Joh. Müller's Lehrbuch der kosmischen Physik

Müller, Johann Heinrich Jacob

Braunschweig, 1894

14. Krümmung der Erdoberfläche

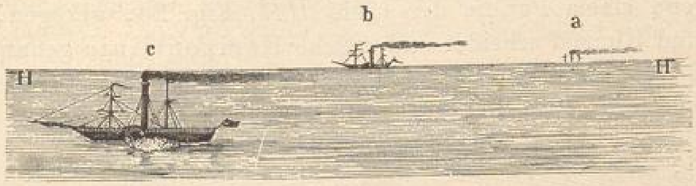
Zweites Capitel.

Gestalt, Grösse und Axendrehung der Erde.

Krümmung der Erdoberfläche. Bisher haben wir die Erdoberfläche als eine Ebene betrachtet, wie sie, die Unebenheiten der Gebirge abgerechnet, auf den ersten Anblick wohl auch erscheinen mag; eine aufmerksame Beobachtung der Meeresoberfläche zeigt uns aber schon, dass die Erdoberfläche gekrümmt sein muss. 14

Wenn man von einem etwas erhöhten Standpunkte, sei es von einem Thurme oder einem Berge am Ufer, oder von den Masten eines Schiffes aus, auf das offene Meer hinausschaut, so sieht man von einem hinläng-

Fig. 28.



lich entfernten Schiffe nur die Spitzen der Masten oder des Schornsteins, wie es bei a, Fig. 28, dargestellt ist. Wenn sich das Schiff dem Beobachter nähert, so scheint es allmählich aus dem Wasser aufzutauchen, bis es endlich vollständig sichtbar wird und nun gerade auf der Grenzlinie HH zwischen Himmel und Meer zu ruhen scheint, wie bei b. Bei fortdauernder Annäherung scheint nun das Schiff auf der Meeresoberfläche von der Linie HH herabzusteigen, so dass es mehr und mehr, und wenn der Beobachter hoch genug steht, endlich ganz auf die Meeresfläche projicirt erscheint, wie bei c.

Auch auf Landseen von einiger Ausdehnung zeigt sich die eben besprochene Erscheinung; Fig. 29 stellt dieselbe dar, wie man sie auf dem Bodensee beobachtet, wenn man sich 3 bis 4 m über dem Wasserspiegel, etwa auf dem Verdeck eines Dampfschiffes, befindet. Um die fernen Schiffchen hinlänglich deutlich zu sehen, muss man jedoch ein, wenn auch schwach vergrösserndes Fernrohr anwenden.

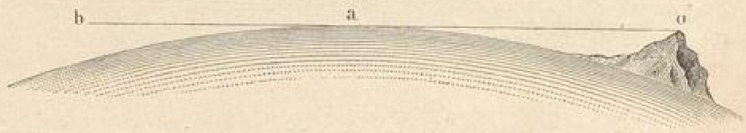
Von dem Hafen von Friedrichshafen aus kann man nur den oberen Theil der Häuser von Rorschach sehen; um von Friedrichshafen aus

Fig. 29.

auch das Seeufer von Rorschach zu sehen, muss man sich schon 25 m hoch über den Spiegel des Sees erheben. Zu Bregenz muss man sich schon 50 m hoch über den See erheben, um Constanz vollständig sehen zu können.

Diese Erscheinung zeigt offenbar, dass die Meeresoberfläche gekrümmt ist. Denkt man sich von dem Auge des Beobachters eine gerade Linie nach irgend einem Punkte der Linie HH, Fig. 28, gezogen, welche Wasser und Himmel scheidet und welche Horizontlinie genannt wird,

Fig. 30.

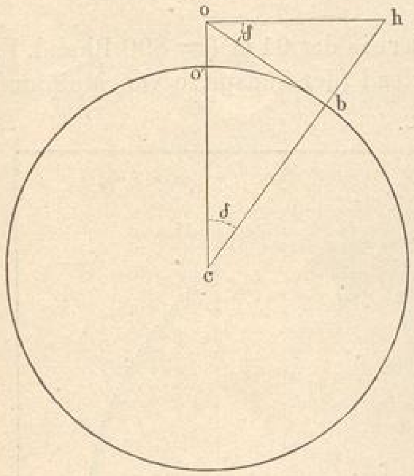


so ist diese Linie offenbar eine Tangente der krummen Meeresoberfläche, wie dies Fig. 30 erläutert, in welcher o den Standpunkt des Beobachters, oab eine Gesichtslinie bezeichnet, welche die Meeresoberfläche in a streift.

Sieht der Beobachter nichts als Himmel und Meer, so begrenzt die Scheidelinie zwischen beiden, also die rings um ihn herumlaufende Horizontlinie, welche die Gesammtheit aller Punkte enthält, in welchen die von dem Auge ausgehenden Gesichtslinien die Meeresoberfläche tangiren, eine Fläche, welche wir den Gesichtskreis nennen wollen. Je höher nun der Beobachter sich über den Spiegel des Meeres erhebt, desto mehr wächst der von ihm übersehene Gesichtskreis, desto mehr rückt die Horizontlinie von ihm weg.

Es sei nun der Beobachter in o und ein Punkt des Meereshorizontes in b. Zieht man durch o eine wagerechte Linie oh, so dass die durch oh und ob bestimmte Ebene senkrecht steht, so bezeichnet der Winkel hob die sogenannte Depression des Horizontes oder die Kimmtiefe. Verbindet man o und b mit dem Mittelpunkte der Erde c, und verlängert cb bis zum Durchschnitt mit oh in h, so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ohb und ohc der Winkel och gleich dem Winkel hob gleich der Depression des Horizontes. Bezeichnet man nun mit o' den Punkt, in welchem die Linie oc das Meeresniveau schneidet, und setzt den Radius der Erdkugel gleich der Einheit, so wird der Bogen $o'b$ gleich der Depression. Der Bogen $o'b$ ist aber nichts Anderes als der Radius des Gesichtskreises, oder die auf dem Niveau des Meeres gemessene Entfernung des Punktes o' von der Peripherie des Kreises, den man von o aus zu übersehen vermag.

Fig. 31.



Eine Bogenminute des Erdumfanges nennt man nun eine Seemeile und dieselbe entspricht dem vierten Theil einer geographischen Meile. Der in Seemeilen ausgedrückte Radius des Gesichtskreises ist demnach gleich der in Bogenminuten ausgedrückten Depression des Horizontes.

Ist nun oo', oder die Höhe des Beobachters über dem Meere, in Rheinl. Fussen ausgedrückt, gleich h, so ergiebt die Grösse $\sqrt{h}$ genähert den Radius des Gesichtskreises in Seemeilen und die Depression in Bogenminuten.

Setzt man nämlich den Radius der Erde $= R$ und die Depression $= \delta$, so ist $cb = co \,.\, cos\,\delta$, oder $R = (R + h)\,cos\,\delta$, und

$$cos\,\delta = \frac{R}{R+h}, \text{ und da } sin\,\delta = \sqrt{1 - cos^2\,\delta},$$

so wird auch

$$sin\,\delta = \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R+h)^2}} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R+h} = \frac{\sqrt{h^2 + 2\,Rh}}{R+h},$$

und man hat wegen der Kleinheit von h gegen R hinreichend genau:

$$\delta . \sin 1' = \frac{\sqrt{2\,Rh}}{R} = \sqrt{\frac{2\,h}{R}}$$

$$\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sin 1' \sqrt{R}} \cdot \sqrt{h}.$$

Nun ist $R = 20319645{,}3$ Rh. Fuss

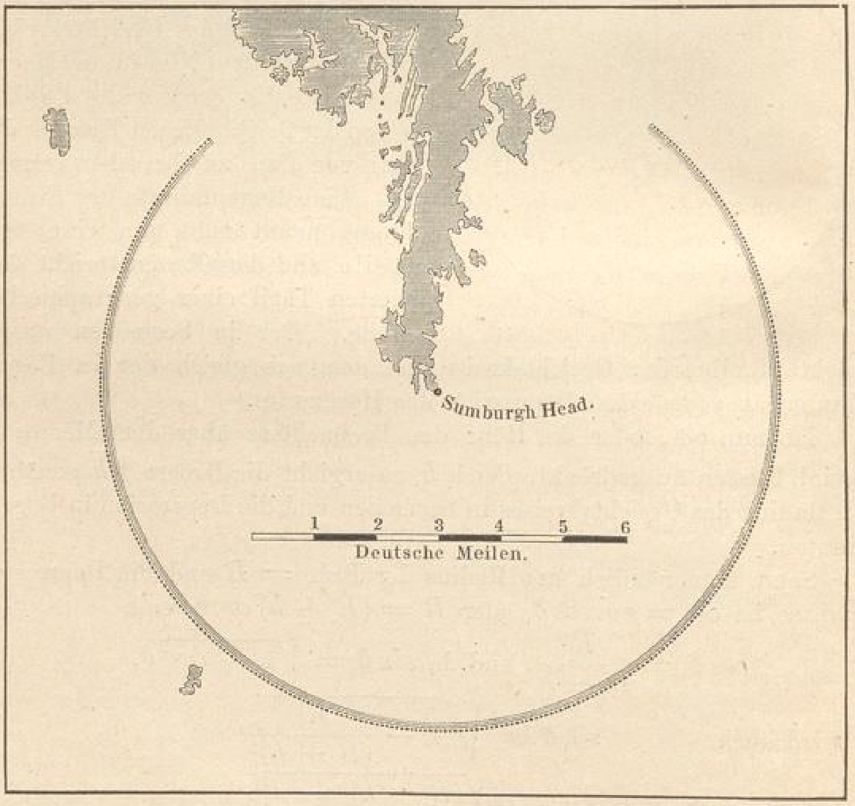
$$\sqrt{R} = \quad 4507{,}7$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin 1'} = \quad 4861{,}7,$$

und daher $\delta = \frac{4861{,}7}{4507{,}7} \sqrt{h} = 1{,}0785 . \sqrt{h}$; oder genähert $\delta = \sqrt{h}$, worin also δ in Seemeilen resp. Bogenminuten, und h in Rheinl. Fussen ausgedrückt ist.

Fig. 32 stellt den Erleuchtungskreis des 91 m (= 890 Rheinl. F.) hohen Leuchtthurmes von Sumburgh Head (der Südspitze von Mainland,

Fig. 32.



der grössten unter den shetländischen Inseln) dar, d. h. den Kreis, innerhalb dessen von dem Verdeck eines Schiffes das Feuer jenes Leuchtthurmes sichtbar ist.

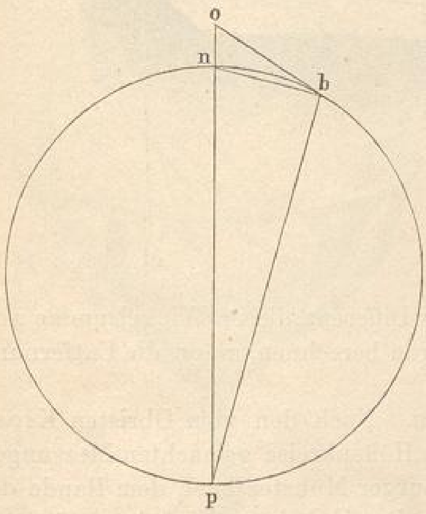
Um zu untersuchen, ob es von einem Punkte aus möglich ist, falls sich keine anderen Gegenstände dazwischen befinden, einen anderen Punkt B zu sehen, oder ob die Krümmung der Erdoberfläche die Möglichkeit verhindert, muss man für beide Punkte den Radius des Gesichtskreises berechnen. Ist die Summe beider Radien grösser als die Entfernung der beiden Punkte, so ist die Sichtbarkeit möglich, im entgegengesetzten Falle unmöglich.

Es soll z. B. untersucht werden, ob es möglich ist, vom Brocken aus den Hamburger Michaelisthurm zu sehen. Die Höhe des Brockens ist 3631 Rh. F., die der Spitze des Michaelisthurmes 435 Rh. F. über dem Meere. Wir haben

$$\sqrt{3631} = 60{,}26$$
$$\sqrt{435} = 20{,}85.$$

Die Summe, oder 81,11 Seemeilen = 20,28 geographische Meilen ist gleich der Summe der Halbmesser der beiden Gesichtskreise. Dieselbe ist kleiner, als die Entfernung der beiden Orte, welche $26\frac{1}{2}$ geographische Meilen beträgt, und es ist daher nicht möglich, den Michaelisthurm vom Brocken aus zu sehen.

Fig. 33.



Die auf jedem Punkte des Meeres in gleicher Weise und in gleichem Betrage hervortretende Depression des Horizontes deutet nun darauf hin, dass wenigstens die Meeresoberfläche kugelförmig gekrümmt sei.

Da aber die Oberfläche der Meere viel grösser ist als die der Länder, da ferner die Erhebung der Continente über den Meeresspiegel verhältnissmässig ganz unbedeutend ist, so können wir schliessen, dass die ganze Erde eine Kugel sei.

Gehen wir von dieser Annahme aus, so können wir umgekehrt aus beobachteten Werthen für den Radius des Gesichtskreises die Grösse des Erdhalbmessers berechnen. Der Kreis Fig. 33 stelle einen Durchschnitt der Erdkugel dar, so ist np ein Durchmesser derselben. o sei nun der Standpunkt des Beobachters, ob eine durch sein Auge an die Erdoberfläche gelegte Tangente, so sind die Dreiecke nob und obp einander ähnlich und man hat

$$no : ob = ob : op$$

und daraus:

$$op = \frac{ob^2}{no}.$$

Wenn die Erhebung $no = 1000'$ ist, so ist $ob = 198000'$, es ist also

$$op = \frac{198000^2}{1000} = 39204000.$$

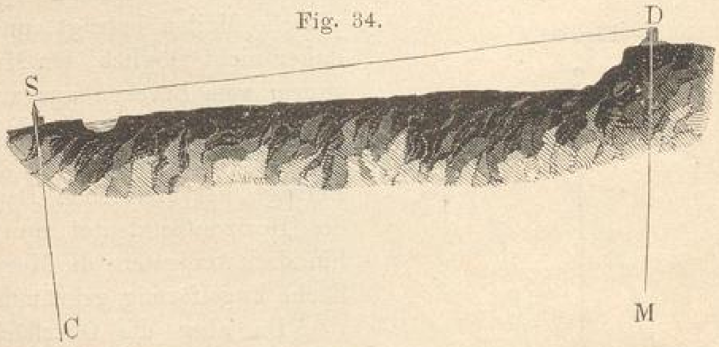
Ziehen wir davon $no = 1000$ ab, so bleibt für den Durchmesser der Erde $D = 39203000$ Fuss oder 1782 deutsche Meilen, da eine solche Meile in runder Zahl gleich 22000 Fuss ist.

Eine solche Bestimmungsweise des Erddurchmessers kann natürlich keine genauen Resultate liefern.

Sehr gut lassen sich aus geodätischen Höhenmessungen sowohl die Krümmung der Erde nachweisen, als auch ihre Dimensionen annähernd berechnen.

Wenn man nämlich an zwei möglichst weit von einander entfernten Orten, die so gelegen sind, dass man von jedem aus den anderen sehen kann, den Winkel misst, welchen an jedem dieser Orte die Verticale desselben mit der beide Orte verbindenden Visirlinie macht, so beträgt die Summe dieser Winkel nicht 180°, wie es sein müsste, wenn die Verticalen

Fig. 34.



beider Orte parallel wären. Aus der Differenz dieser Winkelsumme von 180° lässt sich der Halbmesser der Erde berechnen, wenn die Entfernung beider Orte bekannt ist.

Ein Beispiel mag dies erläutern. Nach den vom Obristen Klose im Jahre 1833 mit einem achtzölligen Höhenkreise gemachten Messungen macht die Visirlinie SD vom Strassburger Münster nach dem Rande des Durlacher Wartthurms mit der Verticalen SC einen Winkel von $89^0\,48'$, während der Winkel SDM gleich $89^0\,35'$ gefunden wurde. Da die Summe dieser beiden Winkel, $179^0\,23'$, kleiner ist als 180^0, so sind also die Linien SC und DM nicht parallel, sondern sie convergiren, und der Winkel, unter welchem sie im Mittelpunkte der Erde (vollkommene Kugelgestalt vorausgesetzt) zusammentreffen, ist $180^0 - (179^0\,23') = 37'$.

Da nun aber die Entfernung des Strassburger Münsters vom Durlacher Wartthurme 71058 m beträgt, so hat man, um zu berechnen, wie lang $^1/_4$ des Erdumfanges ist, die Proportion:

$$37' : 71058^{\mathrm{m}} = 90^0 : x$$

oder:

$$37' : 71058^{\mathrm{m}} = 5400' : x,$$

also

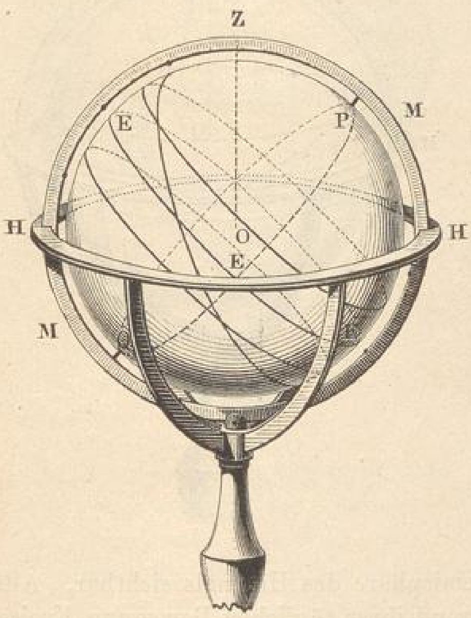
$$x = 10370000 \text{ Meter.}$$

Demnach würde sich die Länge des Erdhalbmessers gleich 900 Meilen ergeben. Die Sicherheit der Bestimmung wird aber sehr beeinträchtigt durch die atmosphärische Strahlenbrechung, von welcher später die Rede sein soll.

Weitere Beweise für die Kugelgestalt der Erde liefern die sogenannten Reisen um die Welt und die Gestalt des Erdschattens, wie man sie bei Mondfinsternissen zu beobachten Gelegenheit hat; am entschiedensten aber ergiebt sie sich, wenn man mit Aufmerksamkeit den Anblick des gestirnten Himmels in verschiedenen Gegenden vergleicht.

Bestimmung der Kugelgestalt durch astronomische Beobachtungen. 15
Im vorigen Capitel wurde bereits angeführt, dass für das mittlere Deutschland die Weltaxe ungefähr einen Winkel von 50 Graden und also die Ebene des Aequators einen Winkel von 40 Graden mit der Ebene des Horizontes mache. Das ändert sich nun, sobald man nach Norden oder nach Süden reist.

Fig. 35.



Je weiter man nach Norden geht, desto mehr steigt der Polarstern in die Höhe, während der Himmelsäquator sich in gleichem Maasse gegen die Ebene des Horizontes senkt. Es nimmt also die Zahl der Sterne zu, welche nicht auf- und nicht untergehen; dagegen wird aber auch ein immer grösserer Theil der südlichen Hälfte der Himmelskugel ganz unsichtbar, der Gürtel der Sterne, welche auf- und untergehen, wird immer schmäler.

Am besten kann man sich diese Veränderungen anschaulich machen, wenn man einen Himmelsglobus zur Hand nimmt. Fig. 35 zeigt einen Himmelsglobus in derjenigen Stellung, wie sie den Erscheinungen des gestirnten Himmels im mittleren Deutschland entspricht; der Nordpol des Himmels steht 50^0 über der Ebene des Horizontes, mit welcher der Himmelsäquator einen Winkel von 40^0 macht.

Soll der Himmelsglobus die Erscheinungen nördlicher gelegener Gegenden darstellen, so muss man den Messingring M so drehen, dass die Axe PQ sich mehr und mehr der Verticalen nähert. In der Stellung