Das Feldmessen

Schewior, Georg

Leipzig, 1915

e) Messung unzugänglicher Strecken

ihrer Anwendung. Werden die auf Seite 48 hervorgehobenen Regeln sorgfältig beachtet, so wird der zu erwartende Fehler M unter normalen Verhältnissen den Betrag der Formel

$$M = \mu \sqrt{l}$$

kaum überschreiten, wenn μ, ein Erfahrungsfaktor, aus der nachstehenden Tabelle entnommen wird.

Es ist:

1. bei Meßlatten längs gespannter Schnur oder ausgeschnürter Linie (Seite 20) . . . . $\mu = 0{,}001$
2. bei Meßlatten ohne Hilfsmittel nach 1) . . . $\mu = 0{,}003$
3. bei Stahlmeßband . . . . $\mu = 0{,}005$

Bei $l = 100$ m wäre nach 1): $M = 0{,}001 \sqrt{100} = 0{,}01$ m; nach 2): $M = 0{,}03$ m; nach 3): $M = 0{,}05$ m.

Es können auch die im Anhange des Werkes unter Nr. II aufgeführten Abweichungen d zu Rate gezogen werden, die, wie auf Seite 49 gesagt ist, gleicherweise für Latten- und Bandmessungen gemäß 2. und 3. Geltung haben. Man setzt den Fehler

$$M = \frac{d}{4},$$

für 100 m also:

$$\text{im günstigen Gelände: } M_I = \frac{d_I}{4} = \frac{0{,}21}{4} = 0{,}05 \text{ m},$$

$$\text{im mittleren Gelände: } M_{II} = \frac{d_{II}}{4} = \frac{0{,}26}{4} = 0{,}06 \text{ m},$$

$$\text{im ungünstigen Gelände: } M_{III} = \frac{d_{III}}{4} = \frac{0{,}30}{4} = 0{,}08 \text{ m}.$$

Bei Meßrädern (Fig. 37) beträgt der fragliche Fehler nach Angaben von Jordan:

auf gut gebahnten harten Wegen bei

$l = 10$ m,	50 m,	100 m,	500 m,	1000 m
$M = 0{,}06$	0,14	0,20	0,45	0,63

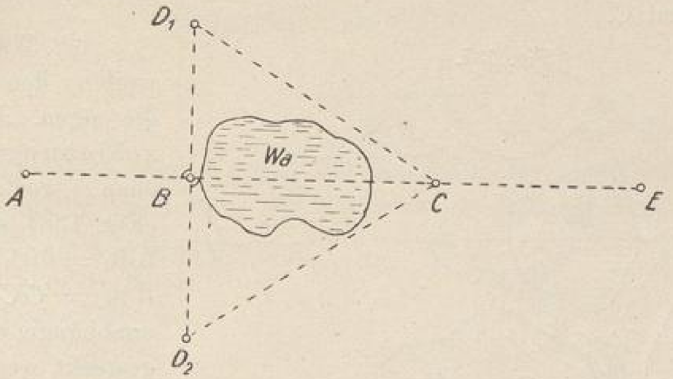
auf Eisenbahngleisen bei Längen l bis zu 200 m: 0,0006 der Länge, bei größeren Strecken: $0{,}0005 \cdot l$ bis $0{,}0002 \cdot l$.

e) Messung unzugänglicher Strecken.

Wie bereits auf Seite 21 gesagt ist, soll die Lage der Abscissenlinie so ausgewählt werden, daß im Verlaufe des Messungsvorganges keine störenden Hindernisse angetroffen werden. Diese, wie Sand- oder Kiesgruben, Steinbrüche, niedrige Holzbestände, Wasserflächen u. dergl., beeinträchtigen zwar das Ausfluchten der Linien nicht weiter, dagegen erschweren sie die Streckenmessung oft in hohem Maße, bisweilen machen sie dieselbe ganz unmöglich. Schwierigkeiten der genannten Art sind aber oft nicht zu umgehen; man sucht sie durch Hilfskonstruktionen zu beseitigen, die auch in den Fällen angewendet werden können, bei denen es nur gelegentlich auf die Messung einer unzugänglichen Strecke ankommt. Wie weiter gezeigt werden wird, stößt man auf Schwierigkeiten auch bei der Ermittelung der Ordinaten, wo als einfachstes Mittel die Winkelinstrumente (s. S. 23) mit 45° – Absteckung in Frage kommen. Ueber die Absteckung von Linien über hochragende Hindernisse, z. B. Gebäude, Holzbestände u. dergl., unterrichtet das Kapitel „Tracieren“ im II. Teile des „Feldmessens“.

1. α) Falls die Abscissenlinie A E über ein Hindernis Wa*) (Fig. 136) hinweggeht und die Messung des Teiles B C der Linie nur mit großer Schwierigkeit

Fig. 136.



oder gar nicht durchführbar ist, wird in B der Linie A E vor dem Hindernis mit Hilfe eines Winkelmessers die Senkrechte $B D_1$ errichtet (s. Abschnitt 2, S. 21), so daß von D_1 der Punkt C (hinter dem Hindernissse) gut zu sehen ist, und hierauf die Länge $B D_1$ und $D_1 C$ gemessen.

Nach dem Pythagoräischen Lehrsatze ist sodann:

$$BC = \sqrt{(D_1 C)^2 - (B D_1)^2}$$

Zur Sicherung des Maßes wird in gleicher Weise in B die Senkrechte $B D_2$ errichtet und

$$BC = \sqrt{(D_2 C)^2 - (B D_2)^2}$$

berechnet.

Die beiden Werte für B C werden bei sorgfältiger Arbeit innerhalb der „Fehlergrenze“, siehe S. 49 und Tabelle Nr. II des Anhanges übereinstimmen und endgültig in einem Mittel zusammengefaßt.

Beispiel. $BC = \sqrt{(D_1 C)^2 - (B D_1)^2} = \sqrt{54{,}00^2 - 20{,}00^2} = 50{,}16$ m

$BC = \sqrt{(D_2 C)^2 - (B D_2)^2} = \sqrt{56{,}06^2 - 25{,}15^2} = 50{,}10$ m.

Die Abweichung $50{,}16 - 50{,}10 = 0{,}06$ m stimmt bei günstigen Verhältnissen der Messung, also in der Geländeklasse I, innerhalb der erlaubten Fehlergrenze von $d_I = 0{,}15$ m überein. Der endgültige Wert ist demnach:

$$BC = \frac{50{,}16 + 50{,}10}{2} = 50{,}13 \text{ m.}$$

Würde im vorliegenden Falle eine wesentlich größere Abweichung als 0,15 m sich ergeben, so sind die Hilfskonstruktionen und die Messung nachzuprüfen.

Die rechtwinkligen Dreiecke können selbstverständlich auch vom Punkte C aus oder je eins von C und B konstruiert werden; man wird den örtlichen Verhältnissen entsprechend verfahren.

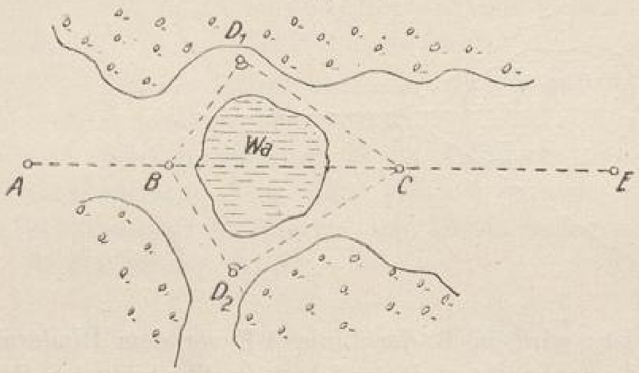
*) Wa = Wasserfläche, siehe die Kulturbezeichnungen S. 161.

β) Wird die Absteckung der Senkrechten von B oder C aus gehindert, so ist vielleicht die Konstruktion nach Fig. 137 durchführbar. Man steckt die beiden rechtwinkligen Dreiecke B D_1 C und B D_2 C mit den rechten Winkeln bei D_1 und D_2 ab und berechnet:

$$BC = \sqrt{(BD_1)^2 + (D_1C)^2}$$
$$BC = \sqrt{(BD_2)^2 + (D_2C)^2}$$

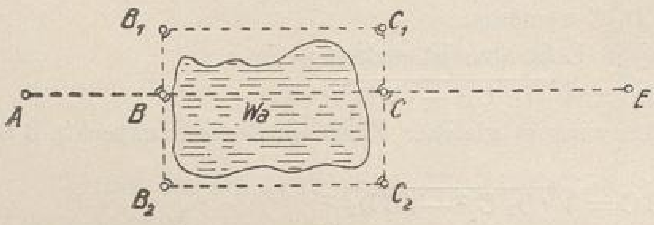
Das arithmetische Mittel der beiden Werte für BC, deren Differenz (siehe unter α) in der erlaubten Fehlergrenze liegen muß, ist der gesuchte Abstand zwischen B und C.

Fig. 137.



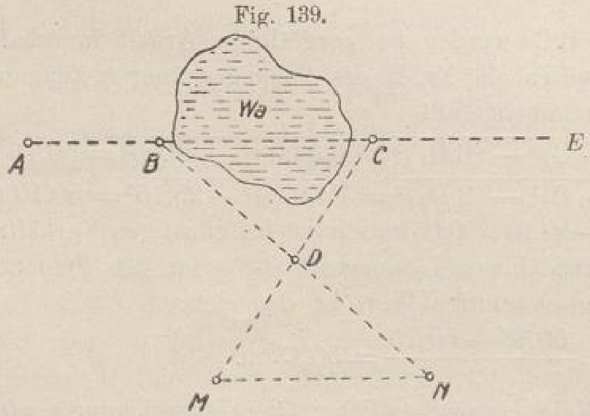
γ) Weiter wird bisweilen den Verhältnissen die sogen. „Parallel-Verschiebung" mehr entsprechen, wo auf B und C (Fig. 138) die Senkrechten B B_1 = C C_1 einerseits und B B_2 = C C_2 andererseits, unabhängig voneinander, abgesteckt werden. Die Verbindungsgeraden B_1 C_1 und B_2 C_2 sind zu messen und als Mittel für die Strecke B C einzuführen.

Fig. 138.



δ) Eine einfache Linienkonstruktion, ohne Winkelabsteckung, zeigt die Fig. 139. Man wählt den Standpunkt D so, daß B und C von ihm aus gut gesehen werden, verbindet D mit B und C, verlängert beide Geraden über D hinaus und mißt DN = BD und DM = CD; die Verbindungslinie MN ist die gesuchte Entfernung B C.

Fig. 139.



Zur Kontrolle müßte die gleiche Konstruktion auf der anderen oder auch auf derselben Seite von A E wiederholt werden.

ε) Eine allgemeine Lösung, die den Vorzug größerer Genauigkeit hat, ist die Konstruktion eines beliebigen Dreiecks (siehe Fig. 140). Man legt das Dreieck B D_1 C (oder B D_2 C), möglichst gleichseitig (nach vorheriger Schätzung der Länge von B C), und ermittelt die Horizontalwinkel α, β, γ (oder α_1 β_1 γ_1) mit

Hilfe des „Theodolits" (s. S. 94) und die Länge der Dreiecksseiten BD_1 und D_1C (oder BD_2 und D_2C).

Dann verhält sich nach dem Sinussatze der ebenen Trigonometrie:

$$BC : BD_1 = \sin\beta : \sin\gamma.$$

Daraus:

$$BC = \frac{BD_1 \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}.$$

Weiter verhält sich:

$$BC : CD_1 = \sin\beta : \sin\alpha.$$

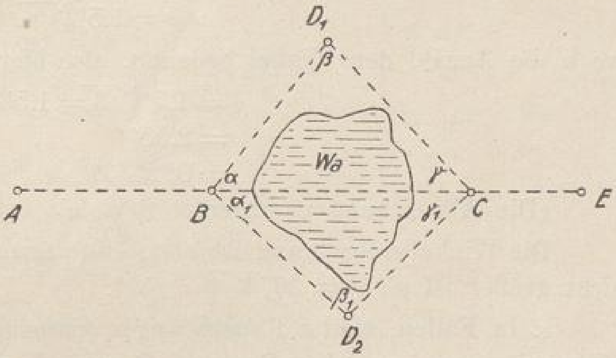
Daraus:

$$BC = \frac{CD_1 \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}.$$

Das Mittel aus beiden Werten, die innerhalb der gestellten Fehlergrenze (s. S. 49) übereinstimmen sollen, gibt das gesuchte Maß für BC.

Wäre das Dreieck BD_2C gelegt, so ist in gleicher Weise nach dem Sinussatze zu verfahren.

Fig. 140.



Beispiel. In dem Dreiecke BD_1C (Fig. 140) ist gemessen die Strecke: $BD_1 = 100{,}12$ m, $CD_1 = 96{,}21$ m; der Horizontalwinkel $\alpha = 51^\circ\,35'\,45''$, $\beta = 73^\circ\,40'\,05''$, $\gamma = 54^\circ\,43'\,25''$.

Stellt man die Winkelsumme in dem Dreiecke zusammen, so ergibt sich (s. unten) eine Winkelsumme $179^\circ\,59'\,15''$. Die Abweichung $180^\circ\,00'\,00'' - 179^\circ\,59'\,15'' = +45''$ wird gleichmäßig (s. unten) auf jeden der drei Winkel verteilt, so daß die in die weitere Rechnung einzuführenden Winkel betragen $\alpha = 51^\circ\,36'\,00''$, $\beta = 73^\circ\,40'\,20''$, $\gamma = 54^\circ\,43'\,40''$.

Winkel	Zu verteilen	Endgültiger Winkel
$\alpha = 51^\circ\,35'\,45''$	$+15''$	$\alpha = 51^\circ\,36'\,00''$
$\beta = 73^\circ\,40'\,05''$	$+15''$	$\beta = 73^\circ\,40'\,20''$
$\gamma = 54^\circ\,43'\,25''$	$+15''$	$\gamma = 54^\circ\,43'\,40''$
Summe $= 179^\circ\,59'\,15''$		
Soll $= 180^\circ\,00'\,00''$		
Differenz $d = +\ 45''$	$+45''$	Soll $= 180^\circ\,00'\,00''$
$\frac{d}{3} = +\ 15''$		

Hiernach ist:

$$BC = \frac{BD_1 \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} \quad \text{und} \quad BC = \frac{CD_1 \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$\begin{array}{rl} \log 100{,}12 &= 2{,}00052 \\ \log \sin 73^\circ\,40'\,20'' &= 9{,}98212 \\ \text{cpl}\log^{*)} \sin 54^\circ\,43'\,40'' &= 0{,}08809 \\ \hline \log BC &= 2{,}07073 \\ BC &= 117{,}69\text{ m} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log 96{,}21 &= 1{,}98322 \\ \log \sin 73^\circ\,40'\,20'' &= 9{,}98212 \\ \text{cpl}\log \sin 51^\circ\,36'\,00'' &= 0{,}10585 \\ \hline \log BC &= 2{,}07119 \\ BC &= 117{,}81\text{ m.} \end{array}$$

Die beiden Werte B C weichen um 0,12 m ab. Gestattet ist nach Tabelle II des Anhanges in der Geländeklasse II: $d_{II} = 0{,}23$ m. Da die Fehlergrenze innegehalten wird, ist

$$BC = \frac{117{,}69 + 117{,}81}{2} = 117{,}75\text{ m}$$

als endgültiges Maß anzusehen.

Bei Ueberschreitung der Fehlergrenze sind, wenn kein Rechenfehler vorliegt, die Streckenlängen BD_1 und D_1C nachzuprüfen. Zeigt sich bei der nochmaligen Messung keine größerere Differenz, als gemäß Seite 49 erlaubt ist, so ist die Winkelmessung auf grobe, sich aufhebende Fehler zu untersuchen, auch wenn die Winkelsumme gegen den Sollbetrag von 180° nicht um mehr abweicht als:

$$\delta = 1{,}5'\sqrt{n},$$

wo n die Anzahl der Winkel bedeutet, also hier nicht mehr als:

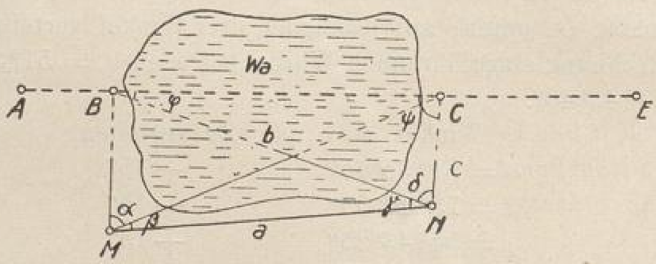
$$\begin{aligned}\delta &= 1{,}5'\sqrt{3} = 1{,}5' \cdot 1{,}7 \\ &= 2{,}55' \\ &= 0^\circ\,2'\,33''\end{aligned}$$

(Die Abweichung in unserem Beispiele beträgt 45″, siehe S. 53).

Die Winkelbeobachtung ist als „Gut“ anzusprechen, wenn die Abweichung nicht größer ist als $\delta = 30''\sqrt{3} = 51''$.

ε. In Fällen, wo (z. B. auch wegen sumpfigen Bodens) die Aufstellung eines „Theodolits“ auf den Punkten B und C nicht möglich ist, werden zwei voneinander sichtbare und durch Längenmessung gut zu erreichende Punkte M und N (siehe Fig. 141) auf festem Boden ausgesucht und mit den Punkten B und C durch die Dreiecke MBN und MCN verbunden.

Fig. 141.



Wird die „Grundlinie“ MN = a, die man ungefähr gleich der gesuchten BC wählt, ihrer Länge nach bestimmt, und die Horizontalwinkel α, β, γ und δ mittels eines „Theodolits“ gemessen, so ist nach Einführung der Buchstaben b, c, φ und ψ in die Figur:

*) cpl log bedeutet die Ergänzung des log zu 10 und wird in die Rechnung eingeführt, um die sonst nötige Subtraktion zu vermeiden. Hier ist:

$$\begin{array}{rl} \log \sin 54^\circ\,43'\,40'' &= 9{,}91191 \\ \text{cpl}\log \sin 54^\circ\,33'\,40'' &= 0{,}08809 \\ \hline \text{Also Summe} & 10{,}00000 \end{array}$$

In dem Dreiecke MBN: $b = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin[180 - (\alpha + \beta + \gamma)]}$

$$= \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)} \qquad \text{Gl. 1.}$$

in dem Dreiecke MCN: $c = \frac{a \sin \beta}{\sin[180 - (\beta + \gamma + \delta)]}$

$$= \frac{a \sin \beta}{\sin(\beta + \gamma + \delta)} \qquad \text{Gl. 2.}$$

in dem Dreiecke BCN: $\varphi + \psi = 180^0 - \delta$

daraus: $\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2}$. Gl. 3.

In dem Dreiecke BCN ist außerdem: $\sin \varphi : \sin \psi = c : b$

oder: $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{c}{b}$,

oder gemäß den Regeln der ebenen Trigonometrie

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{c - b}{c + b}$$

oder:

$$\frac{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{c - b}{c + b}$$

oder:

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b}$$

und daraus:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2}.$$

Aus Gleichung 3 hier: $\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2}$ gesetzt,

ergibt:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} \qquad \text{Gl. 4.}$$

Werden aus Gl. 3 und 4 die Winkelwerte für $\frac{\varphi + \psi}{2}$ und $\frac{\varphi - \psi}{2}$ berechnet, so ergibt sich:

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} \qquad \text{Gl. 5.}$$

$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} \qquad \text{Gl. 6.}$$

Schließlich erhält man im Dreieck BCN:

$$BC = \frac{b \cdot \sin \delta}{\sin \psi} \qquad \text{Gl. 7.}$$

und

$$BC = \frac{c \cdot \sin \delta}{\sin \varphi}. \qquad \text{Gl. 8.}$$

Da eine Kontrolle für die Richtigkeit der abgeleiteten Strecke BC nicht besteht, empfiehlt es sich, wenn man etwa die umständliche Konstruktion nicht noch einmal an anderer Stelle vornehmen will, die Messung der Größen a, α, β, γ, δ im Felde doppelt auszuführen.

Beispiel: Gemessen ist a = 126,10 m und = 126,24 m, im Mittel = 126,17 m. Die Winkel, schon gemittelt, sind: $\alpha = 66^{0}\,58'\,10''$, $\beta = 17^{0}\,34'\,14''$, $\gamma = 22^{0}\,02'\,24''$ und $\delta = 67^{0}\,44'\,20''$.

Nach Gl. 1 ist:

$$b = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$\begin{aligned} \log 126{,}17 &= 2{,}10096 \\ \log \sin 84^{0}\,32'\,24'' &= 9{,}99802 \\ \text{cpl} \log \sin 106^{0}\,34'\,48'' &= 0{,}01844 \\ \hline \log b &= 2{,}11742 \\ b &= 131{,}05 \text{ m} \end{aligned}$$

nach Gl. 2 ist:

$$c = \frac{a \sin \beta}{\sin(\beta + \gamma + \delta)}$$

$$\begin{aligned} \log 126{,}17 &= 2{,}10096 \\ \log \sin 17^{0}\,34'\,14'' &= 9{,}47983 \\ \text{cpl} \log \sin 107^{0}\,20'\,58'' &= 0{,}02022 \\ \hline \log c &= 1{,}60101 \\ c &= 39{,}90 \text{ m.} \end{aligned}$$

Aus c und b wird nach Gl. 4 berechnet:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{c - b}{c + b} \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}.$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} c - b &= -91{,}15 \text{ m} & \log(c - b) &= 1{,}95976_{n} \\ c + b &= 170{,}95 \text{ m} & \text{cpl} \lg(c + b) &= 7{,}76713 \\ \frac{\delta}{2} &= 33^{0}\,52'\,10'' & \log \operatorname{ctg} \delta/2 &= 0{,}17314 \\ & & \log \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} &= 9{,}90003_{n} \\ & & \frac{\varphi - \psi}{2} &= -38^{0}\,27'\,46'' \end{aligned}$$

Aus
$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 90 - \frac{\delta}{2} = 56^{0}\,07'\,50''$$
und
$$\frac{\varphi - \psi}{2} = -38^{0}\,27'\,46''$$
berechnet man nach Gl. 5 und 6:

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2} = 56^{0}\,07'\,50'' - 38^{0}\,27'\,46'' = 17^{0}\,40'\,04''$$

und
$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2} = 56^{0}\,07'\,50'' + 38^{0}\,27'\,46'' = 94^{0}\,35'\,36''.$$

Aus b = 131,05 m, c = 39,90 m, $\delta = 67^{0}\,44''\,20''$, $\varphi = 17^{0}\,40'\,04''$ und $\psi = 94^{0}\,35'\,36''$ folgt schließlich nach Gl. 7 und 8:

$$BC = \frac{b \cdot \sin \delta}{\sin \psi}$$

$$\begin{aligned} \log b &= 2{,}11742 \\ \log \sin \delta &= 9{,}96636 \\ \text{cpl} \log \sin \psi &= 0{,}00140 \\ \hline \log BC &= 2{,}08518 \\ BC &= 121{,}67 \end{aligned}$$

$$BC = \frac{c \cdot \sin \delta}{\sin \varphi}$$

$$\begin{aligned} \log c &= 1{,}60101 \\ \log \sin \delta &= 9{,}96636 \\ \text{cpl} \log \sin \varphi &= 0{,}51784 \\ \hline \log BC &= 2{,}08521 \\ BC &= 121{,}68 \end{aligned}$$

Der zweite Wert für BC muß mit dem ersten bis auf kleine durch Abrundung der Logarithmen entstandene Abweichungen übereinstimmen, er hat nur die Bedeutung der Rechenprobe. Das Mittel 146,68 m ist das anzuhaltende Maß.

2. Die Bestimmung der Ordinaten (s. S. 18) einschließlich ihrer Fußpunkte auf der Abscissenlinie bietet im allgemeinen keine Schwierigkeiten, wenn die auf-

zunehmenden Grenzpunkte zugänglich sind und die Längen der Ordinaten direkt gemessen werden können. Oft trifft allerdings nur eine der beiden Voraussetzungen, manchmal auch gar keine der beiden zu.

Im Falle einer Bach- oder Flußaufnahme, wo nur auf einer Seite eine Abscissenlinie gelegt ist, können die Grenzpunkte, z. B. Pfähle oder Grenzsteine des Wasserlaufes, auf der anderen Seite der Reihe nach durch einen Fluchtstab, von der Abscissenlinie sichtbar, bezeichnet werden, so daß die Absteckung der Ordinatenfußpunkte leicht vor sich geht. Läßt sich die direkte Messung der Ordinatenlängen — was stets anzustreben ist — nicht ermöglichen, so ist noch jeder Punkt durch die Absteckung einer Ordinate auf der Abscissenlinie unter einem Winkel von 45° (Winkelspiegel, Winkelprisma oder Winkeltrommel, s. S. 21 usw.) abzustecken, siehe Fig. 142 für einen einzelnen Punkt. Bei 45,55 ist der Fußpunkt für die rechtwinkelig abgesteckte, bei 60,05 die unter einem Winkel von 45° abgesteckte Ordinate. Da auf diese Weise ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck entsteht, wird die eigentlich zu messende Ordinate durch das Maß 60,05 — 45,55 = 14,50 ersetzt, das in Klammern der Ordinate beigeschrieben wird. Eine Aufnahme mit mehreren Punkten zeigt die Fig. 143.

Fig. 142.

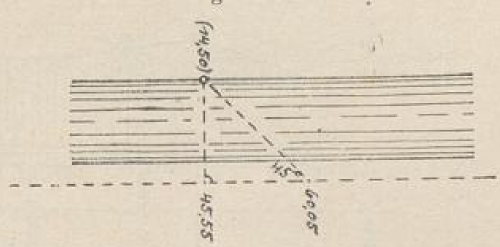
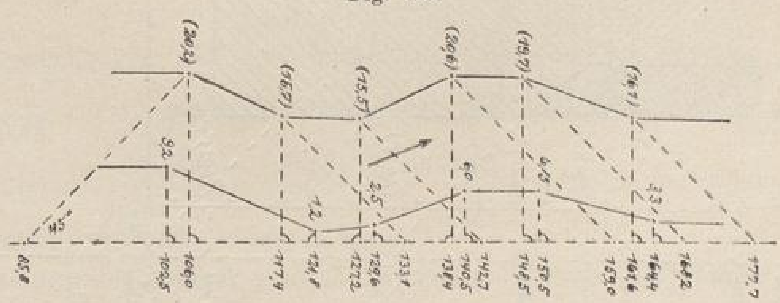


Fig. 143.

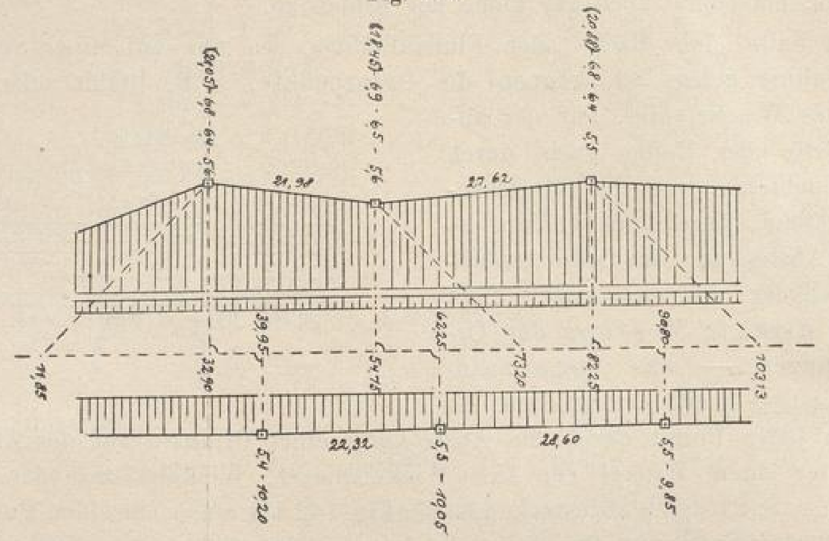


Sobald die aufzumessenden Punkte gegen die Abscissenlinie sehr hoch oder tief, z. B. auf steilen Böschungen (Fig. 144) oder in Einschnitten gelegen sind, kann von den oben aufgeführten Instrumenten nur die Winkeltrommel (s. a. das auf S. 29 Gesagte) benutzt werden.

Dieser Fall kann auch bei der Aufnahme hochgelegener Messungspunkte (Blitzableiter, Fahnenstangen u. dergl.) oder unzugänglicher Gebäudekanten eintreten, wo steile Visuren von einer nahe vorbeilaufenden Abscissenlinie zu erwarten sind. Die Fig. 145 zeigt solche Verhältnisse.

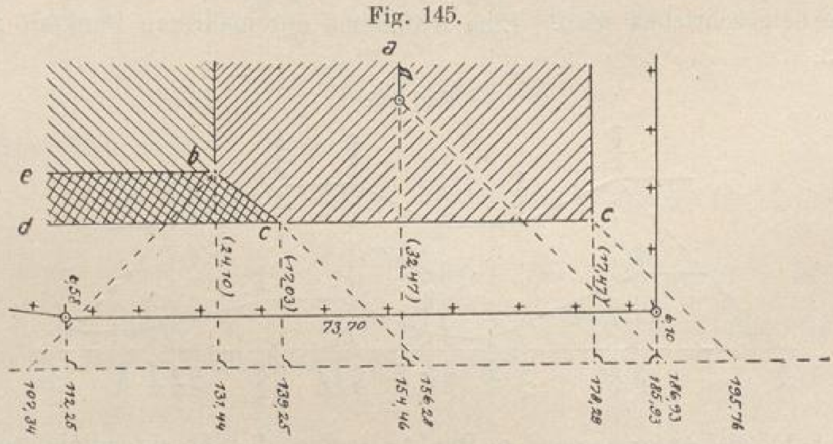
Der Punkt a (Fig. 145) ist eine Fahnenstange auf einem Gebäude, das durch schraffierte Linien gekennzeichnet ist. Die mit einer Winkeltrommel abgesteckten Fußpunkte zeigen die Abscissenmaße 154,46 m bezw. 186,93. Der Punkt b, eine wichtige Kante des Gebäudes ist ebenfalls mit der Winkeltrommel aufgenommen worden, da sie infolge eines kleinen Vorbaues e b d c unzugänglich und von der Abscissenlinie aus hoch über diesem zu sehen ist.

Fig. 144.



Die beiden Punkte c c sind gleichfalls durch die Absteckung von rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecken festgelegt worden, weil das Grundstück einer gärtnerischen Anlage wegen nicht betreten werden durfte.

Fig. 145.



3. Die unter ε) (Seite 52) angegebene allgemeine Dreieckskonstruktion ist, etwas abgeändert, ein vielfach angewendetes Hilfsmittel bei der Ermittelung von Flußbreiten, deren Kenntnis, z. B. für die Anlage einer Brücke erwünscht ist. Je nach der Güte der benutzten Längen- und Winkelmeßwerkzeuge lassen sich die gesuchten Längen bis zur größten Schärfe ermitteln.

Auch hier ist eine sehr günstige Figur das gleichseitige (Fig. 146) oder gleichschenklig-rechtwinklige (Fig. 147) Dreieck, dessen einzelne Anlage bei wiederholter Messung der weiter einzuführenden Größen stets ausreicht.

B und C (Fig. 147), zwei Uferpunkte in der Achse des Bauwerks gelegen, seien durch zwei starke Pfähle mit eingeschlagenen Nägeln oder durch Steine mit + oder zwei Betonpfeiler mit Gasrohrstück vermarkt. Zur Bestimmung der Länge B C wird am Ufer entlang eine günstig gelegene Grundlinie A B gelegt, deren Endpunkt A gleichfalls, wie oben angegeben, vermarkt wird. Aus

Fig. 146.

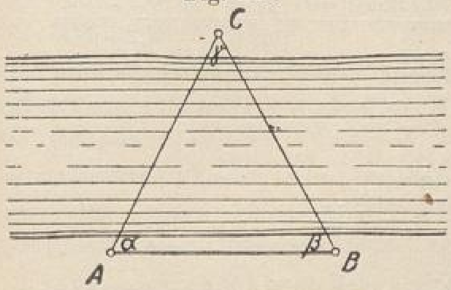
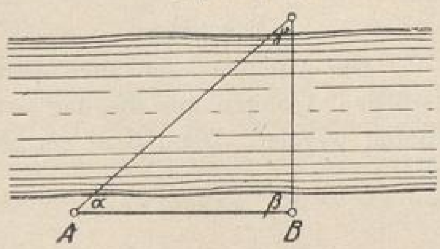


Fig. 147.



der zu messenden Strecke A B und den Winkeln α, β und γ wird die Strecke C B nach dem Sinussatze (siehe S. 53) berechnet zu:

$$BC = \frac{AB \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}.$$

Beispiel. Die Grundlinie A B ist dreimal mittels zwei 5 m-Meßlatten gemessen worden. Die Länge der Latten wurde mit Hilfe der Normalmeter (siehe S. 33) zu:

„schwarze Latte“ (s. S. 39) = 5,001 m
„rote Latte“ = 4,999 m

ermittelt.

Die sorgfältigst durchgeführte Messung ergab, auf mm abgelesen:

$$AB = 196{,}100 \text{ m}$$
$$BA = 196{,}122 \text{ m}$$
$$AB = 196{,}132 \text{ m}$$

Die Abweichungen der drei Messungen gegeneinander ergeben kleinere Beträge als $\frac{1}{2000}$ der Länge (s. S. 49), also als $d = 196 \cdot \frac{1}{2000} = 0{,}098$ m.

Das Mittel mit $\frac{196{,}100 + 196{,}122 + 196{,}132}{3} = 196{,}118$ m ist die in die Rechnung einzuführende Grundlinie A B.

Die Messung der Winkel geschah mit einem „Theodoliten“ (siehe Winkelbuch Seite 124).

Es ergab sich:

$$\alpha = 41^\circ 39' 03'', \qquad \beta = 89^\circ 12' 03'', \qquad \gamma = 49^\circ 09' 01''.$$

Eine Zusammenstellung der Winkel α, β, γ zur Winkelsumme im Dreieck (s. S. 53) zeigt die Differenz $180^\circ - 180^\circ 00' 07'' = -7''$, die in den Beträgen $-2''$, $-2''$ und $-3''$ den drei Winkeln zugefügt wird. Die Winkel sind hiernach endgültig:

$$\alpha = 41^\circ 39' 01'', \qquad \beta = 89^\circ 12' 01'', \qquad \gamma = 49^\circ 08' 58''.$$

Aus der Formel:

$$BC = \frac{AB \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

wird nach Einsetzen der Werte erhalten:

$$BC = \frac{196{,}118 \cdot \sin 41^0\,39'\,01''}{\sin 49^0\,08'\,58''}$$

$$\begin{aligned} \log 196{,}118 &= 2{,}29252 \\ \log \sin 41^0\,39'\,01'' &= 9{,}82255 \\ \text{cpl} \log \sin 49^0\,08'\,58'' &= 0{,}12123 \\ \hline \log BC &= 2{,}23630 \end{aligned}$$

$$= 172{,}304 \text{ m.}$$

Die Aufgabe kann auch dann gelöst werden, wenn zur Vereinfachung der örtlichen Arbeiten nur die der Grundlinie A B anliegenden Winkel α und β bestimmt werden. Dann wird gerechnet:

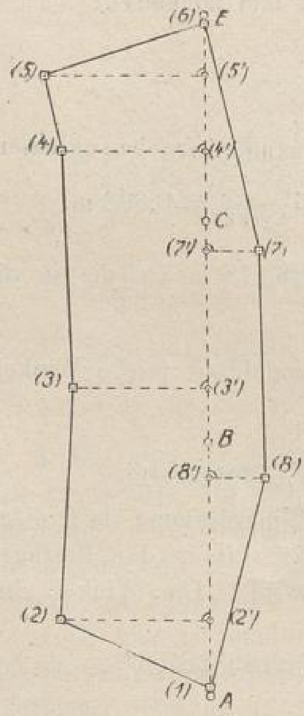
$$BC = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin[180 - (\alpha + \beta)]}$$
$$= \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Es empfiehlt sich jedoch, stets auch den Winkel γ zu messen, da durch die Abgleichung der Winkel auf 180° eine wertvolle Kontrolle für die Richtigkeit der Winkelbeobachtung gewonnen wird.

5. Die eigentliche Koordinatenaufnahme.

Sobald die auf Seite 17 angegebene Feststellung der Grenzpunkte erfolgt ist und diese samt etwa vorhandener Gebäulichkeiten oder sonst in betracht kommenden Bauwerke in einer Skizze (s. S. 18) vermerkt sind, gilt es über die aufzumessende Fläche eine „Abscissenlinie" (s. S. 18) zu legen. Es genügt hierzu, soweit nicht breitere Flächenstreifen als 80 bis 100 m vorliegen, meist eine einzige solche Linie, auf die von den einzelnen Punkten mit Hilfe der früher beschriebenen Winkelinstrumente die „Ordinaten" (siehe S. 18) gefällt werden, worauf letztere selbst und die Entfernungen vom Anfangspunkte der Abscissenlinien bis zu den abgehenden Ordinaten, den Ordinatenfußpunkten, zu messen sind.

Fig. 148.



Die Lage der Abscissenlinie ist so zu wählen, daß sie die Fläche längs in der Mitte oder diagonal durchschneidet. Liegen Hindernisse irgend welcher Art vor, so ist die Linie an der Seite, wenn möglich aber immer innerhalb der Fläche abzustecken. Es ist sehr zweckmäßig, wenn man die Abscissenlinie über zwei dauernd vermarkte Grenzpunkte legt, wie z. B. aus der Fig. 148 zu sehen ist, da die Linie besonders für Absteckungen sofort wieder hergestellt werden kann. Ist das unmöglich, dann sind 3 oder 4 Drainröhren, die überall zu haben sind, an passenden leicht aufzufindenden Stellen, am Anfange, Ende und in der Mitte der Linie, in den Untergrund zu versenken oder wenigstens Pfähle zu schlagen. Eine Tiefe von 0,4 bis 0,5 m für die Röhren ist meist ausreichend.