Joh. Müller's Lehrbuch der kosmischen Physik

Müller, Johann Heinrich Jacob

Braunschweig, 1894

106. Die allgemeine Schwere

urn:nbn:de:hbz:466:1-96939

langer, dünner Stahlmagnet. Bei D ist dieser Magnetstab vermöge einer Cardani'schen Aufhängung so befestigt, dass seine Schwere eliminirt ist, dass also der Schwerpunkt des Magnetstabes mit Allem, was er trägt, mit dem Durchschnittspunkte der beiden Schneiden der Cardani'schen Aufhängung zusammenfällt. Um die Lage dieses Schwerpunktes gehörig reguliren zu können, dient das Laufgewicht E, welches an seitlichen Armen noch drei kleinere Laufgewichte trägt, die auf Schrauben laufen. Nahe an seinem unteren Ende trägt der lange Magnetstab BC die kleine Holzkugel P, welche den Planeten darstellt.

Die in Fig. 50, S. 75 dargestellte Cardani'sche Aufhängung ist eigentlich für diesen Apparat construirt; der magnetisirte Stahlstab BC geht durch die Mitte der Hülse ab hindurch, in welcher er befestigt ist.

Die nicht zu beseitigenden Mängel, mit denen der Apparat behaftet ist, bestehen in dem Einflusse des unteren Poles des Elektromagneten und des Erdmagnetismus, dem Widerstande der Luft und dem Umstande, dass sich die Stange BC bei schiefer Lage etwas biegt. Trotz dieser Mängel lässt sich die elliptische Bewegung der Kugel P leicht erhalten, wenn man den Stab aus der senkrechten Lage bringt und der Kugel P einen kleinen seitlichen Stoss giebt. Sehr deutlich zeigt sich dann die schnelle Bewegung im Perihel und die langsame im Aphel. Die verschiedenen Widerstände bewirken allerdings, dass die Ellipse bald kleiner wird und dass die kleine Kugel nach etwa drei Umläufen an die grosse anstösst.

Die allgemeine Schwere. Ueber den Fall der Körper auf 106
der Oberfläche der Erde nachdenkend, kam Newton auf die Idee, ob nicht vielleicht dieselbe Kraft, welche den Stein zur Erde herabfallen macht, also das, was wir die Schwere nennen, weit über die Grenzen der Atmosphäre hinaus, ja bis an den Mond reiche, dass nichts Anderes als die Schwere die Centralkraft sei, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält.

Diese Idee lässt sich leicht prüfen. Auf der Erdoberfläche ist die beschleunigende Kraft der Schwere (die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde) gleich 9,8088 m. Der Mond ist nun 60 mal so weit von dem Centrum der Erde entfernt, als ein Punkt auf der Erdoberfläche; wenn also die Schwerkraft bis an den Mond reicht, so muss dort ihre beschleunigende Kraft 60^2, also 3600 mal geringer sein, als auf der Erdoberfläche, sie wäre also:

$$\frac{9{,}8088}{3600} = 0{,}002724 \text{ m}.$$

Nun aber können wir die Grösse der beschleunigenden Kraft, welche wirklich den Mond nach der Erde hintreibt, aus dem Halbmesser seiner Bahn und seiner Umlaufszeit berechnen. Wir haben:

$$v = \frac{4\pi^2 r}{t^2} = \frac{2\pi r \,.\, 2\pi}{t^2}.$$

Der Umfang der Erde ist 40 000 000 m, also ist der Umfang der Mondbahn, d. h. der Werth $2\pi r$, welcher in obiger Gleichung zu setzen ist, gleich 40 . 60 oder 2 400 000 000 m. Diesen Weg legt der Mond in 27 Tagen 7 Stunden 4 Minuten oder in 2 360 580 Secunden zurück; wir haben also:

$$v = \frac{2\,400\,000\,000 \,.\, 2 \,.\, 3{,}14}{2\,360\,580^2} = 0{,}002761 \text{ m.}$$

Wenn wir die kleine Differenz zwischen 0,002724 und 0,002761 vernachlässigen, welche übrigens nur daher rührt, dass wir für die Entfernung und die Umlaufszeit des Mondes statt der vollkommen genauen nur Näherungswerthe in Rechnung gebracht haben, so sehen wir, dass sich derselbe Werth für die beschleunigende Kraft ergiebt, welche den Mond zur Erde treibt, mögen wir nun dieselbe aus den astronomischen Beobachtungen oder aus der Hypothese ableiten, dass die Schwerkraft auch noch auf den Mond wirke, dass sie aber im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde abnehme, und diese Uebereinstimmung ist eben ein Beweis für die Richtigkeit dieser Hypothese.

Newton hatte zuerst für den Erdhalbmesser, folglich auch für die Entfernung des Mondes (60 Erdhalbmesser), einen zu kleinen Werth in Rechnung gebracht und fand deshalb, von der Intensität der Schwerkraft auf der Erde ausgehend, die Intensität der Kraft, welche den Mond gegen die Erde treibt, grösser, als die aus den astronomischen Beobachtungen abgeleitete. Der Unterschied war von der Art, dass, in umgekehrter Ordnung aus der Mondbewegung auf den Fall auf der Erdoberfläche schliessend, der Fallraum der ersten Secunde nur 13 Fuss hätte betragen müssen, während er in der That 15 Fuss ist.

Diese Differenz war so gross, dass Newton selbst seine Theorie ganz aufgab, d. h. er gab die Idee auf, dass die Centripetalkraft, welche bei der Mondbewegung thätig ist, mit der Schwere identisch sei.

Zwölf Jahre lang hatte er diesen Gegenstand vollständig liegen gelassen, als er im Juni des Jahres 1682 die Kunde von einer neuen, in Frankreich durch Picard ausgeführten Gradmessung erhielt, nach welcher der Durchmesser der Erde grösser und zwar um $^1/_7$ grösser war, als man nach früheren, weniger genauen Messungen angenommen hatte. Alsbald nahm er seine alten Rechnungen wieder vor und hatte nun die Freude, seine schon aufgegebene Theorie aufs Vollständigste bestätigt zu sehen.

Die Sonne zieht die Planeten, die Planeten aber ziehen ihre Satelliten an, und die Kraft, welche die Monde gegen ihre Planeten hintreibt, ist identisch mit der Schwerkraft, welche alle Körper niederzieht, die sich auf der Oberfläche der Planeten befinden. Das Gesetz dieser Anziehung, welches unser ganzes Planetensystem beherrscht, lässt sich in folgender Weise aussprechen:

Je zwei materielle Körper ziehen sich mit einer Kraft an, welche ihren Massen direct und dem Quadrat ihrer Entfernungen umgekehrt proportional ist.

Bezeichnet man mit m und m' die Massen der beiden Körper, mit r ihre Entfernung, so ist also ihre gegenseitige Anziehung gleich

$$f \frac{m \cdot m'}{r^2},$$

wo f ein constanter Factor ist.

Das Gewicht eines Körpers auf der Oberfläche eines Planeten ist die Resultirende aller Anziehungen, welche sämmtliche Molecüle, aus denen der Planet zusammengesetzt ist, auf den fraglichen Körper ausüben. Diese Resultirende ist stets gegen den Mittelpunkt des Planeten hin gerichtet, insofern man ihn als vollkommen kugelförmig betrachtet und also von seiner Abplattung abstrahirt. Für diesen Fall wirkt auch die Gesammtanziehung eines Planeten in die Ferne sowohl wie auf einen Körper, welcher sich auf seiner Oberfläche befindet, gerade so, als ob die ganze Masse des Planeten sich in seinem Mittelpunkte befände. Bezeichnen wir also mit m die Masse, mit ϱ den Halbmesser eines Planeten, so ist die Kraft, mit welcher die Einheit der Masse auf der Oberfläche des Planeten gegen den Mittelpunkt hingezogen wird:

$$V = f \frac{m}{\varrho^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit, also auch die Beschleunigung, mit welcher ein Körper auf der Planetenoberfläche fällt, ist von seiner Masse unabhängig, sie ist gleich der Geschwindigkeit und der Beschleunigung, mit welcher die Masseneinheit fällt, sie ist also:

$$g = h \frac{m}{\varrho^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

wo h einen constanten Factor bezeichnet, dessen Bestimmung für uns jetzt kein Interesse hat.

Betrachtet man die Bewegung eines Planeten, so ist streng genommen der Mittelpunkt der Sonne kein fester Punkt, sondern der Planet sowohl als auch die Sonne selbst beschreiben mit gleicher Umlaufszeit Ellipsen um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt, welcher aber stets dem Mittelpunkte der Sonne sehr nahe liegt, weil die Masse der Planeten nur ein höchst unbedeutender Bruchtheil der Sonnenmasse ist; bezieht man aber die Bewegung des Planeten auf den Mittelpunkt der Sonne, indem man denselben als fest betrachtet, so ist seine Bahn gleichfalls eine elliptische.

Es sei M die Masse der Sonne, m die Masse eines Planeten und R der Abstand beider von einander, so ist die beschleunigende Kraft, welche den Planeten gegen den gemeinschaftlichen Schwerpunkt treibt:

$$G = h \frac{M}{R^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

während die Sonne gegen denselben Schwerpunkt mit einer Beschleunigung:

$$\Gamma = h \frac{m}{R^2}$$

hingetrieben wird. Letztere Grösse kann man aber als verschwindend klein gegen die erstere betrachten, so dass also G das Maass der Beschleunigung ist, mit welchem der Planet um die Sonne gravitirt. Ebenso ist

$$G' = h \frac{m}{r^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

der Werth der Beschleunigung, mittelst deren ein Satellit um seinen Planeten kreist, wenn r die Entfernung beider bezeichnet und die Masse des Trabanten im Vergleich zur Masse m des Planeten als verschwindend klein betrachtet werden kann.

107 **Masse der Sonne und der Planeten.** Die Formeln, welche wir im vorigen Paragraphen kennen lernten, geben uns ein Mittel an die Hand, die Masse der Planeten, welche Satelliten haben, mit der Masse der Sonne zu vergleichen.

Es sei M die Masse der Sonne, m die Masse eines Planeten, μ die eines Satelliten dieses Planeten; ferner R die mittlere Entfernung des Planeten von der Sonne, r die des Satelliten von den Planeten; T die Umlaufszeit des Planeten um die Sonne, t die des Satelliten um den Planeten, so geht die Gleichung (A) auf S. 277 in folgende über:

$$R^3 : r^3 = T^2 (M + m) : t^2 (m + \mu),$$

oder:

$$\frac{M + m}{m + \mu} = \frac{t^2 R^3}{T^2 r^3}.$$

Nehmen wir die Entfernung des Mondes von der Erde zur Längeneinheit, so ist $r = 1$ und für die Erde $R = 387$.

Die Umlaufszeit des Mondes um die Erde beträgt 27,321661, die der Erde um die Sonne beträgt 365,256 Tage. Setzen wir nun in unserer letzten Gleichung $t = 27{,}321661$ und $T = 365{,}256$ und ausserdem für R und r die obigen Zahlenwerthe, so kommt:

$$\frac{M + m}{m + \mu} = 324124,$$

d. h. die Masse der Sonne + der Masse der Erde ist 324 124 mal so gross, als die Masse der Erde + der Masse des Mondes. Da aber die Masse der Erde gegen diejenige der Sonne, und die Masse des Mondes gegen die der Erde sehr klein ist, so bezeichnet die obige Zahl sehr genähert das Verhältniss der Sonnen- zur Erdmasse, oder die Grösse $\frac{M}{m}$.

Die Umlaufszeit t' des äussersten Jupitertrabanten ist 16,689018 Tage, seine Entfernung vom Mittelpunkte des Jupiter ist 26,486 Jupiterhalb-