängt ist, vor Luftströmungen geschützt ist; ebenso muss dafür gesorgt sein, dass die Pendelkugel beim Beginn ihrer Oscillationen frei von jeder seitlichen Bewegung ist. Es wird dies auf folgende Weise erreicht: die aus ihrer Gleichgewichtslage entfernte Kugel wird, wie man in Fig. 49 sieht, mit einem Faden umfasst, welcher an einem seitlich befindlichen festen Gegenstande befestigt ist. Wenn nun die Pendelkugel in dieser Lage vollständig zur Ruhe gekommen ist, wird unter Vermeidung jeder Erschütterung der Faden mittelst eines angezündeten Streichhölzchens abgebrannt und dadurch die Oscillation des Pendels eingeleitet.

Fig. 50.



$$\frac{1}{2}$$

Um jede, von einer etwaigen Torsion oder Biegung des Drahtes herrührende Störung zu vermeiden, kann man auch die Cardani'sche Aufhängung in Anwendung bringen, welche in Fig. 50 in einer Form dargestellt ist, welche ursprünglich für einen anderen, später zu besprechenden Apparat construirt war.

Das obere Ende des Aufhängedrahtes ist in der Axe einer Messinghülse ausgespannt und dann die Höhlung derselben mit Blei ausgegossen. Um zu verhindern, dass der Draht etwa durch das Gewicht der Pendelkugel aus der Bleimasse herausgezogen wird, kann man sein oben aus der Bleimasse hervorragendes Ende umbiegen und zwei- oder dreimal um die Messinghülse herum winden. In ihrer Mitte nun ist die Hülse *ab* von einem Messingringe *c* umgeben, welcher um die diametral einander gegenüberstehenden Zapfen *o* und *p* drehbar ist. Die beiden horizontalen Zapfen *o* und *p* werden aber von dem Messingringe *c* getragen, welcher selbst wieder um die diametral einander gegenüberstehenden Zapfen *r* und *s* drehbar ist, deren Axe rechtwinklig steht zu der Axe von *o* und *p*. Die Zapfen *r* und *s* endlich werden von einem Messingringe *d* getragen, welcher auf einem die ganze Vorrichtung tragenden Brett befestigt wird.

Bei dem Foucault'schen Versuch war das obere Ende des Stahldrahtes durch ein gleich weites, in eine starke Metallplatte gebohrtes Loch hindurchgezogen und auf der oberen Fläche dieser Metallplatte befestigt; die Metallplatte selbst war aber unbeweglich an dem Gewölbe befestigt, von welchem das Pendel herunter hing.

Um jede, von einer etwaigen Torsion oder

Obgleich die Axendrehung der Erde schon vorher zu den unzweifelhaftesten Lehren der Physik gezählt wurde, so erregte doch der Foucault'sche Pendelversuch in der ganzen physikalischen Welt das grösste Interesse; er wurde an vielen Orten wiederholt und überall bestätigt gefunden, wo man hinreichend lange Pendel mit genügender Sicherheit aufgehängt und Alles beseitigt hatte, was störend auf die Regelmässigkeit des Ganges hätte einwirken können.

Zu den gelungensten Wiederholungen des Foucault'schen Pendelversuches in Deutschland sind besonders die von Schwerd im Speyerer und die von Garthe im Kölner Dome angestellten zu rechnen. Ebenso ist der Versuch in der Universitätskirche zu Freiburg mit dem besten Erfolge wiederholt.