



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Das Feldmessen

Schewior, Georg

Leipzig, 1915

4. Die Längenmessung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-97237](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-97237)

die Fig. 106). Einfacher im Gebrauch sind solche Maße mit einer Aufrollvorrichtung nach Fig. 107, die, wie die obigen, eine Einteilung nach m, dm und cm, auch wohl mm tragen.

d) **Meßräder** (siehe Fig. 108) werden in geringem Umfange zu Längenermittlungen benutzt. Da sie nur die tatsächlich abgerollte Länge angeben, kommt ihre Verwendung im Feldmessen höchstens für Kontrollmessungen in Betracht.

Es ist ohne weiteres einleuchtend, daß die Genauigkeit der Messung wesentlich von der Bodenoberfläche abhängt. Auf losem Ackerboden, schlechten Wegen muß das Ergebnis viel ungenauer ausfallen als auf gepflegten Chausseen oder auf den Schienen der Eisenbahnen, wo das Meßrad für die Abmessung der Kilometersteine besonders geeignet ist. Weiteres über die Genauigkeit siehe S. 50.

Das in der Fig. 108 dargestellte Meßrad, von Wittmann in Wien konstruiert, hat einen Umfang von genau 1 m und besitzt ein Zählwerk A, an welchem die Anzahl der Umdrehungen und deren Teile abgelesen werden können. Das Zählwerk läßt sich durch die Schraube a auf Null einstellen.

Man führt das Rad an einer Handhabe D, nachdem man es auf den Anfangspunkt der zu messenden Linie gesetzt hat. Ein Blechstück F drückt gegen die Peripherie des Rades und säubert diese von etwa anhaftenden Bodenteilchen und Unreinigkeiten.

Für den Gebrauch auf Eisenbahnschienen wird das Rad mit einem Spurkranze B¹ versehen, wodurch eine sichere und bequeme Führung erreicht wird.

Für Längen bis 18 m ist ein kleines Meßrad, das „Grottometer“ (siehe Fig. 109) sehr zu empfehlen. Zwei Zifferblätter lassen das gesuchte Maß nach Meter, Dezimeter und Zentimeter bestimmen. Das Instrument wird auf einem Stabe befestigt und ist ein wertvoller Ersatz für das viel gebrauchte zusammenlegbare Metermaß (Zollstock), es hat aber den Vorzug, daß man, besonders bei Ermittlungen der Abmessungen von Bauwerken usw., ohne Anstrengung von sicherem Standpunkte aus jede gesuchte Länge, auch nach krummen Linien, feststellen kann.

Fig. 109.

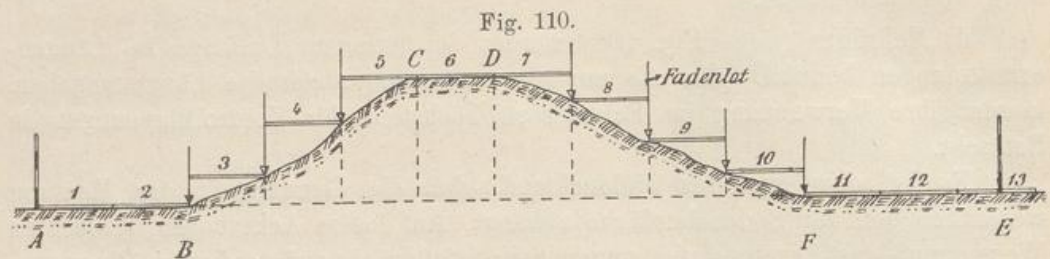


4. Die Längenmessung.

Ist die zu messende Strecke durch Fluchtstäbe, wie im Abschnitt E, S. 19, gezeigt wurde, sichtbar gemacht, so kann mit der Längenbestimmung begonnen werden. Dies geschieht durch fortlaufende Anreihung der Werkzeuglängen und zwar unmittelbar auf der Bodenfläche, wenn diese eben ist oder annähernd eben verläuft. Ist das Gelände gegen die Horizontale geneigt, so wird, falls die Neigung mehr als 2% beträgt, stets am einfachsten die sogen. „Staffelmessung“ angewendet.

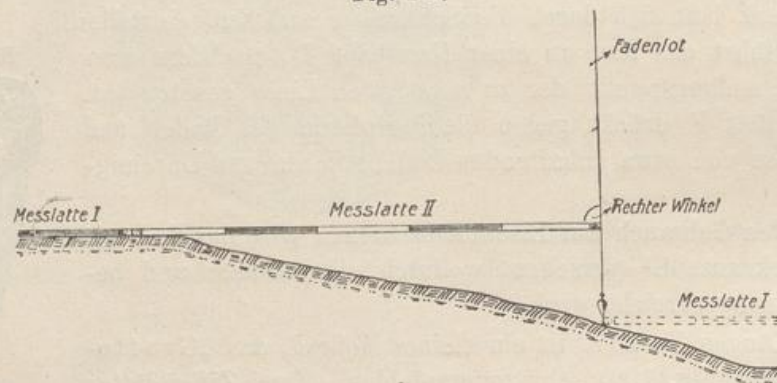
Der allgemeine Verlauf einer Längenmessung wird in Fig. 110 gezeigt. Man fängt bei A an; bis B sei die Strecke eben oder bis 2% geneigt und genau zwei Werkzeuglängen (1, 2), dann beginne eine stärkere Steigung. Von B

ab wird nicht mehr flach auf der Bodenoberfläche weiter gemessen, sondern man hält das Meßband oder die Meßlatte unter Benutzung eines Fadenlotes parallel



zur angenommenen Horizontalebene (s. S. 4), indem man das Werkzeug nach Augenmaß senkrecht zur Schnur des Lotes richtet (Fig. 111), und führt so die Messung „stufen-“ oder „staffelförmig“ bis zum Punkte C (Werkzeuglänge 5) durch. Die Wasserscheide CD sei gleichfalls nahezu eben, dann falle

Fig. 111.



das Gelände bis F. Von D ab werden die Werkzeuglängen 7, 8, 9 und 10 wieder stufenweise mit Hilfe des Fadenlotes abgesetzt, wogegen die Längen 11 und 12 mit aufliegendem Werkzeuge ermittelt werden. Die noch fehlende Strecke (kleiner als eine Werkzeuglänge) bis zum Punkte E wird an der Teilung des Längenmeßinstrumentes (Lage 13) nach Meter, Dezimeter und Zentimeter abgelesen. Dann stellt ABFE als gemessene Länge nach Seite 16 die gesuchte Entfernung in der Horizontalprojektion zwischen den Punkten A und E dar.

Die Niederschrift des Längenmaßes erfolgt meist ohne Angabe der Maßeinheit in einem Dezimalbruche, z. B.

2001,55 oder 10,52,

also ohne den Zusatz der Bezeichnung m (Meter).

a) Lattenmessung.

Bei der Benutzung der Meßlatten (s. S. 31) — es werden immer zwei Latten verwendet — wird stets mit der gleichen Latte, z. B. der „schwarzen“*) (schwarz-weißen s. S. 32) begonnen. Man legt diese genau in die Linie und

*) Merkregel: Die deutschen Farben (schwarz-weiß-rot) beginnen mit „schwarz“.

schiebt sie an den Anfangspunkt der Strecke heran. Ist dieser durch einen Stein oder durch einen Pfahl gegeben, so gilt als Anlegestelle des Lattenendes die Mitte der betreffenden Grenzbezeichnung (s. Fig. 112), nicht etwa der gewöhnlich dahinter stehende Fluchtstab. Sind die Punkte, z. B. besonders die „Linien- und Polygonpunkte“ (s. S. 76) durch Kreuze (+) oder Röhren (s. S. 12 usw.) vermarkt und durch zentrich aufgestellte oder eingesetzte Fluchtstäbe sichtbar gemacht, so ist die Mitte dieser als Ausgangsmarke anzusehen (siehe Fig. 113). Es wird sodann die zweite „rote“ (rot-weiße) Latte genau in die Linie gebracht und an die „schwarze“ Latte (Ende an Ende) herangeschoben, jedoch mit solcher Vorsicht, daß letztere nicht zurückgestoßen wird, da sonst das Maß

Fig. 112.

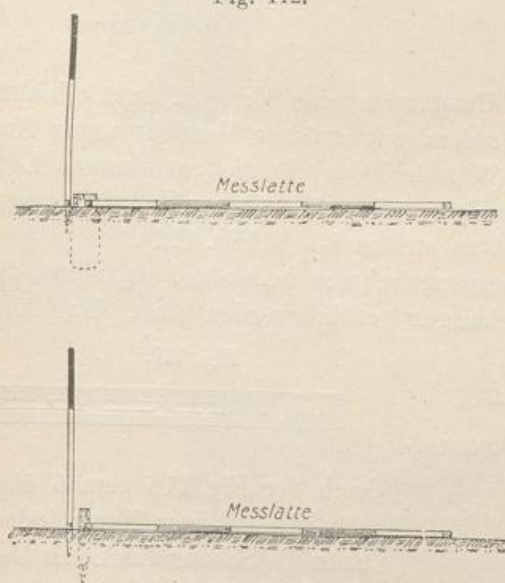
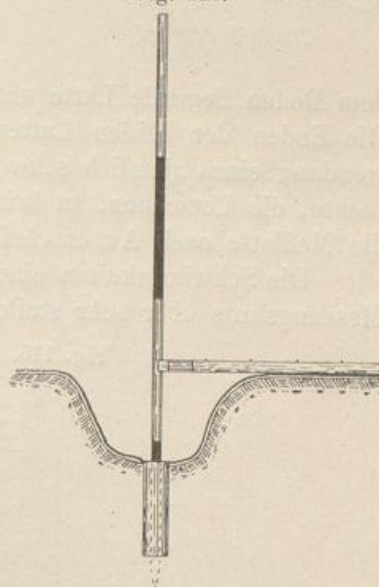


Fig. 113.



zu lang ermittelt wird. Hierauf wird die „schwarze“ Latte vom Boden genommen, laut mit „Eins“ bekannt gemacht und in der angegebenen Weise an die „rote“ Latte gelegt, dann diese abgehoben, mit „Zwei“ gezählt, von neuem angereiht, und so fort bis zum Endpunkte der zu messenden Strecke.

Die Anzahl der vollen Werkzeuglängen wird, wie soeben erläutert, durch lautes Zählen festgestellt, das aber nicht eher erfolgen darf, bis die betreffende Meßlatte wirklich vom Boden entfernt ist. Hierbei bietet sich eine gewisse Kontrolle, insofern alle ungeraden Zahlen mit „schwarzen“ Latten, alle geraden Zahlen mit „roten“ Latten zusammenfallen.

Ist man am Ende der Linie angelangt, so wird wie am Anfange an dem maßgebenden Punkte (s. o.) der noch fehlende Teilbetrag an der anliegenden Latte abgelesen. In Figur 110 wären z. B. 12 volle Lattenlängen zu zählen $= 12 \times 5,0 = 60,0$ m, wenn die Lattenlänge 5,0 m beträgt; käme noch das Stück der dreizehnten Lattenlänge bis zum Endpunkte E der Linie z. B. 2,85 m hinzu, so ist die ganze Strecke $AE = 60,0 + 2,85 = 62,85$ m lang.

Längenmessungen lassen sich mittels Meßplatten rasch und bequem ausführen, wenn die Bodenoberfläche eben ist und keine Hindernisse im Wege

stehen. Etwas schwieriger gestaltet sich die Arbeit im geneigten Gelände, wo mit Hilfe des Fadenlotes die Lattenenden beim Steigen des Terrains hochgelotet (Fig. 114), bei Fallen herabgelotet (Fig. 115) werden müssen. Hierbei ist besonders darauf zu achten, daß die zur Fortführung der Messung dienende, auf

Fig. 114 und 115.



dem Boden liegende Latte unter keinen Umständen eine Verschiebung erleidet. Die Enden der beiden Latten sind außerdem mit größter Vorsicht unter Anwendung eines ziemlich schweren Lotes (300 bis 500 g) in die gemeinsame Lotrechte, die Lotschnur, zu bringen, auf welche, wie schon früher (S. 38) gesagt, die Meßlatte nach Augenschein senkrecht zu stellen ist (s. Fig. 111).

Die Schwierigkeiten einer Längenmessung nehmen bedeutend zu, wenn die Messungslinie über sehr steile hohe Böschungen geführt werden muß. Man hilft

Fig. 116.

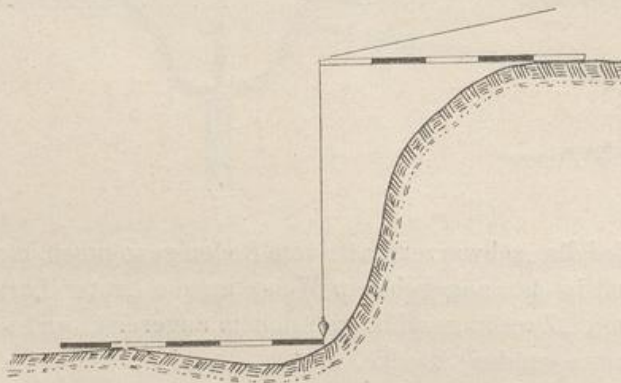
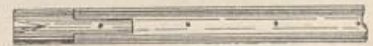


Fig. 117.



sich der Fig. 116 gemäß über den abschüssigen Hang, indem man die Schnur des Lotes über das Lattenende in einem Ausschnitte des Lattenendes (Fig. 117) laufen läßt.

Anstelle der Staffelmessung, die wohl in allen Fällen anwendbar und genau genug

ist, kann die Entfernung auch auf der geneigten Bodenfläche gemessen werden. Hierzu ist aber der Neigungswinkel α jeder Lattenlänge zur Horizontalen durch einen aufgesetzten Winkelmesser, z. B. durch den „**Libellen-Neigungsmesser**“ nach Wimmer (Fig. 118) zu ermitteln und hiernach die gesuchte horizontale Länge l (Fig. 119) nach $l = l_1 \cos \alpha$ zu berechnen, wo l_1 die Lattenlänge (5,0 m oder 3,0 m) bedeutet. Statt $l = l_1 \cos \alpha$ wird einfacher der Zuschlag $a = l_1 - l = l_1 - l_1 \cos \alpha = l_1 (1 - \cos \alpha) = 2 l_1 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ (Fig. 120) in einer Zahlentabelle für α von Zehntel zu Zehntel Grad zusammengestellt und dieser im Felde entnommen*).

*) Eine solche Tabelle befindet sich im Anhang des Bandes unter Nr. I. Das Instrument nach Fig. 118 läßt den Zuschlag gleichfalls entnehmen.

Diese etwas umständliche Arbeit wird neuerdings durch eine praktische Vorrichtung, durch den sogen. „Schrägmesser“ (Fig. 121) vom „Versandhaus für Vermessungswesen“ in Cassel 9 ersetzt, die man auf die Mitte der schrägliegenden Latte stellt, sodann eine „Röhrenlibelle“ (S. 101) um ein Scharnier bis zum

Fig. 118.

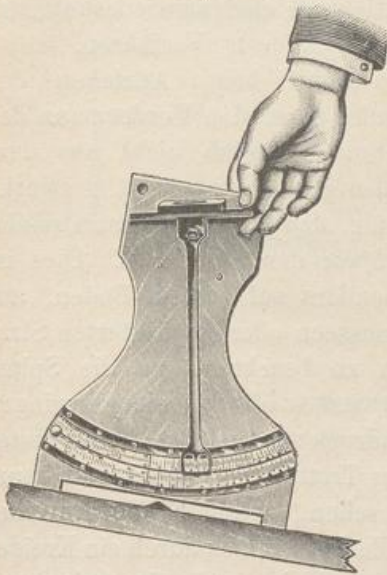


Fig. 119.

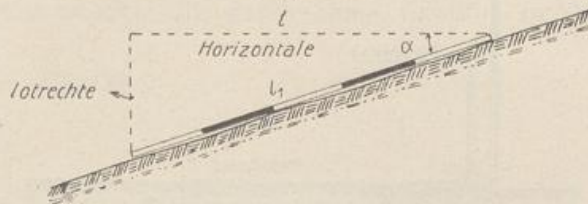


Fig. 120.

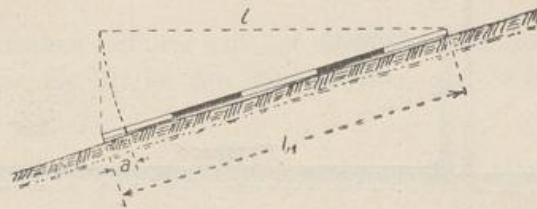
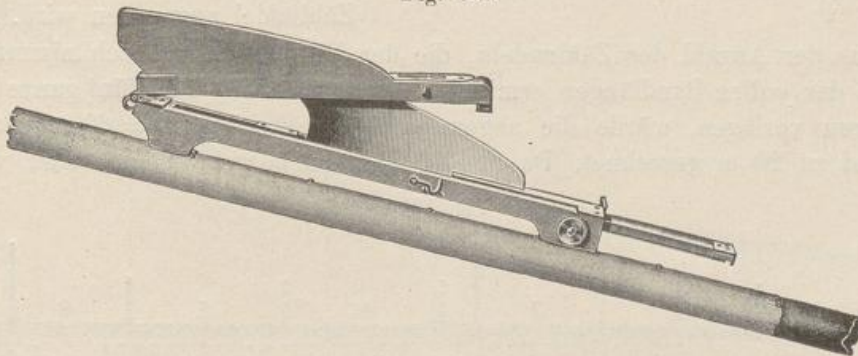


Fig. 121.

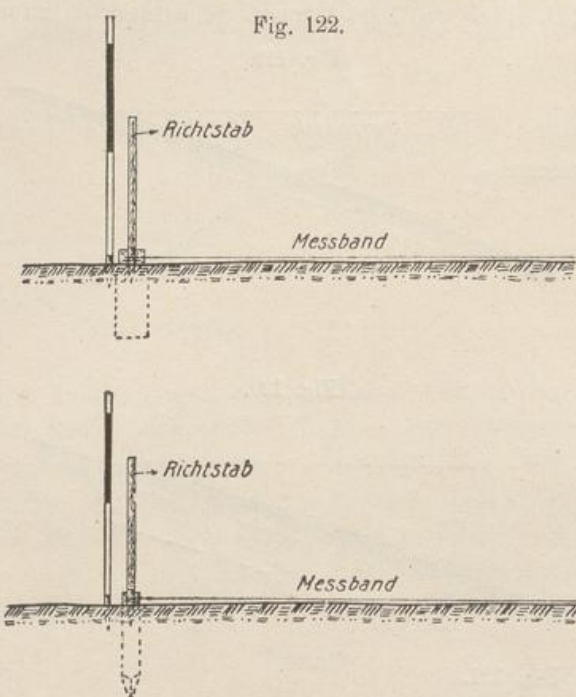


Einspielen der Libellenblase hochführt, wodurch an einer Zunge sich das Zusatzmaß selbsttätig einstellt, um welches die Latte zu verlängern ist. Zu diesem Zwecke wird der Schrägmesser so neben die Meßlatte gelegt, daß eine seitliche Kralle am Lattenende anschlägt.

b) Längenmessung mittels Meßband.

Beim Gebrauche des Meßbandes (s. S. 34) wird das Band, nachdem es vom Reifen abgerollt wurde, mittels seiner Endringe auf die beiden „Richt- oder Ziehstäbe“ (Fig. 100a) geschoben und einer von diesen am Grenzpunkte der Linie lotrecht gestellt (Fig. 122). Der andere Ziehstab wird in die abgesteckte Linie eingeflüchtet (s. S. 19), darauf das Meßband mit kräftigem Zuge gestreckt und die Bandlänge durch Eindrücken der Richtstabspitze in den Boden kenntlich gemacht. Die so entstandene Vertiefung wird sodann durch eine „Zähl-nadel“ (s. S. 35), die man in die Vertiefung steckt, sichtbar bezeichnet und die An-

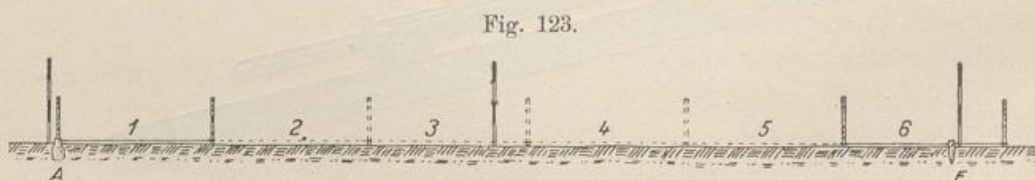
reihung der Bandlängen fortgesetzt. Hierzu wird vom Vordermann — das Meßband ist stets von zwei Gehilfen zu bedienen — das Band vorwärts gezogen, bis der Hintermann bei der Zählnadel angekommen ist. Dieser nimmt sodann



die Nadel an sich und setzt seinen Richtstab vorsichtig in die Bodenvertiefung; alsdann wiederholt sich das geschilderte Verfahren.

Damit beim Anziehen des Bandes durch den Vordermann der hintere Richtstab nicht aus dem Boden gerissen wird, ist es zweckmäßig, daß der Hintermann seinen Fuß vor den Stab setzt. Dies ist besonders auf hartem Boden, auf Chausseen oder gepflasterten Straßen zu beachten, wo die Spitze des Stabes oft nur einen geringen Eindruck hinterläßt. Auf Pflaster oder Trottoir ist letzterer oft kaum zu sehen; weshalb die Anreihestelle hier einfach durch ein Kreidekreuz (+) und die beigelegte Zählnadel angegeben wird.

Aus der Anzahl der Zählnadeln, die der Hintermann an sich nimmt, wird das Maß der vollen Bandlängen ermittelt. Wenn nach Fig. 123 fünf ganze Werkzeuglängen vorlägen, würde die abgemessene Strecke $5 \times 20 = 60$ m betragen, das Band zu 20 m gerechnet. Da nur 10 Zählnadeln gebräuchlich sind, werden



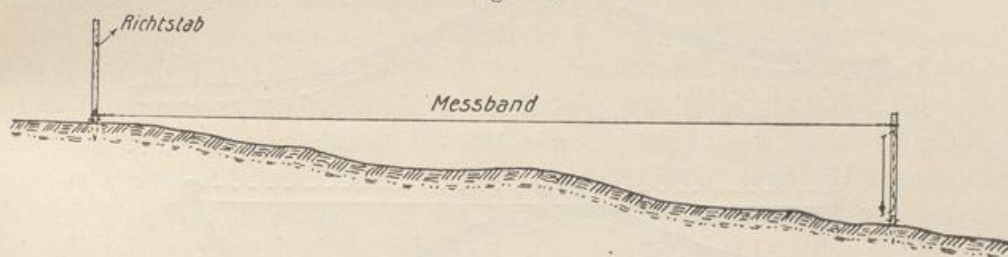
die Zähler nach Abmessung von größeren Strecken als $10 \times 20 = 200$ m dem Vordermann wieder zugestellt. Selbstverständlich darf in solchen Fällen bei der Ermittlung der Bandlängen die Rückgabe der Zählnadeln nicht außer acht gelassen werden.

Das Meßband liegt in ebenem oder bis 2% geneigtem Terrain während der Messung direkt auf dem Boden (s. Fig. 123). In geneigtem Gelände wird entweder die „Staffelmessung“ (s. S. 38) angewendet, oder es wird die Neigung des Bodens bestimmt und die horizontale Projektion entsprechend den Angaben für die Meßplatte (S. 40) festgestellt.

α) Der Vorgang der Staffellung ist der gleiche wie bei der Lattenmessung (S. 40). Das Stahlband wird horizontal gespannt (Fig. 124) und am Ende mittels des Richtstabes, den man mit Hilfe des Fadenlotes lotrecht stellt, auf den

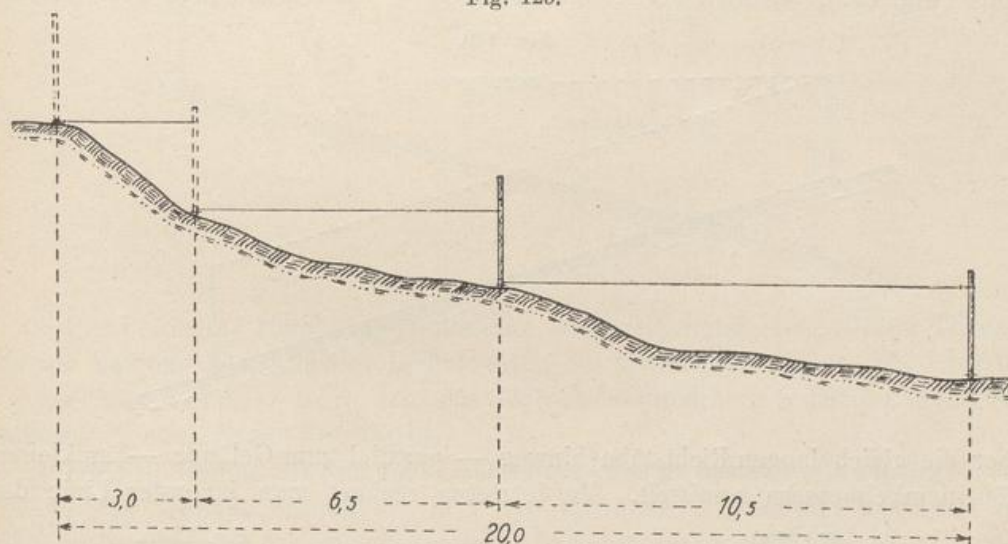
Boden projiziert. Die ganze Bandlänge (20 m) kommt hier aber nur dann in Betracht, wenn zwischen Anfang und Ende des Bandes der Höhenunterschied nicht größer ist als die Länge des Richtstabes, also etwa 1,5 m, d. h. wenn das Bodengefälle nicht größer ist als 6 bis 7 ‰. Dabei muß das Meßband stets straff gespannt sein (Fig. 124); um ein Durchhängen und damit eine Verkürzung des Maßes zu vermeiden, wird das Band zweckmäßig durch einen Gehilfen in der Mitte gestützt.

Fig. 124.



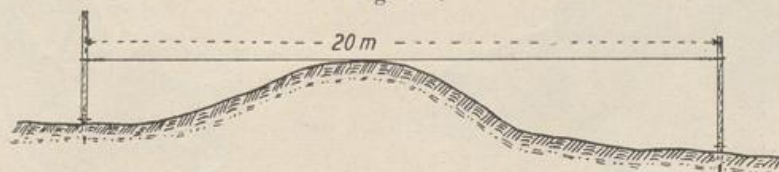
Sobald das Staffeln wegen zu starken Gefälles mit der ganzen Meßbandlänge, undurchführbar ist, nimmt man nur die Hälfte des Bandes oder nur wenige

Fig. 125.



Meter, benutzt aber zur Ablotung der gewählten Meßbandmarke (volle oder halbe Meter) immer die Richtstäbe (Fig. 125), da sie für die Teilstrecken des

Fig. 126.



Bandes sichere Zwischenpunkte in der Linie bilden. Die Staffellung mit Teilen des Werkzeuges kann auch bei den Meßblättern vorkommen.

Falls das Meßband, wie Fig. 126 zeigt, über ein Hindernis hinweg, gleichzeitig an beiden Richtstäben hochgestreift werden muß, ist sehr darauf zu achten, daß beide Stäbe bei gespanntem Bande gut lotrecht stehen, da eine schiefe Stellung (siehe Fig. 127 und 128) eine fehlerhafte Aneinanderreihung nach sich zieht.

Fig. 127.

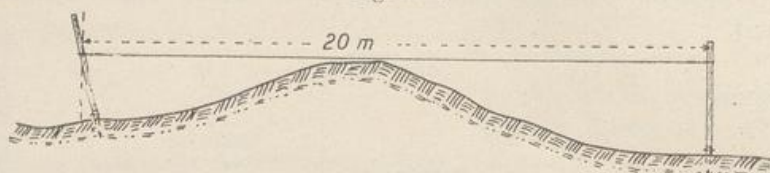
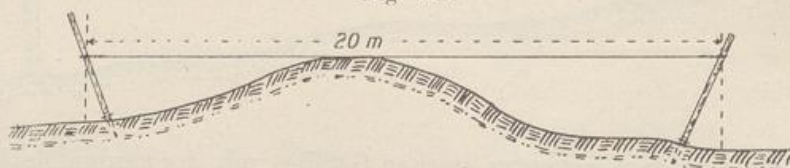
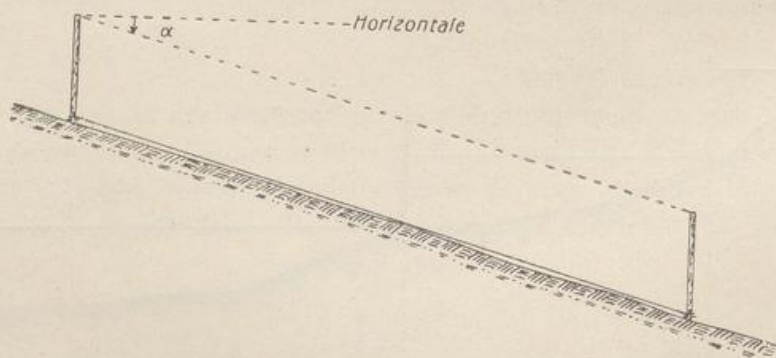


Fig. 128.



β) Wird das Meßband, der Geländeneigung folgend, am Boden entlang geführt (Fig. 129), so wird der Neigungswinkel α jeder Bandlänge sehr einfach

Fig. 129.



über die gleich langen Richtstäbe hinweg — parallel zum Gelände — an kleinen Höhenwinkelmessern ermittelt. Zu letzteren rechnet man in erster Linie den

Fig. 130 a.

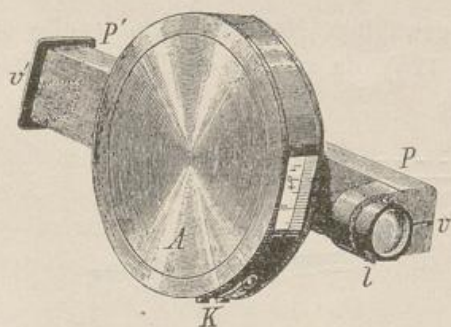
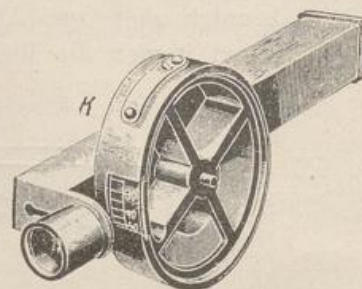


Fig. 130 b.

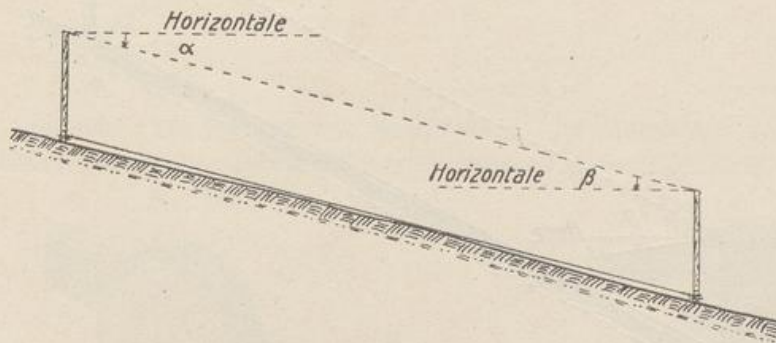


„Neigungsmesser“ von Brandis, der vom Mechaniker Wolz in Bonn hergestellt wird. Das Instrument besteht aus einer Messingbüchse A (Fig. 130 a),

in der, um eine Achse leicht schwingend, sich ein Rad (Fig. 130b) mit einer Sperrvorrichtung bei k befindet. Die Peripheriefläche des Rades trägt eine Gradteilung, beziffert nach oben mit $(-)$ und nach unten mit $(+)$ von einem Nullstriche aus, der sich infolge eines Pendelgewichts am Rade selbsttätig in die durch den Drehungspunkt des Rades gehende Horizontale einstellt. Die Gradteilung kann mittels einer Lupe l beobachtet werden, die vor einem fensterartigen Ausschnitte der Büchse in Verbindung mit einer Absehvorrchtung (Spalt v und Metallfaden v^1) seitlich am Zielrohr PP^1 angebracht ist (Fig. 130a).

Beim Gebrauch legt man das Zielrohr auf den Kopf des einen Richtstabes und visiert über $v v^1$ nach dem oberen Ende des anderen Richtstabes, auf welchen zur deutlichen Sichtbarmachung der Bandträger die Hand flach auflegt. Setzt man nun die Sperrvorrichtung K durch einen Fingerdruck außer Tätigkeit, so wird nach einigen Schwingungen das Pendelrad zur Ruhe kommen, worauf durch Vergleichung der Visierlinie $v v^1$ mit der Gradteilung unter Benutzung der Lupe der „Höhenwinkel β “ $(+)$ oder der „Tiefenwinkel α “ $(-)$ (s. Fig. 131) abgelesen werden kann.

Fig. 131.



Das Pendelrad trägt, der Gradteilung entgegengesetzt, eine weitere Teilung, die die Neigung des Geländes in Prozenten der Entfernung angibt. Die Prozentteilung wird sichtbar, wenn man das Instrument umdreht, sodaß die Sperrvorrichtung K oben liegt (Fig. 130b).

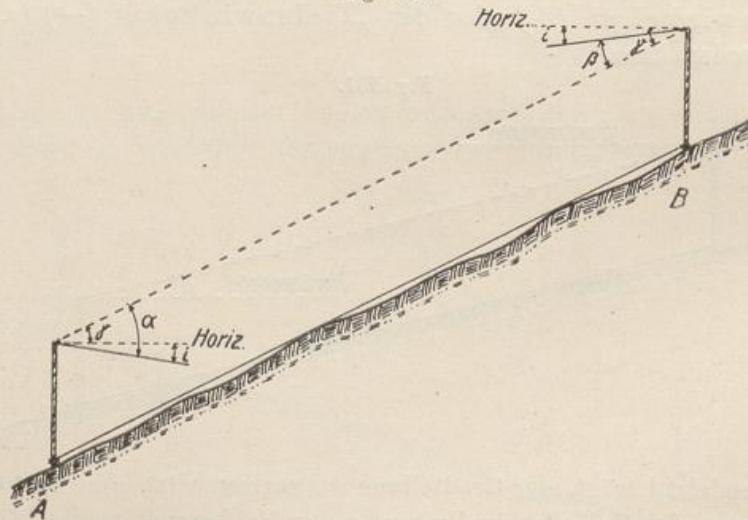
Die Ermittlung der Neigungsverhältnisse kann im besten Falle auf $\frac{3}{10}$ bis $\frac{5}{10}$ der Teilung erfolgen, sodaß die in Frage kommenden Zuschläge besonders bei einer großen Neigung des Geländes ziemlich unsicher werden. Mit $l_1 = 20$ m werden die Zuschlagmaße $a = l_1 - l_1 \cos \alpha$ am besten einer Zahlentabelle entnommen, siehe Anhang unter Nr. I, und jeder Meßbandlänge entweder sofort mit Hilfe eines Millimeterlineals zugefügt oder aber, wenn es nur auf die Gesamtlänge der Strecke ankommt, einzeln notiert und am Schlusse der Messung in Rechnung gebracht.

Von wesentlicher Bedeutung ist das Zusammenfallen der Nullmarke der Teilung des Neigungsmessers mit der Horizontalen, sobald sich das Pendelrad in der Gebrauchslage befindet. Man untersucht die Richtigkeit des Instrumentes durch sogen. „Gegenvisur“, indem man auf jedem Richtstabe die Neigung zum anderen Stabe bestimmt (Fig. 131). Werden die beobachteten Winkel α und β (ohne Beachtung des Vorzeichens) gleich groß gefunden, so ist das Instrument in Ordnung, weichen sie voneinander um mehr als $0,3^\circ$ bis $0,5^\circ$ ab, so liegt ein

„Indexfehler“ vor, der nur vom Mechaniker beseitigt werden kann. Es läßt sich jedoch die Größe des Indexfehlers aus der angegebenen Gegenvisur zu $i = \frac{\alpha - \beta}{2}$ bestimmen und der Indexfehler damit bei einseitiger Visur in Rechnung bringen, oder aber man beobachtet — immer sehr zweckmäßig — bei jeder Bandlage an beiden Enden, wie oben angegeben, und führt als richtigen Höhenwinkel den Betrag $\frac{\alpha + \beta}{2}$ ein.

Der Beweis für die Größen $\frac{\alpha + \beta}{2}$ und $\frac{\alpha - \beta}{2}$ ist folgender. Entsprechend der Lage des Nullpunktes zur Horizontalen wird in Fig. 132 auf A der Höhenwinkel zu α um den Indexfehler i zu groß, auf B zu β um i zu klein ermittelt. Nach Fig. 132 ist demnach der gesuchte Höhenwinkel:

Fig. 132.



$$\begin{aligned} \text{auf A:} & \quad \gamma = \alpha - i \\ \text{auf B:} & \quad \gamma = \beta + i \\ \text{Demnach:} & \quad 2\gamma = \alpha + \beta \\ & \quad \gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}. \end{aligned}$$

Der Indexfehler ist

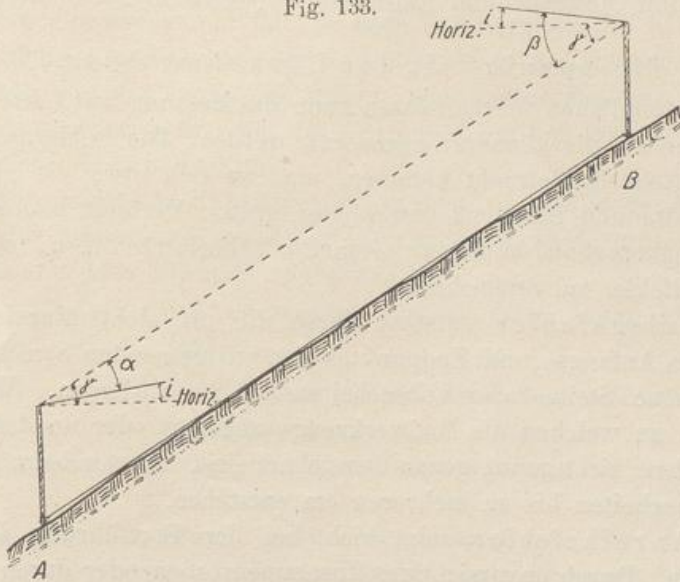
$$\begin{aligned} \text{auf A:} & \quad i = \alpha - \gamma \\ \text{auf B:} & \quad i = \gamma - \beta \\ \text{Demnach:} & \quad 2i = \alpha - \beta \\ & \quad i = \frac{\alpha - \beta}{2}. \end{aligned}$$

Die Beweisführung bleibt die gleiche, wenn der Nullstrich der Teilung über der Horizontalen, gemäß Fig. 133, liegt.

Die neueren Neigungsmesser nach Brandis der Firma Wolz-Bonn, (Fig. 134) führen auf dem Deckel der Büchse von Grad zu Grad die bereits auf den Horizont reduzierten Längen für ein Meßband von 20 m Länge; diese An-

gaben können im Felde direkt benutzt werden; für Zehntelgrade ist erst eine kleine Zwischenrechnung vorzunehmen. Beispielsweise sei $\alpha = 8,5^\circ$ gemessen; dann beträgt die horizontal ermittelte Länge 19,78 m.

Fig. 133.



Eine einfache Vorrichtung zur Bestimmung des Zuschlags ist noch das von F. G. Gauß bei den preußischen Katastervermessungen eingeführte Instrument

Fig. 134.

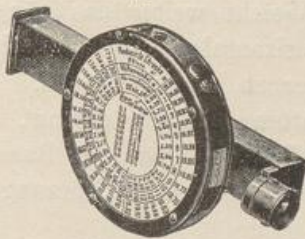
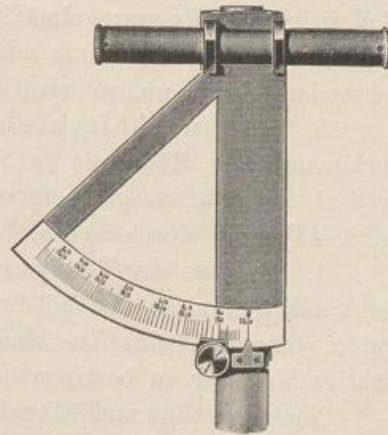


Fig. 135.



(Fig. 135), das auf den lotrecht gestellten Zielstab aufgesteckt wird und aus einem kurzen geteilten Metallbogen mit einem einfachen Visierrohr (Schauloch und Faden) besteht. Man zielt nach dem anderen Bandstabende und liest an einem Zeiger sofort die abzusetzende oder in Rechnung zu bringende Strecke als Zuschlag ab.

e) Vergleich der Band- und Lattenmessung.

Die Messung mit Meßband oder Meßlatten beansprucht etwa die gleiche Zeit, doch ist die erstere, die stets zwei Gehilfen erfordert, bequemer und daher weniger ermüdend. Bei der Lattenmessung genügt auch nur ein Arbeiter, der dann allerdings infolge des vielen Bückens sehr angestrengt wird.

Der Gebrauch des Meßbandes ist in der Ebene weit verbreitet, während in stark wechselndem Gelände, besonders im Gebirge, die Meßlatten meist be-

quemer zu handhaben sind. Da bei Flächenmessungen die Ordinaten (siehe S. 18) zweckmäßig mit Hilfe von Meßlatten (s. S. 64) bestimmt werden, ist es empfehlenswert, sich in beiden Werkzeugen die nötige Uebung anzueignen, um gegebenenfalls mit Meßband und Latten sofort wechseln zu können.

d) Genauigkeit der Längenmessung.

Unter gewöhnlichen Verhältnissen kann die Messung mit Latten dem Stahlbande gegenüber als die genauere angesehen werden. Die Fehlerquellen, die bei beiden Hilfsmitteln in Betracht kommen, sind an sich etwa die gleichen, doch sind sie für Latte und Bandmaß verschieden groß. Verfolgt man die Ursachen, die das Messungsergebnis in seiner Gesamtheit beeinträchtigen, so sind nachstehende Einzelfehler zu verzeichnen.

1. Der Anlegefehler entsteht durch die oft nicht hinreichend scharfe Bezeichnung des Anfangs- und Endpunktes der zu messenden Strecke, z. B. wenn nur roh behauene Steine oder unbearbeitete Pfähle vorliegen. Wenn die geltenden Punkte, an welchen die Meßwerkzeuge angelegt oder an denen die Maße abgelesen werden, nicht genug genau bezeichnet sind, können beim Anlegen oder Ablesen Unsicherheiten bis zu mehreren cm entstehen.

2. Der Anreihfehler zeigt sich bei der Fortführung der einzelnen Werkzeuglängen. Durch unvorsichtiges Zusammenstoßen oder durch ungenügende Berührung der Lattenenden, ferner durch sorgloses Abloten bei der Staffellung wird das Maß entweder vergrößert oder verkleinert. Beim Meßband beeinflußt das mehr oder weniger starke Anziehen des Bandes durch den Vordermann das Maß in gleichfalls unregelmäßiger Weise. Weicht weiter das Längenmeßwerkzeug aus der geraden Linie oder aus der Horizontalen (beim Staffeln) in zu beachtendem Grade ab, so wird das Maß immer zu lang gemessen.

3. Der Durchbiegefehler, bei Latten ziemlich gering, entsteht bei hochgestreiftem Meßbande (s. S. 43) infolge Durchhängens des Bandes und vergrößert dadurch das gemessene Maß. Es läßt sich durch Stützung des Bandes (s. S. 43) sehr einschränken.

4. Einflüsse der Temperatur und der Feuchtigkeit — letztere selbstverständlich nur bei den hölzernen Meßlatten —, die während der Messung eintreten, bewirken eine Zu- und Abnahme der Werkzeuglänge und fälschen das richtige Maß der zu bestimmenden Strecke.

Nach dem eben und früher Gesagten sind daher bei der Ausführung von Längenmessungen, um möglichst genaue Ergebnisse zu erhalten, folgende Regeln zu befolgen.

- a) Die Werkzeuge sind mit den Normalmaßen zu vergleichen (siehe Seite 33).
- b) Die Anfangs- und Endpunkte der Linien sind möglichst scharf zu bezeichnen.
- c) Die Werkzeuge sind in stets grader Linie zwischen Anfangs- und Endpunkt vorsichtig aneinanderzureihen.
 - α) Bei aufliegendem Werkzeuge: Scharfe Berührung der Lattenenden, ohne Stoßen; gleichmäßiges Anziehen des Meßbandes, ohne Zerren.

β) Bei der Staffellung: Horizontale Lage des Werkzeuges, ohne Durchhängen beim Stahlbande, vor allem aber sorgfältiges Abloten.

Der Gesamtfehler einer Längenmessung setzt sich aus den oben aufgeführten Einzelfehlern zusammen und fällt je nach der Sorgfalt, die bei der Messung beobachtet worden ist, und je nach den Geländebedingungen verschieden groß aus.

In welchen Grenzen zwei voneinander unabhängige Messungen derselben Strecke l übereinstimmen müssen, darüber geben amtlich festgelegte Normen in den verschiedenen Staaten Auskunft.

In Preußen wird für Katastervermessungen die zulässige Abweichung d , die auch hier als maßgebend angesehen werden kann, nach drei Geländeklassen durch die nachstehenden Formeln angegeben.

$d_I = 0,01 \sqrt{4 \cdot l + 0,005 \cdot l^2}$ in günstigem Gelände oder unter günstigen Verhältnissen;

$d_{II} = 0,01 \sqrt{6 \cdot l + 0,0075 \cdot l^2}$ in mittlerem Gelände oder unter mittleren Verhältnissen;

$d_{III} = 0,01 \sqrt{8 \cdot l + 0,01 \cdot l^2}$ in ungünstigem Gelände oder unter ungünstigen Verhältnissen.

Diese „Fehlergrenzen“ gelten übereinstimmend für Meßblatten und Stahlbänder. Erreichen sie nicht den Betrag von 0,10 m, so können sie auf dieses Maß erhöht werden, wenn nicht beide Endpunkte auf je 0,01 m (siehe Anlagefehler S. 48) genau bestimmt sind.

Der Anhang des Werkes enthält in der Tabelle unter Nr. II die Fehlergrenzen bis zu einer Streckenlänge von 1000 m. Hiernach ist beispielsweise zwischen zwei Messungen einer Strecke von 250 m gestattet:

in günstigem Gelände: $d_I = 0,36$ m

in mittlerem Gelände: $d_{II} = 0,44$ m

in ungünstigem Gelände: $d_{III} = 0,51$ m.

Die Fehlergrenzen der anderen deutschen Staaten weichen im allgemeinen nicht wesentlich von den preußischen ab und sollen deshalb hier nicht besonders aufgeführt werden. Dies gilt auch von Oesterreich und für die Schweiz. Im Bedarfsfalle sei auf den „Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik“, Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart, hingewiesen, der eingehende Angaben hierüber enthält.

Im allgemeinen kann gesagt werden, daß die amtlich zulässigen Fehlergrenzen derart bemessen sind, daß sie bei der erforderlichen Sachkenntnis und Sorgfalt stets eingehalten werden können. Für Stadtmessungen und manche ingenieur-technische Zwecke, wie z. B. Tracierungsarbeiten, sind sie allerdings zu groß; hier wird die Ermittlung und die Absteckung von Längen fast durchweg auf

$$d = 0,005 \cdot l \text{ oder } \frac{1}{2000} \cdot l$$

sicher verlangt.

Die Genauigkeit, mit welcher Längenmessungen überhaupt durchgeführt werden können, ist verschieden je nach Art der benutzten Werkzeuge und

ihrer Anwendung. Werden die auf Seite 48 hervorgehobenen Regeln sorgfältig beachtet, so wird der zu erwartende Fehler M unter normalen Verhältnissen den Betrag der Formel

$$M = \mu \sqrt{l}$$

kaum überschreiten, wenn μ , ein Erfahrungsfaktor, aus der nachstehenden Tabelle entnommen wird.

Es ist:

1. bei Meßplatten längs gespannter Schnur oder ausgeschnürter Linie (Seite 20) $\mu = 0,001$
2. bei Meßplatten ohne Hilfsmittel nach 1) $\mu = 0,003$
3. bei Stahlmeßband $\mu = 0,005$

Bei $l = 100$ m wäre nach 1): $M = 0,001 \sqrt{100} = 0,01$ m; nach 2): $M = 0,03$ m; nach 3): $M = 0,05$ m.

Es können auch die im Anhang des Werkes unter Nr. II aufgeführten Abweichungen d zu Rate gezogen werden, die, wie auf Seite 49 gesagt ist, gleicherweise für Latten- und Bandmessungen gemäß 2. und 3. Geltung haben. Man setzt den Fehler

$$M = \frac{d}{4},$$

für 100 m also:

$$\text{im günstigen Gelände: } M_I = \frac{d_I}{4} = \frac{0,21}{4} = 0,05 \text{ m,}$$

$$\text{im mittleren Gelände: } M_{II} = \frac{d_{II}}{4} = \frac{0,26}{4} = 0,06 \text{ m,}$$

$$\text{im ungünstigen Gelände: } M_{III} = \frac{d_{III}}{4} = \frac{0,30}{4} = 0,08 \text{ m.}$$

Bei Meßrädern (Fig. 37) beträgt der fragliche Fehler nach Angaben von Jordan:

auf gut gebahnten harten Wegen bei

$$\begin{array}{cccccc} l = 10 \text{ m,} & 50 \text{ m,} & 100 \text{ m,} & 500 \text{ m,} & 1000 \text{ m} \\ M = 0,06 & 0,14 & 0,20 & 0,45 & 0,63 \end{array}$$

auf Eisenbahngleisen bei Längen l bis zu 200 m: $0,0006$ der Länge, bei größeren Strecken: $0,0005 \cdot l$ bis $0,0002 \cdot l$.

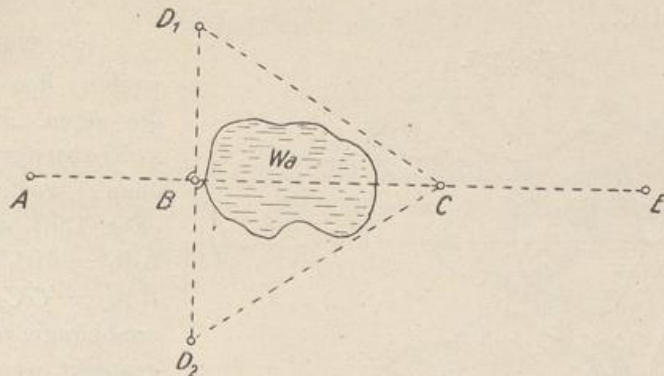
e) Messung unzugänglicher Strecken.

Wie bereits auf Seite 21 gesagt ist, soll die Lage der Abscissenlinie so ausgewählt werden, daß im Verlaufe des Messungsvorganges keine störenden Hindernisse angetroffen werden. Diese, wie Sand- oder Kiesgruben, Steinbrüche, niedrige Holzbestände, Wasserflächen u. dergl., beeinträchtigen zwar das Ausfluchten der Linien nicht weiter, dagegen erschweren sie die Streckenmessung oft in hohem Maße, bisweilen machen sie dieselbe ganz unmöglich. Schwierigkeiten der genannten Art sind aber oft nicht zu umgehen; man sucht sie durch Hilfskonstruktionen zu beseitigen, die auch in den Fällen angewendet werden können, bei denen es nur gelegentlich auf die Messung einer unzugänglichen Strecke ankommt. Wie weiter gezeigt werden wird, stößt man auf Schwierig-

keiten auch bei der Ermittlung der Ordinaten, wo als einfachstes Mittel die Winkelinstrumente (s. S. 23) mit 45° - Absteckung in Frage kommen. Ueber die Absteckung von Linien über hochragende Hindernisse, z. B. Gebäude, Holzbestände u. dergl., unterrichtet das Kapitel „Tracieren“ im II. Teile des „Feldmessens“.

1. α) Falls die Abscissenlinie A E über ein Hindernis Wa*) (Fig. 136) hinweggeht und die Messung des Teiles B C der Linie nur mit großer Schwierigkeit

Fig. 136.



oder gar nicht durchführbar ist, wird in B der Linie A E vor dem Hindernis mit Hilfe eines Winkelmessers die Senkrechte B D₁ errichtet (s. Abschnitt 2, S. 21), so daß von D₁ der Punkt C (hinter dem Hindernisse) gut zu sehen ist, und hierauf die Länge B D₁ und D₁ C gemessen.

Nach dem Pythagoräischen Lehrsatz ist sodann:

$$BC = \sqrt{(D_1 C)^2 - (B D_1)^2}$$

Zur Sicherung des Maßes wird in gleicher Weise in B die Senkrechte B D₂ errichtet und

$$BC = \sqrt{(D_2 C)^2 - (B D_2)^2}$$

berechnet.

Die beiden Werte für B C werden bei sorgfältiger Arbeit innerhalb der „Fehlergrenze“, siehe S. 49 und Tabelle Nr. II des Anhanges übereinstimmen und endgültig in einem Mittel zusammengefaßt.

$$\text{Beispiel. } BC = \sqrt{(D_1 C)^2 - (B D_1)^2} = \sqrt{54,00^2 - 20,00^2} = 50,16 \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{(D_2 C)^2 - (B D_2)^2} = \sqrt{56,06^2 - 25,15^2} = 50,10 \text{ m.}$$

Die Abweichung $50,16 - 50,10 = 0,06$ m stimmt bei günstigen Verhältnissen der Messung, also in der Geländeklasse I, innerhalb der erlaubten Fehlergrenze von $d_1 = 0,15$ m überein. Der endgültige Wert ist demnach:

$$BC = \frac{50,16 + 50,10}{2} = 50,13 \text{ m.}$$

Würde im vorliegenden Falle eine wesentlich größere Abweichung als 0,15 m sich ergeben, so sind die Hilfskonstruktionen und die Messung nachzuprüfen.

Die rechtwinkligen Dreiecke können selbstverständlich auch vom Punkte C aus oder je eins von C und B konstruiert werden; man wird den örtlichen Verhältnissen entsprechend verfahren.

*) Wa = Wasserfläche, siehe die Kulturbezeichnungen S. 161.

β) Wird die Absteckung der Senkrechten von B oder C aus gehindert, so ist vielleicht die Konstruktion nach Fig. 137 durchführbar. Man steckt die beiden rechtwinkligen Dreiecke $B D_1 C$ und $B D_2 C$ mit den rechten Winkeln bei D_1 und D_2 ab und berechnet:

$$BC = \sqrt{(B D_1)^2 + (D_1 C)^2}$$

$$BC = \sqrt{(B D_2)^2 + (D_2 C)^2}$$

Das arithmetische Mittel der beiden Werte für BC , deren Differenz (siehe unter α) in der erlaubten Fehlergrenze liegen muß, ist der gesuchte Abstand zwischen B und C.

Fig. 137.

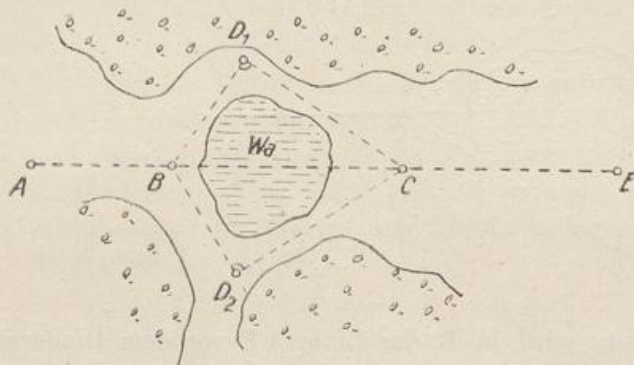
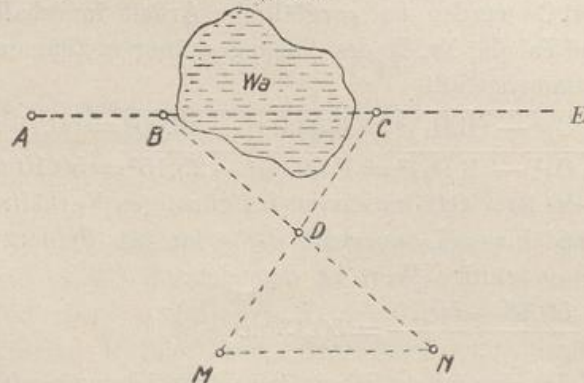


Fig. 138.



Fig. 139.



γ) Weiter wird bisweilen den Verhältnissen die sogen. „Parallel-Verschiebung“ mehr entsprechen, wo auf B und C (Fig. 138) die Senkrechten $B B_1 = C C_1$ einerseits und $B B_2 = C C_2$ andererseits, unabhängig voneinander, abgesteckt werden. Die Verbindungsgeraden $B_1 C_1$ und $B_2 C_2$ sind zu messen und als Mittel für die Strecke BC einzuführen.

δ) Eine einfache Linienskonstruktion, ohne Winkelabsteckung, zeigt die Fig. 139. Man wählt den Standpunkt D so, daß B und C von ihm aus gut gesehen werden, verbindet D mit B und C, verlängert beide Geraden über D hinaus und mißt $DN = BD$ und $DM = CD$; die Verbindungslinie MN ist die gesuchte Entfernung BC .

Zur Kontrolle müßte die gleiche Konstruktion auf der anderen oder auch auf derselben Seite von AE wiederholt werden.

ϵ) Eine allgemeine Lösung, die den Vorzug größerer Genauigkeit hat, ist die Konstruktion eines beliebigen Dreiecks (siehe Fig. 140). Man legt das Dreieck $B D_1 C$ (oder $B D_2 C$), möglichst gleichseitig (nach vorheriger Schätzung der Länge von BC), und ermittelt die Horizontalwinkel α, β, γ (oder $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$) mit

Hilfe des „Theodolits“ (s. S. 94) und die Länge der Dreiecksseiten BD_1 und D_1C (oder BD_2 und D_2C).

Dann verhält sich nach dem Sinussatze der ebenen Trigonometrie:

$$BC : BD_1 = \sin \beta : \sin \gamma.$$

Daraus:

$$BC = \frac{BD_1 \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}.$$

Weiter verhält sich:

$$BC : CD_1 = \sin \beta : \sin \alpha.$$

Daraus:

$$BC = \frac{CD_1 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Das Mittel aus beiden Werten, die innerhalb der gestellten Fehlergrenze (s. S. 49) übereinstimmen sollen, gibt das gesuchte Maß für BC .

Wäre das Dreieck BD_2C gelegt, so ist in gleicher Weise nach dem Sinussatze zu verfahren.

Beispiel. In dem Dreiecke BD_1C (Fig. 140) ist gemessen die Strecke: $BD_1 = 100,12$ m, $CD_1 = 96,21$ m; der Horizontalwinkel $\alpha = 51^\circ 35' 45''$, $\beta = 73^\circ 40' 05''$, $\gamma = 54^\circ 43' 25''$.

Stellt man die Winkelsumme in dem Dreiecke zusammen, so ergibt sich (s. unten) eine Winkelsumme $179^\circ 59' 15''$. Die Abweichung $180^\circ 00' 00'' - 179^\circ 59' 15'' = +45''$ wird gleichmäßig (s. unten) auf jeden der drei Winkel verteilt, so daß die in die weitere Rechnung einzuführenden Winkel betragen $\alpha = 51^\circ 36' 00''$, $\beta = 73^\circ 40' 20''$, $\gamma = 54^\circ 43' 40''$.

Winkel	Zu verteilen	Endgültiger Winkel
$\alpha = 51^\circ 35' 45''$	+ 15''	$\alpha = 51^\circ 36' 00''$
$\beta = 73^\circ 40' 05''$	+ 15''	$\beta = 73^\circ 40' 20''$
$\gamma = 54^\circ 43' 25''$	+ 15''	$\gamma = 54^\circ 43' 40''$
Summe = $179^\circ 59' 15''$		
Soll = $180^\circ 00' 00''$		
Differenz $d = + 45''$	+ 45''	Soll = $180^\circ 00' 00''$
$\frac{d}{3} = + 15''$		

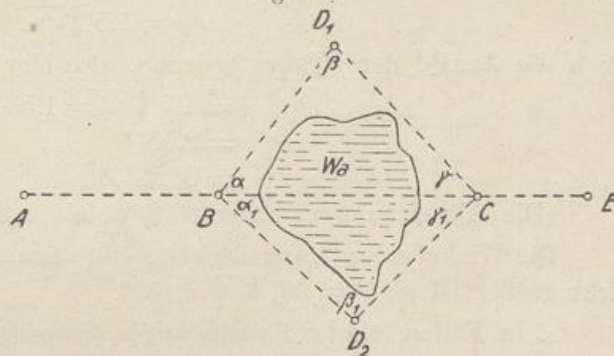
Hiernach ist:

$$BC = \frac{BD_1 \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

und

$$BC = \frac{CD_1 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Fig. 140.



$\log 100,12 = 2,00052$	$\log 96,21 = 1,98322$
$\log \sin 73^\circ 40' 20'' = 9,98212$	$\log \sin 73^\circ 40' 20'' = 9,98212$
$\text{cpl log}^*) \sin 54^\circ 43' 40'' = 0,08809$	$\text{cpl log} \sin 51^\circ 36' 00'' = 0,10585$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
$\log BC = 2,07073$	$\log BC = 2,07119$
$BC = 117,69 \text{ m}$	$BC = 117,81 \text{ m}$

Die beiden Werte BC weichen um 0,12 m ab. Gestattet ist nach Tabelle II des Anhanges in der Geländeklasse II: $d_{II} = 0,23 \text{ m}$. Da die Fehlergrenze innegehalten wird, ist

$$BC = \frac{117,69 + 117,81}{2} = 117,75 \text{ m}$$

als endgültiges Maß anzusehen.

Bei Ueberschreitung der Fehlergrenze sind, wenn kein Rechenfehler vorliegt, die Streckenlängen BD_1 und D_1C nachzuprüfen. Zeigt sich bei der nochmaligen Messung keine größere Differenz, als gemäß Seite 49 erlaubt ist, so ist die Winkelmessung auf grobe, sich aufhebende Fehler zu untersuchen, auch wenn die Winkelsumme gegen den Sollbetrag von 180° nicht um mehr abweicht als:

$$\delta = 1,5' \sqrt{n},$$

wo n die Anzahl der Winkel bedeutet, also hier nicht mehr als:

$$\begin{aligned} \delta &= 1,5' \sqrt{3} = 1,5' \cdot 1,7 \\ &= 2,55' \\ &= 0^\circ 2' 33'' \end{aligned}$$

(Die Abweichung in unserem Beispiele beträgt $45''$, siehe S. 53).

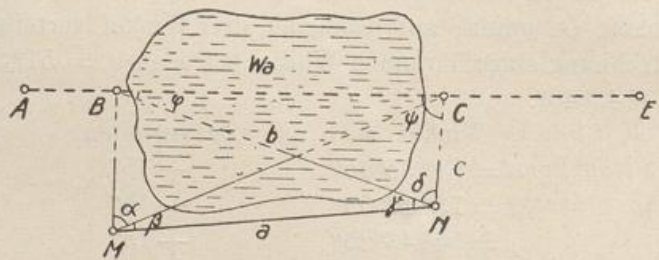
Die Winkelbeobachtung ist als „Gut“ anzusprechen, wenn die Abweichung nicht größer ist als $\delta = 30'' \sqrt{3} = 51''$.

ε . In Fällen, wo (z. B. auch wegen sumpfigen Bodens) die Aufstellung eines „Theodolits“ auf den Punkten B und C nicht möglich ist, werden zwei voneinander sichtbare und durch Längenmessung gut zu erreichende Punkte M und N (siehe Fig. 141) auf festem Boden ausgesucht und mit den Punkten B und C durch die Dreiecke MBN und MCN verbunden.

Wird die „Grundlinie“ $MN = a$, die man

ungefähr gleich der gesuchten BC wählt, ihrer Länge nach bestimmt, und die Horizontalwinkel α , β , γ und δ mittels eines „Theodolits“ gemessen, so ist nach Einführung der Buchstaben b , c , φ und ψ in die Figur:

Fig. 141.



*) cpl log bedeutet die Ergänzung des \log zu 10 und wird in die Rechnung eingeführt, um die sonst nötige Subtraktion zu vermeiden. Hier ist:

$$\begin{aligned} \log \sin 54^\circ 43' 40'' &= 9,91191 \\ \text{cpl log} \sin 54^\circ 33' 40'' &= 0,08809 \\ \hline \text{Also Summe} &= 10,00000 \end{aligned}$$

In dem Dreiecke MBN:
$$b = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin[180 - (\alpha + \beta + \gamma)]}$$

$$= \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$
 Gl. 1.

in dem Dreiecke MCN:
$$c = \frac{a \sin \beta}{\sin[180 - (\beta + \gamma + \delta)]}$$

$$= \frac{a \sin \beta}{\sin(\beta + \gamma + \delta)}$$
 Gl. 2.

in dem Dreiecke BCN:
$$\varphi + \psi = 180^\circ - \delta$$
 daraus:
$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2}.$$
 Gl. 3.

In dem Dreiecke BCN ist außerdem: $\sin \varphi : \sin \psi = c : b$

oder:
$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{c}{b},$$

oder gemäß den Regeln der ebenen Trigonometrie

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{c - b}{c + b}$$

oder:
$$\frac{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{c - b}{c + b}$$

oder:
$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b}$$

und daraus:
$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2}.$$

Aus Gleichung 3 hier: $\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2}$ gesetzt,

ergibt:
$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}$$
 Gl. 4.

Werden aus Gl. 3 und 4 die Winkelwerte für $\frac{\varphi + \psi}{2}$ und $\frac{\varphi - \psi}{2}$ berechnet, so ergibt sich:

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}$$
 Gl. 5.

$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2}$$
 Gl. 6.

Schließlich erhält man im Dreieck BCN:

$$BC = \frac{b \cdot \sin \delta}{\sin \psi}$$
 Gl. 7.

und
$$BC = \frac{c \cdot \sin \delta}{\sin \varphi}.$$
 Gl. 8.

Da eine Kontrolle für die Richtigkeit der abgeleiteten Strecke BC nicht besteht, empfiehlt es sich, wenn man etwa die umständliche Konstruktion nicht noch einmal an anderer Stelle vornehmen will, die Messung der Größen a , α , β , γ , δ im Felde doppelt auszuführen.

Beispiel: Gemessen ist $a = 126,10$ m und $= 126,24$ m, im Mittel $= 126,17$ m. Die Winkel, schon gemittelt, sind: $\alpha = 66^\circ 58' 10''$, $\beta = 17^\circ 34' 14''$, $\gamma = 22^\circ 02' 24''$ und $\delta = 67^\circ 44' 20''$.

Nach Gl. 1 ist:

$$b = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$\log 126,17 = 2,10096$$

$$\log \sin 84^\circ 32' 24'' = 9,99802$$

$$\text{cpl log sin } 106^\circ 34' 48'' = 0,01844$$

$$\log b = 2,11742$$

$$b = 131,05 \text{ m}$$

nach Gl. 2 ist:

$$c = \frac{a \sin \beta}{\sin(\beta + \gamma + \delta)}$$

$$\log 126,17 = 2,10096$$

$$\log \sin 17^\circ 34' 14'' = 9,47983$$

$$\text{cpl log sin } 107^\circ 20' 58'' = 0,02022$$

$$\log c = 1,60101$$

$$c = 39,90 \text{ m.}$$

Aus c und b wird nach Gl. 4 berechnet:

$$\text{tg } \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \text{ctg } \frac{\delta}{2}.$$

Dabei ist:

$$c - b = -91,15 \text{ m} \quad \log(c - b) = 1,95976_n$$

$$c + b = 170,95 \text{ m} \quad \text{cpl lg}(c + b) = 7,76713$$

$$\frac{\delta}{2} = 33^\circ 52' 10'' \quad \log \text{ctg } \delta/2 = 0,17314$$

$$\log \text{tg } \frac{\varphi - \psi}{2} = 9,90003_n$$

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = -38^\circ 27' 46''$$

$$\text{Aus:} \quad \frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2} = 56^\circ 07' 50''$$

$$\text{und} \quad \frac{\varphi - \psi}{2} = -38^\circ 27' 46''$$

berechnet man nach Gl. 5 und 6:

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} = 56^\circ 07' 50'' - 38^\circ 27' 46'' = 17^\circ 40' 04''$$

$$\text{und} \quad \psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} = 56^\circ 07' 50'' + 38^\circ 27' 46'' = 94^\circ 35' 36''.$$

Aus $b = 131,05$ m, $c = 39,90$ m, $\delta = 67^\circ 44' 20''$, $\varphi = 17^\circ 40' 04''$ und $\psi = 94^\circ 35' 36''$ folgt schließlich nach Gl. 7 und 8:

$$BC = \frac{b \cdot \sin \delta}{\sin \psi}$$

$$\log b = 2,11742$$

$$\log \sin \delta = 9,96636$$

$$\text{cpl log sin } \psi = 0,00140$$

$$\log BC = 2,08518$$

$$BC = 121,67$$

$$BC = \frac{c \cdot \sin \delta}{\sin \varphi}$$

$$\log c = 1,60101$$

$$\log \sin \delta = 9,96636$$

$$\text{cpl log sin } \varphi = 0,51784$$

$$\log BC = 2,08521$$

$$BC = 121,68$$

Der zweite Wert für BC muß mit dem ersten bis auf kleine durch Abrundung der Logarithmen entstandene Abweichungen übereinstimmen, er hat nur die Bedeutung der Rechenprobe. Das Mittel $121,68$ m ist das anzuhaltende Maß.

2. Die Bestimmung der Ordinaten (s. S. 18) einschließlich ihrer Fußpunkte auf der Abscissenlinie bietet im allgemeinen keine Schwierigkeiten, wenn die auf-

zunehmenden Grenzpunkte zugänglich sind und die Längen der Ordinaten direkt gemessen werden können. Oft trifft allerdings nur eine der beiden Voraussetzungen, manchmal auch gar keine der beiden zu.

Im Falle einer Bach- oder Flußaufnahme, wo nur auf einer Seite eine Abscissenlinie gelegt ist, können die Grenzpunkte, z. B. Pfähle oder Grenzsteine des Wasserlaufes, auf der anderen Seite der Reihe nach durch einen Fluchtstab, von der Abscissenlinie sichtbar, bezeichnet werden, so daß die Absteckung der Ordinatenfußpunkte leicht vor sich geht. Läßt sich die direkte Messung der Ordinatenlängen — was stets anzustreben ist — nicht ermöglichen, so ist noch jeder Punkt durch die Absteckung einer Ordinate auf der Abscissenlinie unter einem Winkel von 45° (Winkelspiegel, Winkelprisma oder Winkeltrommel, s. S. 21 usw.) abzustecken, siehe Fig. 142 für einen einzelnen Punkt. Bei 45,55 ist der Fußpunkt für die rechtwinkelig abgesteckte, bei 60,05 die unter einem Winkel von 45° abgesteckte Ordinate. Da auf diese Weise ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck entsteht, wird die eigentlich zu messende Ordinate durch das Maß $60,05 - 45,55 = 14,50$ ersetzt, das in Klammern der Ordinate beigeschrieben wird. Eine Aufnahme mit mehreren Punkten zeigt die Fig. 143.

Fig. 142.

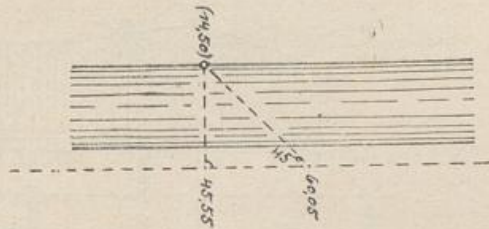
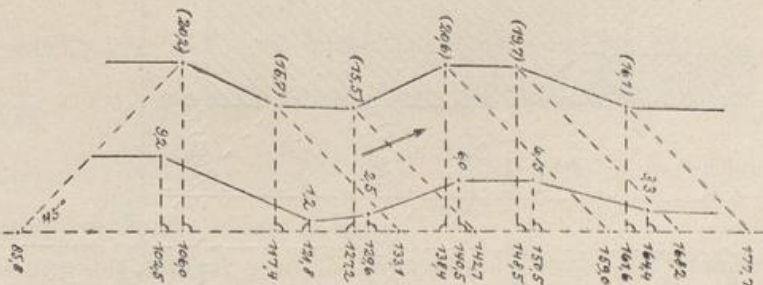


Fig. 143.

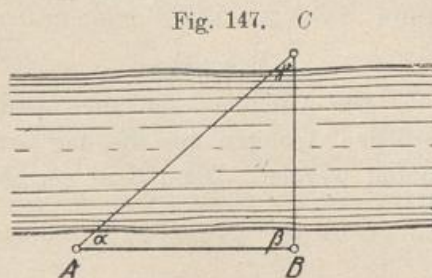
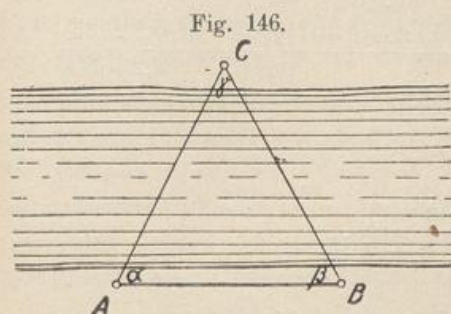


Sobald die aufzumessenden Punkte gegen die Abscissenlinie sehr hoch oder tief, z. B. auf steilen Böschungen (Fig. 144) oder in Einschnitten gelegen sind, kann von den oben aufgeführten Instrumenten nur die Winkeltrommel (s. a. das auf S. 29 Gesagte) benutzt werden.

Dieser Fall kann auch bei der Aufnahme hochgelegener Messungspunkte (Blitzableiter, Fahnenstangen u. dergl.) oder unzugänglicher Gebäudekanten eintreten, wo steile Visuren von einer nahe vorbeilaufenden Abscissenlinie zu erwarten sind. Die Fig. 145 zeigt solche Verhältnisse.

Der Punkt a (Fig. 145) ist eine Fahnenstange auf einem Gebäude, das durch schraffierte Linien gekennzeichnet ist. Die mit einer Winkeltrommel abgesteckten Fußpunkte zeigen die Abszissenmaße 154,46 m bzw. 186,93. Der Punkt b, eine wichtige Kante des Gebäudes ist ebenfalls mit der Winkeltrommel aufgenommen

der Länge BC wird am Ufer entlang eine günstig gelegene Grundlinie AB gelegt, deren Endpunkt A gleichfalls, wie oben angegeben, vermarktet wird. Aus



der zu messenden Strecke AB und den Winkeln α , β und γ wird die Strecke CB nach dem Sinussatze (siehe S. 53) berechnet zu:

$$BC = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

Beispiel. Die Grundlinie AB ist dreimal mittels zwei 5 m-Meßblatten gemessen worden. Die Länge der Latten wurde mit Hilfe der Normalmeter (siehe S. 33) zu:

$$\begin{aligned} \text{„schwarze Latte“ (s. S. 39)} &= 5,001 \text{ m} \\ \text{„rote Latte“} &= 4,999 \text{ m} \end{aligned}$$

ermittelt.

Die sorgfältigst durchgeführte Messung ergab, auf mm abgelesen:

$$\begin{aligned} AB &= 196,100 \text{ m} \\ BA &= 196,122 \text{ m} \\ AB &= 196,132 \text{ m} \end{aligned}$$

Die Abweichungen der drei Messungen gegeneinander ergeben kleinere Beträge als $\frac{1}{2000}$ der Länge (s. S. 49), also als $d = 196 \cdot \frac{1}{2000} = 0,098 \text{ m}$.

Das Mittel mit $\frac{196,100 + 196,122 + 196,132}{3} = 196,118 \text{ m}$ ist die in die Rechnung einzuführende Grundlinie AB.

Die Messung der Winkel geschah mit einem „Theodoliten“ (siehe Winkelbuch Seite 124).

Es ergab sich:

$$\alpha = 41^\circ 39' 03'', \quad \beta = 89^\circ 12' 03'', \quad \gamma = 49^\circ 09' 01''.$$

Eine Zusammenstellung der Winkel α , β , γ zur Winkelsumme im Dreieck (s. S. 53) zeigt die Differenz $180^\circ - 180^\circ 00' 07'' = -7''$, die in den Beträgen $-2''$, $-2''$ und $-3''$ den drei Winkeln zugefügt wird. Die Winkel sind hiernach endgültig:

$$\alpha = 41^\circ 39' 01'', \quad \beta = 89^\circ 12' 01'', \quad \gamma = 49^\circ 08' 58''.$$

Aus der Formel:

$$BC = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

wird nach Einsetzen der Werte erhalten:

$$BC = \frac{196,118 \cdot \sin 41^\circ 39' 01''}{\sin 49^\circ 08' 58''}$$

$$= 172,304 \text{ m.}$$

$$\log 196,118 = 2,29252$$

$$\log \sin 41^\circ 39' 01'' = 9,82255$$

$$\text{cpl } \log \sin 49^\circ 08' 58'' = 0,12123$$

$$\log BC = 2,23630$$

Die Aufgabe kann auch dann gelöst werden, wenn zur Vereinfachung der örtlichen Arbeiten nur die der Grundlinie AB anliegenden Winkel α und β bestimmt werden. Dann wird gerechnet:

$$BC = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin [180 - (\alpha + \beta)]}$$

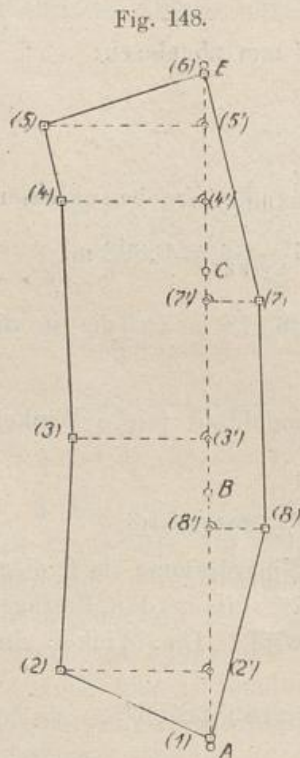
$$= \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}$$

Es empfiehlt sich jedoch, stets auch den Winkel γ zu messen, da durch die Abgleichung der Winkel auf 180° eine wertvolle Kontrolle für die Richtigkeit der Winkelbeobachtung gewonnen wird.

5. Die eigentliche Koordinatenaufnahme.

Sobald die auf Seite 17 angegebene Feststellung der Grenzpunkte erfolgt ist und diese samt etwa vorhandener Gebäulichkeiten oder sonst in betracht kommenden Bauwerke in einer Skizze (s. S. 18) vermerkt sind, gilt es

über die aufzumessende Fläche eine „Abscissenlinie“ (s. S. 18) zu legen. Es genügt hierzu, soweit nicht breitere Flächenstreifen als 80 bis 100 m vorliegen, meist eine einzige solche Linie, auf die von den einzelnen Punkten mit Hilfe der früher beschriebenen Winkelinstrumente die „Ordinaten“ (siehe S. 18) gefällt werden, worauf letztere selbst und die Entfernungen vom Anfangspunkte der Abscissenlinien bis zu den abgehenden Ordinaten, den Ordinatenfußpunkten, zu messen sind.



Die Lage der Abscissenlinie ist so zu wählen, daß sie die Fläche längs in der Mitte oder diagonal durchschneidet. Liegen Hindernisse irgend welcher Art vor, so ist die Linie an der Seite, wenn möglich aber immer innerhalb der Fläche abzustecken. Es ist sehr zweckmäßig, wenn man die Abscissenlinie über zwei dauernd vermarkte Grenzpunkte legt, wie z. B. aus der Fig. 148 zu sehen ist, da die Linie besonders für Absteckungen sofort wieder hergestellt werden kann. Ist das unmöglich, dann sind 3 oder 4 Drainröhren, die überall zu haben sind, an passenden leicht aufzufindenden Stellen,

am Anfange, Ende und in der Mitte der Linie, in den Untergrund zu versenken oder wenigstens Pfähle zu schlagen. Eine Tiefe von 0,4 bis 0,5 m für die Röhren ist meist ausreichend.