Verschiedene Konstruktionen

Scholtz, Adolf

Leipzig, 1900

§ 17. Herleitung der Wärmedurchgangs-Koeffizienten

§ 17.

Die Herleitung der Wärmedurchgangs-Koeffizienten zur Bestimmung der Wärmeverluste von Mauern verschiedener Konstruktion und Stärke ist hier in elementarer Weise erfolgt, um der Tendenz dieses Werkes gemäß die Anwendung auch weiteren Kreisen zugänglich zu machen. — Für Leser, denen die Anwendung des höheren Kalküls geläufig ist, geben wir noch nachstehende Methode der Entwickelung, und zwar ebenfalls unter der Annahme, daß im Prozesse der Wärmeüberführung durch eine ebene Wand von gleicher Dicke der Beharrungszustand eingetreten sei, daß also in der Zeiteinheit die gleiche Wärmemenge W aufgenommen, geleitet und abgegeben werde. Setzen wir nun die Temperatur der die Wand im Inneren begrenzenden unendlich dünnen Fläche $= \tau_1$ und diejenige an der äußeren Begrenzung $= \tau_2$, so ist an der inneren Wandfläche F_1 die aufgenommene Wärmemenge W offenbar proportional der bezüglichen Temperaturdifferenz und der Oberfläche, also

$$W = \lambda_1 F_1 (T - \tau_1) \quad \ldots\ldots \quad (I)$$

und an der äußeren Oberfläche der Wand ebenso

$$W = \lambda_2 F_2 (\tau_2 - t) \quad \ldots\ldots \quad (II)$$

Man nennt den Ausdruck:

λ_1 den Wärmeaufnahme-Koeffizienten,

λ_2 den Wärmeabgabe-Koeffizienten.

Bezeichnet endlich:

F_x die Oberfläche der im konstanten Abstande x von F gelegenen Elementarplatte,

τ_x und

$\tau_x \pm d\tau_x$ die Temperaturen zu beiden Seiten dieser Platte,

e die Dicke der Wand und

λ den Leitungs-Koeffizienten (vergl. Tabelle IX),

so hat man

$$W = \frac{\lambda F_x [\tau_x - (\tau_x + d\tau_x)]}{dx}$$

und hieraus

$$-d\tau_x = \frac{W dx}{\lambda F_x}.$$

Nach Integration zwischen den Grenzen x = o und x = e erhält man

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{W}{\lambda} \int_o^e \frac{dx}{F_x} \quad \ldots\ldots \quad (III)$$

Werden nunmehr die aus den Gleichungen (I) und (II) sich ergebenden Werte:

$$\tau_1 = T + \frac{W}{\lambda_1 F_1}$$

$$\tau_2 = t + \frac{W}{\lambda_2 F_2}$$

in Gleichung (III) eingesetzt, so ergiebt sich

$$T - t - \left[\frac{W}{\lambda_1 F_1} + \frac{W}{\lambda_2 F_2}\right] = \frac{W}{\lambda} \int_o^e \frac{dx}{F_x}$$

und hieraus die in der Zeiteinheit durch die Wand transmittierte Wärme

$$W = \frac{T - t}{\frac{1}{\lambda_1 F_1} + \frac{1}{\lambda_2 F_2} + \frac{1}{\lambda}\int_o^e \frac{dx}{F_x}} \quad \ldots \quad (4)$$

Ist $F_1 = F_2 = F_x = \text{Const.} = F$, so wird

$$W = k (T - t) F \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

worin

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

der sogenannte Transmissions-Koeffizient ist.

Setzt man aber die Flächeneinheit F = 1 und T — t = 1, so erkennt man leicht, daß k die Anzahl Wärmeeinheiten angiebt, welche stündlich durch das Quadratmeter der inneren Begrenzungsfläche der Wand hindurchgehen, wenn die Temperaturdifferenz der berührenden Luftschichten 1° C. beträgt. Der Wert von W wird groß, wenn λ_1, λ_2 und λ große Werte haben, d. h. wenn die Wärmeaufnahme und -Abgabe und die Wärmedurchleitung leicht von statten gehen.

a) Um den Transmissions-Koeffizienten für Mauerwerk zu bestimmen, beachte man, daß

λ der Wert des Wärmeleitungs-Koeffizienten für gebrannte Steine = 0,7 aus Tabelle IX zu entnehmen ist;

λ_1 und λ_2 stellen jeder die Summe $K + K_1$ (Gleichung (I) § 13) dar.

In der Regel ist nun für die innere Begrenzungsfläche die Wärmeaufnahme λ gleich dem Wärmeverlust an der Außenfläche λ_1. Denn aus Tabelle IV findet man für eine mit Tapete bespannte Wand

$$K = 3{,}77,$$

während der Strahlungs-Koeffizient für Ölfarbenanstrich der Außenfront

$$K = 3{,}71.$$

Der Wärmeverlust durch Leitung beträgt (nach Tabelle Va) im Mittel für beide gegenüberstehende Wandflächen 2,0, weil die Höhe der Etagen in der Regel zwischen 4 und 6 m schwankt. Es darf also für gewöhnliche Verhältnisse gesetzt werden:

$$Q = K + K_1 = \lambda_1 = \lambda_2,$$

und dadurch findet man den Wert des Transmissions-Koeffizienten

$$k = \frac{1}{\frac{2}{Q} + \frac{e}{\lambda}} = \frac{1}{\frac{2\lambda + Qe}{Q\lambda}} = \frac{\lambda Q}{2\lambda + Qe}$$

und

$$W = \frac{\lambda \,.\, Q}{2\lambda + Qe} \cdot (T - t)$$

übereinstimmend mit Gleichung (6).

a) Der Wärmeverlust einer Backsteinmauer ist nun nicht allein von ihrer Dicke, sondern auch von ihrer Trockenheit oder Feuchtigkeit, ihrer Lage gegen herrschende Winde, sowie davon abhängig, ob die Wand frei steht oder geschützt ist, wie im Inneren der Straßen. Da diese Faktoren schwer in Rechnung zu ziehen sind, nimmt Ferrini[1]) die Mauer äußerlich als durchnäßt an, innerlich als mit Tapeten bespannt. Nun findet man

1) für die innere Begrenzungsfläche den Strahlungs-Koeffizienten des Papieres (Tabelle IV)

$$K = 3{,}77.$$

Den Wert der Wärmeabgabe durch Kontakt darf man annehmen für mittlere Etagenhöhen annähernd:

$$K^1 = 2{,}23;$$

hiernach ist $K + K^1 = \lambda_1 = 6$.

2) Wenn die Außenfläche durchnäßt ist, findet man

$$K = 5{,}3$$

und wegen fortwährender Erneuerung der Luft durch Wind wird im Freien die Wärmeabgabe meist eine lebhaftere sein, so daß annähernd $K^1 = 2{,}7$, also

$$\lambda_2 = 8;$$

endlich finden wir nach Tabelle IX für Backsteine

$$\lambda = 0{,}7$$

und durch Einführung der gefundenen Werte

$$k = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{e}{0{,}7}} = \frac{7}{24} + \frac{e}{0{,}7},$$

d. h. der Transmissions-Koeffizient für Backsteinmauern ist:

$$k = \frac{16{,}8}{4{,}9 + 24e}.$$

Die folgende Tabelle giebt für fortschreitende Werte von e die Transmissions-Koeffizienten gewöhnlicher Mauern.

Tabelle XII (nach Ferrini).[2])

Mauerdicke in Metern	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Transmissions-Koeffizient	2,30	1,73	1,39	1,16	0,99	0,87	0,77	0,70	0,63	0,58
Differenzen	—	0,57	0,34	0,23	0,17	0,12	0,10	0,07	0,07	0,05

b) Fenstertransmission. Hierbei nehmen wir den ungünstigen Fall an, nämlich die Außenfläche als „von Regen benetzt“. Wegen der geringen Dicke e der Glasscheiben kann man in der allgemeinen Formel des § 6

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{e}{\lambda}}$$

das Glied $\frac{e}{\lambda}$ vernachlässigen, so daß nur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}}.$$

Für die Innenseite ist nun $K = 2{,}91$ und $K^1 = 2{,}09$,

$$\lambda_1 = 2{,}91 + 2{,}09 = 5.$$

Für die Außenseite ist wegen der Wasserschicht $K = 5{,}3$ und wegen fortwährender Erneuerung der Luft durch Wind $K^1 = 2{,}7$, also annähernd

$$\lambda_2 = 5{,}3 + 2{,}7 = 8,$$

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{13}{40}$$

und der Transmissions-Koeffizient der Fenster

$$k = \frac{40}{13}, \text{ d. h. sehr nahe} = 3.$$

Doppelfenster. Bezeichnet n die Anzahl der parallelen Gläser, so ist nach der Entwickelung von Ferrini der Transmissions-Koeffizient mehrfacher Glasscheiben:

$$k = \frac{1}{n\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right) + \frac{e}{\lambda}}$$

Das Glied $\frac{e}{\lambda}$ kann wiederum vernachlässigt werden und man findet nach dem Vorstehenden

$$k = \frac{1}{\frac{n \,.\, 13}{40}} = \frac{40}{13 \,.\, n}.$$

Daher der Transmissions-Koeffizient für Doppelfenster

$$K = \frac{40}{26} = 1{,}54.$$

Herrmann Fischer[1]) in seiner Abhandlung über „Heizung und Lüftung der Räume“ berücksichtigt bei Bestimmung der Transmission einfacher Fenster auch das

1) Rinaldo Ferrini, Technologie der Wärme, deutsch von Schröter. Jena 1878.

2) Rinaldo Ferrini (S. 62), Nr. 41.

1) Handbuch der Architektur, III. Teil, 4. Bd., S. 100.

Auftreten von Fensterschweiß an der Innenseite der Glasscheiben. Man darf dann, wegen einer Wasserschicht an der inneren Begrenzungsfläche, auch setzen:

$$K = 5{,}3 \text{ und } K^1 = 2{,}21 \text{ (Tabelle Va)},$$

also

$$\lambda_1 = 7{,}5, \text{ während wie oben } \lambda_2 = 8,$$

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{2}{15} + \frac{1}{8} = \frac{31}{120}$$

und der Transmissions-Koeffizient einfacher Fenster

$$K = 3{,}87.$$

Bei Doppelfenstern ist dagegen (wegen der ruhenden Luftschicht) Schweiß an der Innenseite nicht vorhanden, gleichwohl dürfte mit Rücksicht auf mangelhaftes Dichthalten zu setzen sein:

$$K = \frac{120}{2 \,.\, 31}, \text{ d. h. nahezu } = 2.$$

Diese Werte stimmen ziemlich gut überein mit den von Redtenbacher[1]) aufgestellten Erfahrungswerten.

c) Wagerechte Fenster (Oberlichter) werden von unten durch stets sich erneuernde wärmere Luftschichten, von oben durch kältere Schichten berührt. Schweißbildung tritt gar nicht oder selten ein. Nach Fischer ist zu setzen

$$K = 5{,}4.$$

d) Für äußere Thüren ist (bei einer durchschnittlichen Dicke von 4 cm) die Wärmeabgabe pro Stunde und Quadratmeter und 1° Temperaturdifferenz

für Eichenholz	für Tannenholz
$K = 2{,}2$	$K = 1{,}5$.

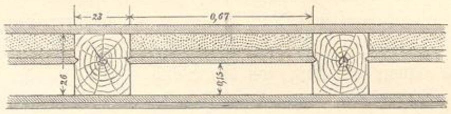
e) Es bleiben endlich noch die Werte von K für wagerechte, hohle Deckenkonstruktionen von Holz (gestakte Decken oder halbe Windelböden) zu bestimmen. Diese Verhältnisse hat H. Fischer sehr eingehend behandelt und rechnerisch entwickelt auf S. 54 des unten genannten Werkes. Hierbei wird zu unterscheiden sein:

a) Der Fall, wenn die betreffende Balkenlage oberhalb von kälterer, unterhalb von wärmerer Luft berührt wird, wie dies gewöhnlich bei den Deckenkonstruktionen des obersten Wohngeschosses, über welchem der Dachraum liegt, vorkommt, und

b) der Fall, wo das Umgekehrte stattfindet, d. h. bei Decken über Durchfahrten und solchen Decken, die zum Abschluß des Kellers gegen das beheizte Erdgeschoß dienen.

1. Fall. Gehört die Deckenkonstruktion (Fig. 30) der ersteren Art an, so wird der Wärmeübergang in den Balkenfeldern durch den Gipsputz auf Schalung wenig gehindert und die Leitung derjenigen Luftschicht, welche zwischen Schalung und Stakung eingeschlossen ist, fällt wegen deren Strömung sehr groß aus. — Der Wärmeübergang von den Stakhölzern in die darüber befindliche, 8 bis 10 cm hohe Sand- oder Coaksaschenschicht kann nur durch Leitung stattfinden, wird aber wegen der innigen Berührung sehr entschieden wirken. Dasselbe findet da statt,

Fig. 30.



wo die 3,5 cm starken Dielbretter auf dem Füllmaterial lagern. Wenn geringe Spielräume vorhanden sind, so wird hier Leitung und Strahlung gemeinschaftlich auftreten.

In Rücksicht hierauf fand Fischer den Transmissions-Koeffizienten der Abschlußdecke im Balkenfelde

$$K = 0{,}58.$$

Da, wo die 23 cm breiten Balken sich befinden, ist dagegen nur

$$K = 0{,}32;$$

folglich ist die durchschnittliche Zahl von Wärmeeinheiten, welche durch eine derartige Decke bei 1° Temperaturdifferenz pro Quadratmeter und Stunde übergeführt werden:

$$K = 0{,}5.$$

2. Fall. Befindet sich unter der vorbeschriebenen Decke die kältere, über derselben die wärmere Luft wie bei Kellerbalkenlagen über denen das beheizte Erdgeschoß, so fällt, wegen der nach unten liegenden Luftschicht, K etwa nur halb so groß aus als im ersten Falle, nämlich:

$$K = 0{,}3.$$

Da, wo Balken sich befinden, ist

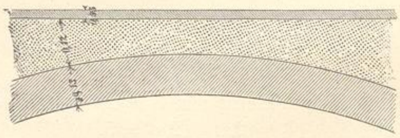
$$K = 0{,}35.$$

Die Durchschnittszahl für den Wärmeübergang ist

$$K = 0{,}31 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

3. Fall. Wird die Kellerdecke (Fig. 31) durch ein inkl. Putz 13 cm starkes Backsteingewölbe gebildet, über dem

Fig. 31.



sich eine, im Mittel 12 cm hohe Sandschüttung befindet, in welche die Lagerhölzer eingebettet sind, die den kienenen Fußboden tragen, so überführt jeder Quadratmeter der Decke für 1 Grad Temperaturdifferenz:

$$K = 0{,}71 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Einschließungs-Konstruktionen anderer Art werden nach den vorhergehenden Beispielen zu berechnen resp. zu schätzen sein, so lange dieselben zu beiden Seiten von Luft berührt werden.

1) Der Maschinenbau, II. Bd., S. 394.

Für gewöhnliche Fälle dürften die angegebenen, resp. die in Tabelle XIII und XIIIa zusammengestellten Zahlenwerte, die wir der Abhandlung von H. Fischer[1]) entlehnen, zur Berechnung des Wärmeaustausches freistehender lotrechter Wände genügen. Hierbei sind die üblichen Mauerstärken von Backsteinwänden, unter Hinzurechnung des Putzes auf beiden Seiten, zu Grunde gelegt.

Tabelle XIII. Werte der Transmissions-Koeffizienten von Backsteinmauern.

Wandstärke in Metern	0,14	0,27	0,40	0,53	0,66	0,79	0,92	1,05
Werte von K	2,31	1,66	,27	1,03	0,86	0,74	0,66	0,59

Tabelle XIIIa. Transmissions-Koeffizienten von Bruchsteinmauern.

Wandstärke in Metern	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
Werte von K	1,80	1,37	1,17	1,00	0,87	0,77	0,70	0,63

Fenster in den Frontwänden (vergl. S. 39).

Für einfache Fenster ist $K = 3{,}87$

„ Doppelfenster . . $K = 2{,}0$.

Transmissions-Koeffizienten von Deckenkonstruktionen.

Decken nach Art der Fig. 39, 1. Fall $K = 0{,}5$
Decken nach Art der Fig. 39, 2. Fall $K = 0{,}31$
Decken nach Art der Fig. 40 . . . $K = 0{,}71$
Wagerechte Glasdecken (Oberlichte) . $K = 5{,}4$
Doppelte Oberlichte . . . . . . $K = 2{,}6$.

§ 18.

Wärmeverlust bewohnter Räume.

Bevor die Transmission durch Wände, Fenster, Fußboden und Decke bei ununterbrochener Heizung und im Beharrungszustande der Erwärmung bestimmt wird, haben wir noch zu untersuchen, welche von den umschließenden Flächen Wärmeverluste bedingen und wie hoch die Temperaturdifferenz $T - t$ für verschiedene Gebäudegattungen in Rechnung zu stellen ist.

Als Transmissionsflächen sind folgende anzusehen:

1) alle Umschließungswände des Gebäudes, welche mit der atmosphärischen Luft einerseits und mit der Luft der zu heizenden Räume andererseits in Berührung stehen, also Frontwände, Giebel und die Wände und Decken offener Durchfahrten;
2) die Scheidewände und Decken zwischen Räumen, von denen der eine geheizt wird, der andere nicht;
3) die Fußböden des untersten Geschosses;
4) die Decken des letzten Geschosses, soweit dasselbe geheizt wird.

Scheidewände und Zwischendecken, welche Räume trennen, die beide gleich stark oder beide nicht geheizt werden sollen, bleiben bei der Rechnung außer Betracht.

Als Temperatur der äußeren Luft an kalten Wintertagen wird das Minimum des kältesten Monats in Rechnung zu stellen sein, denn gute Heizapparate müssen im allgemeinen ihren Zweck noch für die niedrigste Außentemperatur erfüllen; für höhere Temperaturen hat man nur die Thätigkeit des Apparates zu mäßigen.

Die mittlere Monatstemperatur des Januar, welche für diesen Zweck nicht maßgebend ist, beträgt

für Berlin $-1{,}90^\circ$ R., für Karlsruhe $-0{,}14^\circ$ R.

Dagegen betrug die größte Abweichung von der Mitteltemperatur des Januar:

für Berlin $-14{,}28^\circ$ R., für Karlsruhe $-9{,}68^\circ$ R.

Hieraus folgt als Minimum des kältesten Monats:

Berlin $-16{,}18^\circ \text{ R.} = -20{,}1^\circ \text{ C.}$
Karlsruhe $-9{,}82^\circ \text{ R.} = -12{,}2^\circ \text{ C.}$

Sieht man von außergewöhnlichen Schwankungen ab, so dürfte für den Norden Deutschlands $t = -15^\circ$ und für Süddeutschland $t = -10^\circ$ als angemessen in Rechnung zu stellen sein.

Die Temperatur der zu erwärmenden Räume beträgt:

für Wohnungen . . . . . $T = 15$—18° C.
„ Hörsäle, Versammlungssäle $T = 15^\circ$,
„ Kirchen . . . . $T = 10$—15°,
„ Schulen . . . . . . $T = 16$—18°,
„ Strafanstalten . . . . $T = 12^\circ$,
„ Krankenhäuser . . . . $T = 15$—20°,
„ Treibhäuser . . . . . $T = 20$—25°.

Nach diesen Angaben wird die Temperaturdifferenz $T - t$ auf 30—35° C., seltener nur $= 40^\circ$ anzunehmen sein.

Zahlenbeispiel. Es soll der Wärmeverlust eines Krankenzimmers berechnet werden, wenn bei kontinuierlicher Heizung eine Erwärmung auf 20° C. verlangt und die Temperatur der Luft an kalten Wintertagen zu 10° angenommen wird. Die Lage des Zimmers ist der Art, daß drei Seiten Transmissionsflächen bilden und die vierte an ein geheiztes Zimmer stößt; die 51 cm starken Mauern bestehen aus Backstein.

1) Handbuch der Architektur, 2. Aufl., III. Teil, 4. Bd., S. 123.