Das Feldmessen

Schewior, Georg

Leipzig, 1915

I. Die Flächenberechnung

urn:nbn:de:hbz:466:1-97237

Magdeburg, Fürstenwallstr. 11, für die Provinz Sachsen, den Regierungsbezirk Cassel, das Herzogtum Anhalt und die Thüringischen Staaten.

Hannover, Georgstr. 20[I], für die Provinzen Hannover und Westfalen, das Großherzogtum Oldenburg, das Herzogtum Braunschweig, die Fürstentümer Lippe, Schaumburg-Lippe und Waldeck und die Freie Stadt Bremen.

Koblenz, Hohenzollernstr. 153, für die Rheinprovinz, den Regierungsbezirk Wiesbaden und das Großherzogtum Hessen.

Straßburg, Stephansplatz 15[I], für die Reichslande Elsaß-Lothringen.

I. Die Flächenberechnung.

Durch die in den voraufgegangenen Abschnitten beschriebenen Messungen und Zeichnungen wird die Aufgabe gelöst, die Gestalt von Grundflächen irgend welcher Art und für irgendwelche Zwecke zur Darstellung zu bringen.

Eine sehr oft gestellte Forderung ist weiter die Ermittelung der Größe der aufgemessenen Flächen nach ha, a, qm (s. S. 2), die sich im wesentlichen auf die Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken und Vierecken gründet.

Es ist vorab zu unterscheiden zwischen Flächenberechnungen, bei denen die „Urmaße", d. h. die im Felde ermittelten Maße Verwendung finden, gegenüber den Berechnungen, für welche die erforderlichen Längen ausschließlich oder nur teilweise den Lageplänen entnommen werden. Außerdem kommen gewisse besondere Meßwerkzeuge für die Ermittelung des Flächeninhalts in Frage, schließlich auch einige Hilfsmittel, welche bei der Ausmittelung der Rechenprodukte wertvolle Dienste leisten.

I. Flächenberechnung nach Urmaßen.

Die genaueste Flächenbestimmung erhält man im allgemeinen aus den im Felde gewonnenen Maßen, weil hier das Ergebnis nur durch die Messungsfehler beeinflußt wird.

Der Flächeninhalt eines Dreiecks, siehe Fig. 295 oder 296, ist bekanntlich

$$F = \frac{a \cdot h}{2} \text{ oder } 2F = a \cdot h.$$

In einem Viereck, Fig. 297, oder Trapez, Fig. 298, ist:

$$F = \frac{a \cdot (h_1 + h_2)}{2} \text{ oder } 2F = a(h_1 + h_2).$$

Das durch die Koordinatenmethode (s. S. 60) aufgemessene Grundstück, Fig. 299, läßt sich in die Dreiecke I, III, IV, VII und in die Trapezee II, V, VI zerlegen. Setzt man die hier gegebenen Maße für den doppelten Flächeninhalt 2 F ein, so erhält man:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Dreieck} & \mathrm{I}: 2\,J_{\mathrm{I}} = a \cdot h & = 20{,}45 \cdot 5{,}40 = 110{,}43 \text{ qm} \\
\text{Trapez} & \mathrm{II}: 2\,J_{\mathrm{II}} = a\,(h_1 + h_2) & = 18{,}75 \cdot 18{,}80 = 352{,}50 \text{ „} \\
\text{Dreieck} & \mathrm{III}: 2\,J_{\mathrm{III}} = a \cdot h & = 17{,}60 \cdot 13{,}40 = 235{,}84 \text{ „} \\
\text{„} & \mathrm{IV}: 2\,J_{\mathrm{IV}} = a \cdot h & = 11{,}10 \cdot 16{,}90 = 187{,}59 \text{ „} \\
\text{Trapez} & \mathrm{V}: 2\,J_{\mathrm{V}} = a\,(h_1 + h_2) & = 21{,}32 \cdot 34{,}35 = 732{,}34 \text{ „} \\
\text{„} & \mathrm{VI}: 2\,J_{\mathrm{VI}} = a\,(h_1 + h_2) & = 9{,}83 \cdot 45{,}70 = 449{,}23 \text{ „} \\
\text{Dreieck} & \mathrm{VII}: 2\,J_{\mathrm{VII}} = a \cdot h & = 14{,}55 \cdot 28{,}25 = 411{,}04 \text{ „} \\
\hline
 & & 2\,F = 2478{,}97 \text{ qm} \\
 & & F = 1239{,}48 \text{ „} \\
 & & \text{Abgerundet } F = 1239 \text{ „} \\
 & & = 0 \text{ ha } 12 \text{ a } 39 \text{ qm.}
\end{array}
$$

Die Berechnung der einzelnen Produkte wird in der Regel auf 2 Stellen hinter dem Komma durchgeführt, wie dies oben zu sehen ist; die endgültigen

Fig. 295.

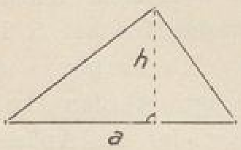


Fig. 296.

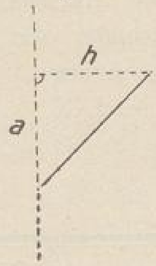
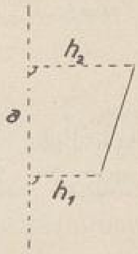


Fig. 297.

Fig. 298.



Flächen sind meist auf ganze qm anzugeben. Nur bei wertvollem Baugelände wird auf 4 Stellen gerechnet, die Fläche selbst auf 0,01 qm oder auch auf 0,1 qm abgerundet.

Wenn die Abscissenlinie teilweise außerhalb des Grundstückes liegt, müssen einzelne Flächenteile bei der Berechnung wieder zum Abzug gebracht werden.

Fig. 299.

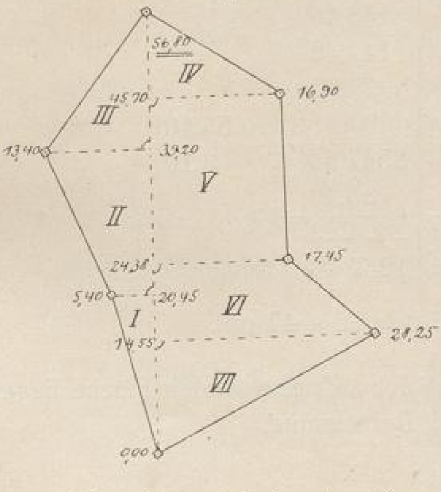
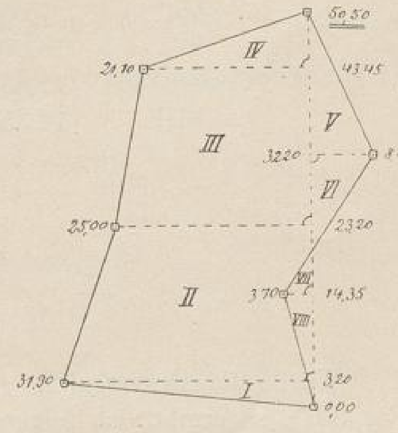


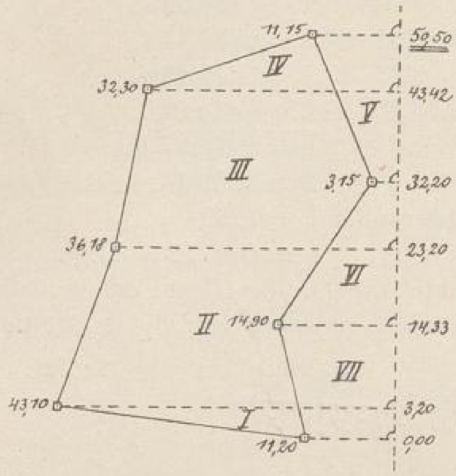
Fig. 300.



Beispielsweise wird in dem Grundstücke (Fig. 300), das das gleiche ist wie in Fig. 299, die Hauptfläche gebildet von den Trapezen II und III; hierzu kommen die Dreiecke I, IV, V und VI, es sind aber abzuziehen die Dreiecke VII und VIII.

Das Dreieck VI und VII gibt zusammen ein sogen. „verschränktes Trapez“, dessen Flächeninhalt durch Multiplikation der Abscissen- und Ordinaten-Unterschiede — das Ganze geteilt durch 2 — berechnet wird. Je nachdem die Ordinate des Teiles, der addiert oder subtrahiert werden soll, größer oder kleiner als die des anderen ist, erhält man die Fläche als Zugang (+) oder als Abgang (—). Hier wäre zu rechnen:

Fig. 301.



Verschränktes Trapez:

$$\frac{17{,}85 \cdot (8{,}05 - 3{,}70)}{2} = +\,39 \text{ qm.}$$

Die Einzelberechnung des Grundstückes (Fig. 300) vollzieht sich im übrigen am einfachsten nach folgendem Rechenschema, das leicht durch den auf S. 163 genannten Apparat „Triumph“ oder „N. J. K.“ vervielfältigt werden kann. Aehnliche Formulare erhält man auch im Handel bei einer der im Anhange unter Nr. VII genannten Firmen.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bzw. (h_1+h_2)	$2F = a \cdot h$ bzw. $= a \cdot (h_1+h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (—) qm
I	3,20	31,90	102,08	.
II	20,00	56,90	1138,00	.
III	20,25	46,10	933,52	.
IV	7,05	21,10	148,76	.
V	18,30	8,05	147,32	.
VI und VII	17,85	4,35	77,65	.
VIII	14,35	3,70	.	53,10
			2547,33	53,10
			−53,10	
		2 F =	2494,23	
		F =	1247	

= 0 h 12 a 47 qm.

Würde die Abscissenlinie ganz außerhalb der aufzumessenden Fläche liegen, (Fig. 301), so ergibt sich folgender Gang der Berechnung.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bezw. (h_1+h_2)	$2F=a\cdot h$ bzw. $=a(h_1+h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (—) qm
I	3,20	54,30	173,76	.
II	20,00	79,28	1585,60	.
III	20,22	68,48	1384,67	.
IV	7,08	43,45	307,63	.
V	18,30	14,30	.	261,69
VI	17,87	18,05	.	322,55
VII	14,33	26,10	.	374,01
			3451,66	958,25
			— 958,25	
		2 F =	2493,41	
		F =	1247	

= 0 h 12 a 47 qm.

In dem Linienaufbau der Fig. 167 werden zunächst die beiden großen Trapeze CC_1 DD_1 und EE_1 FF_1 berechnet, hier anschließend die kleinen Teilflächen an den Messungslinien CD und EF, endlich die Dreiecke und Trapeze an den Ordinaten für die Grenzpunkte C, D, E und F, die als Abscissenlinien niederer Ordnung dienen.

Wenn ein einzelnes „Dreieck als Liniennetz" vorliegt (Fig. 168), so ist zuerst der Inhalt des Dreiecks A B C, sodann die einzelnen kleinen Dreiecke und Trapeze zu berechnen, wobei auch hier insbesondere für die verschränkten Trapeze das maßgebende Vorzeichen (+ oder —) genau zu beachten ist. Da zur Konstruktion des Lageplanes in der Regel die Abscisse und Ordinate der Dreiecksspitze berechnet wird (s. S. 132), so ist die Flächenbestimmung des Dreiecks A B C nach $F=\frac{a\cdot h}{2}$, wie vor, durchzuführen. Wird der Punkt A durch Bogenschlag (s. S. 132) erhalten, so kann auch die Dreiecks-Flächenformel aus der ebenen Trigonometrie angewendet werden:

$$F=\sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)},$$

wo $s=\frac{a+b+c}{2}$ gesetzt wird.

In dem Dreiecke A B C (Fig. 168) wäre demnach bei:

1. $F=\frac{a\cdot h}{2}$

$a=81{,}50$ m (s. S. 132)
$h=71{,}10$ m (s. S. 312)
$a\cdot h=5794{,}65$ qm
$F=2897$ qm

$=0$ ha 28 a 97 qm.

2. $F=\sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}$

$a=81{,}50$ m
$b=84{,}65$ m
$c=79{,}50$ m
$a+b+c=245{,}65$ m
$s=122{,}82$ m

$s-a=41{,}32$ m
$s-b=38{,}17$ m
$s-c=43{,}32$ m
$(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)=6832{,}3$ m

$s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)=839150$
$F=2897$ qm
$=0$ ha 28 a 97 qm.

Legt man der Aufnahme ein Viereck, Fig. 169, ein Fünfeck, Sechseck oder Siebeneck (Tafel I und X) usw. zugrunde, also ein Liniennetz, das durch einen Aufbau von Dreiecken gebildet wird, so sind letztere bei der Flächenberechnung in derselben Weise, wie oben angegeben, zu benutzen.

Die Zerlegung einer Fläche in Dreiecke, gewöhnliche und verschränkte Trapeze kann auch im geschlossenen Polygonzug nach den Koordinaten für die Polygonpunkte (s. Fig. 260) vorgenommen werden. Die vom Polygon umschlossene Fläche ist selbstverständlich noch weiter nach den Restfiguren zwischen Polygonseiten und Grenzlinien zu vervollständigen. Im allgemeinen ist es jedoch empfehlenswerter, hier die von C. F. Gauß entwickelte Koordinaten-Flächenformel einzuführen, die, wie leicht einzusehen, auch für die Aufnahmen nach Fig. 299 usw. Geltung hat.

Man erhält den doppelten Flächeninhalt eines Polygons nach dem Ausdrucke:

Gl. 1. $$2\,F = x_1\,(y_2 - y_n) + x_2\,(y_3 - y_1) + x_3\,(y_4 - y_2) + \ldots$$

und nach dem Ausdrucke:

Gl. 2. $$2\,F = y_1\,(x_n - x_2) + y_2\,(x_1 - x_3) + y_3\,(x_2 - x_4) + \ldots,$$

wo n in y_n bezw. x_n die letzte Nr. der Polygonpunkte bedeutet. Beide Formeln müssen den gleichen Betrag ergeben.

Der Flächeninhalt des Umringpolygons in Tafel V ist in dieser Weise, siehe das nachstehende Rechenschema, berechnet worden.

Flächenberechnung nach Koordinaten.

Zu Taf. V.

Nummer des Punktes	±	x_n	±	y_n	$\triangle x_n = -x_{n+1} + x_{n-1}$ +	−	$\triangle y_n = +y_{n+1} - y_{n-1}$ +	−	$x_n \cdot \triangle y_n$ +	−	$y_n \cdot \triangle x_n$ +	−
1		2		3	4	5	6	7	8	9	10	11
⊙1		0,0		0,0								
⊙2	+	85,4	+	6,0	.	95,4	140,4	.	11990,16	.	.	572,40
⊙3	+	95,4	+	140,4	.	8,6	236,4	.	22552,56	.	.	1207,44
⊙4	+	94,0	+	242,4	68,8	.	80,1	.	7529,40	.	16677,12	.
⊙5	+	26,6	+	220,5	122,0	.	37,2	.	989,52	.	26901,00	.
⊙6	—	28,0	+	279,6	111,3	.	.	46,6	1304,80	.	31119,48	.
⊙7	—	84,7	+	173.9	56,4	.	.	250,9	21251,23	.	9807,96	.
⊙8	—	84,4	+	28,7	.	84,7	.	173,9	14677,16	.	.	2430,89
⊙1		0,0		0.0	.	169,8	.	22,7	0,00	.	.	0,00
⊙2	+	85,4	+	6,0								
					358,5	358,5	494,1	494,1	80294,83	.	84505,56	4210,73
							Hiervon ab gem. Seite 190		6486,88		80294,83	
							Mithin 2 F =		73807,95			
							F =		36904 qm			

= 3 ha 69 a 04 qm.

Die Abscissen und Ordinaten der Polygonpunkte (Spalte 1) werden in „rechtläufiger Aufeinanderfolge" (d. h. in der Richtung von Norden über Osten, Süden und Westen) in das Rechenschema (Spalte 2 und 3) eingetragen, beginnend mit jedem beliebigen Brechpunkte des Polygons.

Die Koordinaten*) werden gewöhnlich, wenn nicht wertvolle Grundstücke in Frage kommen, auf Dezimeter abgerundet unter strenger Befolgung der Regel, daß

„1) mehr als 5 Zentimeter für ein volles Dezimeter,
2) weniger als 5 Zentimeter gar nicht gerechnet werden,
3) bei genau 5 Zentimeter aber die Abrundung stets auf diejenige der beiden benachbarten vollen Dezimeterzahlen erfolgt, die eine gerade Zahl ist".

Beispielsweise ist abzurunden: 130,46 auf 130,5 und 130,44 auf 130,4; jedoch 130,45 (zwischen 130,4 und 130,5 liegend) auf 130,4 und 130,35 (zwischen 130,3 und 130,4 liegend) auf 130,4.

In den Spalten 4 und 5 bezw. 6 und 7 werden dem Kopfe der Rechenschema entsprechend nach dem allgemeinen Ausdrucke:

$$\triangle x_n = - x_{n+1} + x_{n-1}$$

einmal die Abscissenunterschiede des folgenden und des vorhergehenden Polygonpunktes bezw. nach

$$\triangle y_n = + y_{n+1} - y_{n-1}$$

die gleichen Unterschiede für die Ordinaten ermittelt.

Die Multiplikation nach $x_n \cdot \triangle y_n$ bezw. $y_n \cdot \triangle x_n$ erfolgt in den Spalten 8 und 9 bezw. 10 und 11. Die beiden Summen müssen, wie schon gesagt, genau übereinstimmen. Eine Abweichung zeigt einen Rechenfehler an.

Für die Bildung der Koordinatenunterschiede besteht eine einfache Rechenprobe darin, daß die positiven und negativen Unterschiede in den Spalten 4 und 5 bezw. 6 und 7 dieselbe Summe ergeben müssen.

Die für das Umringspolygon der Tafel V durchgeführte Rechnung ergibt übereinstimmend nach den beiden Formeln (Seite 188)

$$2\,F = 80294{,}83 \text{ qm}.$$

Hierbei sind noch zu berücksichtigen die Zu- und Abgänge an den einzelnen Polygonseiten, deren Berechnung nachstehend (siehe Seite 190) in übersichtlicher Weise gemäß den Messungszahlen in Tafel II durchgeführt ist.

Die Berechnung der Zu- und Abgänge schließt ab mit einem Abgange von 2 F = 6486,88 qm, der im Rechenschema Seite 188 zum Abzuge gelangt ist. Das Ergebnis der Gesamtfläche in Tafel V ist hier zu

$$F = 3 \text{ ha } 69 \text{ a } 04 \text{ qm}$$

zu finden.

In allen oben aufgeführten Beispielen wurden für die Flächenberechnung die im Felde direkt ermittelten Längenmaße in die Rechnung eingeführt, unter der Voraussetzung, daß die bei der Messung benutzten Längenmeßwerkzeuge

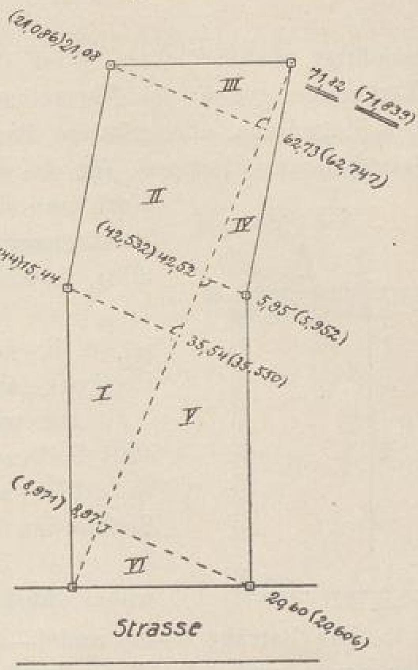
*) Für das vorliegende Beispiel sind die Koordinaten der Koordinatenberechnung auf Seite 146 entnommen.

Berechnung der Zu- und Abgänge
zur Flächenberechnung nach Koordinaten
im Beispiele nach Tafel V bezw. II.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bezw. (h_1+h_2)	$2F = a \cdot h$ bezw. $= a(h_1+h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (−) qm
An Polygonseite ⊙1—⊙2	3,5	4,9	.	17,15
	24,8	13,3	.	329,84
	24,1	20,2	.	486,82
	33,2	11,8	.	391,76
	40,0	16,2	.	648,00
An Polygonseite ⊙2—⊙3	53,7	4,1	220,17	.
	81,0	7,3	.	591,30
	27,7	8,0	.	221,60
An Polygonseite ⊙3—⊙4	14,4	7,6	.	109,44
	61,4	10,2	.	626,28
	30,1	11,7	.	352,17
An Polygonseite ⊙4—⊙5	3,9	9,1	35,49	.
	7,6	6,6	50.16	.
	14,8	13,3	196,84	.
	16,3	6,7	109,21	.
	19,4	3,4	.	65,96
An Polygonseite ⊙5—⊙6	29,4	8,5	211,65	.
	12,6	2,4	.	42,84
An Polygonseite ⊙6—7⊙	6,6	8,1	.	53,46
	12,7	13,5	.	171,45
	17.3	7,4	.	128,02
	22.8	2,0	.	45,60
	26.1	1,7	.	44,37
	24,9	8,7	.	216,63
	9,4	7,0	.	65,80
	28,2	10,0	.	282,00
An Polygonseite ⊙7—⊙8	22,8	6,9	.	157,32
	112,0	14,0	.	1568,00
	10,5	7,1	.	74,55
An Polygonseite ⊙8—⊙1	3,3	12,4	.	40,92
	8,7	17,8	.	154,86
	55,6	5,4	.	300,24
	23,4	5,3	.	124,02
			823,52	7310,40
		Bleibt Abgang 2 F =		6486,88

innerhalb der auf Seite 32 und 35 angegebenen zulässigen Grenzen mit dem Normalmaß übereingestimmt haben. Will man auch die bei der der Messung vorangegangenen Maßvergleichung (s. S. 34 und 35) ermittelten Abweichungen in Rechnung ziehen, weil z. B. sehr teures Baugelände nach der örtlich vorgefundenen Fläche bezahlt wird, so werden die Urmaße vor ihrer Einführung in das Rechenschema auf das Normalmaß zurückgeführt.

Fig. 302.



Beispiel. Die Fig. 302 zeigt eine sehr sorgfältige Aufmessung eines Baugrundstückes, das nach der Fläche verkauft werden soll. Die verwendeten 2 Fünfmetermeßlatten ergaben nach der Maßvergleichung, daß die „schwarze“ (S. 39) Meßlatte 5 m + 1,4 mm = 5,0014 m, die „rote“ Latte (Seite 39) 5 m + 1,3 mm = 5,0013 m lang ist. Da stets mit der „schwarzen“ Latte bei der Messung — Abscissen und Ordinaten — begonnen worden ist (die Abscissenpunkte wurden scharf durch kleine Pfählchen bezeichnet), ist es unschwer, die im Felde gefundenen Maße auf das Normalmaß zu bringen. Beispielsweise ist die erste Abscisse 8,97 m, also fallen auf die „schwarze“ Latte 5,0 m, auf die „rote“ Latte 3,97 m. Das eigentliche Maß ist demnach:

$$\frac{5{,}0014}{5} \cdot 5{,}00 + \frac{5{,}0013}{5} \cdot 3{,}97 = 8{,}972^{*)} \text{ m},$$

das wie auch die anderen auf das Normalmaß zurückgeführten Längen den Urmaßen im Feldbuche in Klammern beigeschrieben werden kann. Der nach den berichtigten Koordinaten ermittelte Flächeninhalt beträgt, siehe unten, 1492,43 qm.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bezw. $(h_1 + h_2)$	$2F = a \cdot h$ bezw. $= a(h_1 + h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (−) qm
I.	35,550	15,444	549,0342	.
II.	27,197	36,530	993,5064	.
III.	9,092	21,086	191,7139	.
IV.	29,307	5,952	174,4353	.
V.	33,560	26,558	891,2865	.
VI.	8,972	20,606	184,8770	.
		2 F =	2984,8533	
		F =	1492,43 qm	

*) Die Zahl ist in Fig. 302 irrtümlich zu 8,971 eingetragen.

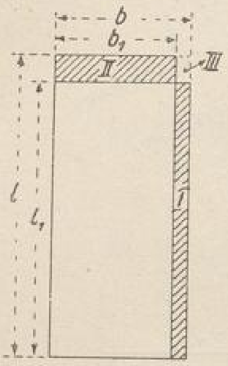
Bei Dreieckskonstruktionen und Polygonaufnahmen gilt sinngemäß das gleiche Verfahren.

Man kann jedoch, vielfach genau genug, einen einfacheren Weg einschlagen, indem man die Fläche nach den Urmaßen zu F_1 ermittelt und diese zu

$$F = F_1 + f$$

berichtigt, wobei f einen Wert darstellt, den man aus den Abweichungen der Werkzeuge gegen das Normalmaß ableitet. Hierzu wird, am einfachsten auf dem Lageplane, die mittlere Breite b_1 oder auch die mittlere Länge l_1 des Grundstückes bestimmt, für das man den Inhalt F_1 bereits berechnet hat. Dividiert man F_1 durch b_1 (bezw. l_1), so erhält man das zweite Bestimmungsstück l_1 (bezw. b_1) zu einem Rechteck (Fig. 303), in welchem

Fig. 303.



$$F_1 = b_1 \cdot l_1$$

ist, d. h. man verwandelt die gemessene Fläche in ein Rechteck mit den Seiten b_1 und l_1.

Die wirklichen Bestimmungsstücke sind nun b und l statt b_1 bezw. l_1. Bildet man (Fig. 303) $b - b_1$ und $l - l_1$, so erhält man die Zusatzfläche f aus den zwei kleinen Rechtecken I und II der Figur 303 nach

$$f = (b - b_1)\, l_1 + (l - l_1)\, b_1,$$

wobei das kleine Rechteck III vernachlässigt werden kann. Die Beträge $b - b_1$ und $l - l_1$ ergeben sich aus der Abweichung der Meßwerkzeuge gegen das Normalmaß.

In dem vorigen Beispiele wurden zwei Meßlatten mit den Längen 5,0014 m und 5,0013 m verwendet; die gemessene Längeneinheit beträgt demnach im Mittel:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{5{,}0014 + 5{,}0013}{2} = 1{,}00027 \text{ m.}$$

Da $F_1 = 1491{,}60$ qm, wie anderweitig berechnet, und $l_1 = 66{,}0$ m (der Fig. 302 entnommen), so ist $b_1 = \frac{1491{,}60}{66{,}0} = 22{,}6$ m.

Hiernach ist
$$b = b_1 \,.\, 1{,}00027 = 22{,}6 \cdot 1{,}00027 = 22{,}606 \text{ m}$$
$$l = l_1 \cdot 1{,}00027 = 66{,}0 \cdot 1{,}00027 = 66{,}018 \text{ m}$$
und
$$b - b_1 = 22{,}606 - 22{,}6 = 0{,}006 \text{ m}$$
$$l - l_1 = 66{,}018 - 66{,}0 = 0{,}018 \text{ m.}$$

Weiter ist:
$$\begin{aligned} f &= (b - b_1)\, l_1 + (l - l_1)\, b_1 \\ &= 0{,}006 \cdot 22{,}6 + 0{,}018 \cdot 66{,}0 \\ &= 1{,}32 \text{ qm,} \end{aligned}$$

demnach ist die Gesamtfläche der Figur 302:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + f = 1491{,}60 + 1{,}32 \\ &= 1492{,}92 \text{ qm.} \end{aligned}$$

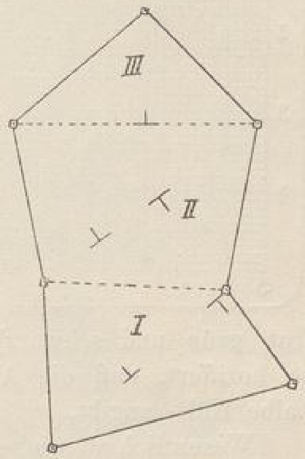
$F = 1492{,}92$ qm weicht gegen die früher (S. 191) berechnete Fläche $F = 1492{,}43$ qm um 0,49 qm ab.

Sobald für die Abscissen- und Ordinatenmessung verschiedene Meßwerkzeuge verwendet werden, wird l_1 in der Abscissenrichtung, b_1 in der zu dieser senkrechten Richtung gedacht. Die Berichtigung für l_1 ist dann nach den für die Abscissen, für b_1 nach den für die Ordinaten benutzten Längenmeßwerkzeugen durchzuführen.

II. Flächenberechnung unter ausschliefslicher Benutzung des Lageplanes.

1. Wenn es auf einen genauen Flächeninhalt nicht ankommt oder wenn nur ein Lageplan, aber keine Messungszahlen vorliegen, werden die im Plane gezeichneten Flächen durch kurze Bleistiftstriche in Dreiecke und Vierecke zerlegt und die Grundlinien und Höhen dieser mit einem Anlegemaßstabe (Fig. 229 usw.) oder mit Zirkel und Transversalmaßstab ermittelt.

Fig. 304.



Das Grundstück in Figur 304 ist das gleiche wie in Figur 301 und im Maßstabe 1 : 1000 gezeichnet. Man zerlegt — siehe die kurzen Striche — die Figur in die Vierecke I und II und in das Dreieck III und zwar allgemein wenn möglich so, daß **Grundlinien und Höhen annähernd gleich sind.** Die Fußpunkte für die Höhen werden mit Hilfe von 2 Dreiecken (Fig. 242) festgestellt. Benutzt man das Rechenschema von Seite 187, so ergibt sich ein Flächeninhalt von 0 ha 12 a 39 qm, der gegen den aus Urmaßen berechneten Wert (Seite 187) um 8 qm abweicht.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bezw $(h_1 + h_2)$	$2F = a \cdot h$ bezw. $= a \cdot (h_1 + h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (−) qm
I	30,0	30,9	927,00	.
II	33,6	32,9	1105,44	.
III	31,0	14,4	446,40	.
		2 F =	2478,84	
		F =	1239,42	
		=	0 ha 12 a 39 qm	

Wie groß die Abweichung zwischen den beiden Berechnungen sein darf, wird auf Seite 215 angegeben.

Für die Ermittelung von Grundlinie und Höhe bilden eine wesentliche Erleichterung die für diesen Zweck eigens angefertigten **„Quadratglastafeln"** (Fig. 305), bei denen auch die Einteilung der Flächen in Dreiecke und Vierecke, wie auch das besondere Zeichnen der Höhenfußpunkte entfallen kann. Das Liniennetz ist auf den Glastafeln geätzt oder auf diese photographisch übertragen und dann mit einem Lacküberzug versehen. Die Maschenweite ist in der Regel 1 mm, doch werden auch Glastafeln für beliebige Maßstäbe der Lagepläne hergestellt.

Den gleichen Zweck verfolgen Glasplatten mit **Parallelteilung,** s. Fig. 305 a, für Höhenermittelungen. Die Linien sind, um Irrtümer zu verhüten, verschieden

Fig. 305.

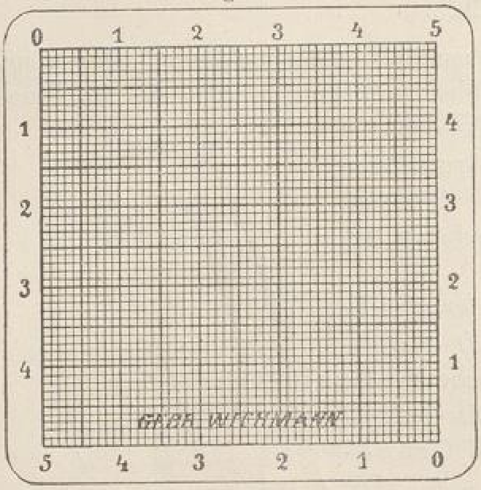
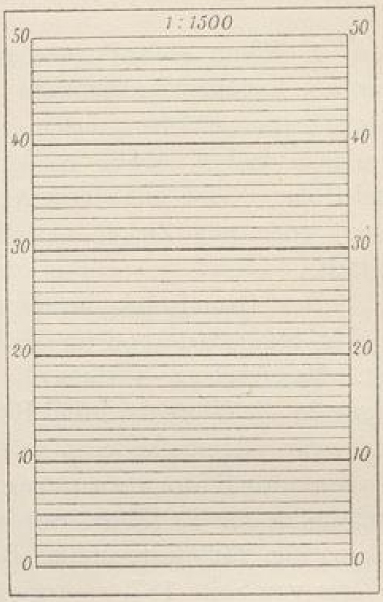


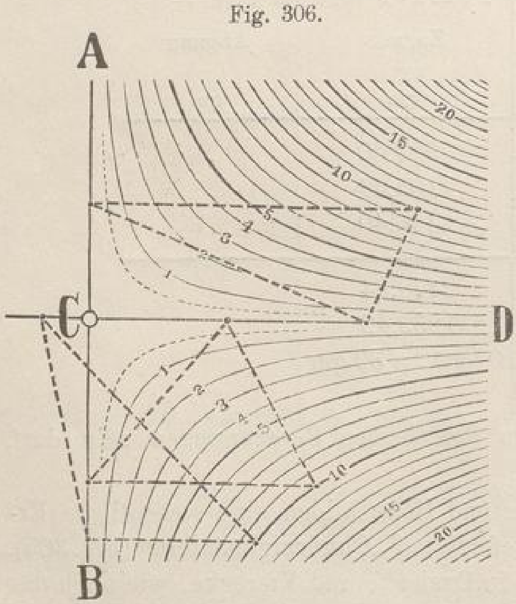
Fig. 305 a.



(rot, grün und schwarz) gefärbt und sind so beziffert, daß die Ablesung schon die halbe Höhe angibt.

Wesentlich abweichend sind die Kloth-schen **„Hyperbeltafeln"** (Fig. 306), an deren Kurvenlinien sofort der Flächeninhalt eines Dreiecks abgelesen werden kann.

Fig. 306.



Auf einer Glasplatte sind in den Quadranten A C D und B C D bezifferte Hyperbeln aufgetragen, die die Eigenschaft haben, daß die Produkte der Abstände ihrer Punkte von den beiden Achsen konstant und gleich einer bestimmten Fläche sind. Die Hyperbeln sind also geometrische Orte für Eckpunkte gleichgroßer Dreiecke, deren Grundlinien parallel der Achse C D sind.

Bei der Flächeninhaltsermittelung eines Dreiecks legt man die Glastafel, deren untere Seite die Kurvenzeichnung trägt, derart auf das Dreieck, daß eine Dreiecksseite von C D gedeckt wird, während der linke Eckpunkt mit C zusammenfällt, und verschiebt die Tafel längs eines an die linke Kante der Glasplatte angelegten Lineals soweit, bis die Spitze des Dreiecks in C D fällt (Fig. 306).

Nunmehr liest man die Lage des **rechten** Eckpunktes des Dreiecks in dem Kurvensystem ab und erhält sofort den Flächeninhalt, z. B. für die drei Dreiecke in Figur 306 gleichlautend 10 Ar.

Die Hyperbeltafeln werden in den Verhältnissen 1:500, 1000, 1250, 1500, 2000 und 2500 geliefert.

2. Die Zerlegung in Dreiecke und Vierecke und die Berechnung ist bei stark unregelmäßigen Flächen sehr umständlich und zeitraubend. In solchen Fällen bedient man sich am besten eines Flächenmeßinstruments, eines „Planimeters", mit dem die Grenzlinien der auszumessenden Fläche befahren werden.

Von den vorhandenen Konstruktionen seien hier nur das „Polarplanimeter" nach Amsler, und das „Kompensationsplanimeter" von Schnöckel genannt. Auf die Theorie der Instrumente soll hier nicht eingegangen werden.

a. Ein verbessertes **Polarplanimeter** der Firma A. Ott in Kempten (Bayern) zeigen die Figuren 307 und 307a. Der Polarm P endet in einem Gewichte p, das an der Unterseite eine kurze Nadelspitze trägt und mit dieser als Drehpunkt (Pol) auf dem Zeichenpapier aufsitzt. Der Polarm ist weiter durch ein

Fig. 307.

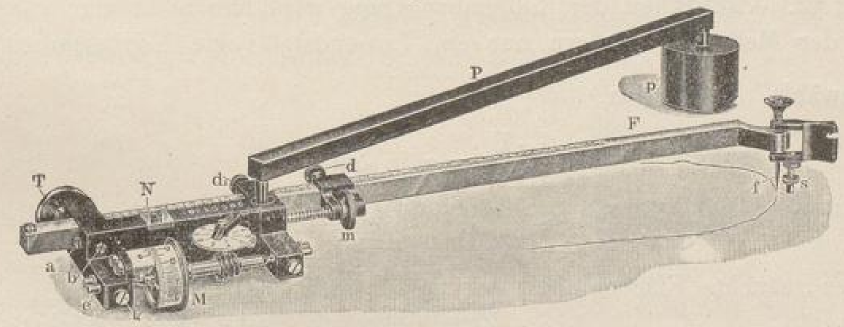
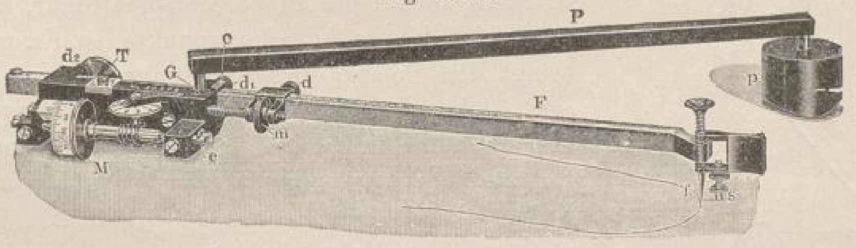
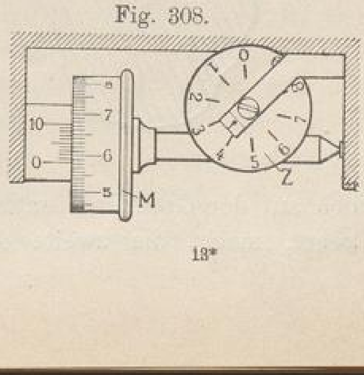


Fig. 307a.



Kugelgelenk G (Fig. 307a) mit dem Fahrarm verbunden. Letzterer ruht auf der Meßrolle M, einem Rädchen T und der Stütze s und kann gegen die Rolle M verschoben werden. Hierzu werden die beiden Druckschräubchen d_1 und d gelöst und nach einer groben Verschiebung des Armes d wieder angezogen, während eine Feinbewegung durch die Schraubenmutter m vorgenommen wird; hierauf ist auch d_1 anzuziehen. Eine bestimmte Einstellung erfolgt mit Hilfe des Nonius N an einer Teilung, die in halben Millimetern an der oberen Seite des Fahrarmes angebracht ist.

Fig. 308.



Die Meßrolle M (Fig. 308), bestehend aus sehr hartem Material, Stahl oder Glas, ist mit einer etwas kleineren Trommel verbunden, die in 100 Teile geteilt ist. Dieser Teilung steht ein Nonius gegenüber, der die Zehntel eines Trommelteiles, also ein Tausendstel einer Meßrollenumdrehung abzulesen gestattet. Ferner ist zur Zählung ganzer Rollenumdrehungen eine mit 10 Teilstrichen versehene kleine Zählscheibe Z angebracht, die durch eine Schraubenschnecke für je 10 Umdrehungen der Meßrolle einmal gedreht wird. Jede Ablesung des Standes der Meßrolle ergibt demnach eine vierstellige Zahl, z. B. in Fig. 308 die Zahl 3584, von welcher an der Zählscheibe Z die Tausender, an der Meßrolle die Hunderter und Zehner und am Nonius die Einer entnommen werden.

Der Inhalt einer beliebigen, mit dem Planimeter umfahrenen Figur ist gleich einem Rechtecke, dessen Grundlinie der Länge des Fahrarmes und dessen Höhe der Länge der Rollenabwicklung entspricht. Bezeichnet man mit L die Länge des Fahrarmes, gemessen vom Fahrstift f (Fig. 307a) bis zum Kugelgelenk G, mit U den Umfang der Meßrolle und mit N die Anzahl ihrer Umdrehungen nach Umfahrung einer Fläche, so ist der Flächeninhalt:

$$F = N \cdot (L \cdot U)$$

wo L · U eine Fläche darstellt, bei deren Umfahrung die Meßrolle sich genau einmal dreht. Als Einheit der Rollenabwicklung wird nun nicht eine ganze Umdrehung der Meßrolle, sondern nur ein Tausendstel (eine Noniuseinheit), also $\frac{L \cdot U}{1000}$ gewählt. Setzt man:

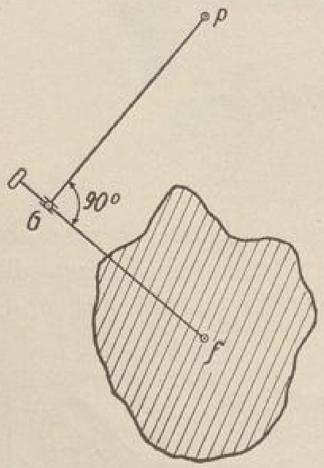
$$\frac{L \cdot U}{1000} = q \text{ in qm}$$

und bezeichnet mit n den Betrag der Abwicklung in Tausendstel der Rolle, so ist

$$F = n \cdot q$$

in qm der gesuchte Flächeninhalt der umfahrenen Figur.

Fig. 309.



Zum Gebrauche setzt man zunächst das Instrument so auf die zu berechnende Figur, daß der Fahrstift f nahezu im Schwerpunkte der Figur steht, bringt den Polarm ungefähr senkrecht zum Fahrarm, siehe Fig. 309 und drückt das Polgewicht p mit der Nadel in das Papier; die ganze Anordnung richtet man aber so ein, daß der Pol stets außerhalb der zu berechnenden Fläche liegt. Hierauf stellt man den Fahrstift über einen beliebigen Punkt der Umringslinie, den man durch einen Bleistiftstrich bezeichnet hat oder bei Grundstücksgrenzen auf einen mit einem Bleistift-Kreis kenntlich gemachten Grenzpunkt (Grenzstein usw.) und notiert den Stand der Meßrolle. Alsdann führt man den Fahrstift, indem man den seitlichen Flügel der Stütze s (Fig. 307a) zwischen Daumen und Mittelfinger faßt, im Uhrzeigersinne so genau als möglich auf der Grenzlinie entlang, bis man zu dem Ausgangspunkte wieder zurückkehrt, macht die zweite Ablesung und zieht die Differenz der beiden Ablesungen. Multipliziert man die so gefundene Zahl n mit q, dem Flächenwerte der Noniuseinheit, so erhält man den Flächeninhalt der umfahrenen Figur, also

$$F = n \cdot q$$

Beispiel. Angenommen, es laute die Meßrollenablesung vor der Umfahrung 2612, nach der Rückkehr zum Ausgangspunkt 4274, so ist zu schreiben:

Erste Ablesung: 2612
Zweite Ablesung: 4274
Differenz: n = 1662.

Beträgt der Flächenwert für eine Noniuseinheit q = 10 qm, so ist der Flächeninhalt:

$$F = n \cdot q = 1662 \cdot 10 = 16620 \text{ qm} = 1 \text{ ha } 66 \text{ a } 20 \text{ qm}.$$

In der Regel begnügt man sich nicht mit einer einzigen Umfahrung; man wiederholt dieselbe, nachdem man nach der ersten Bestimmung die Ablesung notiert hat, noch 2 oder 3 Mal hintereinander, schreibt die Schlußablesung auf und bildet die Differenzen der ersten Ablesung gegen die zweite und gegen die Schlußablesung. Die erste Differenz gilt als Kontrolle für die richtige Zählung der Umfahrungen.

Beispiel: Erste Ablesung: 2612
Zweite Ablesung: 4274 } Differenz: 1662*)
Nach zweimaliger Umfahrung: Schlußablesung: 7601
Differenz: 4989

$$n = \frac{4989}{3} = 1663$$

$$F = n \cdot q = 1663 \cdot 10 = 16630 \text{ qm}.$$
$$= 1 \text{ ha } 66 \text{ a } 30 \text{ qm}.$$

Der Wert für q ist, sobald die Fahrarmlänge ungeändert bleibt, für beliebige Maßstäbe der Zeichnung verschieden. Aendert man die Länge, so wird auf der Teilung des Fahrarmes zweckmäßig für jeden Maßstab eine Einstellung gewählt, daß q eine runde Zahl, z. B. 1, 2, 5, 10, 20, 40 qm usw. wird.

Jedes von einer Fabrik bezogene Polarplanimeter erhält eine Tabelle, in der für eine Anzahl der üblichen Kartenmaßstäbe die Fahrarmeinstellung und der bezügliche Flächenwert einer Noniuseinheit der Meßrolle verzeichnet ist. Es empfiehlt sich, ein Instrument beim Empfange und später von Zeit und Zeit auf die Angaben der Tabelle nachzuprüfen. Man geht in der Weise vor, daß man mit dem Planimeter eine Fläche von bekanntem Inhalte umfährt und feststellt, ob der mit dem Instrumente ermittelte Flächeninhalt der wirklich vorliegenden Flächengröße entspricht. Ist dies nicht der Fall, dann wird die Fahrarmlänge im Verhältnis der Größe der Abweichung geändert. Ist F zu klein ermittelt, so ist der Fahrarm zu verkürzen, wird F zu groß, so ist der Fahrarm zu verlängern.

In Fig. 310 ist als Probefläche ein Kreis angenommen, über den man das Planimeter so aufstellt, daß Polarm und Fahrarm einen rechten Winkel bilden, wenn der Fahrstift im Mittelpunkte des Kreises liegt. Zur Kontrolle umfährt man die Probefläche zweimal, einmal bei der Lage des Polarmes rechts (P

*) Die erste Differenz 1662 gilt zur Kontrolle der endgültigen n = 1663.

Fig. 310), das andere Mal links (P′ Fig. 310) vom Fahrarme, und nimmt das Mittel aus beiden Ergebnissen. Damit die Prüfung jederzeit rasch und fehlerlos vor sich gehen kann, ist jedem Polarplanimeter ein Kontrollineal (Fig. 311) beigegeben, mit dessen Hilfe der Fahrstift f zwangsläufig auf einer Kreislinie

Fig. 310.

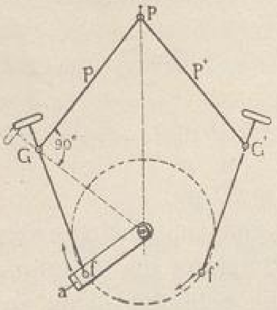
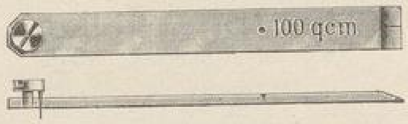
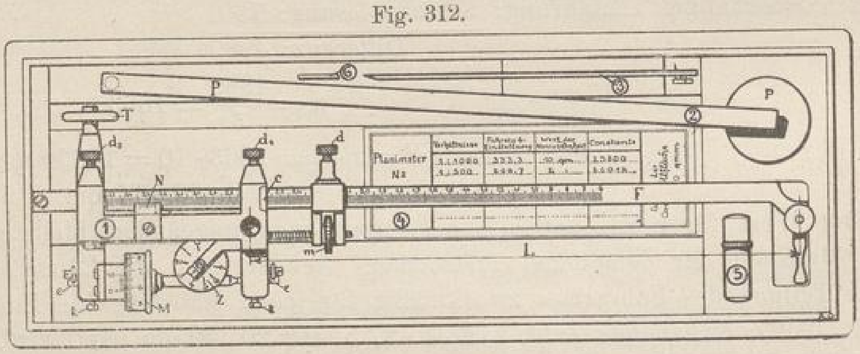


Fig. 311.



geführt wird (Fig. 310). Das Lineal (Fig. 311) besitzt auf der Unterseite eine Nadelspitze, die in das Zeichenpapier gedrückt wird, und auf der Oberseite eine kleine Vertiefung. Wird in letztere die Fahrstiftspitze f gesetzt, nachdem die Stütze s (Fig. 307 a) in die Höhe geschraubt oder am besten ganz entfernt worden ist, und das Lineal, etwa vom Striche a (Fig. 310) aus, einmal um die Nadel gedreht, so umfährt das Planimeter eine Kreisfläche von fast genau 100 qcm Inhalt. Die Kontroll-Lineale sind geeicht; das Eichungsergebnis ist in der oben erwähnten Tabelle jedes Instrumentes eingetragen, siehe Fig. 312.

Fig. 312.



Beispiel. Das einem Polarplanimeter beigegebene Kontrolllineal umfaßt laut Ausweis der Eichung eine Kreisfläche von 100,2 qcm. Der Flächenwert einer Noniuseinheit ist zu $q = 10$ qm, die Fahrarmeinstellung zu 333,3 angegeben. Es ist eine Nachprüfung des Instruments vorzunehmen.

Man stellt die Meßrolle mit Hilfe der Schräubchen d_1, d und m (Fig. 307) genau auf die Zahl 333,3 des Fahrarms und umfährt die Kreisfläche, wie oben beschrieben wurde. Die Ablesungen ergeben statt 1002 eine Differenz von 1011, d. h. zu groß um:

$$\frac{1011 - 1002}{1002} = 0{,}0088 \ (0{,}88\ {}^0/_0), \text{ wo}$$

1002 nichts anderes als die Längsseite eines Rechtecks bei der Breite einer Noniuseinheit ist. Die Fahrarmlänge ist um 0,0088 der eingestellten Armlänge zu vergrößern, so daß die richtige Einstellung sich ergibt zu:

$$L = 333{,}3 + 0{,}0088 \cdot 333{,}3 = 333{,}3 + 2{,}9 = 336{,}2.$$

Erfolgt die Prüfung nicht mit Hilfe des Kontrollineals, so wird ein gleichseitiges Dreieck, daß sich mit 3 Zirkelschlägen sehr scharf festlegen läßt, gezeichnet und, wie vor, verfahren. Einige günstige Abmessungen sind:

Seitenlänge des Dreiecks in mm: 48,1; 68,0; 152,0; 214,9
Flächeninhalt in qcm: 10,0; 20,0; 100,0; 200,0

Die letzte Art der Nachprüfung kann auch dazu verwendet werden, Instrumente älterer Art, bei denen die Fahrarmlänge unveränderlich ist, ohne Kenntnis des Flächenwertes q zu sofortigem Gebrauch fertig zu stellen. Ist für ein gleichseitiges Dreieck F_1 von 100 qcm die Rollenabwicklung $n_1 = 2054$, die Meßrollenablesung für eine zu berechnende Fläche F: $n = 5423$, so verhält sich

$$\frac{F}{F_1} = \frac{n}{n_1}$$

Daraus:

$$F = F_1 \cdot \frac{n}{n_1} = 100 \cdot \frac{5423}{2054} = 100 \cdot 2{,}6402$$

$$= 264{,}02 \text{ qcm.}$$

Wäre die Fläche F in dem beliebigen Maßstabs-Verhältnisse 1 : x kartiert, so würde der Flächeninhalt in qm betragen:

$$F = \frac{F_1}{10000} \cdot \frac{n}{n_1} \cdot x^2$$

Bei einem Maßstabe eines Planes 1 : 2500 ergibt sich für den obigen Fall:

$$F = \frac{F_1}{10000} \cdot \frac{n}{n_1} \cdot x^2$$

$$= \frac{100}{10000} \cdot 2{,}6402 \cdot 6250000$$

$$= 165012{,}5 \text{ qm}$$

$$= 16 \text{ ha } 50 \text{ a } 12 \text{ qm.}$$

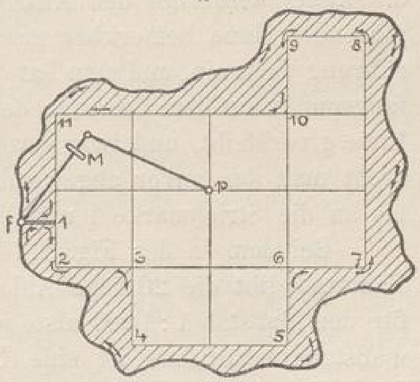
Der zu erwartende Fehler M bei Anwendung eines „Polarplanimeters“ nach Amsler beträgt nach den Untersuchungen von Lorber bei einer Flächenermittlung für eine Fläche:

F =	10 qcm	20 qcm	50 qcm	100 qcm und	200 qcm
M =	1,3%	0,7%	0,3%	0,15%	0,08%

der Fläche F.

Hierbei wird eine sorgfältige Handhabung des Werkzeuges vorausgesetzt. Das Mittel aus 2 und mehr Umfahrungen ist selbstverständlich genauer.

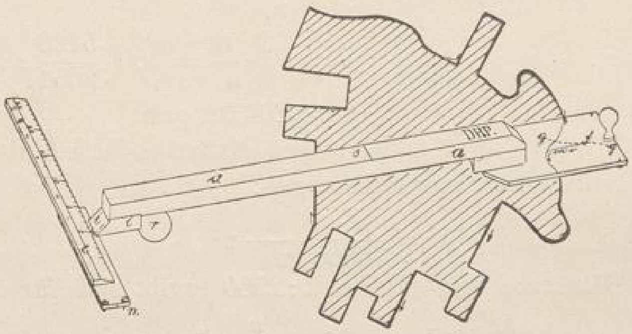
Fig. 313.



Wie oben (Seite 196) betont wurde, soll der Pol (das Gewicht p) stets außerhalb der zu umfahrenden Figur liegen. Sehr große Flächen werden deshalb in mehrere kleine Teile zerlegt, die einzeln mit außerhalb gelagertem Pol gemessen werden können, oder aber es wird der Innenraum durch ein Quadratnetz (s. Fig. 269 und S. 151) oder durch Dreiecke, die mit Zirkel und Maßstab usw. (s. S. 193) berechnet werden, abgegrenzt und nur der verbleibende Randstreifen mit dem Planimeter bestimmt in der Weise, wie sie Fig. 313 veranschaulicht. In letzterem Falle wird jedoch weit zweckmäßiger nach „Randquadraten" gerechnet, wie Seite 203 näher ausgeführt wird.

b. Das **Kompensationsplanimeter** von Schnöckel, dem Inhaber des math. mech. Instituts in Berlin W., Steglitzerstr. 56, verdient schon wegen seiner Wohlfeilheit die weiteste Verbreitung. An einem Ende der Fahrstange a, Fig. 314, ist eine durchscheinende Zelluloidplatte mit dem Fahrpunkt f und einem Handgriff, an dem anderen ein weißes Zelluloidstück i mit einer Strichmarke befestigt. Die an der unteren Fläche ausgefräste Stange ruht auf einer

Fig. 314.



Stahlkugel r, die den Anschlag i berührt. Der Anfangspunkt für die Umfahrung einer Fläche wird so gewählt, daß beim Drehen des Instrumentes um die Kugel die zu umfahrende Figur vom Fahrpunkte f nicht getroffen wird. Nach Aufstellung der Fahrstange, die in ihrer günstigsten Anordnung die Figur schätzungsweise halbiert, wird der Maßstab c so angelegt, daß sein Nullstrich auf die Strichmarke des Zelluloidanschlages i zeigt. Der mit einer Metallspitze n im Zeichenpapier haftende Maßstab wird nach links gedreht und man umfährt die Figur mit dem Fahrpunkt f im Sinne des Uhrzeigers, wobei die Kugel unter der Stange in der Ausfräsung hin- und herrollt. Tritt der Fahrpunkt wieder über den Anfangspunkt, so berührt bei kleineren Figuren bis etwa Handgröße die Kugel wiederum den Anschlag i, was sich durch einen leisen Schlag in der führenden Hand bemerkbar macht. Bei größeren Figuren tritt die genannte Berührung nicht ein, und man hat das Instrument derart weiter zu führen, daß der Anfangspunkt auf dem Umringe der Fläche unter der in der Figur 314 punktierten Linie g verbleibt, und zwar soweit, bis man das Anschlagen der Kugel spürt. Nun dreht man den zuvor abgewendeten Maßstab mit seiner Teilung um die Spitze n bis an die Strichmarke i und liest an ihr die neue Stellung der Fahrstange ab.

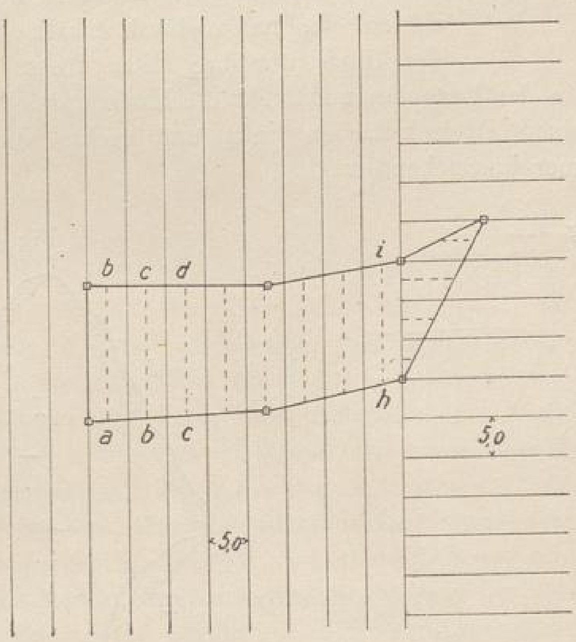
Bei dem in der Fig. 314 abgebildeten Kompensationsplanimeter mit festem Fahrstab gibt die 20fache Ablesung den Flächeninhalt in Quadratmillimetern an, für den Maßstab 1 : 1000 also sofort den Flächeninalt in qm. Für andere Kartenmaßstabsverhältnisse ist eine Umrechnung entprechend Seite 199 vorzunehmen. Doch liegt auch eine andere Ausführung vor, mit verstellbarer Fahrarmlänge, so daß der Koeffizient auch für ein beliebiges Verhältnis in rundem Betrage erhalten wird. In letzterem Falle ist der Kugelanschlag i nicht fest mit der Fahrstange verbunden, sondern als Läufer angeordnet, der ähnlich wie beim Polarplanimeter (S. 197), nach den Angaben einer Tabelle an der Fahrstange eingestellt werden kann.

Wenn die zu berechnende Figur eine unregelmäßige Form hat, so empfiehlt es sich, eine zweite Umfahrung in einer zur ersten etwa rechtwinkligen, die Figur ebenfalls ungefähr halbierenden Lage der Fahrstange zu machen (Kompensationsmessung). Durch Mittelung beider Ergebnisse werden gewisse dem Instrumente anhaftende Fehler beseitigt. Die Berechnung erreicht einen hohen Grad von Genauigkeit, wenn die in einem Zuge zu umfahrenden Figuren nicht viel breiter sind als eine Handspanne, also nicht breiter als rd. 2 Dezimeter.

c. Die beiden Planimeter können für jede Figur benutzt werden, nur nicht für langgestreckte Flächen, z. B. schmale Wege, Gräben, Bachläufe, Dammanlagen usw. Hier ist von großer Wichtigkeit die wohlfeile „Harfe", die in allen Fällen anwendbar ist und leicht von Jedermann angefertigt werden kann; im Handel kostet sie nur 15 Pfg.

Die **„Harfe"** besteht aus festem durchsichtigem Papier (Pauspapier), auf dem schwarze gleichweit und parallel verlaufende Linien, siehe Fig. 315, gezeichnet sind. Senkrecht zu dieser Hauptteilung befindet sich am Rande noch eine Querteilung, die in gewissen Fällen die Flächenermittelung unterstützt, wie man an dem weiteren Beispiele sehen kann.

Fig. 315.



Die Harfe wird so auf die zu berechnende Fläche (Fig. 315) gelegt, daß die Linien der Hauptteilung die Grenzen der Figur möglichst rechtwinklig schneiden. Durch die Linien der Harfe wird die Figur in Trapeze von gleicher Höhe zerlegt, deren Mittellinien nach dem Augenmaße bestimmt und mit dem Zirkel addiert werden. Man geht in der Weise vor, daß man zu der Mittellinie a — b nacheinander die

Mittellinien b — c, c — d usw. bis h — i in den Zirkel nimmt und schließlich die ganze Länge an einem Transversalmaßstabe — dem Maßstabe des Planes entsprechend — bestimmt. Multipliziert man diese mit dem Abstande der Harfenlinie, so erhält man den Flächeninhalt dieses Figurenteiles. Der noch übrig gebliebene Teil, rechts vom Trapez mit der Mittellinie h — i, wird in gleicher Weise mit Hilfe der Querteilung seiner Fläche nach ermittelt und zu dem obigen addiert. Die Haupt- und Querteilung ergibt hier eine Gesamtfläche von $128{,}5 \times 5{,}0 + 16{,}5 \times 5{,}0 = 725$ qm. Falls eine Zirkelöffnung zur Bewältigung der Mittellinien nicht ausreicht, ist die Figur in passende Teile zu zerlegen.

Fig. 316a.

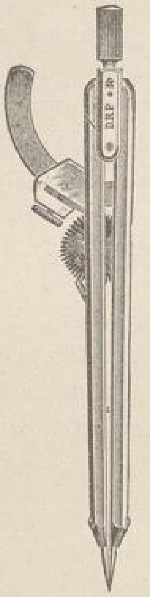
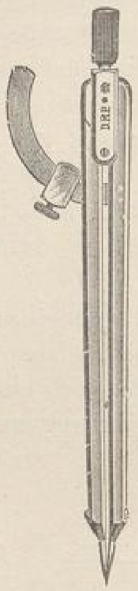


Fig. 316b.



Zur leichteren Entnahme der Mittellinien werden sogen. **„Harfenzirkel“** konstruiert, Fig. 316, die eine Einstellung auf ein bestimmtes Maß, z. B. 100 m, gestatten und auch an einem Zählrad (Fig. 316 a) die Anzahl der 100 m direkt angeben; das noch fehlende Maß, also unter 100 m, wird am Transversalmaßstabe abgegriffen.

In Fig. 317 wird die Flächenberechnung eines Flußlaufes in seinen Krümmungen gezeigt. Hier ist besonders an den Stellen A, B, C und D die senkrechte Einstellung der Harfe zu den Uferlinien zu beachten, die man dadurch erhält, daß man die Linien der Harfe um ihre Mitte dreht. Hierzu sticht man den Zirkel bei z in den Lageplan und dreht die Harfe vorsichtig um diesen Stichpunkt. Die kleinen Dreiecksflächen links und rechts von dem Stichpunkte gleichen sich immer hinreichend aus.

Fig. 317.

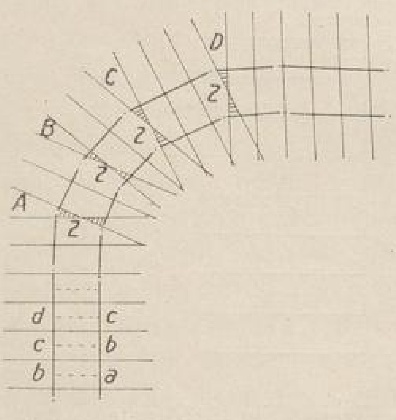
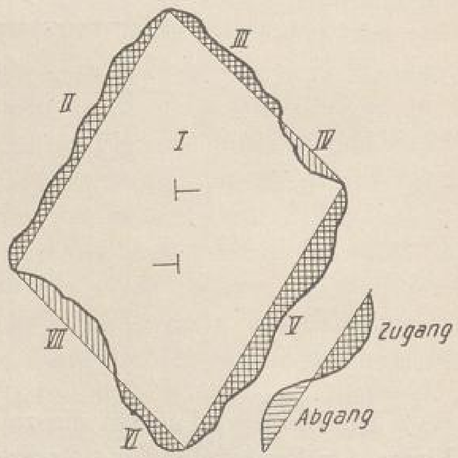


Fig. 318.

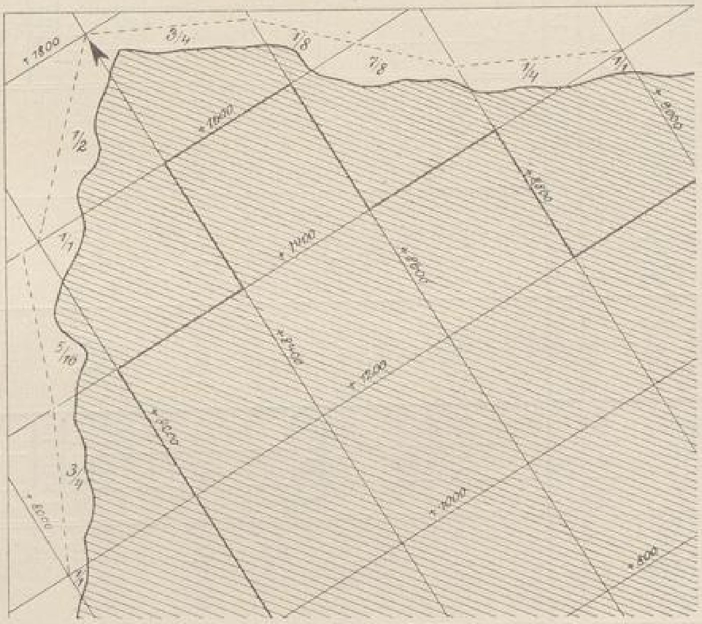


Liegen große unregelmäßige Flächen zur Inhaltsberechnung vor, so ist auch die Harfe mit großem Vorteile zu verwenden. Man zerlegt zunächst die ganze Fläche in möglichst wenige Dreiecke oder Vierecke, berechnet diese unter Anwendung von Anlegemaßstab, Zirkel und Transversalmaßstab oder Glastafel (s. S. 194) und bestimmt die Restflächen, von den Grenzlinien bis zu den Dreiecken usw., mit Hilfe der Harfe.

Beispiel. Die Grundfläche in Fig. 318 soll noch einmal nach dem Lageplane berechnet werden. Von der Fig. 318 wird durch feine Bleilinien das Viereck I ausgeschnitten; die Restflächen II, III, V und VI sind mit der Harfe als Zugang, die Flächenteile IV und VII als Abgang zu ermitteln. Der Abgang kann direkt am Zirkel durch Subtraktion der Mittellinien vorgenommen werden.

Sobald ein Lageplan mit einem „Quadratnetze" (Fig. 318a) versehen ist, wird dieses sehr zweckmäßig in folgender Weise zur Flächenberechnung heran-

Fig. 318 a.



gezogen. Man zählt die mit Zeichnung voll ausgefüllten Netzquadrate im Innern des Planes (in der Fig. 318a durch dicker gezogene Netzlinien abgegrenzt) und erhält, entsprechend dem natürlichen Abstande der Quadratnetzlinien (siehe Seite 153), ohne weiteres den von den Quadraten eingeschlossenen Flächeninhalt. Dazu werden die nur teilweise mit Zeichnung bedeckten Netzquadrate, die sog. „Randquadrate" addiert, die ausschließlich auf Grund des Lagsplanes ihrer Fläche nach ermittelt werden. Hierbei wird aber auch der nicht mit Zeichnung bedeckte Restteil des Randquadrates berechnet, worauf die beiden Flächeninhalte auf den Sollinhalt des ganzen Quadrates zurückgeführt werden, indem die sich ergebende Abweichung nach Verhältnis der Flächengrößen verteilt wird. Sofern das Randquadrat im Lageplan nicht vollständig dargestellt ist (siehe Fig. 318a), wird im Anschluß an die Quadratnetzlinien durch Ziehen einer Bleilinie eine regelmäßige Hilfsfigur gebildet, deren Flächeninhalt am besten sich in einfachen Bruchteilen (z. B. $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^2/_3$, $^3/_4$ usw.) des Sollinhalts des ganzen Qua-

Rechenschema für Flächenberechnung
nach „Randquadraten“ zu Tafel V.

Des Randquadrates				Erste Berechnung						Zweite Berechnung							Mittel aus Spalte 7 und 11			Ver-besse-rung		Sollinhalt der Rand-figuren			Anzuhal-tende mit Zeich-nung bedeckte Rand-figur		
Bezeichnung		Teil des Rand-qua-drates	Mit oder ohne Zeich-nung	Grund-linie a	Höhe h bezw. $(h_1 + h_2)$	$F = \frac{a \cdot h}{2}$ bezw. $\frac{a(h_1+h_2)}{2}$	Erster Flächen-inhalt F			Grund-linie a	Höhe h bezw. $(h_1 + h_2)$	$F = \frac{a \cdot h}{2}$ bezw. $\frac{a(h_1+h_2)}{2}$	Zweiter Flächen-inhalt F														
Abscisse	Ordin.					qm	ha	a	qm			qm	ha	a	qm	ha	a	qm	±	qm	ha	a	qm	ha	a	qm
1		2	3	4	5	6	7			8	9	10	11			12			13		14			15		
+50	+50	1/1	mit	0000 1539 3075 5,0×	1539 1536 1537,5	7687,50		76	88	769,2	10,0	7692,00		76	92		76	90	+	8		76	98		76	98
			ohne	3075 3537 4000 5,0×	462 463 462,5	2312,50		23	12	228,8	10,0	2288,00		22	88		23	00	+	2		23	02			
							1	00	00					99	80		99	90	+	10	1	00	00			
+150	+50	1/1	mit	0477 2241 4007 5,0×	1764 1766 1765	8825,00		88	25	880,8	10,0	8808,00		88	08		88	16	−	5		88	11		88	11
			ohne	5555 5793 6031 5,0×	238 238 238	1190,00		11	90	118,9	10,0	1189,00		11	89		11	90	−	1		11	89			
							1	00	15					99	97	1	00	06	−	6	1	00	00			
+250	+50	1/2	mit	0612 1236 1859 5,0×	624 623 623,5	3117,50		31	18	310,9	10,0	3109,00		31	09		31	14	+	7		31	21		31	21
			ohne	1859 2231 2606 5,0×	372 375 373,5	1867,50		18	68	188,3	10,0	1883,00		18	83		18	75	+	4		18	79			
								49	86					49	92		49	89	+	11		50	00			

+250	—50	3/4	mit	1598 2246 2893 5,0×	648 647 647,5	3237,50	32 38	325,0	10,0	3250,00	32 50	32 44	+	4	32 48	32 48
			ohne	2893 3741 4589 5,0×	848 848 848	4240,00	42 40	425,3	10,0	4253,00	42 53	42 46	+	6	42 52	
							73 78				75 03	74 90	+	10	75 00	
+150	—50	1/1	mit	0504 2020 3536 5,0×	1516 1516 1516	7580,00	75 80	756,2	10,0	7562,00	75 62	75 71	+	5	75 76	75 76
			ohne	3536 4021 4505 5,0×	485 484 484,5	2422,50	24 22	242,0	10,0	2420,00	24 20	24 21	+	3	24 24	
							1 00 00				99 82	99 92	+	8	1 00 00	
+50	—50	1/1	mit	0041 1331 2620 5,0×	1290 1289 1289,5	6447,50	64 48	646,4	10,0	6464,00	64 64	64 56	+	3	64 59	64 59
			ohne	2620 3328 4035 5,0×	708 707 707,5	3537,50	35 38	354,0	10,0	3540,00	35 40	35 39	+	2	35 41	
							99 86				1 00 04	99 95	+	5	1 00 00	
															Gesamtfläche	3 69 13

drates ergibt. Innerhalb dieser Hilfsfigur ist dann wieder die oben angegebene Abgleichung vorzunehmen.

Die Flächenberechnung wird für jeden Teil der Randquadrate doppelt ausgeführt; die Ergebnisse beider Berechnungen, die innerhalb der auf Seite 215 bekannt gegebenen Fehlergrenzen übereinstimmen müssen, werden gemittelt.

Als Beispiel sei hiernach der gesamte Besitz der in **Tafel V** gezeichneten Ziegelei unter Benutzung des vorstehenden Schemas (S. 204 u. 205) berechnet.

Da in der Tafel V mit Zeichnung voll ausgefüllte Netzquadrate nicht vorkommen, ergibt schon die Summe der 6 Randfiguren mit Zeichnung die gesuchte Fläche, siehe Spalte 15 zu 3 ha 69 a 13 qm. Gegen den aus Urmaßen Seite 188 ermittelten Flächeninhalt weicht die Berechnung nur um 9 qm ab, während nach der Tabelle im Anhange unter Nr. III $d = 158$ qm zulässig sind.

In Spalte 1 des obigen Rechenschemas wird die Mitte des Randquadrates durch ihre beiden Koordinaten bezeichnet, bei dem ersten zu $x = +50$ m und $y = +50$ m. Unter „Teil des Randquadrates“ in Spalte 2 ist anzugeben, ob das Randquadrat ganz ($^1/_1$) oder nur teilweise ($^1/_2$ usw.) der Berechnung unterliegt. Für die „Erste Berechnung“ kam ein Polarplanimeter nach Amsler (Fig. 307) mit der Noniuseinheit $a = 5{,}0$ qm in Anwendung. Die zweimalige Umfahrung in Spalte 4 wurde in Spalte 5 einzeln ausgerechnet, das Mittel direkt unter die Umfahrungsbeträge gesetzt und mit dem Faktor 5,0 (s. Spalte 4) multipliziert. Die „Zweite Berechnung“ erfolgte mit einem Harfenplanimeter (Fig. 315). In Spalte 12 wird das Mittel der beiden Berechnungen eingetragen, in Spalte 13 die Verbesserung und in Spalte 14 die auf den Sollinhalt zurückgeführten Flächeninhalte. Die für die zu ermittelnde Gesamtfläche in Betracht kommenden Teile der Randquadrate endlich werden in Spalte 15 aufgeführt und am Schlusse zusammengezählt. Sind mit Zeichnung vollbedeckte Netzquadrate vorhanden, so ist ihre Zahl festzustellen und ihrer Flächengröße entsprechend dieser Summe zuzufügen. In Tafel V liegen, wie bereits gesagt, keine „Vollquadrate“ vor.

Es sei, hier anschließend, auch gezeigt, wie die Auseinanderrechnung einer ausgedehnten Grundfläche auf einem Lageplane in einzelne Parzellen vor sich geht.

In Tafel V sind durch örtliche Begrenzung die Besitzstücke 1 bis 9 entstanden; sie sind ihrem Flächeninhalte nach zu bestimmen. Mit Ausnahme der Parzellen 6, 7 und 8, die teilweise aus Urmaßen gerechnet worden sind, ist mit Rücksicht auf die Größe und Unregelmäßigkeit der Flächenstücke das Polarplanimeter benutzt worden. Die Summe der Parzellen, siehe Spalte 6 des nachstehenden Rechenschemas, ergab 3 ha 68 a 71 qm, also gegen den aus Urmaßen auf S. 188 berechneten und daher anzuhaltenden Gesamtflächeninhalt von 3 ha 69 a 04 qm eine Abweichung von 33 qm, die auf die Parzellen 1 bis 10 im Verhältnis ihrer Größe in Spalte 7 verteilt wird. Die berichtigten Flächen ergeben in ihrer Summe den Sollinhalt des ganzen Besitzes, siehe Spalte 8.

Es sei darauf hingewiesen, daß das Papier der „Harfen“ leicht durch Temperatur- und Feuchtigkeitswechsel beeinflußt wird, so daß der Abstand der Linien zu verschiedenen Zeiten nicht derselbe ist. Es ist deshalb not-

Auseinanderrechnung von Besitzstücken
mit Zurückführung auf einen Sollinhalt, zu Tafel V.

Figur	Grund-linie a	Höhe h bezw. (h_1+h_2)	2F=a·h bezw. =a(h_1+h_2) Zugang (+) qm	Abgang (—) qm	Vorläufige Fläche ha	a	qm	Verbesserung + —	qm	Endgültiger Flächeninhalt ha	a	qm
1	2	3	4	5	6			7		8		
Parzelle 1	2379					22	28	+	1		22	29
	2824	445										
	3270	446										
	5,0×	445,5	2227,50	.								
Parzelle 2	4312					39	52	+	4		39	56
	5104	792										
	5893	789										
	5,0×	790,5	3952,50	.								
Parzelle 3	5731					24	58	+	2		24	60
	6223	492										
	6714	491										
	5,0×	491,5	2457,50	.								
Parzelle 4	6617					6	65				6	65
	6750	133										
	6883	133										
	5,0×	133	665,00	.								
Parzelle 5	0210				1	69	52	+	17	1	69	69
	3600	3390										
	6991	3391										
	5,0×	3390,5	16952,50	.								
Parzelle 6	13,3	23,8	316,54			4	01				4	01
	4,65	28,0	130,20									
	13,0	27,4	356,20									
			½ 802,94	.								
			401,47									
Parzelle 7	17,9	27,2	486,88			4	60				4	60
	15,9	27,3	434,07									
			½ 920,95	.								
			460,48									
Parzelle 8	22,7	27,3	619,71			6	00				6	00
	21,2	27,4	580,88									
			½ 1200,59	.								
			600,30			91	55	+	9		91	64
Parzelle 9	0656											
	2487	1831										
	4318	1831										
	5,0×	1831	9155,00	.								
				Im Ganzen	3	68	71	+	33	3	69	04
			Sollinhalt gem. S. 188		3	69	04					
				Verbesserung		+	33					
	Zulässige Abweichung nach Seite 227					1	58					

wendig, vor jeder Berechnung die Harfe auf die Entfernung der Linien hin zu prüfen. Zu diesem Zwecke greift man auf der Harfe an verschiedenen Stellen den Abstand von 11 oder 21 Linien rechtwinklig zu diesen ab, ermittelt die Länge desselben auf einem der Harfe entsprechenden Maßstabe ab und teilt das Maß durch die Anzahl der Linienabstände, nämlich 10 bezw. 20. Die an den verschiedenen Stellen erhaltenen Ergebnisse werden zu einem Mittel zusammengefaßt, das nun als zweiter Faktor bei der Flächenberechnung dient.

Auch eine Aenderung des Zeichenpapiers ist allgemein für den Lageplan selbst zu beachten, wenn die Flächenberechnung auf Grund des Planes erfolgt. Die „Krimpe", wie die Papieränderung genannt wird, ist in zwei zu einander senkrechten Richtungen in der Weise festzustellen, daß man im Lageplane Längen von bekannter Größe mit dem Anlegemaßstabe oder Zirkel- und Transversalmaßstab abgreift und sie mit dem Sollmaß vergleicht. Bei der Koordinatenaufnahme bieten Abscissen und Ordinaten die Möglichkeit, die Krimpe zu ermitteln, auch bei einem Quadratnetz mit den Maschen von 1 dm Länge (s. S. 151) ist die Feststellung sehr einfach. An einem auf dem Lageplan gezeichneten Maßstabe (z. B. Tafel X) kann wenigstens für eine Richtung die Aenderung des Papiers nachgewiesen werden. Liegt keine Möglichkeit vor, die Krimpe zu bestimmen, so muß sie unberücksichtigt bleiben.

Es wird nun für die Flächenberechnung entweder jede aus dem Lageplane abgegriffene Länge entsprechend der Krimpe verbessert, oder es wird zunächst die Fläche in gewöhnlicher Weise zu F_1 ermittelt und ihr Betrag um $p\%$ $+ q\%$ oder $2\,p\%$ von F_1 zur Fläche F berichtigt.

Hierbei bedeutet $p\%$ die Aenderung der Länge in der einen, $q\%$ die Aenderung der Länge in der zu dieser senkrechten Richtung auf 100 m; ist nur die Aenderung einer Richtung bekannt, so kommen $2\,p\%$ der ermittelten Fläche für die Berichtigung in betracht.

Beispiel. Nach Kartierung der Polygon-Aufnahme in Tafel V im Maßstabe 1:1000 wurde die ganze Fläche mit einem Polarplanimeter zu 36700 qm bestimmt. Die Krimpe ist am Quadratnetze mit Hilfe eines Längenmaßstabes ermittelt worden. In der Richtung Nord-Süd sind zwischen den 3 Quadratnetzpunkten (s. S. 151) statt 200 m gemessen: 199,4 m, also statt 100 m 99,7 m, d. i. $p = 100{,}0 - 99{,}7 = +0{,}3\%$ Krimpe. Die Richtung West-Ost ergab 299,4 m statt 300,0 m, demnach $q = 0{,}2\%$ Krimpe. Die auf dem Lageplane berechnete Fläche $F_1 = 36700$ qm ist demnach zu:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + (p\% + q\%)\,F_1 \\ &= 36700 + (0{,}3 + 0{,}2) \cdot \frac{36700}{100} \\ &= 3 \text{ ha } 68 \text{ a } 84 \text{ qm} \end{aligned}$$

zu berichtigen.

Hätte die Krimpe in einer oder in beiden Richtungen das Vorzeichen (—), d. h. wäre die Karte nicht eingegangen, wie beim Vorzeichen (+), sondern größer geworden, so wäre die Fläche F_1 um

$$+(+p\% - q\%) \text{ bezw. um } +(-p\% - q\%) = -(p\% + q\%)$$

zu berichtigen.

III. Flächenberechnung nach dem Lageplan unter gleichzeitiger Benutzung von Urmaßen.

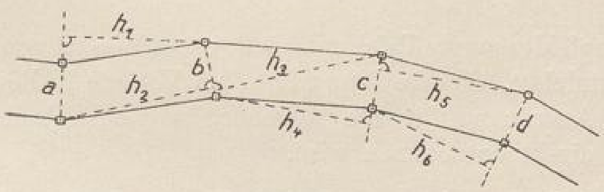
Obschon man stets darauf bedacht sein sollte, die Aufnahme so anzuordnen, daß die Flächen ausschließlich aus Urmaßen berechnet werden können, wird es doch oft notwendig oder auch einfacher sein, neben den im Felde direkt ermittelten Maßen auch solche aus dem Lageplane zu verwenden.

Als Grundsatz sei hier beachtet, daß man für die beiden Faktoren a und h (Seite 185), also für die Grundlinien und Höhen, möglichst immer die größere Zahl im Lageplan abgreift, den kleineren Faktor dagegen im Feldbuche aufsucht.

Bei der Aufnahme in Figur 168 ist beispielsweise bei B die Fläche B (1) (2) von der Gesamtfläche zu subtrahieren; man entnimmt als Grundlinie das Maß 16,5 dem Feldbuche und bestimmt die Höhe im Maßstabe der Figur 1 : 1000 zu 6,3 m. Die abzuziehende Fläche beträgt $F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{16{,}5 \cdot 6{,}3}{2} =$ 52 qm.

Die teilweise Benutzung von Urmaßen kommt auch besonders oft bei der Berechnung von Wegen, Gräben usw. vor, wo für die Zwecke der Flächenberechnung schon bei der Aufmessung Rücksicht genommen wird und zwischen den meist sich gegenüberliegenden Grenzpunkten die Abstände im Felde gemessen werden. So sind in der Figur 319 die Längen a, b, c . . . . . zwischen

Fig. 319.



den Grenzsteinen ermittelt. Man berechnet die einzelnen Dreiecks-Flächen nach: $\frac{a \cdot h_1}{2}$; $\frac{b \cdot h_2}{2}$; $\frac{b \cdot h_3}{2}$; $\frac{c \cdot h_4}{2}$; $\frac{c \cdot h_5}{2}$ . . . . ., wobei also a, b, c . . . . . der Aufmessung, die Höhen h_1, h_2, h_3 . . . . . dem Lageplane entstammen.

IV. Rechenhilfsmittel.

Die Ausmittelung der Flächenmaße nach den beiden Faktoren: Grundlinie und Höhe erfolgt entweder direkt nach dem allgemein bekannten gewöhnlichen Verfahren der Multiplikation oder, wenn viel Zahlen vorliegen, sehr zweckmäßig mit Hilfe von Rechentafeln oder Rechenmaschinen, weniger mit Logarithmen, selten mit dem Rechenschieber.

1. Rechentafeln.

Unter den Rechentafeln sind als die bekanntesten die **„Rechentafeln"** von **Crelle,** Verlag Georg Reimer, Berlin, zu erwähnen, in denen für alle 1×1, 2×2 und 3×3 stelligen Zahlen die Produkte zusammengestellt sind. Die

Crelleschen Tafeln zeigen, wie auch die weiteren Ausgaben, zwei Eingänge, in horizontaler und vertikaler Richtung, mit dem Produkte in dem Schnittpunkte der beiden Reihen. Bei a = 19,5 und h = 51,1 ist in der Tafel — siehe den Auszug unten — an den unterstrichenen Stellen das Ergebnis zu 19,5 · 51,1 = 996,45 qm zu entnehmen.

Rechentafeln von **Crelle.**

195	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	
1	1	196	391	586	781	976	1171	1366	1561	1756	95
2	3	198	393	588	783	978	1173	1368	1563	1758	90
3	5	200	395	590	785	980	1175	1370	1565	1760	85
4	7	202	397	592	787	982	1177	1372	1567	1762	80
5	9	204	399	594	789	984	1179	1374	1569	1764	75
6	11	206	401	596	791	986	1181	1376	1571	1766	70
7	13	208	403	598	793	988	1183	1378	1573	1768	65
8	15	210	405	600	795	990	1185	1380	1575	1770	60
9	17	212	407	602	797	992	1187	1382	1577	1772	55
11	21	216	411	606	801	996	1191	1386	1581	1776	45
12	23	218	413	608	803	998	1193	1388	1583	1778	40
13	25	220	415	610	805	1000	1195	1390	1585	1780	35
14	27	222	417	612	807	1002	1197	1392	1587	1782	30
15	29	224	419	614	809	1004	1199	1394	1589	1784	25
16	31	226	421	616	811	1006	1201	1396	1591	1786	20
17	33	228	423	618	813	1008	1203	1398	1593	1788	15
18	35	230	425	620	815	1010	1205	1400	1595	1790	10
19	37	232	427	622	817	1012	1207	1402	1597	1792	05

Größere als dreistellige Zahlen sind zu zerlegen. Eine eingehende Erläuterung ist allen Rechentafeln, die auch für Divisionen usw. zu benutzen sind, beigegeben.

Eine sehr empfehlenswerte Tafel mit bis 2 × 4 Stellen ist von **Ludwig Zimmermann** als **„Rechentafeln"**, Große Ausgabe, im Verlage R. Reiß, Liebenwerda, erschienen. Die Anordnung ist die folgende, wo das Produkt der Zahlen 12 · 1242 = 14904 direkt entnommen wird.

0240 **bis** 9249 **Rechentafeln** von **Ludwig Zimmermann.**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	1
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	480	482	484	486	488	490	492	494	496	498	2
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	720	723	726	729	732	735	738	741	744	747	3
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	960	964	968	972	976	980	984	988	992	996	4
5	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	5
6	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	440	446	452	458	464	470	476	482	488	494	6
7	1	8	15	22	29	36	43	50	57	64	680	687	694	701	708	715	722	729	736	743	7
8	1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	920	928	936	944	952	960	968	976	984	992	8
9	2	11	20	29	38	47	56	65	74	83	160	169	178	187	196	205	214	223	232	241	9
10	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	400	410	420	430	440	450	460	470	480	490	10
11	2	13	24	35	46	57	68	79	90	101	640	651	662	673	684	695	706	717	728	739	11
12	2	14	26	38	50	62	74	86	98	110	880	892	904	916	928	940	952	964	976	988	12
13	3	16	29	42	55	68	81	94	107	120	120	133	146	159	172	185	198	211	224	237	13
14	3	17	31	45	59	73	87	101	115	129	360	374	388	402	416	430	444	458	472	486	14
15	3	18	33	48	63	78	93	108	123	138	600	615	630	645	660	675	690	705	720	735	15
16	3	19	35	51	67	83	99	115	131	147	840	856	872	888	904	920	936	952	968	984	16
17	4	21	38	55	72	89	106	123	140	157	080	097	114	131	148	165	182	199	216	233	17
18	4	22	40	58	76	94	112	130	148	166	320	338	356	374	392	410	428	446	464	482	18
19	4	23	42	61	80	99	118	137	156	175	560	579	598	617	636	655	674	693	712	731	19
20	4	24	44	64	84	104	124	144	164	184	800	820	840	860	880	900	920	940	960	980	20

Eine kleine Ausgabe der gleichen Rechentafeln enthält 2 × 2 stellige Zahlen; sie reicht in vielen Fällen vollständig aus.

Als sehr praktische Multiplikationstafel gilt schließlich die **Rechentafel** von **Dr. Ing. H. Zimmermann,** Verlag Wilh. Ernst & Sohn, Berlin, mit bis 2 × 3 Stellen, wie der nachstehende Auszug für 16,0 × 87,6 = 1401,60 zeigt.

Rechentafeln von **Dr. Ing. H. Zimmermann.**

870 bis 879.

	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	
01	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	01
02	1740	1742	1744	1746	1748	1750	1752	1754	1756	1758	02
03	2610	2613	2616	2619	2622	2625	2628	2631	2634	2637	03
04	3480	3484	3488	3492	3496	3500	3504	3508	3512	3516	04
05	4350	4355	4360	4365	4370	4375	4380	4385	4390	4395	05
06	5220	5226	5232	5238	5244	5250	5256	5262	5268	5274	06
07	6090	6097	6104	6111	6118	6125	6132	6139	6146	6153	07
08	6960	6968	6976	6984	6992	7000	7008	7016	7024	7032	08
09	7830	7839	7848	7857	7866	7875	7884	7893	7902	7911	09
10	8700	8710	8720	8730	8740	8750	8760	8770	8780	8790	10
11	9570	9581	9592	9603	9614	9625	9636	9647	9658	9669	11
12	10440	10452	10464	10476	10488	10500	10512	10524	10536	10548	12
13	11310	11323	11336	11349	11362	11375	11388	11401	11414	11427	13
14	12180	12194	12208	12222	12236	12250	12264	12278	12292	12306	14
15	13050	13065	13080	13095	13110	13125	13140	13155	13170	13185	15
16	13920	13936	13952	13968	13984	14000	14016	14032	14048	14064	16
17	14790	14807	14824	14841	14858	14875	14892	14909	14926	14943	17
18	15660	15678	15696	15714	15732	15750	15768	15786	15804	15822	18
19	16530	16549	16568	16587	16606	16625	16644	16663	16682	16701	19
20	17400	17420	17440	17460	17480	17500	17520	17540	17560	17580	20

Ueber Preise der genannten Rechentafeln, wie auch der weiteren Rechenmaschinen, Logarithmentafeln und Rechenschieber unterrichtet der Anhang unter Nr. VII.

2. Rechenmaschinen.

Unter Rechenmaschinen versteht man Einrichtungen zur mechanischen Ausführung von Zahlenrechnungen. Von den bekannteren Konstruktionen, die mit einer Ausnahme auf dem Grundgedanken der Addition beruhen, ist als ursprünglichste die Rechenmaschine nach Thomas zu nennen, die von dem Ingenieur und Fabrikinhaber Burkhardt in Glashütte i. Sa. als **„Arithmometer"** (Fig. 320) zu großer Vollkommenheit ausgebildet worden ist.

Diese wie auch die weiteren **„Additionsmaschinen"** addieren (bezw. subtrahieren) in der Weise, daß für jede Stelle eine Scheibe mit den Ziffern 0 bis 9 um je einen den betreffenden Zahlen der Rechnung entsprechenden Winkel in positiver (bezw. negativer) Richtung durch eine Handkurbel gedreht wird. Dabei ist der Mechanismus so eingerichtet, daß, wenn die Scheiben die Lagen 0 bis 9 (bezw. 9 bis 0) überschreiten, ein Weiterdrehen der diesen letzteren Scheiben folgenden höheren (bezw. niederen) Scheiben automatisch durch die sogen. „Zehnerübertragung" stattfindet. Die Additionsmaschinen lösen aber auch die Aufgaben des Multiplizierens (Potenzierens) und des Dividierens (Radizierens), indem für die ersteren Rechnungen die wiederholte Addition, für die letzteren die wiederholte Subtraktion in Anwendung gebracht wird. Nicht unwesentlich

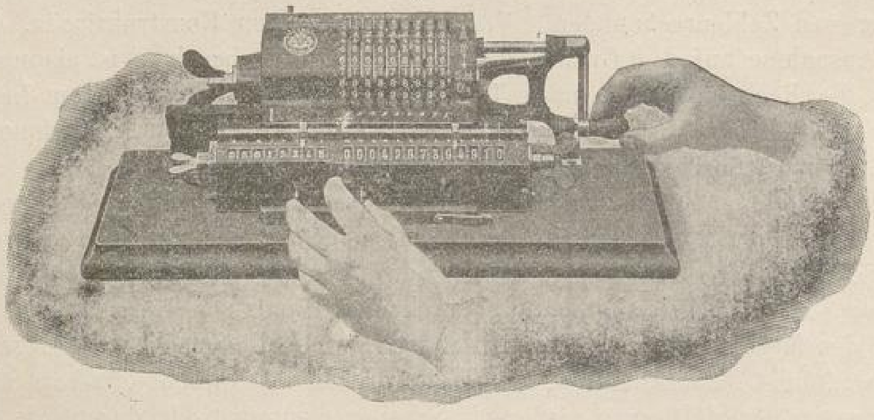
Fig. 320.

vereinfacht wird hierbei die Multiplikation durch Ausnutzung der Subtraktion nach dem Prinzip der sogenannten „dekadischen Ergänzung“.

Auf die Einzelheiten des Maschinenrechnens soll hier nicht eingegangen werden; es sei vielmehr auf die Gebrauchsanweisung hingewiesen, die den Maschinen beim Kauf beigefügt werden.

Eine selbständige Konstruktion stellt die Rechenmaschine des Russen Odhner dar, die von verschiedenen Firmen, in erster Linie von der Maschinenfabrik Grimme, Natalis u. Comp. in Braunschweig unter dem Namen **„Brunsviga“** hergestellt wird und mit mannigfachen Vorzügen ausgestattet

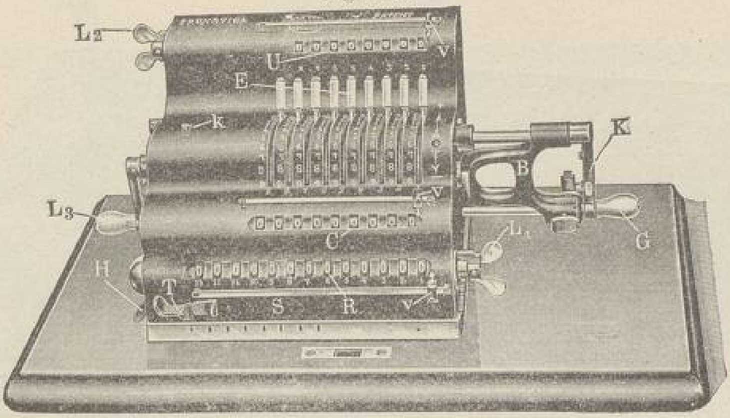
Fig. 321.



worden ist. Eine einfache Maschine der letzteren Art ist in Fig. 321, einen neuere Anordnung in Fig. 322 zu sehen.

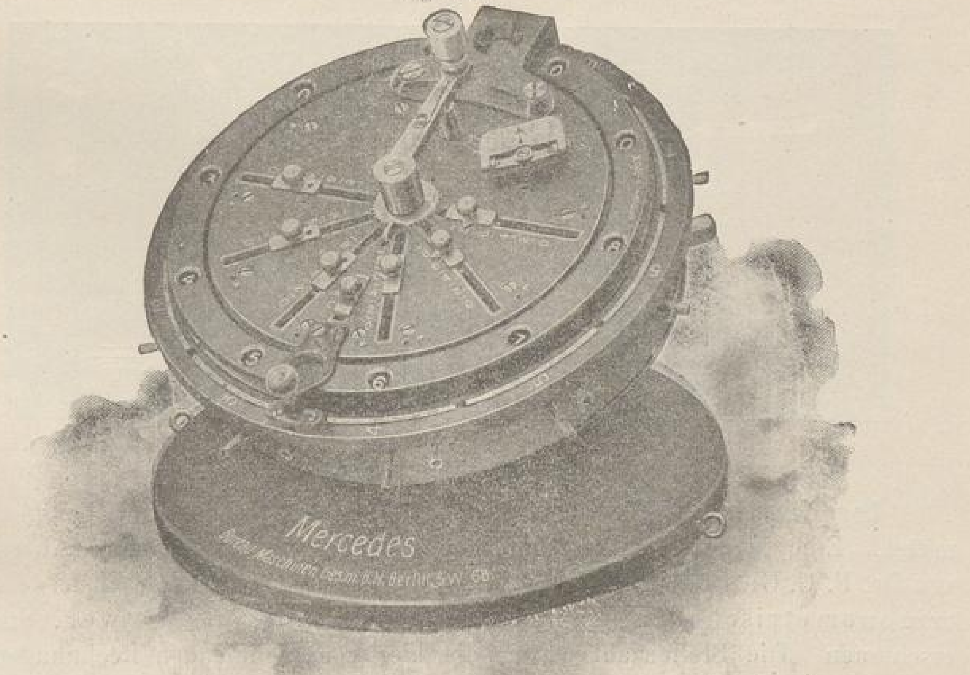
Rechenmaschinen eigener Bauart sind ferner die **„Gauß“**, Fig. 323, und die **„Mercedes“**, Fig. 324, von Chr. Hamann-Friedenau, die von der Ge-

Fig. 322.



sellschaft Mercedes in Berlin S.W. 68 in den Handel gebracht werden. Von diesen ist die „Mercedes“ wegen ihrer automatischen Division, die „Gauß“ wegen der Handlichkeit und des geringen Preises sehr bemerkenswert.

Fig. 323.



Den Additionsmaschinen ist als beschränkte **„Multiplikationsmaschine“** die **„Millionär“** von H. W. Egli, Zürich 2, Fig. 325, gegenüber zu stelllen, die nur eine Kurbeldrehung für jede Stelle des Multiplikators (bezw. Quotienten) beansprucht. Diese Vereinfachung bedeutet eine wesentliche Erhöhung der Leistungsfähigkeit der Maschine, wodurch noch infolge der geringeren Abnutzung der Konstruktionsteile eine größere Lebensdauer des Mechanismus zu erwarten ist.

Fig. 324.

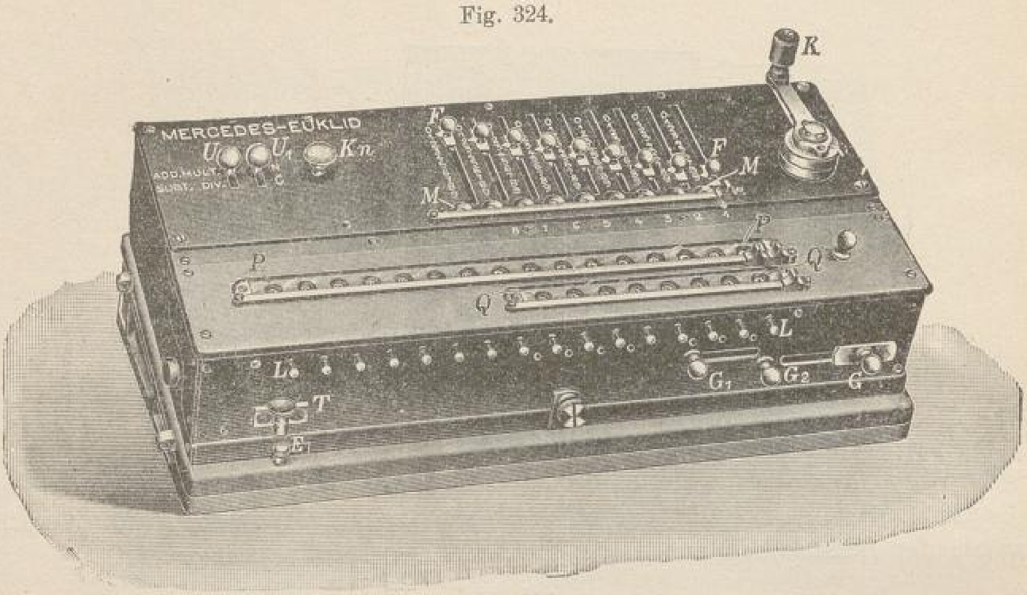
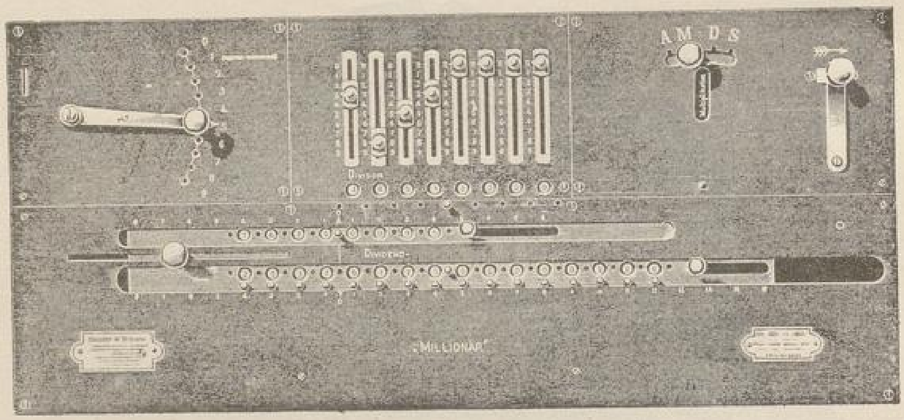


Fig. 325.



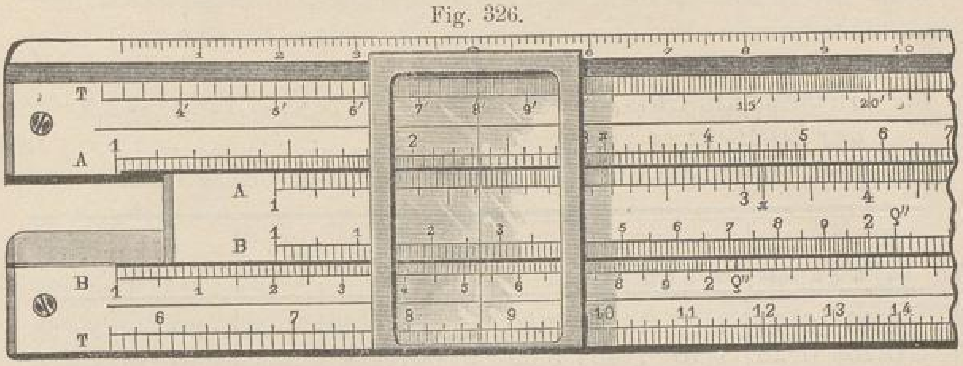
3. Logarithmen-Tafeln.

Logarithmen sind für Zahlenrechnungen aller Art ein sehr wichtiges Hilfsmittel. Eine in den Schulen und in der Praxis weit verbreitete Ausgabe ist von Dr. F. G. Gauß als: Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln" im Verlage von Konrad Wittwer, Stuttgart, erschienen. Die Stellenzahl ist für die hier vorzunehmenden Rechnungen vollständig ausreichend. Für viele Arbeiten genügen auch die vierstelligen Logarithmen, die im Anhange des Werkes unter Nr. V und VI aufgenommen sind.

4. Rechenschieber.

Rechenschieber, deren Einrichtung jedem Ingenieur und Techniker bekannt ist, kommen für Flächenberechnungen höchstens zur Nachprüfung auf grobe Fehler in Betracht. Von den vielfach angepriesenen Sonder-Anordnungen sei nur der **„Spezial-Rechenstab“** System Landmesser Schulze (Fig. 326) erwähnt, da er auch für alle Berechnungen geeignet ist, die sich auf goniometrische und trigonometrische Formeln gründen, s. z. B. Seite 141.

Fig. 326.



V. Doppelte Flächenberechnung und Fehlergrenzen bei Flächenermittelungen.

Eine Gewähr für die richtige Ermittelung des Flächeninhalts bietet die doppelte Berechnung, die zweckmäßig nach zwei voneinander unabhängigen Methoden vorzunehmen ist. Erfolgt die erste Berechnung mit Hilfe der Urmaße, die zweite auf Grund des Lageplanes, so wird auch eine gewisse Kontrolle für die richtige Kartierung geboten. Zwischen den beiden Berechnungen werden geringe Abweichungen stets auftreten; je kleiner der Maßstab des Lageplanes ist, desto größer wird im allgemeinen die Abweichung sein.

Nach den Vorschriften der Katasterverwaltung in Preußen, die auch für die vorliegenden Arbeiten herangezogen werden können, darf die Differenz zwischen zwei Flächenberechnungen den Betrag von:

$$d = 0{,}01 \sqrt{60\,F + 0{,}02\,F^2}$$

nicht überschreiten*), wo F in Ar eingesetzt und d gleichfalls in Ar erhalten wird. Bei Lageplänen im Maßstabe 1 : 4000 und 1 : 5000 kann jedoch das Anderthalbfache des Betrages d zugelassen werden.

Die Flächenermittelung für die Fig. 301 auf Seite 187 zu 12 a 47 qm und bezw. Fig. 304 auf Seite 193 zu 12 a 39 qm würde nach den vorstehenden Angaben innerhalb der erlaubten Fehlergrenze liegen, da die größte Abweichung 1247 — 1239 = 8 qm kleiner ist als:

$$d = 0{,}01 \sqrt{60 \cdot F + 0{,}02 \cdot F^2} = 0{,}01 \sqrt{60 \cdot 12 + 0{,}02 \cdot 144}$$
$$= 0{,}27\,a = 27 \text{ qm}.$$

Die zulässigen Abweichungen können der Tabelle unter Nr. III des „Anhanges“ entnommen werden.

Die in der obigen Formel angegebenen Grenzwerte sind unter Umständen auch für die Berechnung von Flächen anzuwenden, die zweimal unabhängig

*) Die Ergebnisse zweier Berechnungen sind als „Gut“ zu bezeichnen, wenn ihre Abweichung zwischen 1/3 und 1/2, als „Befriedigend“, wenn sie zwischen 1/2 und 2/3 der nach der Formel erlaubten beträgt.

voneinander zur Aufnahme gelangen. Doppelte Aufmessungen werden allerdings nur da in Frage kommen, wo eine Nachprüfung der Flächengröße eines Grundstückes aus irgend einer Veranlassung notwendig erscheint.

Die bei Flächenmessungen in der preußischen Katasterverwaltung zulässigen Abweisungen d werden nach folgenden Sätzen berechnet:

unter und bis einschließlich 1 Hektar für je ein Ar 1,4 qm
von mehr als 1 bis einschließlich 10 Hektar für je ein Ar 0,8 „
über 10 Hektar für je ein Ar . . . . 0,7 „

Hiernach ergibt sich für die Fläche F die nachstehende Tabelle.

F		d		F		d		F		d		F		d		F		d	
ha	a	a	qm	ha	a	a	qm	ha	a	a	qm	ha	a	a	qm	ha	a	a	qm
0	10	0	14	1	00	1	40	2	00	2	20	10	00	8	60	30	00	22	60
0	20	0	28	1	10	1	48	3	00	3	00	11	00	9	30	40	00	29	60
0	30	0	42	1	20	1	56	4	00	3	80	12	00	10	00	50	00	36	60
0	40	0	56	1	30	1	64	5	00	4	60	13	00	10	70	60	00	43	60
0	50	0	70	1	40	1	72	6	00	5	40	14	00	11	40	70	00	50	60
0	60	0	84	1	50	1	80	7	00	6	20	15	00	12	10	80	00	57	60
0	70	0	98	1	60	1	88	8	00	7	00	16	00	12	80	90	00	64	60
0	80	1	12	1	70	1	96	9	00	7	80	17	00	13	50	100	00	71	60
0	90	1	26	1	80	2	04	10	00	8	60	18	00	14	20	110	00	78	60
1	00	1	40	1	90	2	12					19	00	14	90	120	00	85	60
				2	00	2	20					20	00	15	60	130	00	92	60

Bei einer nochmaligen Aufnahme der Ziegeleigrundstücke (Tafel V) und Berechnung der Fläche wäre zwischen den beiden Flächen von rd. 3,7 ha (siehe S. 188) nach der obigen Tabelle eine Abweichung von d = 3 a 56 qm statthaft. Wird dieser Betrag nicht überschritten, dann sind beide Messungen als einwandfrei anzusehen.

K. Grenzbegradigung und Flächenteilung.

Die Aufgaben der „Grenzbegradigung" und „Flächenteilung" erstrecken sich auf die Aenderung der im Felde oder in Ortschaften bestehenden Grenzzüge bezw. auf eine anderweitige Einteilung der Grundstücksflächen und werden vielfach durch bauliche Maßnahmen verursacht. Wenn es sich hierbei um die Schaffung neuer Eigentumsgrenzen handelt, die einer Vermarkung und, was meist zutrifft, einer Sicherung im Kataster und Grundbuch (s. Kap. H.) bedürfen, müssen diese Arbeiten stets durch einen vereideten Landmesser vorgenommen werden. Mit Rücksicht hierauf soll im Folgenden nur auf einige Lösungen hingewiesen werden, die aber allgemein gültig sind, im Falle Aufgaben dieser Art ohne Zuziehung des vorgenannten Beamten erledigt werden können.