Das Feldmessen

Schewior, Georg

Leipzig, 1915

a) Berechnung der offenen Züge

urn:nbn:de:hbz:466:1-97237

a) Koordinatenberechnung eines offenen Polygonzuges.

Wird die Polygonseite $\odot 1 - \odot 2$ (Fig. 263) als Hauptabscissenrichtung und der Polygonpunkt $\odot 1$ als Nullpunkt des Koordinatensystems angenommen, so folgen aus der Figur die Koordinaten für den Polygonpunkt:

$$\odot 1: \; x_1 = 0{,}00; \quad y_1 = 0{,}00$$
$$\odot 2: \; x_2 = + s_1; \quad y_2 = 0{,}00$$

d. h. x_2 = der Länge der gemessenen Polygonseite s_1.

Fällt man von $\odot 3$ die Senkrechte auf die Abscissenachse, so erhält man die „Koordinatenunterschiede" $\triangle x_2{}^3$ und $\triangle y_2{}^3$*) und die gesuchten Koordinaten des Polygonpunktes $\odot 3$ zu:

$$x_3 = x_2 + \triangle x_2{}^3; \quad y_3 = y_2 + \triangle y_2{}^3,$$

dementsprechend, wenn man die Hauptabscissenachse parallel bis zum $\odot 3$ verschiebt, die Koordinaten von $\odot 4$ zu:

$$x_4 = x_3 + \triangle x_3{}^4; \quad y_4 = y_3 + \triangle y_3{}^4$$

und so fort.

Zu ermitteln sind also allgemein die Beträge der Koordinatenunterschiede $\triangle x$ und $\triangle y$.

Ergänzt man durch einige Buchstaben die Figur 263 zu Figur 264, so findet man das aus der Trigonometrie in einem rechtwinkligen Dreiecke bekannte Verhältnis:

$$\cos \alpha_2 = \frac{\triangle x_2{}^3}{s_2}, \text{ woraus } \triangle x_2{}^3 = \cos \alpha_2 \cdot s_2.$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\triangle y_2{}^3}{s_2}, \text{ woraus } \triangle y_2{}^3 = \sin \alpha_2 \cdot s_2.$$

Hierbei ist s_2, die Polygonseite, durch Messung gegeben, α_2 jedoch unbekannt. Auf $\odot 2$ ist nun aber der Brechungswinkel β_2 durch Winkelmessung gegeben, so daß α_2 für diesen Fall, da die Abscissenachse mit der Polygonseite $\odot 1 - \odot 2$ zusammenfällt, sich berechnet nach:

$$\alpha_2 = \beta_2 - 180^0.$$

Aus s_2 und α_2 läßt sich somit:

$$\triangle x_2{}^3 = \cos \alpha_2 \cdot s_2$$
$$\triangle y_2{}^3 = \sin \alpha_2 \cdot s_2$$

bestimmen, also auch die Koordinaten des Punktes $\odot 3$ durch Addition zu den Koordinaten von $\odot 2$, wie oben gezeigt wurde.

Die Berechnung der Koordinatenunterschiede erfolgt in der Regel mit Hilfe von fünfstelligen Logarithmen**), doch werden vielfach vierstellige Logarithmen***) ausreichen. Die Koordinaten selbst werden auf cm, also auf zwei Stellen hinter dem Komma angegeben.

Für den Punkt $\odot 4$ werden:

$$\triangle x_3{}^4 = \cos \alpha_3 \cdot s_3; \quad \triangle y_3{}^4 = \sin \alpha_3 \cdot s_3$$

---

*) $\triangle x_2{}^3$ gelesen: Abscissenunterschied des Polygonpunktes $\odot 2$ und $\odot 3$.
$\triangle y_2{}^3$ gelesen: Ordinatenunterschied „ „ $\odot 2$ und $\odot 3$.

**) Zu empfehlende fünfstellige Logarithmentafeln sind z. B. diejenigen von Dr. Gauß, siehe Seite 138 Anm.

***) Vierstellige Logarithmen siehe im Anhange des Bandes unter Nr. V und VI.

der Fig. 264 zu berechnen sein, wobei wieder s_3 gegeben, α_3 zunächst noch unbekannt ist, aber durch die sogen. „Richtungsübertragung" ermittelt wird.

Fig. 263.

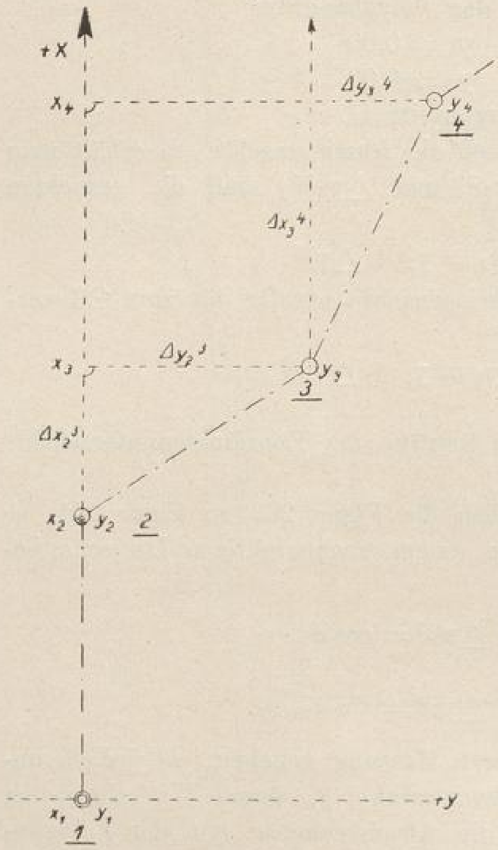
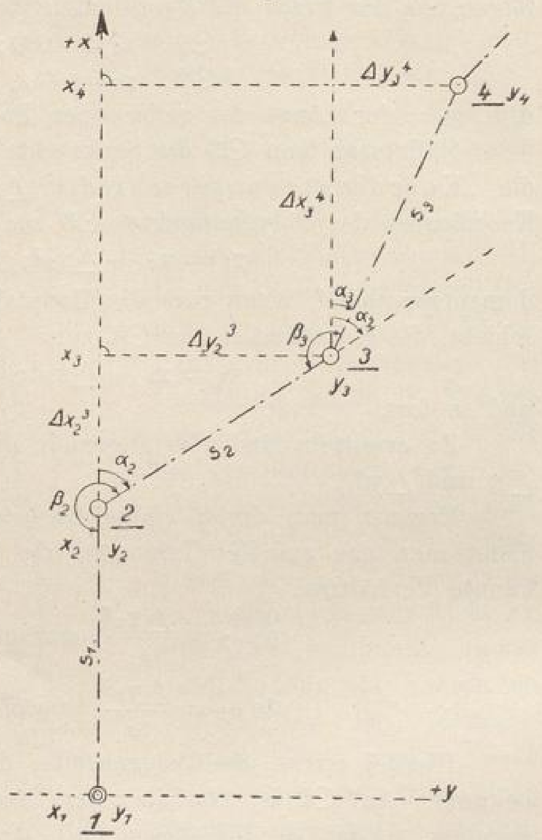


Fig. 264.



Verlängert man die Polygonseite ⊙2 — ⊙3 über ⊙3 hinaus, so erhält man auf ⊙3 gleichfalls den Richtungswinkel α_2, gerechnet von der durch ⊙3 parallel zur Hauptabscissenachse gelegten Linie. Aus der Fig. 264 folgt unmittelbar:

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \beta_3 - 180^0,$$

so daß also wieder $\triangle x_3{}^4$ und $\triangle y_3{}^4$ und die Koordinaten zu:

$$x_4 = x_3 + \triangle x_3{}^4$$
$$y_4 = y_3 + \triangle y_3{}^4$$

berechnet werden können.

In der angegebenen Weise lassen sich nach einander alle Koordinatenunterschiede und damit auch die Koordinaten der einzelnen Polygonpunkte ermitteln. Die Koordinatenberechnung erfolgt am zweckmäßigsten in einem Rechenformular von nachstehender Anordnung (s. S. 143).

Beispiel. Die auf Seite 118 im Winkelbuche aufgeführten Winkel und Seiten eines offenen Polygons sollen mit der Polygonseite ⊙1 — ⊙2 (Fig. 180) als Hauptabscissenrichtung der Koordinatenberechnung dienen. Hierzu sind die im Anhange unter Nr. V und VI aufgeführten vierstelligen Logarithmen benutzt worden.

Rechenschema für Polygonzüge.

(Beispiel eines offenen Zuges).

Fig. 180.

Nr. des Punktes	Brechungswinkel β			Richtungswinkel α			Länge der Polygonseite s	log cos α log s log sin α	log s + log cos α log s + log sin α	Abscissenunterschied $\triangle x = s \cdot \cos \alpha$		Ordinatenunterschied $\triangle y = s \cdot \sin \alpha$			Abscisse x / Verbesserter Abscissenunterschied		Ordinate y / Verbesserter Ordinatenunterschied	Nr. des Punktes
	°	′	″	°	′	″	m			+ m	— m	+ m	— m	+ —	m	+ —	m	
1	2			3			4	5	6	7		8			9		10	11
⊙1	0	00	00												0,00		0,00	⊙1
				0	00	00	127,97	0,0000 2,1071 —	2,1071 —	127,97		0,00		+	127,97		0,00	
⊙2	267	19	20											+	127,97		0,00	⊙2
				87	19	20	133,07	8,6695 2,1241 9,9995	0,7936 2,1236	6,22		132,91		+	6,22	+	132,91	
⊙3	82	42	00											+	134,19	+	132,91	⊙3
				350	01	20	146,51	9,9934 2,1659 9,2388	2,1593 1,4047	144,30			25,39	+	144,30	—	25,39	
⊙4	130	15	05											+	278,49	+	107,52	⊙4
				300	16	25	139,90	9,7025 2,1458 9,9364	1,8483 2,0822	70,52			120,85	+	70,53	—	120,85	
⊙5	.	.	.											+	349,01	—	13,33	⊙5
				.	.	.	.	. . .	. .	.	.	.	.		.		.	
.	.	.	.												.		.	.
										349,01		132,91	146,24 13,33					
[β]	480	16	25 *)															

Das Rechenschema enthält in der Spalte 1 und 11 die Polygonpunkt-Nummern, in Spalte 2 und 4 die gemessenen Stücke: Brechungswinkel β und Polygonseiten s**). Die Richtungswinkel α sind in Spalte 3 zu finden. Es sei hierzu bemerkt, daß der oben (S. 142) genannte Richtungswinkel α nach

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \beta_3 + 180^0$$

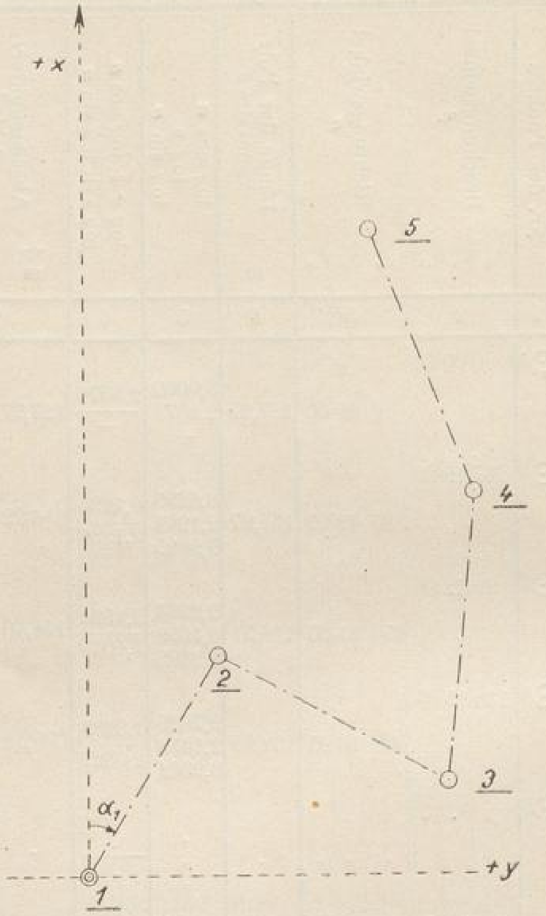
statt nach $\alpha_2 + \beta_3 - 180^0$ hätte berechnet werden müssen, wenn 180^0 größer als $\alpha_2 + \beta_3$ gewesen wäre; dies gilt allgemein. Ist dagegegen $\alpha + \beta$ größer als 360^0, so muß gegebenenfalls statt 180^0 auch das Dreifache, nämlich 540^0, zum

*) Die Summe [β] der Brechungswinkel muß mit dem letzten Richtungswinkel α (Spalte 3), um ein Vielfaches von 180^0 abweichend, übereinstimmen.

**) Sind die Polygonseiten doppelt gemessen, so wird hier das Mittel aus den beiden Messungen eingeführt, siehe z. B. Seite 122 im Winkelbuch.

Abzug gelangen; dieses trifft dann zu, wenn der Richtungswinkel α nach Abzug von 180° immer noch größer als 360° ist. Der Fall $\alpha_3 = \alpha_2 + \beta_3 + 180°$ ist z. B. bei ⊙3 der obigen Polygonzugberechnung zu sehen.

Fig. 265.



Die logarithmische Berechnung nach Richtungswinkeln und Polygonseiten ist in den Spalten 5 und 6 durchzuführen und die Koordinatenunterschiede ihrem Vorzeichen entsprechend in den Spalten 7 und 8 aufzunehmen. Die Koordinaten selbst werden schließlich in den Spalten 9 und 10 ermittelt. Die Koordinaten des letzten Polygonpunktes, hier ⊙5, müssen mit der Summe der Koordinatenunterschiede in den Spalten 7 und 8 übereinstimmen, siehe das Rechenschema.

Bei der Entnahme der Logarithmen für die Richtungswinkel α größer als 90° können mit Rücksicht auf die Einrichtung der Logarithmentafeln nur die Ueberschüsse von 90° bezw. 180° bezw. 270° benutzt werden. Die Winkelfunktionen erhalten dabei, je nach der Größe des Winkels ein Vorzeichen, das auch **maßgebend für die Koordinatenunterschiede** $\triangle x$ und $\triangle y$ ist. Für einen Winkel von:

0° bis 90° ist das Vorzeichen bei sin = +, bei cos = +
90° „ 180° „ „ „ „ sin = +, bei cos = —
180° „ 270° „ „ „ „ sin = —, bei cos = —
270° „ 360° „ „ „ „ sin = —, bei cos = +

Hierbei wird auch als bekannt hervorgehoben, daß die in den Logarithmentafeln aufzuschlagenden $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ bei Winkeln
zwischen 0° und 90° bezw. 180° und 270° den in den Tafeln angegebenen Werten entsprechen,
bei Winkeln
zwischen 90° und 180° bezw. 270° und 360° ist für den **sin** der **cos**, für den **cos** der **sin** der Tafel zu entnehmen.

Beispiel:

sin 45° 12′ 12″ = + sin 45° 12′ 12″; hiernach hat $\triangle y$ das Vorzeichen +
cos 45° 12′ 12″ = + cos 45° 12′ 12″; „ „ $\triangle x$ „ „ +
sin 107° 15′ 24″ = + cos 17° 15′ 24″; „ „ $\triangle y$ „ „ +
cos 107° 15′ 24″ = — sin 17° 15′ 24″; „ „ $\triangle x$ „ „ —

sin 222° 38′ 52″ = — sin 42° 38′ 52″; hiernach hat △y das Vorzeichen —
cos 222° 38′ 52″ = — cos 42° 38′ 52″; „ „ △x „ „ —
sin 333° 53′ 33″ = — cos 63° 53′ 33″; „ „ △y „ „ —
cos 333° 53′ 33″ = + sin 63° 53′ 33″; „ „ △x „ „ +

Ist statt der Polygonseite ⊙1 — ⊙2 der Fig. 180 als Abscissenachse eine andere Richtung, z. B. die „Nordrichtung", vorgesehen (Fig. 265), so bleibt die Koordinatenberechnung im wesentlichen dieselbe. Der für die Polygonseite ⊙1 — ⊙2 gemessene „Magnetische oder Astronomische Richtungswinkel" ist aber hier als Richtungswinkel α_1 auf ⊙1 einzuführen. Dadurch muß im Gegensatz zu der obigen Berechnung, wo $\alpha_1 = 0^0$ und

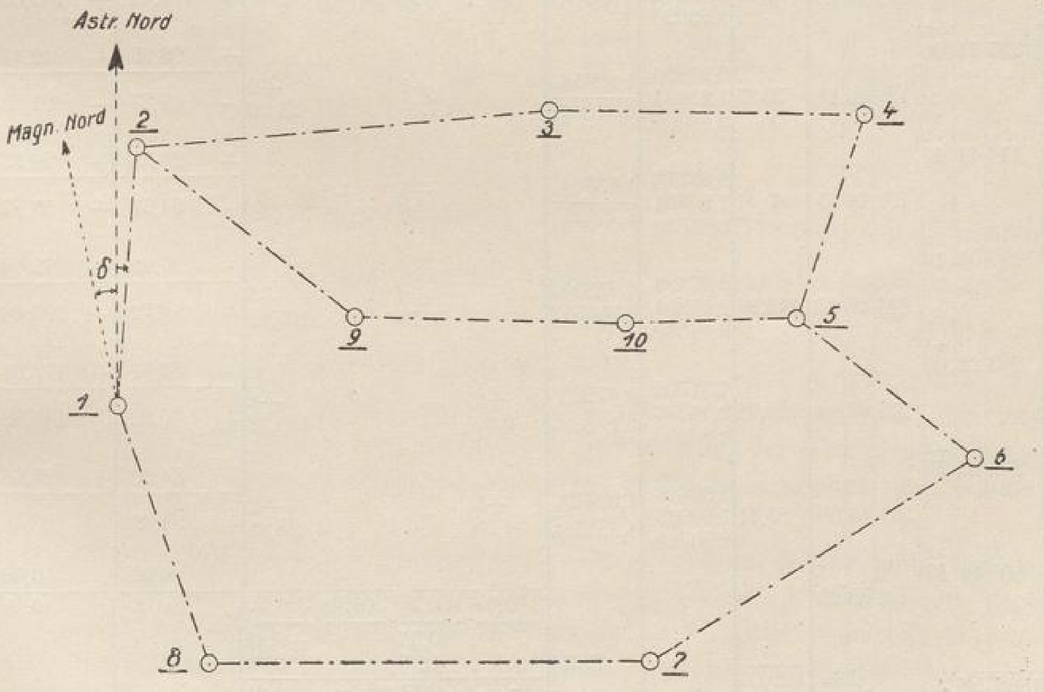
$$\triangle x_1{}^2 = \cos 0^0 \cdot s_1 = 1{,}0000 \cdot s_1{}^{*)} = s_1$$
$$\triangle y_1{}^2 = \sin 0^0 \cdot s_1 = 0{,}0000 \cdot s_1{}^{*)} = 0{,}00.$$

war, die Rechnung schon vom Polygonpunkte ⊙1 ab in der früher angegebenen Weise durchgeführt werden. Der Richtungswinkel α_2 auf ⊙2 ist daher auch, wie auf Seite 142 und 143 auseinandergesetzt wurde, zu ermitteln.

b) Koordinatenberechnung für geschlossene Polygonzüge.

Die Berechnungsmethode für offene Polygonzüge gilt auch für geschlossene Polygone, wo eine sehr wertvolle Kontrolle darin besteht, daß die Summe der „Koordinatenunterschiede" [△x] einerseits und [△y]**) andererseits

Fig. 266.



*) 1,000 die „natürliche trigonometrische Zahl" von cos 0°
0,000 „ „ „ „ „ sin 0°
**) Die eckige Klammer [ ] ist das Zeichen für die Summe.