



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Das Feldmessen**

**Schewior, Georg**

**Leipzig, 1915**

b) Berechnung der geschlossenen Züge und der Zwischenzüge

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-97237](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-97237)

$\sin 222^{\circ} 38' 52'' = -\sin 42^{\circ} 38' 52''$ ;	hiernach hat $\Delta y$ das Vorzeichen —
$\cos 222^{\circ} 38' 52'' = -\cos 42^{\circ} 38' 52''$ ;	„ „ $\Delta x$ „ „ —
$\sin 333^{\circ} 53' 33'' = -\cos 63^{\circ} 53' 33''$ ;	„ „ $\Delta y$ „ „ —
$\cos 333^{\circ} 53' 33'' = +\sin 63^{\circ} 53' 33''$ ;	„ „ $\Delta x$ „ „ +

Ist statt der Polygonseite  $\odot 1 - \odot 2$  der Fig. 180 als Abscissenachse eine andere Richtung, z. B. die „Nordrichtung“, vorgesehen (Fig. 265), so bleibt die Koordinatenberechnung im wesentlichen dieselbe. Der für die Polygonseite  $\odot 1 - \odot 2$  gemessene „Magnetische oder Astronomische Richtungswinkel“ ist aber hier als Richtungswinkel  $\alpha_1$  auf  $\odot 1$  einzuführen. Dadurch muß im Gegensatz zu der obigen Berechnung, wo  $\alpha_1 = 0^{\circ}$  und

$$\Delta x_1^2 = \cos 0^{\circ} \cdot s_1 = 1,0000 \cdot s_1^*) = s_1$$

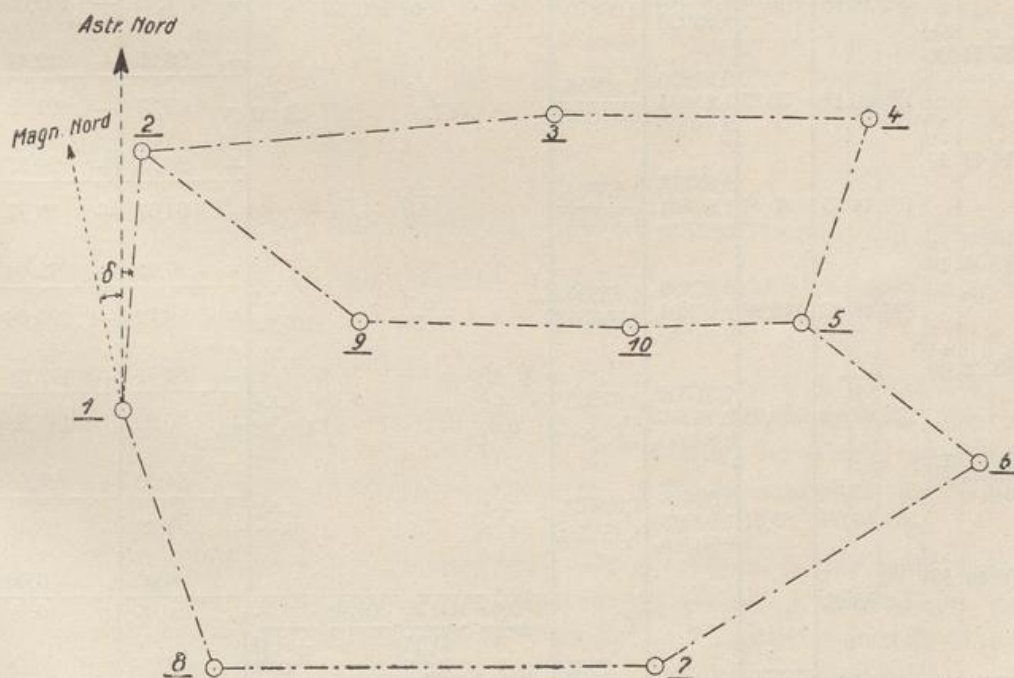
$$\Delta y_1^2 = \sin 0^{\circ} \cdot s_1 = 0,0000 \cdot s_1^*) = 0,00.$$

war, die Rechnung schon vom Polygonpunkte  $\odot 1$  ab in der früher angegebenen Weise durchgeführt werden. Der Richtungswinkel  $\alpha_2$  auf  $\odot 2$  ist daher auch, wie auf Seite 142 und 143 auseinandergesetzt wurde, zu ermitteln.

#### b) Koordinatenberechnung für geschlossene Polygonzüge.

Die Berechnungsmethode für offene Polygonzüge gilt auch für geschlossene Polygone, wo eine sehr wertvolle Kontrolle darin besteht, daß die Summe der „Koordinatenunterschiede“  $[\Delta x]$  einerseits und  $[\Delta y]$ \*\*)) andererseits

Fig. 266.



\*) 1,000 die „natürliche trigonometrische Zahl“ von  $\cos 0^{\circ}$   
0,000 „ „ „ „ „ „  $\sin 0^{\circ}$

\*\*\*) Die eckige Klammer [ ] ist das Zeichen für die Summe.



„Null“ ergeben muß. Das rührt daher, daß im Zuge der fortschreitenden Berechnung die Koordinaten auch für den ersten Polygonpunkt noch einmal bestimmt werden, so daß sich also die Koordinatenunterschiede aufheben.

**Beispiel.** Für das in der Fig. 266 gegebene „geschlossene“ Umringspolygon mit den Polygonpunkten  $\odot 1$  bis  $\odot 8$  und dem „Astronomischen Richtungswinkel“  $A = \alpha_1 = 3^\circ 58' 20''$  auf  $\odot 1$  sollen die Koordinaten ermittelt werden. Der Richtungswinkel  $\alpha_1$ , die Brechungswinkel  $\beta$  und die gemittelten Polygonseiten  $s$  sind dem Winkelbuche auf Seite 122 zu entnehmen.

Die Koordinatenberechnung ist im Rechenformular, Seite 146, durchgeführt.

Es sei hier als wesentlich hervorgehoben, daß durch die fortschreitende Berechnung der Richtungswinkel  $A = \alpha_1$  von  $\odot 1$  über  $\odot 2$  usw. schließlich wieder auch der Richtungswinkel der Polygonseite  $\odot 1 - \odot 2$  erhalten wird, der hier zu  $\alpha_1 = 3^\circ 58' 20''$  eingesetzt war. Der so nochmals ermittelte Richtungswinkel ( $\alpha_1$ ) wird mit dem eingesetzten Richtungswinkel  $\alpha_1 = A$  übereinstimmen, wenn keine Winkelmeßfehler begangen sind, was kaum zutrifft. Die Winkeldifferenz  $\alpha_1 - (\alpha_1)$  wird durch die Anzahl der Polygonpunkte dividiert und der errechnete Betrag, abgerundet auf ganze Sekunden ( $''$ ), nach dem Vorzeichen der Differenz den Brechungswinkeln zugefügt.

Diese Rechnung wird sofort nach Eintragung der Winkel  $\beta$  in das Formular in der Weise vorgenommen, daß man zu dem gemessenen Richtungswinkel  $\alpha_1 = A$  sämtliche Brechungswinkel  $\beta$  addiert und diesem Werte die Summe  $\alpha_1 + (2n + 4) \cdot 90^\circ$  gegenüberstellt, wo  $n$  die Anzahl der Brechungswinkel bedeutet. Die Rechnung erfolgt in der Spalte 2, wie unser Beispiel (S. 146) zeigt. Hier ist die erste Summe  $\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots = 1803^\circ 58' 10''$ , die zweite Summe  $\alpha_1 + (2n + 4) 90^\circ = 1803^\circ 58' 20''$ ; dann ist die Differenz  $f\beta = 1803^\circ 58' 20'' - 1803^\circ 58' 10''$

$$= +10''.$$

Dividiert man  $f\beta = +10''$  durch die Anzahl der Brechungswinkel, also durch 8, so sind  $+ \frac{10''}{8} = +1''$  und zweimal je  $+2''$  die Winkelverbesserungen, die man in Spalte 2 einträgt.

Die Differenz  $f\beta$  darf höchstens den Betrag von  $1,5' \sqrt{n}$ \*) betragen, wo  $n$ , wie bereits oben gesagt, die Anzahl der Brechungswinkel bedeutet. Der zulässige Grenzwert läßt sich bei vorsichtiger Beobachtung der Winkel stets innehalten. Eine zu starke Abweichung kann nur durch Nachmessung der Winkel behoben werden.

Die Ermittlung der Richtungswinkel erfolgt sodann in der früher angegebenen Art, wobei aber neben den gemessenen Winkeln  $\beta$  auch deren Verbesserungen zu berücksichtigen sind. Der in Spalte 3 (unten) nochmals berechnete Richtungswinkel ( $\alpha_1$ ) ist gleich dem in der ersten Zeile eingesetzten, also  $= 3^\circ 58' 20''$ , wie es sein muß.

\*) Die Beobachtung ist als „Gut“ zu bezeichnen, wenn der Betrag von rund  $30'' \sqrt{n}$  nicht überschritten wird.

Werden nun die Koordinatenunterschiede  $\Delta x$  und  $\Delta y$  in den Spalten 7 und 8 berechnet, so muß die Summe der Abscissen- und Ordinatenunterschiede je für sich „Null“ ergeben.

In dem vorliegenden Beispiele beträgt in Spalte 7:

für  $[\Delta x]$  der + Wert = 180,05 m  
der - Wert = 180,16 „

demnach ein Unterschied = -0,11 m  
das Soll ist 0,00 „

demnach der Widerspruch  $f_x = 0,00 - (-0,11) = +0,11$  m

ferner

für  $[\Delta y]$  der + Wert = 301,38 m  
der - Wert = 301,59 „

demnach ein Unterschied = -0,21 m  
das Soll ist 0,00 „

demnach der Widerspruch  $f_y = 0,00 - (-0,21) = +0,21$  m.

Wir haben also  $f_x = +0,11$  m,  $f_y = +0,21$  m erhalten.

Um hier die zulässige Abweichung zu ermitteln, wird

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

berechnet, wobei  $f_s$ , je nach der erforderlichen Genauigkeit, die auf Seite 49 mitgeteilten zulässigen Fehlergrenzen  $d$  für die Gesamtlänge der Polygonseiten  $[s]$  nicht überschreiten soll. Wird

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{0,11^2 + 0,21^2} = 0,23 \text{ m}$$

für unseren Fall berechnet, so sieht man, daß bei der Länge der Polygonseiten von  $[s] = \text{rd. } 828$  m, die in Spalte 4 (unten) angegeben ist, nach den Vorschriften der preußischen Katasterverwaltung (s. Anhang unter Nr. II) bei günstigem Gelände eine Abweichung von  $d_1 = 0,82$  m erlaubt ist;  $f_s = 0,23$  m liegt demnach innerhalb der zulässigen Fehlergrenze.

Würde  $f_s$  einen unzulässigen Betrag erreichen, so sind die Längen der Polygonseiten (event. auch die Winkel) durch eine nochmalige Messung nachzuprüfen.

Die Widersprüche  $f_x$  und  $f_y$  werden auf die einzelnen Koordinatenunterschiede  $\Delta x$  und  $\Delta y$  nach Verhältnis der Polygonseitenlängen verteilt. Man bildet die Quotienten

$$\frac{f_x}{[s]} \text{ und } \frac{f_y}{[s]}$$

und erhält die Verbesserungen

$$\begin{aligned} \text{für } \Delta x_1^2 \text{ zu: } & \frac{f_x}{[s]} \cdot s_1; \text{ für } \Delta y_1^2 \text{ zu: } \frac{f_y}{[s]} \cdot s_1 \\ \Delta x_2^3 \text{ zu: } & \frac{f_x}{[s]} \cdot s_2; \text{ für } \Delta y_2^3 \text{ zu: } \frac{f_y}{[s]} \cdot s_2 \text{ usw.} \end{aligned}$$

Die Verbesserungen werden über die zugehörigen Koordinatenunterschiede mit den entsprechenden Vorzeichen in Spalte 7 bzw. 8 eingetragen, siehe Rechenschema S. 146.

Die Ermittlung der Koordinaten erfolgt schließlich, bei  $\odot 1$  angefangen, der Reihe der Punkte nach unter Beachtung der verbesserten Koordinatenunter-

schiede und ihrer Vorzeichen, endigend auf  $\odot 1$ , dessen Koordinaten wieder zu  $x_1 = 0,00$  m und  $y_1 = 0,00$  erhalten werden, siehe Spalte 9 und 10.

In dem geschlossenen Polygonzuge Fig. 266, dessen Koordinaten oben berechnet sind, ist zwischen den Polygonpunkten  $\odot 2$  und  $\odot 5$  ein „Zwischenzug“ mit den Punkten  $\odot 9$  und  $\odot 10$  eingeschaltet; die Koordinaten der letzteren sind nachstehend berechnet.

**Rechenschema für Polygonzüge.**  
(Beispiel eines Zwischenzuges).  
(Fig. 266).

Nr. des Punktes	Brechungswinkel $\beta$			Richtungswinkel $\alpha$			Länge der Polygoneseite $s$ m	$\log \cos \alpha$ $\log s$ $\log \sin \alpha$	$\frac{\log s + \log \cos \alpha}{\log s + \log \sin \alpha}$	Abscissenunterschied $\Delta x = s \cdot \cos \alpha$		Ordinatenunterschied $\Delta y = s \cdot \sin \alpha$		Abscisse x Verbesserter Abscissenunterschied		Ordinate y Verbesserter Ordinatenunterschied		Nr. des Punktes.	
	o	'	"	o	'	"				+	-	+	-	-	m	-	m		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11									
$\odot 3$	265	44	31	265	44	31													
$\odot 2$	43	17	10											+	85,38	+	5,95		$\odot 2$
$\odot 9$	142	10	40	+1	129	01	41	92,46	9,79913 <sub>n</sub> 1,96595 9,99033	1,76508 <sub>n</sub> 1,85628	58,22 <sup>-1</sup>	71,82 <sup>-6</sup>	+	27,15	+	77,71		$\odot 9$	
$\odot 10$	177	25	30	+1	91	12	22	88,60	8,32323 <sub>n</sub> 1,94743 9,99990	0,27066 <sub>n</sub> 1,94733	1,86 <sup>-1</sup>	88,58 <sup>-6</sup>	-	1,87	+	88,52			
$\odot 5$	109	22	20		88	37	53	54,34	8,37812 1,73512 9,99988	0,11324 1,73500	1,30	54,33 <sup>-3</sup>	+	1,30	+	54,30		$\odot 5$	
											1,30	60,08	214,73	-	58,80	+	214,58		
												58,78							
												58,80	214,58						
$\odot 4$																			
[ $\beta$ ]=	738	00	11		[s]=	235,40					fx =	-0,02	-0,15	= fy					
Soll	738	00	13								fs =	0,15	(I	0,35)					
f $\beta$ =																			

Es sei hierzu bemerkt, daß für die Berechnung der Richtungswinkel (Fig. 266) auf  $\odot 3 : \alpha_3^2 = 85^\circ 44' 31'' + 180^\circ = 265^\circ 44' 31''$ , auf  $\odot 5 : \alpha_5^4 = 198^\circ 00' 13'' - 180^\circ = 18^\circ 00' 13''$  vorliegt, deren Winkelgrößen  $85^\circ 44' 31''$  bzw.  $198^\circ 00' 13''$  aus Spalte 3 des Rechenschemas (S. 146) zu entnehmen sind. Beginnt man bei  $\odot 2$ , so wird nach Verbesserung der Brechungswinkel  $\beta_9$  und  $\beta_{10}$  mit je  $+1''$  schließlich auf  $\odot 5$  der gegebene Richtungswinkel  $\alpha_5^4 = 18^\circ 00' 13''$  gewonnen.

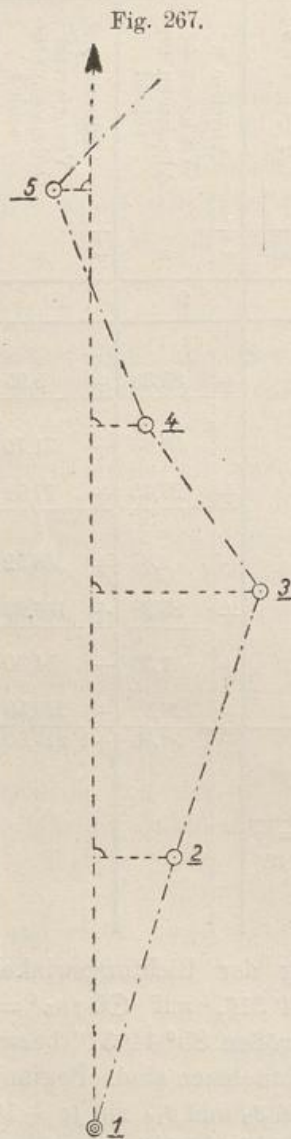
Für die Koordinatenableitung (Spalte 9 und 10) sind am Anfange des Zuges die Koordinaten von  $\odot 2$ , am Ende diejenigen von  $\odot 5$  maßgebend.

Die Rechnung zeigt, daß die Messung der Brechungswinkel und Polygonseiten in zulässigen Grenzen differieren.

In vorstehender Weise sind stets Zwischenzüge, wie z. B. auch die Züge II, III und IV in Fig 172 und  $\odot 8$  und  $\odot 9$  der Tafel IV einzurechnen. In letzterer ist die Polygonseite  $\odot 8 - \odot 10$  als „offener“ Zug anzusehen, mit den Anfangskordinaten des  $\odot 8$ .

#### 4. Auftragen der Polygonpunkte nach Koordinaten.

Offene Polygonzüge, deren Abscissenachse nur wenig von der Gesamttrichtung des aufgemessenen Flächenstreifens abweicht, werden nach Zeichnung der



Achse durch den Anfangs-Polygonpunkt entsprechend den Koordinaten abgetragen, siehe Figur 267. Es besteht hier also wieder die gleiche Aufgabe, wie bei der Kartierung der Messung nach S. 133 u. Fig. 162.

Die Polygonseiten werden in feinen Bleiliniien ausgezeichnet und mit den gemessenen Maßen verglichen. Ueber die zulässige Abweichung ist auf Seite 131 das Nähere gesagt. Sie wird in der Regel auf die einzelnen Abscissenmaße der Polygonseite im Verhältnis zur Gesamtlänge verteilt. Der Vorgang sei an der Fig. 268 gezeigt. Von der Polygonseite  $\odot 5 - \odot 6$  sind aufgemessen die Grenzpunkte (20) bis (23). Die abgegriffene Polygonseite beträgt 125,2 m, gemessen ist 125,75 m, also beträgt die Abweichung  $w = 125,2 - 125,75 = -0,55$  m für die Länge von rd. 126 m. Die Abweichung ist nach Seite 131 und Anhang unter Nr. II mit  $d^*) = 1,5 \cdot 0,34 = 0,51$  m eben noch zulässig und wird auf die einzelnen Abscissen nach  $v =$

$\frac{w}{s} \cdot x$  verteilt, wo  $v$  die Verbesserung (abgerundet auf cm),

$s$  die Länge der Polygonseite,  $x$  die Abscisse, die beiden letzten auf ganze m abgerundet, bedeutet.

\*) Ungünstiges Gelände.

