Das Feldmessen

Schewior, Georg

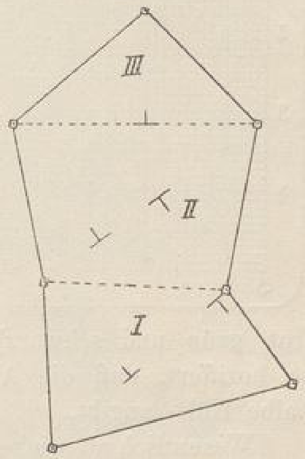
Leipzig, 1915

II. Flächenberechnung unter ausschließlicher Benutzung des Lageplanes senkrechten Richtung gedacht. Die Berichtigung für l_1 ist dann nach den für die Abscissen, für b_1 nach den für die Ordinaten benutzten Längenmeßwerkzeugen durchzuführen.

II. Flächenberechnung unter ausschliefslicher Benutzung des Lageplanes.

1. Wenn es auf einen genauen Flächeninhalt nicht ankommt oder wenn nur ein Lageplan, aber keine Messungszahlen vorliegen, werden die im Plane gezeichneten Flächen durch kurze Bleistiftstriche in Dreiecke und Vierecke zerlegt und die Grundlinien und Höhen dieser mit einem Anlegemaßstabe (Fig. 229 usw.) oder mit Zirkel und Transversalmaßstab ermittelt.

Fig. 304.



Das Grundstück in Figur 304 ist das gleiche wie in Figur 301 und im Maßstabe 1 : 1000 gezeichnet. Man zerlegt — siehe die kurzen Striche — die Figur in die Vierecke I und II und in das Dreieck III und zwar allgemein wenn möglich so, daß Grundlinien und Höhen annähernd gleich sind. Die Fußpunkte für die Höhen werden mit Hilfe von 2 Dreiecken (Fig. 242) festgestellt. Benutzt man das Rechenschema von Seite 187, so ergibt sich ein Flächeninhalt von 0 ha 12 a 39 qm, der gegen den aus Urmaßen berechneten Wert (Seite 187) um 8 qm abweicht.

Figur	Grundlinie a	Höhe h bezw $(h_1 + h_2)$	$2F = a \cdot h$ bezw. $= a \cdot (h_1 + h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (−) qm
I	30,0	30,9	927,00	.
II	33,6	32,9	1105,44	.
III	31,0	14,4	446,40	.
		2 F =	2478,84	
		F =	1239,42	
		=	0 ha 12 a 39 qm	

Wie groß die Abweichung zwischen den beiden Berechnungen sein darf, wird auf Seite 215 angegeben.

Für die Ermittelung von Grundlinie und Höhe bilden eine wesentliche Erleichterung die für diesen Zweck eigens angefertigten **„Quadratglastafeln"** (Fig. 305), bei denen auch die Einteilung der Flächen in Dreiecke und Vierecke, wie auch das besondere Zeichnen der Höhenfußpunkte entfallen kann. Das Liniennetz ist auf den Glastafeln geätzt oder auf diese photographisch übertragen und dann mit einem Lacküberzug versehen. Die Maschenweite ist in der Regel 1 mm, doch werden auch Glastafeln für beliebige Maßstäbe der Lagepläne hergestellt.

Den gleichen Zweck verfolgen Glasplatten mit **Parallelteilung,** s. Fig. 305 a, für Höhenermittelungen. Die Linien sind, um Irrtümer zu verhüten, verschieden

Fig. 305.

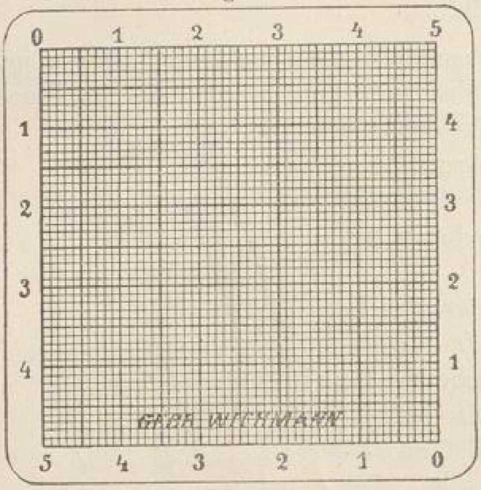
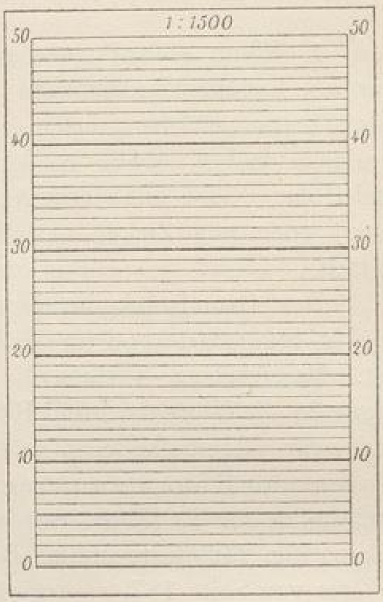


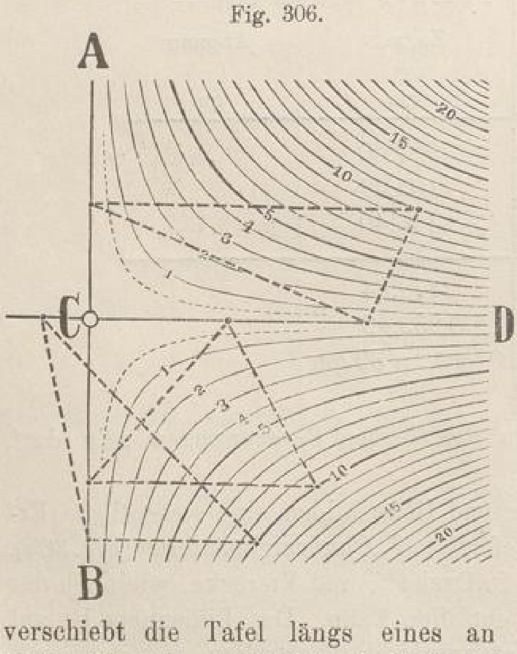
Fig. 305 a.



(rot, grün und schwarz) gefärbt und sind so beziffert, daß die Ablesung schon die halbe Höhe angibt.

Wesentlich abweichend sind die Kloth-schen **„Hyperbeltafeln"** (Fig. 306), an deren Kurvenlinien sofort der Flächeninhalt eines Dreiecks abgelesen werden kann.

Fig. 306.



Auf einer Glasplatte sind in den Quadranten A C D und B C D bezifferte Hyperbeln aufgetragen, die die Eigenschaft haben, daß die Produkte der Abstände ihrer Punkte von den beiden Achsen konstant und gleich einer bestimmten Fläche sind. Die Hyperbeln sind also geometrische Orte für Eckpunkte gleichgroßer Dreiecke, deren Grundlinien parallel der Achse CD sind.

Bei der Flächeninhaltsermittelung eines Dreiecks legt man die Glastafel, deren untere Seite die Kurvenzeichnung trägt, derart auf das Dreieck, daß eine Dreiecksseite von CD gedeckt wird, während der linke Eckpunkt mit C zusammenfällt, und verschiebt die Tafel längs eines an die linke Kante der Glasplatte angelegten Lineals soweit, bis die Spitze des Dreiecks in CD fällt (Fig. 306).

Nunmehr liest man die Lage des rechten Eckpunktes des Dreiecks in dem Kurvensystem ab und erhält sofort den Flächeninhalt, z. B. für die drei Dreiecke in Figur 306 gleichlautend 10 Ar.

Die Hyperbeltafeln werden in den Verhältnissen 1:500, 1000, 1250, 1500, 2000 und 2500 geliefert.

2. Die Zerlegung in Dreiecke und Vierecke und die Berechnung ist bei stark unregelmäßigen Flächen sehr umständlich und zeitraubend. In solchen Fällen bedient man sich am besten eines Flächenmeßinstruments, eines „Planimeters", mit dem die Grenzlinien der auszumessenden Fläche befahren werden.

Von den vorhandenen Konstruktionen seien hier nur das „Polarplanimeter" nach Amsler, und das „Kompensationsplanimeter" von Schnöckel genannt. Auf die Theorie der Instrumente soll hier nicht eingegangen werden.

a. Ein verbessertes **Polarplanimeter** der Firma A. Ott in Kempten (Bayern) zeigen die Figuren 307 und 307a. Der Polarm P endet in einem Gewichte p, das an der Unterseite eine kurze Nadelspitze trägt und mit dieser als Drehpunkt (Pol) auf dem Zeichenpapier aufsitzt. Der Polarm ist weiter durch ein

Fig. 307.

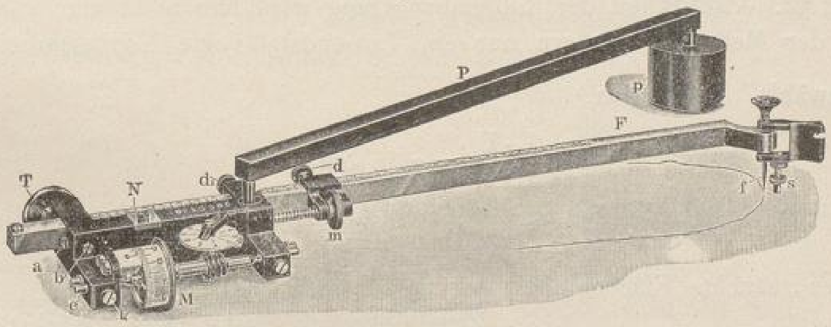
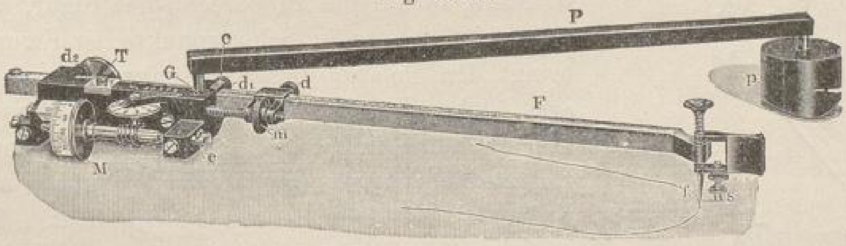
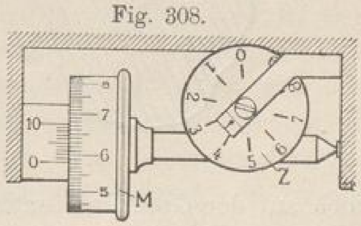


Fig. 307a.



Kugelgelenk G (Fig. 307a) mit dem Fahrarm verbunden. Letzterer ruht auf der Meßrolle M, einem Rädchen T und der Stütze s und kann gegen die Rolle M verschoben werden. Hierzu werden die beiden Druckschräubchen d_1 und d gelöst und nach einer groben Verschiebung des Armes d wieder angezogen, während eine Feinbewegung durch die Schraubenmutter m vorgenommen wird; hierauf ist auch d_1 anzuziehen. Eine bestimmte Einstellung erfolgt mit Hilfe des Nonius N an einer Teilung, die in halben Millimetern an der oberen Seite des Fahrarmes angebracht ist.

Fig. 308.



Die Meßrolle M (Fig. 308), bestehend aus sehr hartem Material, Stahl oder Glas, ist mit einer etwas kleineren Trommel verbunden, die in 100 Teile geteilt ist. Dieser Teilung steht ein Nonius gegenüber, der die Zehntel eines Trommelteiles, also ein Tausendstel einer Meßrollenumdrehung abzulesen gestattet. Ferner ist zur Zählung ganzer Rollenumdrehungen eine mit 10 Teilstrichen versehene kleine Zählscheibe Z angebracht, die durch eine Schraubenschnecke für je 10 Umdrehungen der Meßrolle einmal gedreht wird. Jede Ablesung des Standes der Meßrolle ergibt demnach eine vierstellige Zahl, z. B. in Fig. 308 die Zahl 3584, von welcher an der Zählscheibe Z die Tausender, an der Meßrolle die Hunderter und Zehner und am Nonius die Einer entnommen werden.

Der Inhalt einer beliebigen, mit dem Planimeter umfahrenen Figur ist gleich einem Rechtecke, dessen Grundlinie der Länge des Fahrarmes und dessen Höhe der Länge der Rollenabwicklung entspricht. Bezeichnet man mit L die Länge des Fahrarmes, gemessen vom Fahrstift f (Fig. 307a) bis zum Kugelgelenk G, mit U den Umfang der Meßrolle und mit N die Anzahl ihrer Umdrehungen nach Umfahrung einer Fläche, so ist der Flächeninhalt:

$$F = N \cdot (L \cdot U)$$

wo $L \cdot U$ eine Fläche darstellt, bei deren Umfahrung die Meßrolle sich genau einmal dreht. Als Einheit der Rollenabwicklung wird nun nicht eine ganze Umdrehung der Meßrolle, sondern nur ein Tausendstel (eine Noniuseinheit), also $\frac{L \cdot U}{1000}$ gewählt. Setzt man:

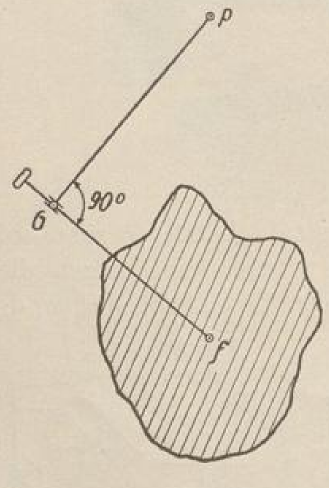
$$\frac{L \cdot U}{1000} = q \text{ in qm}$$

und bezeichnet mit n den Betrag der Abwicklung in Tausendstel der Rolle, so ist

$$F = n \cdot q$$

in qm der gesuchte Flächeninhalt der umfahrenen Figur.

Fig. 309.



Zum Gebrauche setzt man zunächst das Instrument so auf die zu berechnende Figur, daß der Fahrstift f nahezu im Schwerpunkte der Figur steht, bringt den Polarm ungefähr senkrecht zum Fahrarm, siehe Fig. 309 und drückt das Polgewicht p mit der Nadel in das Papier; die ganze Anordnung richtet man aber so ein, daß der Pol s t e t s a u ß e r h a l b der zu berechnenden Fläche liegt. Hierauf stellt man den Fahrstift über einen beliebigen Punkt der Umringslinie, den man durch einen Bleistiftstrich bezeichnet hat oder bei Grundstücksgrenzen auf einen mit einem Bleistift-Kreis kenntlich gemachten Grenzpunkt (Grenzstein usw.) und notiert den Stand der Meßrolle. Alsdann führt man den Fahrstift, indem man den seitlichen Flügel der Stütze s (Fig. 307a) zwischen Daumen und Mittelfinger faßt, im Uhrzeigersinne so genau als möglich auf der Grenzlinie entlang, bis man zu dem Ausgangspunkte wieder zurückkehrt, macht die zweite Ablesung und zieht die Differenz der beiden Ablesungen. Multipliziert man die so gefundene Zahl n mit q, dem Flächenwerte der Noniuseinheit, so erhält man den Flächeninhalt der umfahrenen Figur, also

$$F = n \cdot q$$

Beispiel. Angenommen, es laute die Meßrollenablesung vor der Umfahrung 2612, nach der Rückkehr zum Ausgangspunkt 4274, so ist zu schreiben:

Erste Ablesung: 2612
Zweite Ablesung: 4274
Differenz: n = 1662.

Beträgt der Flächenwert für eine Noniuseinheit q = 10 qm, so ist der Flächeninhalt:

$$F = n \cdot q = 1662 \cdot 10 = 16620 \text{ qm} = 1 \text{ ha } 66 \text{ a } 20 \text{ qm}.$$

In der Regel begnügt man sich nicht mit einer einzigen Umfahrung; man wiederholt dieselbe, nachdem man nach der ersten Bestimmung die Ablesung notiert hat, noch 2 oder 3 Mal hintereinander, schreibt die Schlußablesung auf und bildet die Differenzen der ersten Ablesung gegen die zweite und gegen die Schlußablesung. Die erste Differenz gilt als Kontrolle für die richtige Zählung der Umfahrungen.

Beispiel: Erste Ablesung: 2612
Zweite Ablesung: 4274 } Differenz: 1662*)
Nach zweimaliger Umfahrung: Schlußablesung: 7601
Differenz: 4989

$$n = \frac{4989}{3} = 1663$$

$$F = n \cdot q = 1663 \cdot 10 = 16630 \text{ qm.}$$
$$= 1 \text{ ha } 66 \text{ a } 30 \text{ qm.}$$

Der Wert für q ist, sobald die Fahrarmlänge ungeändert bleibt, für beliebige Maßstäbe der Zeichnung verschieden. Aendert man die Länge, so wird auf der Teilung des Fahrarmes zweckmäßig für jeden Maßstab eine Einstellung gewählt, daß q eine runde Zahl, z. B. 1, 2, 5, 10, 20, 40 qm usw. wird.

Jedes von einer Fabrik bezogene Polarplanimeter erhält eine Tabelle, in der für eine Anzahl der üblichen Kartenmaßstäbe die Fahrarmeinstellung und der bezügliche Flächenwert einer Noniuseinheit der Meßrolle verzeichnet ist. Es empfiehlt sich, ein Instrument beim Empfange und später von Zeit und Zeit auf die Angaben der Tabelle nachzuprüfen. Man geht in der Weise vor, daß man mit dem Planimeter eine Fläche von bekanntem Inhalte umfährt und feststellt, ob der mit dem Instrumente ermittelte Flächeninhalt der wirklich vorliegenden Flächengröße entspricht. Ist dies nicht der Fall, dann wird die Fahrarmlänge im Verhältnis der Größe der Abweichung geändert. Ist F zu klein ermittelt, so ist der Fahrarm zu verkürzen, wird F zu groß, so ist der Fahrarm zu verlängern.

In Fig. 310 ist als Probefläche ein Kreis angenommen, über den man das Planimeter so aufstellt, daß Polarm und Fahrarm einen rechten Winkel bilden, wenn der Fahrstift im Mittelpunkte des Kreises liegt. Zur Kontrolle umfährt man die Probefläche zweimal, einmal bei der Lage des Polarmes rechts (P

*) Die erste Differenz 1662 gilt zur Kontrolle der endgültigen n = 1663.

Fig. 310), das andere Mal links (P′ Fig. 310) vom Fahrarme, und nimmt das Mittel aus beiden Ergebnissen. Damit die Prüfung jederzeit rasch und fehlerlos vor sich gehen kann, ist jedem Polarplanimeter ein Kontrollineal (Fig. 311) beigegeben, mit dessen Hilfe der Fahrstift f zwangsläufig auf einer Kreislinie

Fig. 310.

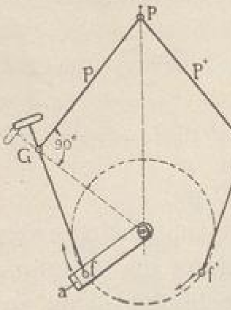
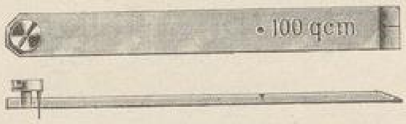
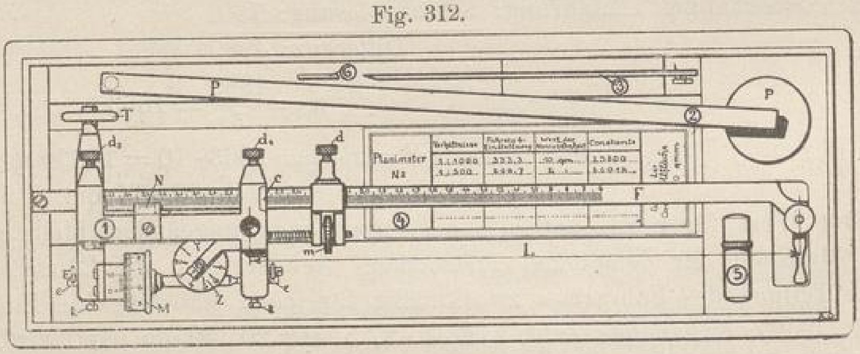


Fig. 311.



geführt wird (Fig. 310). Das Lineal (Fig. 311) besitzt auf der Unterseite eine Nadelspitze, die in das Zeichenpapier gedrückt wird, und auf der Oberseite eine kleine Vertiefung. Wird in letztere die Fahrstiftspitze f gesetzt, nachdem die Stütze s (Fig. 307 a) in die Höhe geschraubt oder am besten ganz entfernt worden ist, und das Lineal, etwa vom Striche a (Fig. 310) aus, einmal um die Nadel gedreht, so umfährt das Planimeter eine Kreisfläche von fast genau 100 qcm Inhalt. Die Kontroll-Lineale sind geeicht; das Eichungsergebnis ist in der oben erwähnten Tabelle jedes Instrumentes eingetragen, siehe Fig. 312.

Fig. 312.



Beispiel. Das einem Polarplanimeter beigegebene Kontrolllineal umfaßt laut Ausweis der Eichung eine Kreisfläche von 100,2 qcm. Der Flächenwert einer Noniuseinheit ist zu $q = 10$ qm, die Fahrarmeinstellung zu 333,3 angegeben. Es ist eine Nachprüfung des Instruments vorzunehmen.

Man stellt die Meßrolle mit Hilfe der Schräubchen d_1, d und m (Fig. 307) genau auf die Zahl 333,3 des Fahrarms und umfährt die Kreisfläche, wie oben beschrieben wurde. Die Ablesungen ergeben statt 1002 eine Differenz von 1011, d. h. zu groß um:

$$\frac{1011 - 1002}{1002} = 0{,}0088 \ (0{,}88\,\%), \text{ wo}$$

1002 nichts anderes als die Längsseite eines Rechtecks bei der Breite einer Noniuseinheit ist. Die Fahrarmlänge ist um 0,0088 der eingestellten Armlänge zu vergrößern, so daß die richtige Einstellung sich ergibt zu:

$$L = 333{,}3 + 0{,}0088 \cdot 333{,}3 = 333{,}3 + 2{,}9 = 336{,}2.$$

Erfolgt die Prüfung nicht mit Hilfe des Kontrollineals, so wird ein gleichseitiges Dreieck, daß sich mit 3 Zirkelschlägen sehr scharf festlegen läßt, gezeichnet und, wie vor, verfahren. Einige günstige Abmessungen sind:

Seitenlänge des Dreiecks in mm: 48,1; 68,0; 152,0; 214,9

Flächeninhalt in qcm: 10,0; 20,0; 100,0; 200,0

Die letzte Art der Nachprüfung kann auch dazu verwendet werden, Instrumente älterer Art, bei denen die Fahrarmlänge unveränderlich ist, ohne Kenntnis des Flächenwertes q zu sofortigem Gebrauch fertig zu stellen. Ist für ein gleichseitiges Dreieck F_1 von 100 qcm die Rollenabwicklung $n_1 = 2054$, die Meßrollenablesung für eine zu berechnende Fläche F: $n = 5423$, so verhält sich

$$\frac{F}{F_1} = \frac{n}{n_1}$$

Daraus:

$$F = F_1 \cdot \frac{n}{n_1} = 100 \cdot \frac{5423}{2054} = 100 \cdot 2{,}6402$$
$$= 264{,}02 \text{ qcm.}$$

Wäre die Fläche F in dem beliebigen Maßstabs-Verhältnisse 1 : x kartiert, so würde der Flächeninhalt in qm betragen:

$$F = \frac{F_1}{10000} \cdot \frac{n}{n_1} \cdot x^2$$

Bei einem Maßstabe eines Planes 1 : 2500 ergibt sich für den obigen Fall:

$$F = \frac{F_1}{10000} \cdot \frac{n}{n_1} \cdot x^2$$
$$= \frac{100}{10000} \cdot 2{,}6402 \cdot 6250000$$
$$= 165012{,}5 \text{ qm}$$
$$= 16 \text{ ha } 50 \text{ a } 12 \text{ qm.}$$

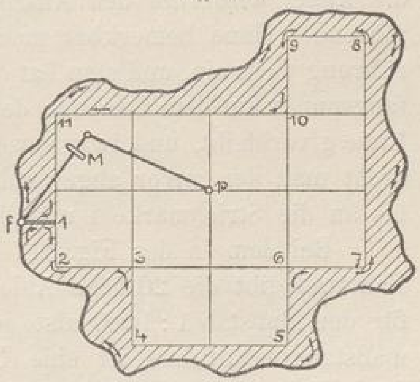
Der zu erwartende Fehler M bei Anwendung eines „Polarplanimeters" nach Amsler beträgt nach den Untersuchungen von Lorber bei einer Flächenermittlung für eine Fläche:

F =	10 qcm	20 qcm	50 qcm	100 qcm und	200 qcm
M =	1,3%	0,7%	0,3%	0,15%	0,08%

der Fläche F.

Hierbei wird eine sorgfältige Handhabung des Werkzeuges vorausgesetzt. Das Mittel aus 2 und mehr Umfahrungen ist selbstverständlich genauer.

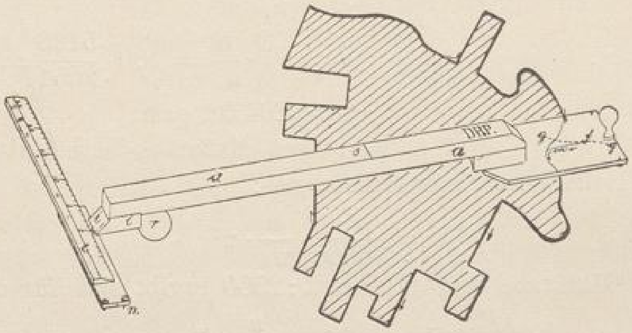
Fig. 313.



Wie oben (Seite 196) betont wurde, soll der Pol (das Gewicht p) stets außerhalb der zu umfahrenden Figur liegen. Sehr große Flächen werden deshalb in mehrere kleine Teile zerlegt, die einzeln mit außerhalb gelagertem Pol gemessen werden können, oder aber es wird der Innenraum durch ein Quadratnetz (s. Fig. 269 und S. 151) oder durch Dreiecke, die mit Zirkel und Maßstab usw. (s. S. 193) berechnet werden, abgegrenzt und nur der verbleibende Randstreifen mit dem Planimeter bestimmt in der Weise, wie sie Fig. 313 veranschaulicht. In letzterem Falle wird jedoch weit zweckmäßiger nach „Randquadraten“ gerechnet, wie Seite 203 näher ausgeführt wird.

b. Das **Kompensationsplanimeter** von Schnöckel, dem Inhaber des math. mech. Instituts in Berlin W., Steglitzerstr. 56, verdient schon wegen seiner Wohlfeilheit die weiteste Verbreitung. An einem Ende der Fahrstange a, Fig. 314, ist eine durchscheinende Zelluloidplatte mit dem Fahrpunkt f und einem Handgriff, an dem anderen ein weißes Zelluloidstück i mit einer Strichmarke befestigt. Die an der unteren Fläche ausgefräste Stange ruht auf einer

Fig. 314.



Stahlkugel r, die den Anschlag i berührt. Der Anfangspunkt für die Umfahrung einer Fläche wird so gewählt, daß beim Drehen des Instrumentes um die Kugel die zu umfahrende Figur vom Fahrpunkte f nicht getroffen wird. Nach Aufstellung der Fahrstange, die in ihrer günstigsten Anordnung die Figur schätzungsweise halbiert, wird der Maßstab c so angelegt, daß sein Nullstrich auf die Strichmarke des Zelluloidanschlages i zeigt. Der mit einer Metallspitze n im Zeichenpapier haftende Maßstab wird nach links gedreht und man umfährt die Figur mit dem Fahrpunkt f im Sinne des Uhrzeigers, wobei die Kugel unter der Stange in der Ausfräsung hin- und herrollt. Tritt der Fahrpunkt wieder über den Anfangspunkt, so berührt bei kleineren Figuren bis etwa Handgröße die Kugel wiederum den Anschlag i, was sich durch einen leisen Schlag in der führenden Hand bemerkbar macht. Bei größeren Figuren tritt die genannte Berührung nicht ein, und man hat das Instrument derart weiter zu führen, daß der Anfangspunkt auf dem Umringe der Fläche unter der in der Figur 314 punktierten Linie g verbleibt, und zwar soweit, bis man das Anschlagen der Kugel spürt. Nun dreht man den zuvor abgewendeten Maßstab mit seiner Teilung um die Spitze n bis an die Strichmarke i und liest an ihr die neue Stellung der Fahrstange ab.

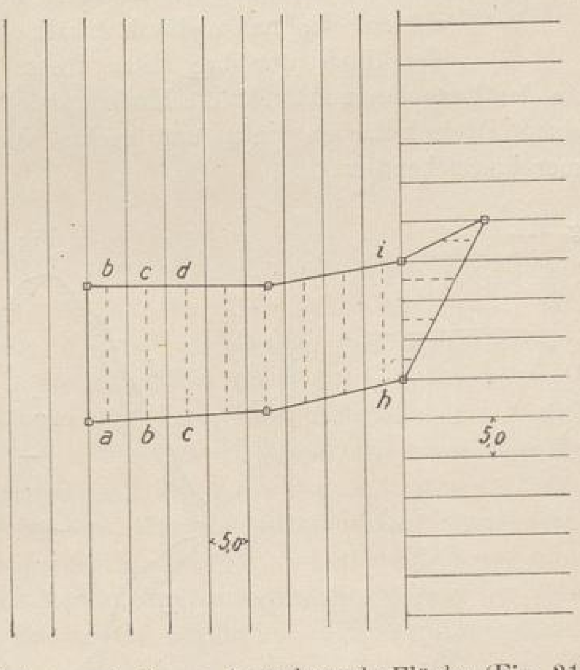
Bei dem in der Fig. 314 abgebildeten Kompensationsplanimeter mit festem Fahrstab gibt die 20fache Ablesung den Flächeninhalt in Quadratmillimetern an, für den Maßstab 1 : 1000 also sofort den Flächeninalt in qm. Für andere Kartenmaßstabsverhältnisse ist eine Umrechnung entprechend Seite 199 vorzunehmen. Doch liegt auch eine andere Ausführung vor, mit verstellbarer Fahrarmlänge, so daß der Koeffizient auch für ein beliebiges Verhältnis in rundem Betrage erhalten wird. In letzterem Falle ist der Kugelanschlag i nicht fest mit der Fahrstange verbunden, sondern als Läufer angeordnet, der ähnlich wie beim Polarplanimeter (S. 197), nach den Angaben einer Tabelle an der Fahrstange eingestellt werden kann.

Wenn die zu berechnende Figur eine unregelmäßige Form hat, so empfiehlt es sich, eine zweite Umfahrung in einer zur ersten etwa rechtwinkligen, die Figur ebenfalls ungefähr halbierenden Lage der Fahrstange zu machen (Kompensationsmessung). Durch Mittelung beider Ergebnisse werden gewisse dem Instrumente anhaftende Fehler beseitigt. Die Berechnung erreicht einen hohen Grad von Genauigkeit, wenn die in einem Zuge zu umfahrenden Figuren nicht viel breiter sind als eine Handspanne, also nicht breiter als rd. 2 Dezimeter.

c. Die beiden Planimeter können für jede Figur benutzt werden, nur nicht für langgestreckte Flächen, z. B. schmale Wege, Gräben, Bachläufe, Dammanlagen usw. Hier ist von großer Wichtigkeit die wohlfeile „Harfe", die in allen Fällen anwendbar ist und leicht von Jedermann angefertigt werden kann; im Handel kostet sie nur 15 Pfg.

Die **„Harfe"** besteht aus festem durchsichtigem Papier (Pauspapier), auf dem schwarze gleichweit und parallel verlaufende Linien, siehe Fig. 315, gezeichnet sind. Senkrecht zu dieser Hauptteilung befindet sich am Rande noch eine Querteilung, die in gewissen Fällen die Flächenermittelung unterstützt, wie man an dem weiteren Beispiele sehen kann.

Fig. 315.



Die Harfe wird so auf die zu berechnende Fläche (Fig. 315) gelegt, daß die Linien der Hauptteilung die Grenzen der Figur möglichst rechtwinklig schneiden. Durch die Linien der Harfe wird die Figur in Trapeze von gleicher Höhe zerlegt, deren Mittellinien nach dem Augenmaße bestimmt und mit dem Zirkel addiert werden. Man geht in der Weise vor, daß man zu der Mittellinie a — b nacheinander die

Mittellinien b — c, c — d usw. bis h — i in den Zirkel nimmt und schließlich die ganze Länge an einem Transversalmaßstabe — dem Maßstabe des Planes entsprechend — bestimmt. Multipliziert man diese mit dem Abstande der Harfenlinie, so erhält man den Flächeninhalt dieses Figurenteiles. Der noch übrig gebliebene Teil, rechts vom Trapez mit der Mittellinie h — i, wird in gleicher Weise mit Hilfe der Querteilung seiner Fläche nach ermittelt und zu dem obigen addiert. Die Haupt- und Querteilung ergibt hier eine Gesamtfläche von $128{,}5 \times 5{,}0 + 16{,}5 \times 5{,}0 = 725$ qm. Falls eine Zirkelöffnung zur Bewältigung der Mittellinien nicht ausreicht, ist die Figur in passende Teile zu zerlegen.

Fig. 316a.

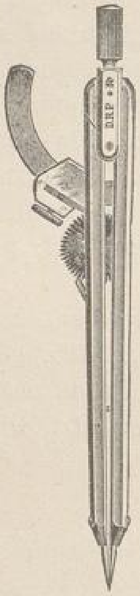
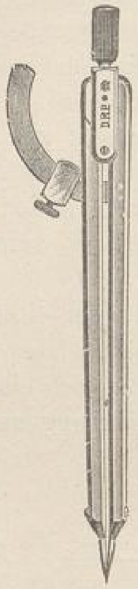


Fig. 316b.



Zur leichteren Entnahme der Mittellinien werden sogen. **„Harfenzirkel“** konstruiert, Fig. 316, die eine Einstellung auf ein bestimmtes Maß, z. B. 100 m, gestatten und auch an einem Zählrad (Fig. 316 a) die Anzahl der 100 m direkt angeben; das noch fehlende Maß, also unter 100 m, wird am Transversalmaßstabe abgegriffen.

In Fig. 317 wird die Flächenberechnung eines Flußlaufes in seinen Krümmungen gezeigt. Hier ist besonders an den Stellen A, B, C und D die senkrechte Einstellung der Harfe zu den Uferlinien zu beachten, die man dadurch erhält, daß man die Linien der Harfe um ihre Mitte dreht. Hierzu sticht man den Zirkel bei z in den Lageplan und dreht die Harfe vorsichtig um diesen Stichpunkt. Die kleinen Dreiecksflächen links und rechts von dem Stichpunkte gleichen sich immer hinreichend aus.

Fig. 317.

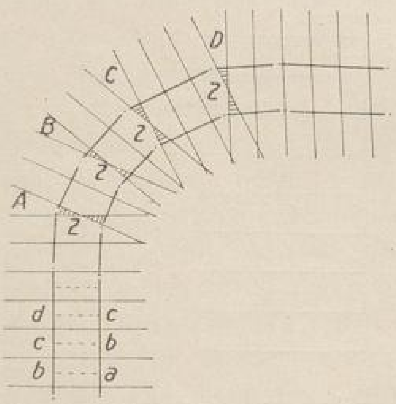
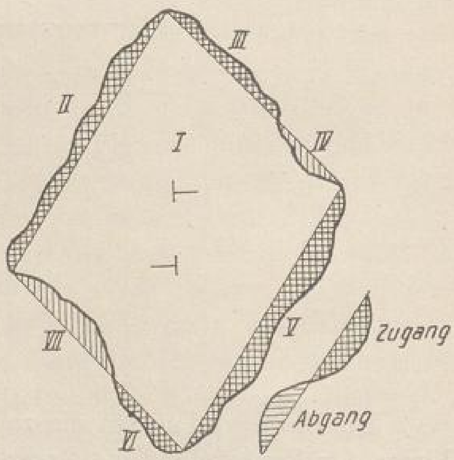


Fig. 318.

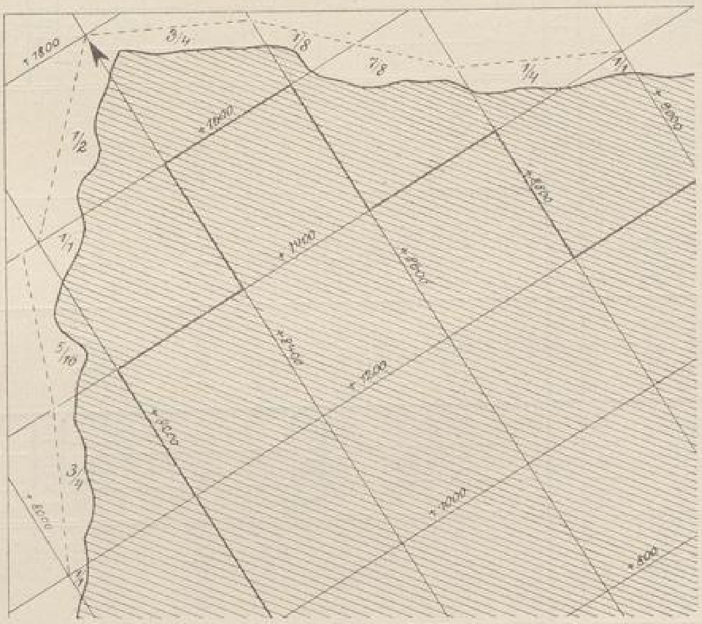


Liegen große unregelmäßige Flächen zur Inhaltsberechnung vor, so ist auch die Harfe mit großem Vorteile zu verwenden. Man zerlegt zunächst die ganze Fläche in möglichst wenige Dreiecke oder Vierecke, berechnet diese unter Anwendung von Anlegemaßstab, Zirkel und Transversalmaßstab oder Glastafel (s. S. 194) und bestimmt die Restflächen, von den Grenzlinien bis zu den Dreiecken usw., mit Hilfe der Harfe.

Beispiel. Die Grundfläche in Fig. 318 soll noch einmal nach dem Lageplane berechnet werden. Von der Fig. 318 wird durch feine Bleilinien das Viereck I ausgeschnitten; die Restflächen II, III, V und VI sind mit der Harfe als Zugang, die Flächenteile IV nnd VII als Abgang zu ermitteln. Der Abgang kann direkt am Zirkel durch Subtraktion der Mittellinien vorgenommen werden.

Sobald ein Lageplan mit einem „Quadratnetze" (Fig. 318a) versehen ist, wird dieses sehr zweckmäßig in folgender Weise zur Flächenberechnung heran-

Fig. 318 a.



gezogen. Man zählt die mit Zeichnung voll ausgefüllten Netzquadrate im Innern des Planes (in der Fig. 318a durch dicker gezogene Netzlinien abgegrenzt) und erhält, entsprechend dem natürlichen Abstande der Quadratnetzlinien (siehe Seite 153), ohne weiteres den von den Quadraten eingeschlossenen Flächeninhalt. Dazu werden die nur teilweise mit Zeichnung bedeckten Netzquadrate, die sog. „Randquadrate" addiert, die ausschließlich auf Grund des Lagsplanes ihrer Fläche nach ermittelt werden. Hierbei wird aber auch der nicht mit Zeichnung bedeckte Restteil des Randquadrates berechnet, worauf die beiden Flächeninhalte auf den Sollinhalt des ganzen Quadrates zurückgeführt werden, indem die sich ergebende Abweichung nach Verhältnis der Flächengrößen verteilt wird. Sofern das Randquadrat im Lageplan nicht vollständig dargestellt ist (siehe Fig. 318a), wird im Anschluß an die Quadratnetzlinien durch Ziehen einer Bleilinie eine regelmäßige Hilfsfigur gebildet, deren Flächeninhalt am besten sich in einfachen Bruchteilen (z. B. $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^2/_3$, $^3/_4$ usw.) des Sollinhalts des ganzen Qua-

Rechenschema für Flächenberechnung
nach „Randquadraten“ zu Tafel V.

Des Randquadrates: Bezeichnung Abscisse	Ordin.	Teil des Rand-quadrates	Mit oder ohne Zeichnung	Erste Berechnung: Grundlinie a	Höhe h bezw. $(h_1 + h_2)$	$F = \frac{a \cdot h}{2}$ bezw. $\frac{a(h_1+h_2)}{2}$ qm	Erster Flächeninhalt F ha	a	qm	Zweite Berechnung: Grundlinie a	Höhe h bezw. $(h_1 + h_2)$	$F = \frac{a \cdot h}{2}$ bezw. $\frac{a(h_1+h_2)}{2}$ qm	Zweiter Flächeninhalt F ha	a	qm	Mittel aus Spalte 7 und 11 ha	a	qm	Verbesserung ±	qm	Sollinhalt der Randfiguren ha	a	qm	Anzuhaltende mit Zeichnung bedeckte Randfigur ha	a	qm
1		2	3	4	5	6	7			8	9	10	11			12			13		14			15		
+50	+50	$^1/_1$	mit	0000 1539 3075 5,0×	1539 1536 1537,5	7687,50		76	88	769,2	10,0	7692,00		76	92		76	90	+	8		76	98		76	98
			ohne	3075 3537 4000 5,0×	462 463 462,5	2312,50		23	12	228,8	10,0	2288,00		22	88		23	00	+	2		23	02			
							1	00	00					99	80		99	90	+	10	1	00	00			
+150	+50	$^1/_1$	mit	0477 2241 4007 5,0×	1764 1766 1765	8825,00		88	25	880,8	10,0	8808,00		88	08		88	16	−	5		88	11		88	11
			ohne	5555 5793 6031 5,0×	238 238 238	1190,00		11	90	118,9	10,0	1189,00		11	89		11	90	−	1		11	89			
							1	00	15					99	97	1	00	06	−	6	1	00	00			
+250	+50	$^1/_2$	mit	0612 1236 1859 5,0×	624 623 623,5	3117,50		31	18	310,9	10,0	3109,00		31	09		31	14	+	7		31	21		31	21
			ohne	1859 2231 2606 5,0×	372 375 373,5	1867,50		18	68	188,3	10,0	1883,00		18	83		18	75	+	4		18	79			
								49	86					49	92		49	89	+	11		50	00			

+250	—50	3/4	mit	1598 2246 2893 5,0×	648 647 647,5	3237,50	32 38	325,0	10,0	3250,00	32 50	32 44	+ 4	32 48	32 48
			ohne	2893 3741 4589 5,0×	848 848 848	4240,00	42 40	425,3	10,0	4253,00	42 53	42 46	+ 6	42 52	
							73 78				75 03	74 90	+ 10	75 00	
+150	—50	1/1	mit	0504 2020 3536 5,0×	1516 1516 1516	7580,00	75 80	756,2	10,0	7562,00	75 62	75 71	+ 5	75 76	75 76
			ohne	3536 4021 4505 5,0×	485 484 484,5	2422,50	24 22	242,0	10,0	2420,00	24 20	24 21	+ 3	24 24	
							1 00 00				99 82	99 92	+ 8	1 00 00	
+50	—50	1/1	mit	0041 1331 2620 5,0×	1290 1289 1289,5	6447,50	64 48	646,4	10,0	6464,00	64 64	64 56	+ 3	64 59	64 59
			ohne	2620 3328 4035 5,0×	708 707 707,5	3537,50	35 38	354,0	10,0	3540,00	35 40	35 39	+ 2	35 41	
							99 86				1 00 04	99 95	+ 5	1 00 00	
														Gesamtfläche	3 69 13

drates ergibt. Innerhalb dieser Hilfsfigur ist dann wieder die oben angegebene Abgleichung vorzunehmen.

Die Flächenberechnung wird für jeden Teil der Randquadrate doppelt ausgeführt; die Ergebnisse beider Berechnungen, die innerhalb der auf Seite 215 bekannt gegebenen Fehlergrenzen übereinstimmen müssen, werden gemittelt.

Als Beispiel sei hiernach der gesamte Besitz der in **Tafel V** gezeichneten Ziegelei unter Benutzung des vorstehenden Schemas (S. 204 u. 205) berechnet.

Da in der Tafel V mit Zeichnung voll ausgefüllte Netzquadrate nicht vorkommen, ergibt schon die Summe der 6 Randfiguren mit Zeichnung die gesuchte Fläche, siehe Spalte 15 zu 3 ha 69 a 13 qm. Gegen den aus Urmaßen Seite 188 ermittelten Flächeninhalt weicht die Berechnung nur um 9 qm ab, während nach der Tabelle im Anhange unter Nr. III $d = 158$ qm zulässig sind.

In Spalte 1 des obigen Rechenschemas wird die Mitte des Randquadrates durch ihre beiden Koordinaten bezeichnet, bei dem ersten zu $x = +50$ m und $y = +50$ m. Unter „Teil des Randquadrates" in Spalte 2 ist anzugeben, ob das Randquadrat ganz ($^1/_1$) oder nur teilweise ($^1/_2$ usw.) der Berechnung unterliegt. Für die „Erste Berechnung" kam ein Polarplanimeter nach Amsler (Fig. 307) mit der Noniuseinheit $a = 5{,}0$ qm in Anwendung. Die zweimalige Umfahrung in Spalte 4 wurde in Spalte 5 einzeln ausgerechnet, das Mittel direkt unter die Umfahrungsbeträge gesetzt und mit dem Faktor 5,0 (s. Spalte 4) multipliziert. Die „Zweite Berechnung" erfolgte mit einem Harfenplanimeter (Fig. 315). In Spalte 12 wird das Mittel der beiden Berechnungen eingetragen, in Spalte 13 die Verbesserung und in Spalte 14 die auf den Sollinhalt zurückgeführten Flächeninhalte. Die für die zu ermittelnde Gesamtfläche in Betracht kommenden Teile der Randquadrate endlich werden in Spalte 15 aufgeführt und am Schlusse zusammengezählt. Sind mit Zeichnung vollbedeckte Netzquadrate vorhanden, so ist ihre Zahl festzustellen und ihrer Flächengröße entsprechend dieser Summe zuzufügen. In Tafel V liegen, wie bereits gesagt, keine „Vollquadrate" vor.

Es sei, hier anschließend, auch gezeigt, wie die Auseinanderrechnung einer ausgedehnten Grundfläche auf einem Lageplane in einzelne Parzellen vor sich geht.

In Tafel V sind durch örtliche Begrenzung die Besitzstücke 1 bis 9 entstanden; sie sind ihrem Flächeninhalte nach zu bestimmen. Mit Ausnahme der Parzellen 6, 7 und 8, die teilweise aus Urmaßen gerechnet worden sind, ist mit Rücksicht auf die Größe und Unregelmäßigkeit der Flächenstücke das Polarplanimeter benutzt worden. Die Summe der Parzellen, siehe Spalte 6 des nachstehenden Rechenschemas, ergab 3 ha 68 a 71 qm, also gegen den aus Urmaßen auf S. 188 berechneten und daher anzuhaltenden Gesamtflächeninhalt von 3 ha 69 a 04 qm eine Abweichung von 33 qm, die auf die Parzellen 1 bis 10 im Verhältnis ihrer Größe in Spalte 7 verteilt wird. Die berichtigten Flächen ergeben in ihrer Summe den Sollinhalt des ganzen Besitzes, siehe Spalte 8.

Es sei darauf hingewiesen, daß das Papier der „Harfen" leicht durch Temperatur- und Feuchtigkeitswechsel beeinflußt wird, so daß der Abstand der Linien zu verschiedenen Zeiten nicht derselbe ist. Es ist deshalb not-

Auseinanderrechnung von Besitzstücken

mit Zurückführung auf einen Sollinhalt, zu Tafel V.

Figur	Grund-linie a	Höhe h bezw. (h_1+h_2)	$2F=a \cdot h$ bezw. $=a(h_1+h_2)$ Zugang (+) qm	Abgang (−) qm	Vorläufige Fläche ha	a	qm	Verbesserung + −	qm	Endgültiger Flächeninhalt ha	a	qm
1	2	3	4	5	6			7		8		
Parzelle 1	2379					22	28	+	1		22	29
	2824	445										
	3270	446										
	5,0×	445,5	2227,50	.								
Parzelle 2	4312					39	52	+	4		39	56
	5104	792										
	5893	789										
	5,0×	790,5	3952,50	.								
Parzelle 3	5731					24	58	+	2		24	60
	6223	492										
	6714	491										
	5,0×	491,5	2457,50	.								
Parzelle 4	6617					6	65				6	65
	6750	133										
	6883	133										
	5,0×	133	665,00	.								
Parzelle 5	0210				1	69	52	+	17	1	69	69
	3600	3390										
	6991	3391										
	5,0×	3390,5	16952,50	.								
Parzelle 6	13,3	23,8	316,54			4	01				4	01
	4,65	28,0	130,20									
	13,0	27,4	356,20									
			½ 802,94	.								
			401,47									
Parzelle 7	17,9	27,2	486,88			4	60				4	60
	15,9	27,3	434,07									
			½ 920,95	.								
			460,48									
Parzelle 8	22,7	27,3	619,71			6	00				6	00
	21,2	27,4	580,88									
			½ 1200,59	.								
			600,30									
Parzelle 9	0656					91	55	+	9		91	64
	2487	1831										
	4318	1831										
	5,0×	1831	9155,00	.								
				Im Ganzen	3	68	71	+	33	3	69	04
			Sollinhalt gem. S. 188		3	69	04					
			Verbesserung			+	33					
	Zulässige Abweichung nach Seite 227					1	58					

wendig, vor jeder Berechnung die Harfe auf die Entfernung der Linien hin zu prüfen. Zu diesem Zwecke greift man auf der Harfe an verschiedenen Stellen den Abstand von 11 oder 21 Linien rechtwinklig zu diesen ab, ermittelt die Länge desselben auf einem der Harfe entsprechenden Maßstabe ab und teilt das Maß durch die Anzahl der Linienabstände, nämlich 10 bezw. 20. Die an den verschiedenen Stellen erhaltenen Ergebnisse werden zu einem Mittel zusammengefaßt, das nun als zweiter Faktor bei der Flächenberechnung dient.

Auch eine Aenderung des Zeichenpapiers ist allgemein für den Lageplan selbst zu beachten, wenn die Flächenberechnung auf Grund des Planes erfolgt. Die „Krimpe", wie die Papieränderung genannt wird, ist in zwei zu einander senkrechten Richtungen in der Weise festzustellen, daß man im Lageplane Längen von bekannter Größe mit dem Anlegemaßstabe oder Zirkel- und Transversalmaßstab abgreift und sie mit dem Sollmaß vergleicht. Bei der Koordinatenaufnahme bieten Abscissen und Ordinaten die Möglichkeit, die Krimpe zu ermitteln, auch bei einem Quadratnetz mit den Maschen von 1 dm Länge (s. S. 151) ist die Feststellung sehr einfach. An einem auf dem Lageplan gezeichneten Maßstabe (z. B. Tafel X) kann wenigstens für eine Richtung die Aenderung des Papiers nachgewiesen werden. Liegt keine Möglichkeit vor, die Krimpe zu bestimmen, so muß sie unberücksichtigt bleiben.

Es wird nun für die Flächenberechnung entweder jede aus dem Lageplane abgegriffene Länge entsprechend der Krimpe verbessert, oder es wird zunächst die Fläche in gewöhnlicher Weise zu F_1 ermittelt und ihr Betrag um $p\%$ $+ q\%$ oder $2\,p\%$ von F_1 zur Fläche F berichtigt.

Hierbei bedeutet $p\%$ die Aenderung der Länge in der einen, $q\%$ die Aenderung der Länge in der zu dieser senkrechten Richtung auf 100 m; ist nur die Aenderung einer Richtung bekannt, so kommen $2\,p\%$ der ermittelten Fläche für die Berichtigung in betracht.

Beispiel. Nach Kartierung der Polygon-Aufnahme in Tafel V im Maßstabe 1 : 1000 wurde die ganze Fläche mit einem Polarplanimeter zu 36700 qm bestimmt. Die Krimpe ist am Quadratnetze mit Hilfe eines Längenmaßstabes ermittelt worden. In der Richtung Nord-Süd sind zwischen den 3 Quadratnetzpunkten (s. S. 151) statt 200 m gemessen: 199,4 m, also statt 100 m 99,7 m, d. i. $p = 100{,}0 - 99{,}7 = +0{,}3\%$ Krimpe. Die Richtung West-Ost ergab 299,4 m statt 300,0 m, demnach $q = 0{,}2\%$ Krimpe. Die auf dem Lageplane berechnete Fläche $F_1 = 36700$ qm ist demnach zu:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + (p\% + q\%)\,F_1 \\ &= 36700 + (0{,}3 + 0{,}2)\cdot\frac{36700}{100} \\ &= 3 \text{ ha } 68 \text{ a } 84 \text{ qm} \end{aligned}$$

zu berichtigen.

Hätte die Krimpe in einer oder in beiden Richtungen das Vorzeichen (—), d. h. wäre die Karte nicht eingegangen, wie beim Vorzeichen (+), sondern größer geworden, so wäre die Fläche F_1 um

$$+(+p\% - q\%) \text{ bezw. um } +(-p\% - q\%) = -(p\% + q\%)$$

zu berichtigen.