

Untersuchung zum Partikelverhalten in einem erhitzten Kapillarrohr zur zukünftigen
Anwendung in einem additiven Fertigungsverfahren

zur Erlangung des akademischen Grades
DOKTOR DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.) der
Fakultät für Maschinenbau
der Universität Paderborn

genehmigte
DISSERTATION

Von
Marc Lensker
aus Stadtlohn

Tag des Kolloquiums: 27. Mai 2026

Referent: Prof. Dr.-Ing. Hans-Joachim Schmid

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. Hilmar Apmann, Prof. Dr.-Ing. Carsten Schilde

Zusammenfassung

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist das Konzept eines Verfahrens, bei dem Partikeln innerhalb einer Poiseuille-Strömung mit Hilfe der scherinduzierten Auftriebskraft auf einer stabilen und fokussierten Trajektorie durch ein Kapillarrohr geleitet werden. Die gleichzeitige Erhitzung des Rohres führt zu einer Beschleunigung und Erhitzung der Mehrphasenströmung, sodass die Partikeleigenschaften beim Austritt aus dem Kapillarrohr einen additiven Materialauftrag auf ein Substrat ermöglichen.

Die Entwicklung eines Versuchsstands mit entsprechender Messtechnik und die Implementierung eines Simulationsmodells auf Basis des Euler-Lagrange-Verfahrens ermöglichen in dieser Arbeit eine umfassende Untersuchung des Verfahrenskonzeptes.

Mit den Untersuchungen wird die Funktionsweise demonstriert und ein tiefergehendes Verständnis zum Partikelverhalten innerhalb des Rohres gewonnen. Außerdem werden Verfahrensparameter und Störgrenzen hergeleitet, unter welchen notwendige Partikeleigenschaften für einen Materialauftrag am Rohrauslass mit dem Verfahren erzeugt werden können.

The starting point of this thesis is the concept of a process in which particles are transported within a Poiseuille flow on a stable and focused trajectory through a pipe by means of the shear-induced particle lift force. The simultaneous heating of the pipe leads to the acceleration and heating of the multi-phase flow, which in turn enables an additive deposition of the particles on the substrate at the outlet of the pipe.

By developing an experimental setup with appropriate measuring techniques and implementing a simulation model based on the Euler-Lagrange approach, a comprehensive investigation of the given concept is enabled in this work.

These investigations demonstrate the operating principle and provide a deeper understanding of particle behavior within the pipe. Furthermore, process parameters and limits of particle properties required to achieve additive deposition of material by the concept are derived.

Vorveröffentlichungen

Lensker, M.; Apmann, H.; Schmid, H.-J. (2023): Experimentelle Untersuchung zur Partikelfokussierung in einem Kapillarrohr durch die scherinduzierte Partikel-Auftriebskraft. DECHEMA Jahrestreffen der Fachgruppen MPH, AT, GAS, und PMT. Paderborn, 28. – 30. März 2023.

Lensker, M.; Apmann, H. (2021): Verfahrenskonzept zum Auftrag metallischer Partikel/Process specification for depositing metallic particles. In: *wt Werkstattstechnik online* 111 (06), S. 385–389. DOI: 10.37544/1436-4980-2021-06-29.

Lensker, M.; Peterseim, J. (2021): Verfahren zum Aufbringen von Partikeln auf ein Substrat. Offenlegungsschrift DE102020103232A1, veröffentlicht am 12.08.2021. Patentanmeldung am 01.09.2023 zurückgenommen.

Lensker, M.; Apmann, H.; Schmid, H.-J. (2021): Analyse von Partikelbewegung und -erhitzung in einem erhitzten Kapillarrohr mit Blick auf ein neuartiges Fertigungsverfahren. ProcessNet Fachgruppentreffen Mehrphasenströmung und Computational Fluid Dynamics. Digital ausgerichtet, 09. – 10. März 2021.

Lensker, M.; Apmann, H.; Finke, E.; Schmid, H.-J. (2020): Numerische Analyse eines Verfahrens zum präzisen Auftrag metallischer Partikeln durch Fokussierung in einem erhitzten Rohr. ProcessNet Fachgruppentreffen Mehrphasenströmung. Paderborn, 16. – 18. März 2020. Konferenz wurde abgesagt.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
Vorveröffentlichungen	iii
Inhaltsverzeichnis	v
Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	xiii
Abkürzungsverzeichnis	xv
Symbolverzeichnis	xvii
1 Einleitung	1
1.1 Zielsetzung	3
1.2 Methodisches Vorgehen	4
2 Partikelkräfte und -momente	7
2.1 Stand der Forschung.....	9
2.1.1 Korrelationen: Auftriebskraft bei Rohrströmung ($\omega \neq \text{konst.}$)	10
2.1.2 Korrelationen: Auftriebskraft bei linearer Scherströmung ($\omega = \text{konst.}$).....	10
2.1.3 Korrelationen: Widerstandskraft.....	15
2.1.4 Korrelationen: Moment	16
2.1.5 Weitere Kräfte	17
2.1.6 Anwendbarkeit aktueller Korr. im Kontext des zu untersuchenden Verfahrens .	19
2.2 Abschätzung adäquater Prozessparameter mit aktuellen Korr. der Auftriebskraft ...	21
2.3 Betrachtung von Situationen mit $w_{rad} = 0$ m/s.....	27
2.3.1 Modellaufbau: Stationäre CFD-Simulation	27
2.3.2 Erhaltungsgleichungen und Stoffgesetze.....	29
2.3.3 Design der Parameterstudie	30
2.3.4 Diskretisierung: Stationäre CFD-Simulation.....	32
2.3.5 Validierung: Stationäre CFD-Simulation	35
2.3.6 Ergebnisse	38
2.3.7 Partikelkraftinterpolation	41
2.4 Betrachtung von Situationen mit $w_{rad} \neq 0$ m/s.....	45
2.4.1 Modellaufbau: Transientes CFD-Modell „ <i>Overset-Mesh</i> “	46
2.4.2 Ergebnisse	48
2.4.3 Zwischenfazit zur Anwendbarkeit des Interpolationsmodells M1.....	57
3 Experimentelle Untersuchungen	59
3.1 Pulverfraktion der experimentellen Untersuchungen	60

3.2	Versuchsaufbau	61
3.3	Dynamisches Messverfahren	65
3.3.1	Bildverarbeitung und Partikeldetektion	70
3.3.2	Ermittlung von Partikelgeschwindigkeiten und -positionen	77
3.3.3	Ergebnisse	82
3.4	Statisches Messverfahren	92
3.4.1	Das Verfahren	93
3.4.2	Ergebnisse	98
3.4.3	Fehler durch die Auflösung des statischen Messverfahrens	101
4	Simulative Untersuchungen auf Basis individueller Partikeltrajektorien	103
4.1	Numerische Berechnung der kontinuierlichen Phase	104
4.2	Numerische Berechnung der dispersen Phase	107
4.2.1	Partikelkinematik	107
4.2.2	Partikelerhitzung bzw. Partikelabkühlung	108
4.2.3	Partikel-Wand-Kollision	110
4.3	Validierung des Simulationsmodells	118
4.3.1	Prozedur zur Validierung des Simulationsmodells	118
4.3.2	Partikelstartbedingungen zur Validierung	121
4.3.3	Ergebnisse	126
4.4	Verfahrensanalyse	128
4.4.1	Phase des Ungleichgewichtes	128
4.4.2	Phase des Gleichgewichtes	130
4.4.3	Partikelverhalten bei Wandkollision	133
4.5	Verfahrensanalyse mit Blick auf ein additives Fertigungsverfahren	137
4.5.1	Betrachtete Strömungsbedingungen	138
4.5.2	Partikeleigenschaften am Einlass	141
4.5.3	Partikeleigenschaften am Auslass	147
4.5.4	Fazit zum Einsatz des Verfahrens als additives Fertigungsverfahren	153
5	Zusammenfassung und Ausblick	157
6	Anhang	161
A.1	Weitere Messergebnisse	161
A.2	Weitere Simulationsergebnisse	164
7	Literaturverzeichnis	167
	Erklärung zur Zitation von Inhalten aus studentischen Arbeiten	181

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Qualitative Wirkweise der scherinduzierten Auftriebskraft (rechts) in einer Rohrströmung (links)	2
Abbildung 2:	Das Verfahrenskonzept	2
Abbildung 3:	Aufbau der Arbeit.....	4
Abbildung 4:	Schematische Darstellung einer Partikel innerhalb einer Rohrströmung ..	7
Abbildung 5:	Vergleich einer linearen Scherströmung mit einer Poiseuille-Strömung ...	11
Abbildung 6:	Elementare Situationen: a) Scherinduzierter Auftrieb, b) Wand-induzierter Auftrieb, c) Auftrieb durch Partikelrotation, d) Kombination der elementaren Effekte	11
Abbildung 7:	Laminare Rohrströmung bei Partikeltransport im Gleichgewichtszustand	22
Abbildung 8:	Analysefenster dieser Arbeit	25
Abbildung 9:	Modellaufbau der Parameterstudie	27
Abbildung 10:	Diskretisierung des stationären CFD-Modells als Grundlage der Parameterstudie.....	33
Abbildung 11:	Validierungsfall 1: Partikeltranslation in ruhendem Fluid nahe einer Wand	36
Abbildung 12:	Validierungsfall 2: Ruhende Partikel in wandnaher Fluidströmung	37
Abbildung 13:	Validierungsfall 3: Partikelrotation und gleichzeitige Partikeltranslation in ruhendem Fluid.....	37
Abbildung 14:	Validierungsfall 4: Partikelrotation in ruhendem Fluid nahe einer Wand...	38
Abbildung 15:	Auftriebskraft für $d_p = 30 \mu\text{m}$, $\Omega = 0 \text{ 1/s}$ und $T_f = 250 \text{ }^\circ\text{C}$, Korrelationsergebnisse nach Gl. (2-11).....	39
Abbildung 16:	Vorhersagefehler der Simulationsergebnisse durch Korr. (2-11), in Superposition mit (2-10) (Auftriebskraft), durch Korr. (2-14), in Kombination mit (2-17) (Widerstandskraft), durch Korr. (2-18) (Moment).....	40
Abbildung 17:	Kumulierter Anteil der rel. Vorhersagefehler des Modells M1 und aktueller Korrelationen	44
Abbildung 18:	Mediane der rel. Fehler des Performancetests.....	44
Abbildung 19:	Overset-Mesh-Konfiguration	46
Abbildung 20:	Zelltypen der Overset-Mesh-Konfiguration. Bezug auf die Hintergrundregion (links) und Overset-Region (rechts).....	47
Abbildung 21:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$, $\Omega = 0 \text{ 1/s}$, $\alpha_{vel} = 0,5 \text{ }^\circ$	49
Abbildung 22:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$, $\Omega = 0 \text{ 1/s}$, $\alpha_{vel} = [3; 9,9; 26,7] \text{ }^\circ$, TF21, MF15	49
Abbildung 23:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$, $\Omega = \pm[60000, 2300000] \text{ 1/s}$, $\alpha_{vel} = 3 \text{ }^\circ$, TF21, MF15	50

Abbildung 24:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $\Omega = \pm 2300000$ 1/s, $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$, TF21, MF15	51
Abbildung 25:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]$ °C, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$, TF1000, MF15	52
Abbildung 26:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]$ °C, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 0,05^\circ$, TF1000, MF15	53
Abbildung 27:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebskraft im nicht isothermen Fall, TF1000.....	54
Abbildung 28:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]$ °C, $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 2300000$ 1/s, $\alpha_{vel} = 3^\circ$, TF1000, MF15.....	55
Abbildung 29:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebskraft im nicht isothermen Fall, TF250.....	56
Abbildung 30:	Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 150, 250]$ °C, $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 0,5^\circ$, TF250, MF15.....	56
Abbildung 31:	Übersicht zu den experimentellen Untersuchungen	59
Abbildung 32:	Partikelgrößenverteilung (links) und REM-Aufnahme (rechts) der verwendeten Pulverfraktion.....	61
Abbildung 33:	Zuführereinheit im Schnitt	62
Abbildung 34:	Simulation des Druckverlustes im Kapillarrohr, Skizze (links) und Versuchsstand im Zustand 1 für Messungen an der MS1 (rechts).....	63
Abbildung 35:	Übersicht Versuchsstand im Zustand für Messungen an der MS2	64
Abbildung 36:	Kapillarrohr und Kupfermantel (links), Kapillarrohrtemperatur (rechts)	64
Abbildung 37:	Studie zum Einfluss der Kapillarrohr-Wandstärke bei $T_\infty = 250$ °C und $\dot{m}_f = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Kg/s, Simulationsmodell (links) und Fluidtemperatur (rechts)	65
Abbildung 38:	Partikelstreulichtmessung (links) und Partikelschattenmessung (rechts)..	67
Abbildung 39:	Versuchsaufbau zur Generierung von Testbildern	68
Abbildung 40:	Aufnahmen bei unterschiedlichen Belichtungsstrategien, Auflichtverfahren (oben) und Durchlichtverfahren (unten).....	69
Abbildung 41:	Bildverarbeitung (Bilder A-D) und Partikeldetektion (Bild E).....	70
Abbildung 42:	Optischen Zusammenhänge des Durchlichtverfahrens	71
Abbildung 43:	$I(x, y = 0, z)$ hinter der Objektebene für $d_p = 25$ μ m	73
Abbildung 44:	Berechnetes (links) und gemessenes (rechts) Interferenzmuster hinter Partikel, $Z = 12$ mm, Gegenstandsweite = 57 mm, Blendenzahl = $f/2,8$.	74
Abbildung 45:	Links: Simulierte Lichtverteilung der Subpixel-Matrix im Vergleich mit berechneter Position (roter Kreis) für den Fall 1.....	75
Abbildung 46:	Links: Simulierte Lichtverteilung der Subpixel-Matrix im Vergleich mit berechneter Position (roter Kreis) für den Fall 2.....	76

Abbildung 47:	Mittlere Abweichungen berechneter Positionen mit der PMC-Methode (Werte oberhalb von 50 μm nicht dargestellt).....	77
Abbildung 48:	Messdatenverarbeitung (PTV-Verfahren).....	78
Abbildung 49:	Studie zu den Aufnahmeparametern f, t_b, H und B ($\vartheta_{pos} = 0,3 \text{ mm}$, $\vartheta_{vel} = 20 \%$).....	79
Abbildung 50:	Skizze zweier Partikeln im Messgebiet mit gleicher Geschwindigkeit bei unterschiedlichen Startpositionen	80
Abbildung 51:	Gleichförmigkeit Partikeleigenschaften im Messgebiet (Verfahren 2).....	82
Abbildung 52:	Partikeleigenschaften für T21 und MF13 (MS1, $n_p = 500$).....	83
Abbildung 53:	Partikeleigenschaften für T21 und MF13 (MS2, $n_p = 500$).....	84
Abbildung 54:	Partikeleigenschaften an MS1 (Projektionsrichtungen 0° und 90° gemittelt)	86
Abbildung 55:	Partikeleigenschaften an MS2 (Projektionsrichtungen 0° und 90° gemittelt)	87
Abbildung 56:	Anteil $ X_x < D/8$ (links) und Anteil $ w_{i,y} > 0,75 \cdot \max(w_y)$ (rechts)	89
Abbildung 57:	Übersicht zur Analyse des Partikelstroms	90
Abbildung 58:	Messgrößenabhängigkeit vom Partikelstrom ($t_m = t_{löschen}/90$).....	91
Abbildung 59:	Das statische Messverfahren.....	94
Abbildung 60:	Detektierte Segmente für $Th_{st} = 190$	95
Abbildung 61:	Anteil K (links) und \bar{d}_{seg} , \bar{Ar}_{seg} und $1/\bar{Sp}_{seg}$ (rechts) in Abhängigkeit von Th_{st} mit $d_{seg} > 15 \mu\text{m}$	96
Abbildung 62:	Exemplarische Anwendung der Watershed Segmentierung zur Trennung von Pixel-Segmenten.....	97
Abbildung 63:	Verteilung von Sp_{seg} und $1/Ar_{seg}$	98
Abbildung 64:	Vergleich der Verteilungen von d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} für $ X_{x,sub} < D/8 $ und $ X_{x,sub} > D/8 $ bei unterschiedlichen Prozessparametern.....	99
Abbildung 65:	Formen zur Analyse der Fehler durch Auflösung	102
Abbildung 66:	Fehler durch Auflösung der Partikelform	102
Abbildung 67:	Methodik des Kapitels 4	104
Abbildung 68:	Übersicht zur Strömungsregion des Versuchsstandes	105
Abbildung 69:	Axiale Entwicklung von $v_{max,sim}/v_{max,Poiseuille}$ für unterschiedliche Gas-massenströme (links), Radiale Verteilung von v für MF15 an der axialen Position der MS1 (rechts)	106
Abbildung 70:	CFD-Modell des Euler-Lagrange-Verfahrens	107
Abbildung 71:	Definition der Partikeleigenschaften vor und nach der Kollision mit einer planaren Wand	111
Abbildung 72:	Oberflächenmessung nach DIN 4768 (oben) und rel. Häufigkeit der Rauheitswinkel $\gamma_{gemittelt \text{ über } 30 \mu\text{m}}$ (unten).....	112

Abbildung 73:	Illustration der multiplen Partikel-Wand-Stöße, a) Partikel bewegt sich nach erstem Stoß weiter in Richtung Wand ($\alpha_{w,2}^+ < 0$), b) Partikel bewegt sich nach erstem Stoß weg von der Wand ($\alpha_{w,2}^+ > 0$)	113
Abbildung 74:	Validierung der Gl. (4-12).....	114
Abbildung 75:	Prozedur zur Bestimmung der Partikel-Wand-Kollisionsparameter	115
Abbildung 76:	Messtechnisch erfasste Partikeleigenschaften bei einer Partikel-Wand-Kollision	116
Abbildung 77:	Einfallswinkel und -geschwindigkeit individueller Partikeln ($\alpha_{w,1} = 4,6^\circ$) im Messgebiet.....	117
Abbildung 78:	Abweichung zwischen der mittleren Austrittsgeschwindigkeit und der Austrittsgeschwindigkeit individueller Partikeln	118
Abbildung 79:	Beziehungen zwischen realer, gemessener und simulierter Häufigkeitsverteilung bei exemplarisch homogener Partikelverteilung H_R	119
Abbildung 80:	Prozedur zur Validierung des Simulationsmodells.....	121
Abbildung 81:	Normierte Häufigkeitsverteilungen $H_P(w_{ax}, x)$ an MS1, Links: Projektion in y-Richtung, Rechts: Projektion in 90° zur y-Richtung	122
Abbildung 82:	Projektion der radialen Partikelgeschwindigkeitskomponente	123
Abbildung 83:	$\alpha_{vel,start}$ in Abhängigkeit von w_{ax} und x an MS1 (links: MF05, rechts: MF13)	124
Abbildung 84:	Häufigkeitsverteilungen $H_S(w_{ax}, r)$ an MS1 für MF05 (links) und MF13 (rechts)	125
Abbildung 85:	Fluideigenschaften der Validierungsfälle im Rohrzentrum.....	126
Abbildung 86:	Anteile der Gruppe ① an MS2 nach Gl. (3-12). Validierung der Simulationsergebnisse anhand von Messergebnissen an der MS2 (links), Simulationsergebnisse ohne scherinduzierter Partikelauftriebskraft (rechts)....	127
Abbildung 87:	Eigenschaften individueller Partikeln ($Re_L = 500, T_f = 250^\circ\text{C}$)	128
Abbildung 88:	Eigenschaften individueller Partikeln ($Re_L = 150, T_f = 250^\circ\text{C}$)	129
Abbildung 89:	Eigenschaften individueller Partikeln unterschiedlicher Größe und Rotationsbedingungen für $Re_L = 150$ und $T_f = 250^\circ\text{C}$	130
Abbildung 90:	(In-)stabile Trajektorien nach Störimpuls (links) und bei radialer Beschleunigung (rechts) mit $Re_L = 800, T_f = 250^\circ\text{C}$ und $d_p = 40\ \mu\text{m}$	131
Abbildung 91:	Stabilitätsgrenzen bei Störimpuls (links) und radialer Beschleunigung (rechts).	131
Abbildung 92:	Partikeltrajektorien für $w_{rad,störung} = 0,05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, T_f = 250^\circ\text{C}$ und $Re_L = 50$..	133
Abbildung 93:	Exemplarisches Partikelverhalten nach Partikel-Wand-Kollisionen	135
Abbildung 94:	Anteil fokussierter Partikeln nach vorheriger Kollision mit einer Wand	136
Abbildung 95:	Fluidrotation ω im Einlassbereich des Rohres im Fall eines sprunghaften Anstiegs der Wandtemperatur (links) und dem Fall K (rechts) mit $T_W = 1000^\circ\text{C}$, MF15	139
Abbildung 96:	Geschwindigkeitsprofil im Einlassbereich für den Fall K mit $T_W = 1000^\circ\text{C}$, MF15	139

Abbildung 97: Fluideigenschaften im Rohrzentrum.....	140
Abbildung 98: Stabilitätsgrenzen bei Störimpuls (unten) und radialer Beschleunigung (oben).....	141
Abbildung 99: Mittlere Faktorstufen der Grenzlösungen für Partikeleigenschaften am Eintritt	145
Abbildung 100: Variation der summierten Startbedingungen durch Temperaturdifferenzen zwischen Partikel und Fluid ($T_w = 1000\text{ °C}$, Fall K)	146
Abbildung 101: Min. Partikeltemperatur am Rohraustritt.....	148
Abbildung 102: Min. Partikelgeschwindigkeiten am Rohraustritt.....	149
Abbildung 103: Max. radiale Partikelpositionen am Rohrauslass.....	150
Abbildung 104: Max. Auslenkung der Partikeln (ohne Wandkollision) durch eine radiale Störung.....	151
Abbildung 105: Verzögerung (links) und Abkühlung (rechts) der Partikeln zwischen dem Rohraustritt und dem Substrat	152
Abbildung 106: Radiale Auslenkung der Partikeln durch radiale Fluidströmung zwischen dem Rohrauslass und dem Substrat	153
Abbildung 107: Partikelverteilung (bezogen auf x und w_x) an MS2 zweier 90° zueinander versetzten Projektionsrichtungen für die Faktorstufe T21 (dynamisches Messverfahren).....	161
Abbildung 108: Partikelverteilung (bezogen auf x und w_x) an MS2 zweier 90° zueinander versetzten Projektionsrichtungen für die Faktorstufe T250 (dynamisches Messverfahren).....	162
Abbildung 109: Messgrößenabhängigkeit vom Partikelstrom ($t_m = t_{löschen}$).....	163
Abbildung 110: Einfluss von Thermophorese auf die Partikeltrajektorien ($d_p = 20\text{ }\mu\text{m}$) für MF15 im Fall K (konstante Wandtemperatur, links) und im Fall L (linear ansteigende Wandtemperatur von 21 °C auf 1000 °C , rechts).....	164
Abbildung 111: Partikeltrajektorien und -geschwindigkeiten bei unterschiedlichen Zeitdiskretisierungen und radialen Partikelstartgeschwindigkeiten $w_{x,rad}$ ($w_{ax,start} = 8\text{ m/s}$, $\alpha_{vel} = 0^\circ$, T250, MF087).....	165
Abbildung 112: Partikeltrajektorien und -geschwindigkeiten bei unterschiedlichen Zeitdiskretisierungen und Startwinkeln $\alpha_{vel,start}$ ($w_{ax,start} = 11\text{ m/s}$, T250, MF087, $\gamma = 0^\circ$).....	165

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Fluideigenschaften.....	30
Tabelle 2:	Diskretisierungsstufen des CFD-Modells	34
Tabelle 3:	Einfluss der Diskretisierungsstufen und unterschiedlicher Parameter auf die Zielgrößen der Parameterstudie.....	35
Tabelle 4:	Rotationsinduzierte Auftriebskraft für MF05, TF1000, $\alpha_{vel} = 0,05^\circ$, $X_{rad} = 2,5$ mm	55
Tabelle 5:	Aufheizwege für $T_p = 150^\circ\text{C}$ (TF250) bzw. $T_p = 550^\circ\text{C}$ (TF1000).....	58
Tabelle 6:	Aufnahmeparameter	79
Tabelle 7:	Ergebnisse des t-testes und des Wilcoxon Rangsummentests	101
Tabelle 8:	Materialdaten AlSi10Mg (T_p in [K])	109
Tabelle 9:	Bedingungen und Größen des Wand-Kollisions-Modells ($\Delta\gamma = 4,9^\circ$).....	118
Tabelle 10:	Anteil defokussierter Partikeln nach vorheriger Fokussierung.....	137
Tabelle 11:	Faktorstufen in Bezug auf die disperse und kontinuierliche Phase.....	142
Tabelle 12:	Grenzlösungen für Startbedingungen der Partikeln (Fall K)	143
Tabelle 13:	Grenzlösungen für Startbedingungen der Partikeln (Fall L).....	144
Tabelle 14:	Startbedingungen im nicht isothermen Fall ($T_w = 1000^\circ\text{C}$, Fall K).....	166

Abkürzungsverzeichnis

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
Diff.	Differenz
DS	Diskretisierungsstufe (stationäres CFD-Modell)
Gl.	Gleichung
GRL	Grenzlösung
GRLR	Grenzlösung mit reduzierten Kräften
Korr.	Korrelation
MS1 bzw. MS2	Messstelle 1 bzw. Messstelle 2
MF + Wert	Massenfluss des Fluids + Wert in 10^{-5} kg/s
NaN	<i>Not a Number</i>
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
PMC	<i>Particle Mask Correlation</i>
PTV	<i>Particle tracking velocimetry</i>
REM	Rasterelektronenmikroskop
T + Wert	Temperaturvariante experimenteller Untersuchungen + T_w in °C
TF + Wert	Temperatur des Fluids ($T_{f,\infty}$) + Wert in °C

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

a_f	Fluidbeschleunigung
A_p	Partikeloberfläche
a_p	Partikelbeschleunigung
A_{seg}	Fläche eines Segmentes auf dem Substanz
Anz_p	Parameter zur Kalkulation von J
Anz_{pos}	Anzahl $X'_{f,g}$ einer Partikel im Messgebiet
Ar_{seg}	Seitenverhältnis einer dem Segment angepassten Ellipse
B bzw. b_{MV}	Breite des Messgebietes bzw. -volumens
Bi	Biot-Zahl
c_{Mol}	Relativgeschwindigkeit zwischen Gasmolekülen
c_p	Spez. Wärmekapazität
$c_{p,mod}$	Modifizierte spez. Wärmekapazität
C	Interpolationszielgröße des Modells M1
C_D	Widerstandskoeffizient
$C_{D,0}$	Widerstandskoeffizienten im symmetrischen Fall
C_D'	Widerstandskoeffizienten im unsymmetrischen Fall
ΔC_D^W	Wandinduzierte Änderung des Widerstandskoeffizienten
C_L	Auftriebskoeffizient
$C_{L\omega}$	Auftriebskoeffizient (induziert durch Fluidscherung)
$C_{L\Omega}^U$	Auftriebskoeffizient (induziert durch Partikelrotation)
C_{Lu}^W	Auftriebskoeffizient (induziert durch Wand)
C_M	rotatorischer Koeffizient
d	Durchmesser allgemein
d_{10}	10%-Quantil der Pulverfraktion
d_{90}	90%-Quantil der Pulverfraktion
d_p	Partikeldurchmesser
d_{seg}	Äquivalenter Durchmesser $d_{seg} = 2 \cdot \sqrt{A_{seg}/\pi}$
D	Rohrdurchmesser
\tilde{D}	normierter Rohrdurchmesser $\tilde{D} = D/d_p$
e	Eulersche Zahl
e_{st}	Stoßkoeffizient
en	Einheitsvektor
E	Unterschied der Mediane zweier Gruppen
E_e	Gesamtenergie pro Masse
E_{sch}	Schmelzenthalpie
f	Aufnahmefrequenz (PMC-Methode)
f_b	Körperkraft pro Masse
f_L	Korrekturfaktor
f_r	Regressionsgerade (statisches Messverfahren)
F_{Basset}	Basset-Kraft
F_D	Widerstandskraft

$F_{D,Stokes}$	Widerstandskraft nach Stokes
F_{Druck}	Widerstandskraft durch Druckgradienten
F_G	Gewichtskraft
F_L	Auftriebskraft
F_T	Kraft durch Thermophorese
$F_{virtuelleMasse}$	virtuelle Massenkraft
g	Erdbeschleunigung ($9,81 \text{ m/s}^2$)
G	Abstand zwischen Substrat und Rohrauslass
h	h-Wert (t-test und Wilcoxon Rangsummentest)
h_L	Korrekturfaktor
H	Höhe des Messvolumens (dynamisches Messverfahren)
H_P	gemessene Häufigkeitsverteilung
H_R	reale Häufigkeitsverteilung
H_S	simulative Häufigkeitsverteilung
I	Lichtintensität
I_m	Intensität der Maske (PMC-Methode)
$I_{pix,max}$	Parameter zur Kalibrierung der PMC-Methode
I_r	einfallende Strahlung
$I_{th,s}$	Skalierungsintensität (PMC-Methode)
$I_{Rauschen}$	Intensitäten von Aufnahmen ohne Partikeln
$I_{Rauschen}$	Intensitäten von Aufnahmen ohne Partikeln
I_σ	Einheitstensor
J	Partikelstrom
J^*	approximierter Partikelstrom
J_{grenz}	Partikelstromgrenzwert
J_L	Funktion, definiert von McLaughlin (1991), Gl. (2-7)
k_0	$2\pi/\lambda$
k_f	thermische Leitfähigkeit (Fluid)
k_n, k_{n-1}, \dots	Bezeichnung für konkrete Kollision
k_p	thermische Leitfähigkeit (Partikel)
k_x	Fourier-Frequenz
k_y	Fourier-Frequenz
K_I	Faktor zur Berechnung der Lichtintensität
Kn	Knudsen-Zahl $Kn = \lambda'/d_p$
l	Längenmaß
L	Partikel-Wand-Abstand
L_{τ_p}	charakteristische Länge $L_{\tau_p} = v\tau_p/e$
\tilde{L}_ω	Magnus-Länge $\tilde{L}_\omega = (v/\omega)^{1/2}$
L_ω	normierter Wandabstand über $L_\omega = L_R/\tilde{L}_\omega$
\tilde{L}_Ω	Saffman-Länge $\tilde{L}_\Omega = (v/\Omega)^{1/2}$
L_Ω	normierter Wandabstand über $L_\Omega = L_R/\tilde{L}_\Omega$
L_R	normierter Partikel-Wand-Abstand $L_R = L/d_p$
\tilde{L}_u	Oseen-Länge $\tilde{L}_u = v/ v_{rel} $
L_u	normierter Wandabstand über $L_u = L_R/\tilde{L}_u$
\dot{m}_f	Fluidmassenstrom
m_p	Partikelmasse

M	Moment
n	Partikelanzahl
$n_{V2,eff}$	Effektive Anzahl auswertbarer Partikelverschiebungen (Verfahren 2)
$n_{V2,max}$	Anzahl maximal auswertbarer Partikelverschiebungen (Verfahren 2)
$n_{V2,min}$	Anzahl mindestens auswertbarer Partikelverschiebungen (Verfahren 2)
p	Druck
p_0	Umgebungsdruck (1,013 bar)
p_{Ar}	p-Wert (Ar_{seg}) (Wilcoxon Rangsummentest)
p_{Dp}	p-Wert (d_{seg}) (t-test und Wilcoxon Rangsummentest)
p_{gl}	Glättungsparameter für Glättungs-Spline
p_{outlet}	Druck am Rohrauslass
p_r	Referenzdruck
p_{sp}	p-Wert (Sp_{seg}) (Wilcoxon Rangsummentest)
P_{eff}	Verteilungsfunktion des Wandwinkels γ
$P_{nV2,max}$	Wahrscheinlichkeit für $n_{V2,max}$ (Verfahren 2)
$P_{nV2,min}$	Wahrscheinlichkeit für $n_{V2,min}$ (Verfahren 2)
$PO_{S_{vel},in}$	Position der Strömungsrandbedingungen (stationäres CFD-Modell)
$Q_{d,k}$	Wärmetransport durch Diffusion und Konvektion
Q_{ges}	gesamter Wärmetransport
Q_r	Wärmetransport durch Strahlung
q	spezifischer Wärmefluss nach dem Fourierschen Gesetz
r	Abstand zum Rohrzentrum
R	Korrelationskoeffizient
R_g	spezifische Gaskonstante
R_r	Rotationsrate $R_r = Re_{p,\Omega}/Re_{p,s}$
R_r'	Hilfswert (Interpolationsmodell M1) $R_r' = \Omega/\omega$
$R_{Rauschen}$	Korrelationskoeffizienten von Aufnahmen ohne Partikeln
Re_L	Rohr Reynoldszahl
Re_p	Partikel-Reynoldszahl
$Re_{p,\Omega}$	Rotatorische Partikel-Reynoldszahl
$Re_{p,s}$	Translatorische Partikel-Reynoldszahl
$Re_{p,\omega}$	Partikel-Reynoldszahl basierend auf der Fluidscherung
RZ	Repräsentationszahl
s	Rotationsachse Partikel
S_{wk}	Zufallszahl einer Gleichverteilung
S	Rohrlänge
$S_{P.R.}$	Länge der Partikeln nahen Region (stationäres CFD-Modell)
S_I	Skalierungsfaktor für Testbilder der PMC-Methode
Sp_{seg}	praktische Sphärizität eines Segmentes auf dem Substrat
t	Zeit
$t_{Aufnahme}$	Gesamtzeit einer Aufnahme
t_b	Belichtungszeit
t_m	Zeitspanne von t'_m

t'_m	Zeitintervall zur Kalkulation von J
$t_{löschen}$	Parameter zur Kalkulation von J
t_m	Länge des Zeitintervalls t'_m (Partikelstromanalyse)
t'_m	Zeitintervall zur Berechnung des Partikelstroms
t_{MV}	Tiefe des Messvolumens (dynamisches Messverfahren)
T	Temperatur
T_f	Fluidtemperatur
$T_{f,\infty}$	Fluidtemperatur ohne Partikeleinfluss
T_{krit}	Kritische Temperatur für einen Partikelaufrag
$T_{liquidus}$	Liquidus-Temperatur der Partikel
T_p	Partikeltemperatur
$T_{p,0}$	Partikeltemperatur zum Zeitpunkt $t = 0s$
$T_{p,Auslass}$	Partikeltemperatur am Rohrauslass
$T_{solidus}$	Solidus-Temperatur der Partikel
$T_{w,gemessen}$	Wandtemperatur (gemessen)
T_W	Maximale Wandtemperatur
Th_{st}	Intensitätsgrenze (statisches Messverfahren)
U_{ideal}	Umfang eines idealen Kreises
U_{seg}	Umfang eines Segmentes auf dem Substart
v	Fluidgeschwindigkeit
$v_{Poiseuille}$	Fluidgeschwindigkeit nach Hagen-Poiseuille
v_{rel}	Relativgeschwindigkeit $v_{rel} = v - w$
v_{sed}	Sedimentationsgeschwindigkeit
w	Partikelgeschwindigkeit
W	Rohrwandstärke
w_0	Geschw. an Partikeloberfläche, bedingt durch Ω
w'_f	Partikelgeschwindigkeit im Messgebiet (Verfahren 2)
$w_{x,korr}$	w_x , korrigiert um χ
$Werte$	äquidistante Werte des Interpolationsmodells Modell M1
x	x-Koordinate
X	Partikelposition
$X'_{f,g}$	Partikelposition im Messgebiet (gemessen)
$X'_{f,i}$	Partikelposition im Messgebiet (interpoliert)
$X'_{reg,k,start,x}, X'_{reg,k,ende,x}$	Interpolierte Partikelposition am Rand des Messgebietes
$X'_{Rohrachse,x}$	Position der Rohrachse im Messgebiet
y	y-Koordinate
z	z-Koordinate
Z	Abstand zwischen Objektebene und Bildebene
Z_{seg}	Zentrum des Pixel-Segmentes

Griechische Symbole

α	Irrtumswahrscheinlichkeit
α_{vel}	Winkel zwischen w_{ax} und w_{rad}
$\alpha_{wx,wy}$	Winkel zwischen w_x und w_y

α_w	Einfalls- bzw. Ausfallswinkel einer Partikel-Wandkollision
α_w^+	Winkel nach Partikel-Wandkollision
γ	Wandwinkel
$\Delta\gamma$	Standardabweichung des Wandwinkels
γ_{eff}	effektiver Wandwinkel
ε	dimensionsloses Längenverhältnis $\varepsilon = \tilde{L}_u/\tilde{L}_\omega$
ε_p	Emissionsgrad der Partikel
ϑ_{pos}	Parameter zur Fusion zweier Reihen von Partikelpositionen
θ_p	Parameter zur Kalkulation von J
θ_r	Strahlungstemperatur
θ_v	Auflösungsstufe (PMC-Methode)
ϑ_{vel}	Parameter zur Fusion zweier Reihen von Partikelpositionen
λ	Thermische Leitfähigkeit
λ'	mittlere freie Weglänge
λ''	Wellenlänge
λ_f	Thermische Leitfähigkeit des Fluides
λ_s	Thermische Leitfähigkeit der Partikel
μ bzw. η	dynamische Viskosität
μ'	Reibungskoeffizient
μ_0	statischer Reibungskoeffizient
μ_d	dynamischer Reibungskoeffizient
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte
σ	Gesamtspannungstensor
σ_m	Standardabweichung der Maske (PMC-Methode)
σ_{st}	Stefan-Boltzmann-Konstante ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$)
τ	Schubspannungstensor
τ_p	Partikelrelaxationszeit
χ	Faktor zur Korrektur von w_x
Ψ_p	komplexe Amplitude einer Welle im Bildbereich
ψ_p	komplexe Amplitude einer Welle im Originalbereich
ω	Wirbelstärke/Scherrate des Fluids
Ω	Partikelwinkelgeschwindigkeit
Ω_{free}	Partikelwinkelgeschwindigkeit mit $M = 0 \text{ Nm}$

Indizes

1 bzw. 2	Kollisionsmodell: Wert vor bzw. nach Wandkollision
<i>abs</i>	absoluter Wert
<i>ax</i>	Wert in axialer Richtung
<i>f</i>	Wert ist bezogen auf das Fluid
<i>ideal</i>	Wert ist bezogen auf ideal sphärische Kugel bzw. Kreis
<i>max</i>	maximaler Wert
<i>min</i>	minimaler Wert

<i>MS1</i>	Wert an Messstelle 1
<i>p</i>	Wert ist bezogen auf die Partikel
<i>rad</i>	Wert in radialer Richtung
<i>rel</i>	relativer Wert
<i>seg</i>	Wert eines Segmentes auf dem Substrat
<i>start</i>	Wert ist Startbedingung für Partikeltrajektorie
<i>störung</i>	Wert ist radiale Störung
<i>sub</i>	Wert ist bezogen auf das Substrat
<i>th</i>	Grenzwert
<i>x</i>	Wert in x-Richtung
<i>y</i>	Wert in y-Richtung
<i>z</i>	Wert in z-Richtung

Weitere Konventionen

$ $	Vektorlänge (Euklidische Norm)
$-$	arithmetischer Mittelwert
\rightarrow	Vektor
$[]$	ganzzahlige Abrundungsfunktion
\mathcal{F}	Fourier-Transformation
Fettdruck	Tensor zweiter Stufe

1 Einleitung

Im Bereich der Mikrofluidik ist die Fokussierung von Partikeln in einer Rohr- oder Kanalströmung oft ein notwendiger Schritt zur Erkennung, Zählung oder Analyse der Partikel. Die am weitesten verbreitete Methode zur Fokussierung ist die Mantelgasstrom-Fokussierung. Hierbei wird mindestens eine partikelfreie Mantelgasströmung verwendet, um den Partikelsuspensionsstrom innerhalb der Leitung einzuschnüren. Methoden ohne Mantelgasstrom basieren typischerweise auf Partikelkräften, aus denen ein gewünschtes Partikelverhalten resultiert. Letztere Verfahren basieren meistens auf einer nicht geraden, komplexeren Kanalgeometrie oder auf äußeren Einwirkungen durch elektrische als auch magnetische Felder oder akustische Wellen. Weitere Informationen können in den Zusammenfassungen von Xuan et al. (2010) und Zhang et al. (2020) nachgelesen werden.

Apparaturen sollten idealerweise eine minimale Anzahl an Komponenten mit einfacher Kanalgeometrie ohne Mantelgasstrom aufweisen. In der Literatur sind Beobachtungen beschrieben, welche in diesem Kontext von besonderem Interesse sind (Oliver 1962; Repetti und Leonard 1964; Jeffrey und Pearson 1965; Karnis et al. 1966; Tachibana 1973; Aoki et al. 1979; Lipatov et al. 1989): Bei Arbeiten mit vertikaler Rohrströmung wurden Fluid und Partikeln höherer Dichte in Richtung oder entgegen des Gravitationsfeldes durch ein Rohr geleitet. Die Sedimentationsgeschwindigkeit der Partikeln führte dazu, dass die Partikeln das Rohr im Vergleich zum Fluid entweder schneller oder langsamer passierten (je nach vertikaler Fluidströmungsrichtung). Im letzteren Fall konnte qualitativ beobachtet werden, dass die Partikeln in Richtung des Rohrzentrums transportiert wurden. Durch ein elektrisches Feld imitierten Kim und Yoo das Gravitationsfeld und fokussierten auf diese Weise Partikeln (Kim und Yoo 2009a) und Blutzellen (Kim und Yoo 2009b). Dieses Verfahren wurde kürzlich von Qin et al. (2023) für Partikelgrößen von $1\ \mu\text{m}$ simulativ untersucht.

Die Fokussierung der Partikeln bei dem zuvor beschriebenen Verfahren kann mit der scherinduzierten, dynamischen Auftriebskraft \vec{F}_L erklärt werden. Diese Kraft resultiert aus dem Geschwindigkeitsgradienten der Fluidströmung, welcher zu einer asymmetrischen Druck- und Schubverteilung an der Partikeloberfläche führt. Ist die Partikelgeschwindigkeit \vec{w} bei gleicher Bewegungsrichtung kleiner (größer) als die Fluidgeschwindigkeit \vec{v} einer umgebenen linearen Scherströmung, wirkt die Auftriebskraft in Richtung des größeren (kleineren) Geschwindigkeitsniveaus der umgebenen Strömung quer zur Hauptströmungsrichtung (Shi et al. 2021). Da das Geschwindigkeitsniveau einer laminaren Rohrströmung stetig von den Rohrwandungen bis ins Rohrzentrum zunimmt, wirkt die scherinduzierte Auftriebskraft daher qualitativ in Richtung des Rohrzentrums, sofern die Partikeln bei gleicher Bewegungsrichtung axial langsamer

als die Fluidströmung sind (Abbildung 1). Dies fokussiert die Partikel schließlich im Kapillarrohr.

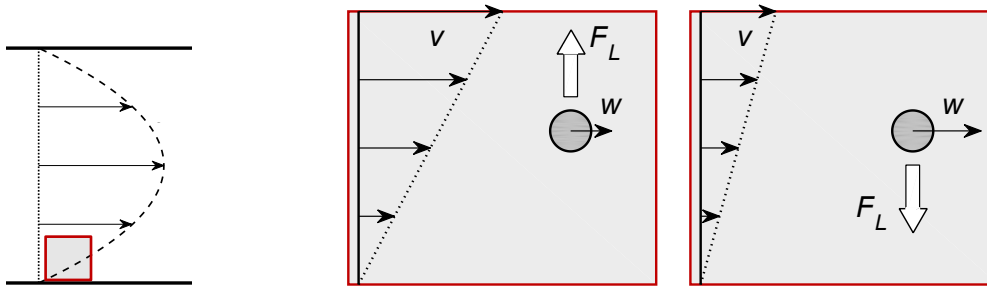


Abbildung 1: Qualitative Wirkweise der scherinduzierten Auftriebskraft (rechts) in einer Rohrströmung (links)

In dieser Arbeit wird ein neuartiges Verfahrenskonzept untersucht, mit welchem Partikeln in äquivalenter Weise mit Hilfe der scherinduzierten Auftriebskraft in einem Kapillarrohr fokussiert werden. Im Gegensatz zu dem zuvor beschriebenen Verfahren wird jedoch kein externes (elektrisches) Feld verwendet. Bei dem Verfahrenskonzept wird die Fokussierung über den Druckverlust im Kapillarrohr erreicht, welcher zu einer permanenten Beschleunigung der laminaren Rohrströmung führt. Dieser beschleunigten Strömung eilen die Partikeln dauerhaft nach, sodass diese durch die scherinduzierte Auftriebskraft ohne Wandkollision durch das Rohr transportiert werden. Zusätzlich wird das Kapillarrohr erhitzt, was zu einer Steigerung der Strömungsbeschleunigung führt.

Der Transport der Partikeln durch das erhitzte Kapillarrohr wird bei dem Verfahren außerdem genutzt, um die Partikeln gezielt zu beschleunigen und zu erhitzen. Dies ermöglicht, die Partikeln beim Austritt aus dem Rohr additiv auf ein Substrat aufzutragen. Das Verfahren ist in Abbildung 2 illustriert.

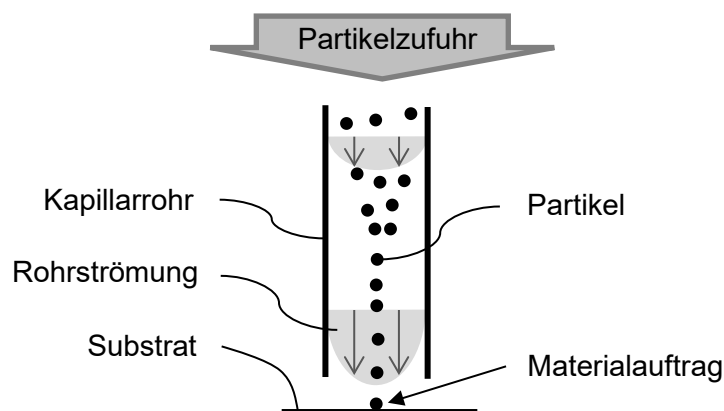


Abbildung 2: Das Verfahrenskonzept

1.1 Zielsetzung

Das Partikelverhalten im Kapillarrohr des Verfahrenskonzeptes ist potenziell von vielen Einflussfaktoren abhängig:

- Partikelform, -größe, -material,
- Verwendetes Gas,
- Gasmassenstrom,
- Rohrgeometrie,
- Temperatur (-verlauf) am Rohr,
- Partikelverteilung am Rohreinlass,
- Partikelstrom.

Außerdem ist bei dem Verfahren von einer Kopplung einiger Einflussparameter auf das Partikelverhalten auszugehen.

Ziel der vorgelegten Untersuchung ist daher die Erarbeitung eines Verständnisses zum Partikelverhalten innerhalb des Kapillarrohres. Außerdem soll die Funktionsweise des Verfahrens im Prinzip nachgewiesen werden. Zusätzlich sollen Richtlinien erarbeitet werden, mit welchen der Einsatz des Verfahrens als additives Fertigungsverfahren zielführend ist. Hierbei wird das Partikelmaterial AlSi10Mg und als Gas Argon verwendet.

Zum Erreichen der Ziele werden experimentelle und simulative Untersuchungen durchgeführt. Die experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit beziehen sich auf moderate Kapillarrohrtemperaturen zwischen 21 °C und 250 °C. Für diesen Temperaturbereich sollen Messverfahren und ein Versuchsaufbau entwickelt werden, mit welchen das Partikelverhalten experimentell für adäquate Prozessparameter untersucht werden soll.

Die erschwerte Zugänglichkeit und das opake Kapillarrohr beschränken die experimentellen Untersuchungen auf den Rohreinlass und -auslass. Außerdem sind die Partikeleigenschaften am Rohreinlass des Versuchsaufbaus nicht beliebig variabel. Daher soll außerdem ein Simulationsmodell entwickelt werden, mit dem das Partikelverhalten innerhalb des Rohres und für variable Partikeleigenschaften am Rohreinlass untersucht werden soll.

Mit Blick auf den Einsatz des Verfahrenskonzeptes als additives Fertigungsverfahren soll das Simulationsmodell zudem verwendet werden, um Untersuchungen bei Prozesstemperaturen bis 1000 °C durchzuführen. Die Erzeugung der für einen Materialauftrag notwendigen Partikeleigenschaften am Rohraustritt in Abhängigkeit der Prozessparameter und den Partikeleigenschaften am Rohreingang steht hierbei im Vordergrund.

1.2 Methodisches Vorgehen

Das methodische Vorgehen dieser Arbeit ist in Abbildung 3 illustriert und wird im Folgenden erläutert.

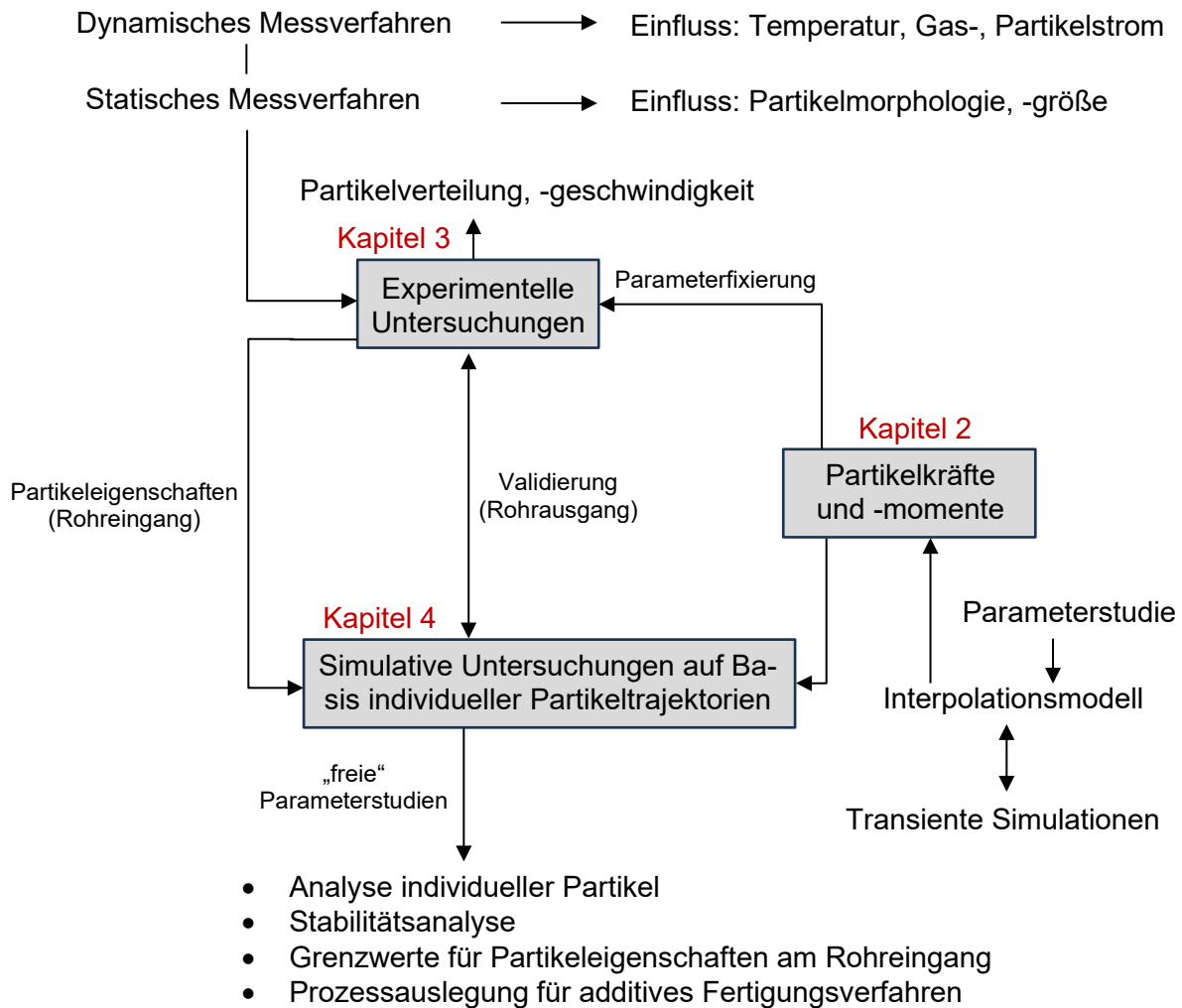


Abbildung 3: Aufbau der Arbeit

Kapitel 2: Partikelkräfte und -momente

- In Kapitel 2 wird ein Überblick über den Stand der Technik in Bezug auf verfügbare Korrelationen (Korr.) zur Berechnung der Partikelkräfte und -momente gegeben. Diese bilden die Grundlage für alle weiteren Analysen zum Partikelverhalten im Kapillarrohr.
- Mit Hilfe dieser Korr. werden in Kapitel 2.2 adäquate Prozessparameter für die weiteren Untersuchungen dieser Arbeit abgeschätzt. Festgelegt werden hier die Parameter(-bereiche): Partikelgrößenbereich, Gasmassenstrombereich, Rohrgeometrie.

- Die in Kapitel 2 dargestellten Korr. ermöglichen eine Abschätzung zum Partikelverhalten im Kapillarrohr. Sie eignen sich jedoch aufgrund unzureichender Gültigkeitsbereiche und Ungenauigkeiten (siehe Kapitel 2.1.6) nicht zur detaillierten Simulation von Partikeltrajektorien im Kapillarrohr. Daher werden die Partikelkräfte in Kapitel 2.3 für variable Parameter mittels stationärer CFD (*Computational Fluid Dynamics*)-Simulationen im Rahmen einer Parameterstudie bestimmt. Das hier ebenfalls entwickelte Interpolationsmodell ermöglicht, Partikelkräfte unter stationären Bedingungen für variable Parameter vorherzusagen.
- Das Interpolationsmodell aus Kapitel 2.3 zur Vorhersage von Partikelkräften unterliegt einigen Annahmen. Unter Verwendung der *Overset-Mesh* Methode (weitere Informationen hierzu im Kapitel 2.4.1) wird in Kapitel 2.4 ein transientes CFD-Simulationsmodell aufgebaut. Dieses Modell ermöglicht die Untersuchung weiterer Einflüsse auf die Partikelkräfte unter transienten Bedingungen. Mit Hilfe des transienten CFD-Simulationsmodells wird das Interpolationsmodell schließlich validiert.

Kapitel 3: Experimentelle Untersuchungen

- In Kapitel 3 werden alle experimentellen Untersuchungen der Arbeit für Temperaturen zwischen 21 °C und 250 °C dargestellt. Da ein nicht opakes Kapillarrohr verwendet wird, beziehen sich diese Untersuchungen auf die Partikeleigenschaften am Rohreinlass und -auslass.
- In Kapitel 3.3 wird das „dynamische Messverfahren“ entwickelt. Es ermöglicht die messtechnische Erfassung von Partikelgeschwindigkeiten und -verteilungen. Die Partikeleigenschaften am Rohreinlass und -auslass werden für variable Prozessparameter untersucht. Dieses Verfahren liefert außerdem Informationen darüber, ob die Ergebnisse dieser Arbeit vom Partikelstrom abhängig sind.
- In Kapitel 3.4 wird das „statische Messverfahren“ entwickelt. Hierbei werden die Partikeln nach Verlassen des Rohres auf einem Substrat fixiert und anschließend mit einem Mikroskop untersucht. Dieses Verfahren liefert Aussagen darüber, ob die Partikelform oder -größe einen Einfluss auf die Partikelverteilung am Rohrauslass hat.

Kapitel 4: Simulative Untersuchungen auf Basis individueller Partikeltrajektorien

- In Kapitel 4 wird das Verfahren durch die Berechnung individueller Partikeltrajektorien simulativ analysiert. Hierbei wird insbesondere das Interpolationsmodell des Kapitels 2 zur Berechnung der Trajektorien verwendet.
- In Kapitel 4.3 werden die experimentellen Ergebnisse am Rohreinlass verwendet, um die Partikeleigenschaften am Rohrauslass mittels Euler-Lagrange-Verfahren (weitere

Informationen hierzu im Kapitel 4) vorherzusagen. Der Vergleich von messtechnisch und simulativ ermittelten Partikeleigenschaften am Rohrauslass ermöglicht die Validierung des Simulationsmodells und der entwickelten Messtechnik.

- Während die Partikeleigenschaften am Rohreinlass bei experimentellen Analysen durch die Konstruktion eines Injektors fest vorgegeben sind, können die Partikeleigenschaften am Rohreinlass bei der simulativen Analyse frei gewählt werden. Dies ermöglicht in Kapitel 4.4 die variable Analyse individueller Partikeln innerhalb des Rohres. Hierbei werden insbesondere Grenzen von Störeinflüssen identifiziert, bis zu welchen die Partikeln durch die scherinduzierte Partikelautriebskraft im Rohr fokussiert bleiben.
- Aus der freien Parameterwahl ergibt sich außerdem die Möglichkeit, das Verfahren mit Blick auf ein additives Fertigungsverfahren für Temperaturen bis 1000 °C simulativ auszulegen. In Kapitel 4.5 werden daher Partikeleigenschaften am Rohreinlass und -auslass sowie Prozessparameter abgeleitet, bei welchen ein Materialauftrag auf einem Substrat in zukünftigen Entwicklungen ermöglicht werden kann.

2 Partikelkräfte und -momente

Zur Analyse des in dieser Arbeit vorgestellten Verfahrens sind Kenntnisse über die auf Partikeln wirkenden Kräfte und Momente von elementarer Bedeutung. In diesem Kapitel werden daher zuerst die Kennzahlen vorgestellt, mit welchen diese Kräfte und Momente charakterisiert werden können. Anschließend wird der Stand der Technik in Bezug auf die Vorhersage der Kräfte und Momente dargestellt. Auf Basis von grundlegenden Korrr. wird dann der Parameterraum des Verfahrens für diese Arbeit festgelegt. Innerhalb dieses Parameterraums wird anschließend eine Parameterstudie durchgeführt, um die Vorhersagegüte der Partikelkräfte bei variablen Gegebenheiten mit einem Interpolationsmodell zu erhöhen. Dieses Interpolationsmodell ermöglicht in weiteren Kapiteln die Simulation des Partikelverhaltens im Kapillarrohr.

Die Funktionsweise des vorgestellten Verfahrens basiert im Wesentlichen auf der Wirkweise der Strömungskräfte auf eine Partikel innerhalb einer wandbegrenzten, achsensymmetrischen Poiseuille-Strömung. Die schematische Situation ist in Abbildung 4 dargestellt.

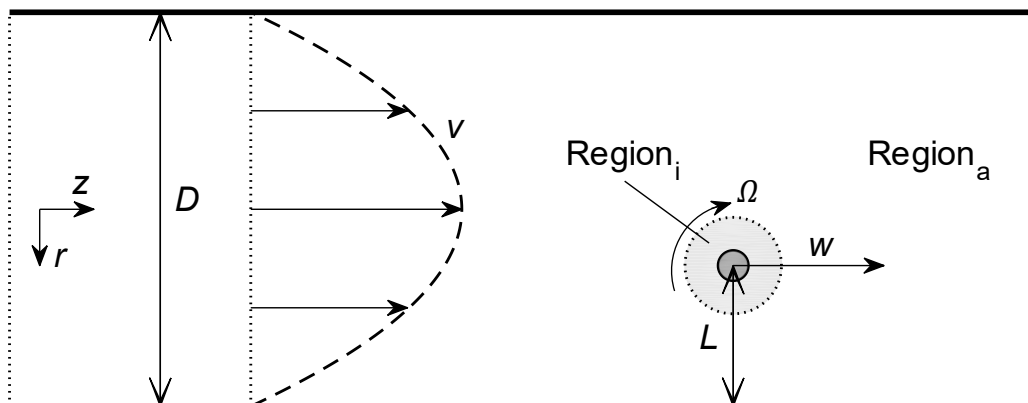


Abbildung 4: Schematische Darstellung einer Partikel innerhalb einer Rohrströmung

Eine Partikel mit dem Durchmesser d_p bewegt sich mit der Geschwindigkeit \vec{w} und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega}$ durch ein Rohr mit dem Durchmesser D , wobei der Abstand zwischen Partikelmittelpunkt und Rohrwand L beträgt. Die Partikel rotiert in dieser Arbeit ausschließlich um eine Rotationsachse senkrecht zur z - r -Ebene. Das Rohr wird laminar durchströmt, was zur Beschreibung der Fluidgeschwindigkeit über das Hagen-Poiseuille-Gesetz führt:

$$\vec{v}_{Poiseuille}(r) = v_{max} \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{D/2}\right)^2\right) \cdot \vec{e}_z. \quad (2-1)$$

Hierbei ist r der Abstand zum Rohrzentrum und \vec{e}_z der Einheitsvektor in z -Richtung. Dieses Gesetz kann direkt aus den Navier-Stokes-Gleichungen (siehe Kapitel 2.3.2) hergeleitet wer-

den (Kirby 2012). Da Haftbedingungen erfüllt sind, beträgt die Geschwindigkeit an den Rohrwandungen 0 m/s und die maximale Fluidgeschwindigkeit v_{max} befindet sich im Rohrzentrum. Hierbei ist $\vec{\omega}$ die Wirbelstärke bzw. Scherrate des Fluides in radialer Richtung. Sie wird allgemein über den Zusammenhang $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$ berechnet.

Das dargestellte Gebiet kann in unterschiedliche Regionen unterteilt werden. Die innere Region $Region_i$ beschreibt den reibungsdominierten Bereich in der Umgebung der Partikel. Außerhalb dieser Region befindet sich der äußere Bereich ($Region_a$), in dem Trägheitseffekte zunehmend von Relevanz sind. Der Abstand zu einer Partikel, bei dem viskose Effekte in der Größenordnung der Trägheitseffekte sind, wird mit der kinematischen Viskosität ν durch die Oseen-Länge $\tilde{L}_u = \nu/|\vec{v}_{rel}|$, die Saffman-Länge $\tilde{L}_\omega = (\nu/|\vec{\omega}|)^{1/2}$ und die Magnus-Länge $\tilde{L}_\Omega = (\nu/|\vec{\Omega}|)^{1/2}$ beschrieben. Hierbei ist $\vec{v}_{rel} = \vec{v} - \vec{\omega}$ die Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und Partikel. Aus diesen drei Größen lassen sich schließlich drei Partikel-Reynoldszahlen bezogen auf die Translation, Rotation und Wirbelstärke, mit $Re = d_p/\tilde{L}$ ableiten:

$$Re_{p,s} = \frac{|\vec{v}_{rel}| \cdot d_p}{\nu}, Re_{p,\omega} = \frac{|\vec{\omega}| \cdot d_p^2}{\nu}, Re_{p,\Omega} = \frac{|\vec{\Omega}| \cdot d_p^2}{\nu}. \quad (2-2)$$

Der Abstand L zwischen dem Partikelzentrum und der Wand lässt sich durch \tilde{L} ebenfalls normieren:

$$L_u = \frac{L}{\tilde{L}_u} = \frac{L \cdot |\vec{v}_{rel}|}{\nu}, L_\omega = \frac{L}{\tilde{L}_\omega} = \frac{L \cdot |\vec{\omega}|^{0,5}}{\nu^{0,5}}, L_\Omega = \frac{L}{\tilde{L}_\Omega} = \frac{L \cdot |\vec{\Omega}|^{0,5}}{\nu^{0,5}}. \quad (2-3)$$

Die Wand befindet sich somit im inneren Bereich, wenn $\max(L_u, L_\omega, L_\Omega) < 1$ gilt und andernfalls im äußeren Bereich. In der Literatur findet sich ebenfalls die Normierung des Wandabstandes durch den Partikelradius: $L_R = \frac{L}{d/2}$. Im Fall $L_u, L_\omega, L_\Omega, L_R \rightarrow \infty$ können demnach Ergebnisse aus der Literatur für den Fall ohne Wandeinfluss verwendet werden.

Die Partikelkräfte sind im Fall eines Strömungsgebietes ohne Wandungen und bei konstanter Scherrate (ruhende Strömung, einheitliche Strömung oder lineare Scherströmung) von den Parametern $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und $Re_{p,\Omega}$ abhängig. Im Fall mit Wandungen sind die Partikelkräfte bei sonst gleichen Strömungsbedingungen zusätzlich vom Wandabstand abhängig. Bei einer achsensymmetrischen Poiseuille-Strömung sind die Partikelkräfte aufgrund der höheren geometrischen Komplexität (Gradient der Scherrate ungleich null) zusätzlich vom Verhältnis aus Partikel- und Rohrdurchmesser $\tilde{D} = d_p/D$ und der Reynoldszahl der Poiseuille-Strömung

$$Re_L = \frac{\bar{v} \cdot D}{\nu} \quad (2-4)$$

abhängig. Hierbei ist $\bar{v} = v_{max}/2$ die mittlere Rohrströmungsgeschwindigkeit.

Allgemein können die Strömungskräfte in einen parallel zur Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid gerichteten Anteil und einen senkrechten Anteil aufgeteilt werden. Der parallele Anteil ist als Widerstandskraft \vec{F}_D und der senkrechte Anteil als dynamische Auftriebskraft \vec{F}_L bekannt (in dieser Arbeit kurz „Auftriebskraft“ genannt, da der statische Auftrieb vernachlässigbar ist). Beide Anteile sind ein Resultat aus Reibung und Druckgradienten an der Partikeloberfläche. Die Kräfte werden jeweils über den Staudruck, die Projektionsfläche eines Körpers und einen Koeffizienten C_D bzw. C_L ausgedrückt. Für die Kräfte ergeben sich die Ausdrücke

$$\vec{F}_D = C_D \cdot \frac{\pi}{8} \cdot d_p^2 \cdot \rho_f \cdot \vec{v}_{rel} \cdot |\vec{v}_{rel}|, \quad \vec{F}_L = C_L \cdot \frac{\pi}{8} \cdot d_p^2 \cdot \rho_f \cdot |\vec{v}_{rel}|^2 \cdot \vec{e}_{n_{FL}}, \quad (2-5)$$

wobei $\vec{e}_{n_{FL}}$ der Einheitsvektor mit Richtung $\vec{v}_{rel} \times \vec{\omega}$ bzw. $\vec{v}_{rel} \times \vec{\Omega}$ ist. Das auf die Partikel wirkende Moment \vec{M} in einem ruhenden Fluid wird in ähnlicher Weise ausgedrückt:

$$\vec{M} = -C_M \cdot \frac{\rho_f}{2} \cdot \left(\frac{d_p}{2}\right)^5 \cdot \vec{\Omega} \cdot |\vec{\Omega}|. \quad (2-6)$$

Vektorgößen werden in dieser Arbeit als vorzeichenbehaftete Skalare geschrieben, sofern eindimensionale Fälle oder Komponenten einer definierten Richtung betrachtet werden. Entsprechende Koordinatensysteme sind in den jeweiligen Kapiteln angegeben. Sowohl Partikel als auch Fluid bewegen sich in dieser Arbeit in axialer Richtung des Rohres stets mit positivem Vorzeichen des jeweiligen Koordinatensystems. Für eindimensionale Betrachtungen in axialer Richtung gilt daher $v_{rel} > 0$ m/s, sofern die Partikel langsamer als das Fluid ist. Der kompakte Ausdruck $v_{rel} > 0$ m/s wird daher stellvertretend für den Fall verwendet, dass die Partikel langsamer als das Fluid ist, sofern die radiale Partikelgeschwindigkeit in der jeweiligen Betrachtung vernachlässigbar ist.

2.1 Stand der Forschung

Zur Vorhersage vom Partikelverhalten innerhalb einer Strömung sind Kenntnisse über die auf die Partikeln wirkenden Kräfte und Momente von hoher Bedeutung. Viele wissenschaftliche Arbeiten haben sich in den letzten Jahrzehnten deshalb damit beschäftigt, jene Kräfte und Momente zu untersuchen. In dieser Arbeit sind vor allem Korr. interessant, mit denen die Kräfte und Momente in Abhängigkeit der Prozessbedingungen berechnet werden können. In diesem Abschnitt werden die relevantesten Arbeiten dargestellt und Forschungslücken in Bezug auf die Vorhersagbarkeit der Kräfte und Momente mittels Korr. aufgezeigt.

2.1.1 Korrelationen: Auftriebskraft bei Rohrströmung ($\omega \neq \text{konst.}$)

In dieser Arbeit wird das Verfahren für Partikeln mit einer Partikeldichte ρ_p untersucht, welche deutlich größer als die Fluidichte ρ_f ist. Diese Partikeln werden als nicht neutrale Partikeln bezeichnet, da aufgrund der Trägheit partiell von großen Relativgeschwindigkeiten und -rotationsgeschwindigkeiten zwischen Partikeln und Fluid auszugehen ist. Yu et al. (2004) analysierten die scherinduzierte Auftriebskraft von (rotierenden) Partikeln innerhalb einer Rohrströmung bei hohen Relativgeschwindigkeiten zwischen Fluid und Partikeln. Die Autoren zeigten, dass die Formulierung einer allgemeingültigen Korr. zur Vorhersage der Partikelaufttriebskraft bei hohen Relativgeschwindigkeiten herausfordernd ist. Bisherige simulative Analysen von Partikeln in einer wandbegrenzten Rohrströmung sind daher meistens auf Partikeln mit geringen Relativgeschwindigkeiten begrenzt.

Die Arbeiten zum Forschungsgebiet der Auftriebskräfte, welche auf Partikeln innerhalb einer Poiseuille-Strömung mit $v_{rel} \rightarrow 0$ m/s wirken, wurden von Stoecklein und Di Carlo (2019) zusammengefasst. Den entsprechenden Publikationen sind Korr. für die Auftriebskraft zu entnehmen, welche die aus der Auftriebskraft resultierenden radialen Gleichgewichtspositionen wiedergeben können (Liu et al. 2016; Hood et al. 2015). Allerdings sind diese Korr. durch die Einschränkung $v_{rel} \rightarrow 0$ m/s in der vorliegenden Arbeit nicht zielführend.

In vielen bisherigen simulativen Analysen zu nicht neutralen Partikeln in einer laminaren Rohrströmung (Jeffrey und Pearson 1965; Hogg 1994; Feng et al. 1994; Asmolov 1999; Yu et al. 2004) war die Partikeldichte nur geringfügig größer als die Fluidichte. In diesen Arbeiten war die Verwendung von Korr. mit der Restriktion $v_{rel} \rightarrow 0$ m/s daher zur Ermittlung der auf die Partikeln wirkenden Kräfte möglich.

Liu et al. (2019) führten Untersuchungen auf Basis von rechenintensiven Simulationen für nicht neutrale Partikeln innerhalb einer Rohrströmung durch, da keine allgemeingültigen Korr. zur Berechnung der Partikelkräfte zur Verfügung standen. Hierbei wurde die Strömung um die Partikeln mittels transienter Strömungssimulationen direkt berechnet und die Partikeln wurden in Abhängigkeit der wirkenden Kräfte im Rechenggebiet verschoben. Arbeiten zu allgemeingültigen Korr. für nicht neutrale Partikeln in einer Rohrströmung sind dem Autor nicht bekannt.

2.1.2 Korrelationen: Auftriebskraft bei linearer Scherströmung ($\omega = \text{konst.}$)

In Abgrenzung zur Vorhersage der Auftriebskraft im Fall der Poiseuille-Strömung ($\omega \neq \text{konst.}$) liegen für den Fall einer linearen Scherströmung ($\omega = \text{konst.}$) mit einseitiger Wandbegrenzung mehr Arbeiten in Bezug auf entsprechende Korr. vor. Das parabelförmige Strömungsprofil der Poiseuille-Strömung führt zu einem kleinen (großen) Verhältnis aus $\Delta\omega/\omega$ in Wandnähe (im

Rohrzentrum). Zusätzlich verringert sich der Einfluss der gegenüber liegenden Wand mit steigendem Abstand zum Rohrzentrum, sodass die lineare Approximation der Poiseuille-Strömung in Wandnähe insgesamt für $\tilde{D} = D/d_p \ll 1$ aussichtsreich ist. Dieser Zusammenhang wurde bereits für $Re_{p,s} \ll 1$ in der Arbeit von Asmolov (1999) identifiziert. In Abbildung 5 ist eine lineare Scherströmung im Vergleich zu einer Poiseuille-Strömung im Bereich der Rohrwand dargestellt. Zu sehen ist, dass die Strömungsverhältnisse in Wandnähe in guter Übereinstimmung sind.

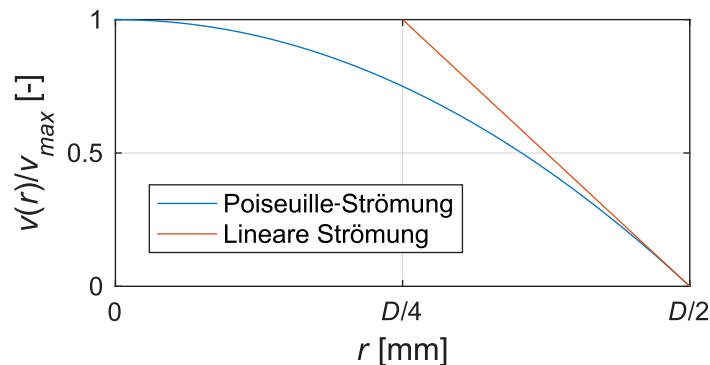


Abbildung 5: Vergleich einer linearen Scherströmung mit einer Poiseuille-Strömung

Qualitativ lassen sich bei einer linearen Scherströmung drei asymmetrische Situationen unterscheiden, welche zu einer Auftriebskraft einer sphärischen Partikel innerhalb einer wandbegrenzten Scherströmung führen (Feng et al. 1994): Scherinduzierter Auftrieb, wand-induzierter Auftrieb und Auftrieb durch Partikelrotation (Abbildung 6).

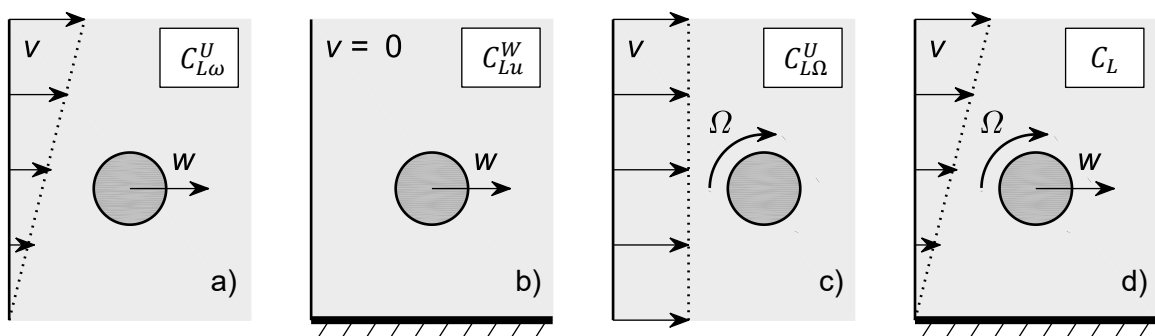


Abbildung 6: Elementare Situationen: a) Scherinduzierter Auftrieb, b) Wand-induzierter Auftrieb, c) Auftrieb durch Partikelrotation, d) Kombination der elementaren Effekte

Arbeiten zur Berechenbarkeit dieser drei Effekte und zur Kombination dieser Effekte werden im Folgenden dargestellt. Abschließend wird die auf Basis vorheriger Arbeiten bestmögliche Gesamtkorr. gegeben. Die für die Gesamtkorr. verwendeten Teilkorr. werden im Folgenden ausführlich dargestellt. Alternative Korr. sind in den entsprechenden Arbeiten zu finden.

Scherinduzierte Auftriebskraft $C_{L\omega}^U$

Die Auftriebskraft ist ein Resultat der Trägheitseffekte (Bretherton 1962). Mit dem Parameter $\varepsilon = \tilde{L}_u/\tilde{L}_\omega$ kann ermittelt werden, ob jene Trägheitseffekte eher durch die Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und Partikel ($\varepsilon < 1$) oder durch die Scherung des umgebenen Strömungsfeldes ($\varepsilon > 1$) entstehen. Saffman analysierte als erster die Auftriebskraft einer kleinen Kugel innerhalb einer nicht berandeten, linearen Scherströmung (Saffman 1965). Er entwickelte einen analytischen Ausdruck für $C_{L\omega}^U$ in den Parametergrenzen $Re_{p,s} \ll 1$, $Re_{p,\omega} \ll 1$ und $\varepsilon \gg 1$. In den Analysen von Asmolov (1991) und McLaughlin (1991) wurde die Restriktion $\varepsilon \gg 1$ aufgehoben, sodass schließlich Legendre und Magnaudet (1998) mit Simulationen für $Sr = \omega d_p/v_{rel} \leq 0,5$ und der Lösung und McLaughlin (1991) eine Approximation ableiteten:

$$C_{L\omega}^U(Re_{p,s} \ll 1) = \frac{18}{\pi^2} \operatorname{sgn}(Sr) \varepsilon J_L(\varepsilon), \text{ mit } J_L(\varepsilon) \approx 2,254(1 + 0,2\varepsilon^{-2})^{-\frac{3}{2}}. \quad (2-7)$$

Für weitere Betrachtungen höherer Reynoldszahlen wurden experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt. Für den Fall $0,2 < Re_{p,s} \leq 3$ konnten die Ergebnisse von McLaughlin (1991) in Experimenten qualitativ bestätigt werden (Cherukat et al. 1994). Numerische Simulationen wurden von Dandy und Dwyer (1990) und später von Cherukat et al. (1999) mit $Re_{p,s} \approx 0,5$ und $Re_{\omega,s} = 0,1$ durchgeführt. Basierend auf diesen Daten empfahlen Shi und Rzehak (2019) eine Korr. für $C_{L\omega}^U$ mit der Restriktion $Re_{p,s} < 50$; $Re_{p,\omega}/Re_{p,s} \leq 0,8$.

Wandinduzierte Auftriebskraft $C_{L_u}^W$

Eine sich innerhalb eines ruhenden Fluids bewegende Partikel erfährt eine Auftriebskraft, wenn sie sich entlang einer Wand bewegt. In diesem Fall liegt die Wand im äußeren Bereich der Partikel, wenn der Abstand zwischen Partikel und Fluid größer, als die Oseen-Länge ist ($L_u > O(1)$). Dieser Fall wurde zuerst von Vasseur und Cox (1977) analytisch für $Re_{p,s} \ll 1$ untersucht. Diese Ergebnisse wurden von Takemura und Magnaudet (2003) in einer Gleichung (Gl.) zusammengefasst. Später wurde diese Korr. von Shi und Rzehak (2020) verbessert:

$$C_{L_u}^W(Re_{p,s} \lesssim 1) = \begin{cases} \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{1 + 0,13L_u(L_u + 0,53)} & \text{für } L_u < 10 \\ 8,94L_u^{-2,09} & \text{für } L_u \geq 10. \end{cases} \quad (2-8)$$

Für den Fall höherer Reynoldszahlen gaben Takemura und Magnaudet (2003) mit Hilfe weiterer experimenteller Daten eine semi-empirische Gl. für $Re_{p,s} \leq 100$ und $L_R > 1,25$:

$$C_{Lu}^W[Re_{p,s} = O(1 - 100)] \approx a^2(Re_{p,s}) \left(\frac{L_R}{3}\right)^{g(Re_{p,s})} \cdot C_{Lu}^W(Re_{p,s} \lesssim 1), \quad (2-9)$$

$$a(Re_{p,s}) = 1 + 0,6Re_{p,s}^{0,5} - 0,55Re_{p,s}^{0,08}, \quad g(Re_{p,s}) = -2,0 \tanh(0,01Re_{p,s}).$$

Diese basiert auf der analytischen Lösung für $Re_{p,s} \ll 1$ sowie Korrekturen als Funktion von L_R und $Re_{p,s}$. In weitere Arbeiten (Zhou et al. 2017; Zeng et al. 2005) wurden simulative Ergebnisse für die Bereiche $2 \leq Re_{p,s} \leq 200$ und $0,5 \leq L_R \leq 4$ gegeben. Zu diesen Ergebnissen wurden von Zeng et al. (2009) Korr. empfohlen.

Auftrieb durch Partikelrotation $C_{L\Omega}^U$

Eine Überlagerung von Partikelrotation und -translation führt zu einer Auftriebskraft. Die erste empirische Gl. wurde von Rubinow und Keller (1961) für $Re_{p,s} \ll 1$ und $Rr \ll 1$ ($Rr = Re_{p,\Omega}/Re_{p,s}$) gegeben. Außerhalb des Stokes-Bereichs wurden experimentelle und numerische Arbeiten durchgeführt (Tsuji et al. 1985; Oesterlé und Dinh 1998; Kurose und Komori 1999; Changfu et al. 2003; Niazmand und Renksizbulut 2003; Kim 2009; Hölzer und Sommerfeld 2009; Giacobello et al. 2009; Poon et al. 2010; Poon et al. 2014; Dobson et al. 2014). Basierend auf experimentellen Arbeiten wurde die erste Korr. von Oesterlé und Dinh (1998) gegeben, welche zunächst von Loth (2008) und anschließend von Shi und Rzehak (2019) angepasst wurde:

$$\begin{aligned} C_{L\Omega}^U(Re_{p,s} \leq 1000; 1 \leq Rr \leq 10) \\ = Rr(1 - 0,62 \tanh(0,3Re_{p,s}^{0,5}) \\ - 0,24 \tanh(0,01Re_{p,s}) \coth(0,8Rr^{0,5}) \arctan(0,47(Rr - 1))). \end{aligned} \quad (2-10)$$

Für $Re_{p,s} = 0$ wird durch Partikelrotation nahe einer Wand ebenfalls eine von der Wand wegweisende Auftriebskraft induziert. Zur Berechnung der Kraft wurden analytische Korr. für $Re_{p,\Omega} \ll 1$ von Krishnan und Leighton (1995) für $L_R \approx 1$ und von Cherukat und McLaughlin (1994) für variable Wandabstände gegeben. Auf Basis von numerischen Simulationen gaben Lee und Balachandar (2010) eine Korr. für $Re_{p,\Omega} \leq 100$ und variable Wandabstände an.

Kombination unterschiedlicher Auftriebseffekte

In praktischen Anwendungen, ist die Auftriebskraft üblicherweise ein Resultat aus mehreren der zuvor beschriebenen Mechanismen, welche gleichzeitig präsent sind.

Für den limitierenden Fall, dass die Wand in der inneren Region der Partikel liegt und $Re_{p,s} \ll 1$ sowie $L_R \gg 1$ gilt, wurde eine allgemeine Korr. von Cox und Hsu (1977) gegeben, welche anschließend von Cherukat et al. (1994) verbessert wurde.

Krishnan und Leighton (1995) analysierten eine Partikel, welches in Kontakt zu einer planaren Wand ist und sich gleichzeitig innerhalb einer Scherströmung rotatorisch und translatorisch bewegt. Darauf aufbauend formulierten Lee und Balachandar (2010) Korr. für eine Partikel sehr nahe einer Wand ($L_R = 1,01$) im Bereich finiter Reynoldszahlen. Über diese Korr. können die Fälle gleichzeitige Rotation-Translation, Scherung-Translation und Scherung-Rotation beschrieben werden, sofern die Partikel sehr nahe einer Wand ist ($L_R = 1,01$).

Für die praktische Anwendbarkeit ist eine allgemeingültige Korr. für beliebige Wandabstände und Reynoldszahlen von hohem Interesse, wobei die Wand im äußeren Bereich der Partikel liegt. Die einzelnen Mechanismen kombinieren allerdings nicht linear, was die Formulierung einer allgemeingültigen Gl. für die Auftriebskraft erschwert.

Takemura et al. (2009) schlugen für $Re_{p,s} \ll 1$ und nicht rotierende Partikeln eine Kombination aus wandinduzierter und scherinduzierter Auftriebskraft vor, indem die beiden Anteile addiert und die nicht lineare Kombination der Mechanismen über die Korrekturfaktoren f_L und h_L berücksichtigt wird:

$$C_L \approx C_{Lu}^W f_L + C_{L\omega} h_L. \quad (2-11)$$

Shi und Rzehak (2020) gaben auf Basis des gleichen Ansatzes eine Approximation für $Re_{p,s} \approx O(1)$, indem sie einige Korr. modifizierten und zur Berechnung von C_{Lu}^W die Korr. von Zeng et al. (2009) mit $Re_{p,s} \gg 1$ vorschlugen. Die Übereinstimmung mit Messwerten von Takemura et al. (2009) ist allerdings nur qualitativ gegeben. Im Jahr 2021 wurde eine allgemeingültige Korr. für C_L für nicht rotierende Partikeln innerhalb einer linearen Scherströmung in der Nähe einer planaren Wand veröffentlicht. Mit Hilfe zusätzlicher Simulationen wurde dabei ein alternativer Ausdruck für den Korrekturfaktor f_L ermittelt (Shi et al. 2021) :

$$f_L = e^{-0,22\varepsilon^{0,8} \cdot L\omega^{2,5} \exp(-0,01Re_{p,s}^2)}. \quad (2-12)$$

Dabei verwendeten die Autoren für den Korrekturfaktor h_L die Korr. von Takemura et al. (2009)

$$h_L = 1 - e^{-\frac{11}{96}\pi^2 \frac{L\omega}{J_L(\varepsilon)} \left(1 + \frac{17}{48}L_R^{-1} + 0,643L_R^{-2} - 0,28L_R^{-3}\right)} \quad (2-13)$$

und die entsprechende Linearkombination nach Gl. (2-11). Für den wandinduzierten Auftrieb (C_{Lu}^W) nutzten Shi et al. (2021) die Korr. (2-9) in Verbindung mit Korr. (2-8). Für den scherinduzierten Auftrieb ($C_{L\omega}$) setzten die Autoren die Korr. (2-7) ein. Insgesamt zeigte diese Kombination eine Übereinstimmung mit Simulationsdaten für die betrachteten Bereiche $1,5 \leq L_R \leq 8$; $0,1 \leq Re_{p,s} \leq 150$; $0,2 \leq \frac{Re_{p,\omega}}{Re_{p,s}} \leq 0,5$.

Mit den zuvor beschriebenen Korr. für C_L über Gl. (2-11) wird keine Rotation der Partikel berücksichtigt. Neben den rotationsfreien Partikeln sind viele Arbeiten zur Partikelrotation in einer Scherströmung durchgeführt worden, bei der die Partikel im Gleichgewicht mit der Fluidströmung rotieren (für weitere Informationen wird auf die Arbeit von Shi und Rzehak (2019) verwiesen). Diese Partikelrotation führt gemäß der Arbeit von Rubinow und Keller (1961) zu einer rotationsbedingten Auftriebskraft und ist damit bei der Herleitung einer allgemeinen Korr. für die Partikelantriebskraft von Interesse. Die entsprechende Fachliteratur gibt wieder, dass die aus der Partikelrotation induzierte Auftriebskraft im Fall nicht berandeter linearer Scherströmungen linear zur scherinduzierten Auftriebskraft addiert werden kann, sofern die Partikel im Gleichgewicht mit der Scherströmung rotiert. Die Anwendbarkeit des Superpositionsprinzips wurde in der Arbeit von Bagchi und Balachandar (2002) für $Re_{p,s} \leq 200$ bestätigt. Die Autoren gaben den Zusammenhang $C_{L,\Omega}^U(\Omega \neq \Omega_{free}) = 0,55 \cdot Re_{p,\Omega}/Re_{p,s}$ an. Shi et al. (2021) nutzten jenen Zusammenhang, um die allgemeine C_L -Korr. rotationsfreier Partikeln ebenfalls für Partikeln bei Rotation im Gleichgewicht anzuwenden.

2.1.3 Korrelationen: Widerstandskraft

Im Vergleich zur Auftriebskraft resultiert die Widerstandskraft nicht erst durch asymmetrische Strömungsverhältnisse in Partikelnähe, sondern primär aus der Bedingung $|v_{rel}| > 0$ m/s. Weitere Asymmetrien durch Wandeinfluss, Partikelrotation oder Scherung im umgebenen Fluid beeinflussen die Widerstandskraft jedoch zusätzlich. Die Variation der Widerstandskraft durch die zuletzt genannten Störungen werden in der Literatur durch $\Delta C_D = (C_D' - C_{D,0})/C_{D,0}$ ausgedrückt. Hierbei ist $C_{D,0}$ der Widerstandskoeffizient im symmetrischen Fall und C_D' jener im unsymmetrischen Fall.

Widerstandskraft in unbegrenztem, scherfreiem Fluid

Im reibungsdominierten Fall ($Re_{p,s} \ll 1$) leitete Stokes (1851) den ersten Ausdruck für die Widerstandskraft einer Partikel innerhalb eines unbegrenzten, scherfreien Fluids her. Mit wachsender Reynoldszahl $Re_{p,s}$ steigt der Einfluss von Trägheitseffekten, sodass der Stokessche Bereich verlassen wird. Die Korr. nach Schiller und Naumann (1933) findet in der Literatur oft Anwendung und kann bis $Re_{p,s} \approx 3,7 \cdot 10^5$ angewandt werden:

$$C_{D,0} = \frac{24}{Re_{p,s}} (1 + 0,15 \cdot Re_{p,s}^{0,687}). \quad (2-14)$$

Wandinduzierte Widerstandskraft in ruhendem Fluid oder einer linearen Scherströmung

Eine translatorische Bewegung einer Partikel in einem ruhenden Fluid parallel zu einer nahen Wand bewirkt eine höhere Widerstandskraft, als es im unbegrenztem, scherfreiem Fluid der Fall wäre (Zeng et al. 2005). Im Fall einer Wand im inneren Bereich einer rotationsfreien Partikel $Re_{p,s} \ll 1$ gaben Takemura und Magnaudet (2003) eine Korr. für die Korrektur des Widerstandskoeffizienten in Folge des Wandeinflusses und der Scherströmung:

$$\begin{aligned} \Delta C_D^{W-in} = & \left(\frac{9}{16} L_R^{-1} - \frac{1}{8} L_R^{-3} + \frac{45}{256} L_R^{-4} \right. \\ & \left. + \frac{1}{16} L_R^{-5} \right) \left(1 - \frac{9}{16} L_R^{-1} + \frac{1}{8} L_R^{-3} - \frac{45}{256} L_R^{-4} - \frac{1}{16} L_R^{-5} \right)^{-1} \\ & - \frac{5}{32} \left(L_R^{-2} + \frac{9}{16} L_R^{-3} \right) Sr. \end{aligned} \quad (2-15)$$

Lösungen für ΔC_{Du}^{W-out} im Fall einer Wand in der äußeren Region einer nicht rotierenden Partikel in einem ruhenden Fluid wurden von Vasseur und Cox (1977) gegeben und von Shi und Rzehak (2020) in einer Korr. für $Re_{p,s} \lesssim 1$ zusammengefasst:

$$\frac{16}{9} L_R \Delta C_{Du}^{W-out} (Re_{p,s} \lesssim 1) = f'_D \approx \frac{1}{1 + 0,16 L_u (L_u + 4)}. \quad (2-16)$$

Für Partikel-Reynoldszahlen bis ca. 10 gaben Shi et al. (2021) schließlich eine modifizierte Korr. zur Approximation der Widerstandskraft unter dem Einfluss von Wandungen und einer Scherströmung an:

$$\begin{aligned} \Delta C_D^W (Re_{p,s} \lesssim 10) & \approx f'_D \cdot a^{W^2} \cdot \Delta C_D^{W-in} \text{ mit} \\ a^W & \approx \left\{ 1 + \tanh(0,05 Re_{p,s} \cdot L_R^2) (0,37 Re_{p,s} - 0,12 Re_{p,s}^{1/2}) \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (2-17)$$

Die Autoren zeigen, dass die Widerstandskraft im untersuchten Intervall $Sr = \pm 0,5$ und $L_R \leq 4$ erhöht (verringert) wird, wenn $v_{rel} > 0$ m/s ($v_{rel} < 0$ m/s) gilt. Die Ergebnisse der Autoren zeigen insgesamt, dass der Einfluss der Scherung auf die Widerstandskraft in den untersuchten Wertebereichen deutlich geringer als jener Einfluss durch die Wand ist.

2.1.4 Korrelationen: Moment

Moment durch Partikelrotation

Zur Berechnung des auf eine rotierende Partikel wirkenden Moments in einem ruhenden Fluid gaben Rubinow und Keller (1961) für $Re_{p,\Omega} < 32$ eine Gl. an. Eine weitere Gl. Die Arbeiten von Dennis et al. (1980) und Sawatzki (1970) ergaben später für den Bereich $32 < Re_{p,\Omega} < 1000$:

$$C_M = \frac{64\pi}{Re_{p,\Omega}} (Re_{p,\Omega} < 32), C_M = \frac{12,9}{Re_{p,\Omega}^{0,5}} + \frac{128,4}{Re_{p,\Omega}} (32 < Re_{p,\Omega} < 1000). \quad (2-18)$$

Moment durch Scherung in umgebener Fluidströmung

Sofern $\vec{\Omega} \neq \vec{\Omega}_{free}$ gilt, induzieren Scherungen in der umgebenden Fluidströmung ein auf die Partikel wirkendes Moment und induzieren damit eine Änderung der Partikelrotation. Die Bestimmung von $\vec{\Omega}_{free} = f(Re_{p,\omega}, Re_{p,s})$ war bereits Gegenstand vieler Arbeiten (Shi und Rzehak 2019). Der Fall $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_{free}$ wird im Grenzfall $Re_{p,s} \rightarrow 0$ und $Re_{p,\omega} \rightarrow 0$ erreicht, sofern $\vec{\Omega} = 0,5 \cdot \vec{\omega}$ gilt. Mit wachsenden Reynoldszahlen $Re_{p,\omega}$ bzw. $Re_{p,s}$ reduziert sich $\vec{\Omega}_{free}$ aufgrund von Trägheitseffekten. Shi und Rzehak (2019) lieferten eine Korr. für $\vec{\Omega}_{free}$, welche für große Wertebereiche von $Re_{p,\omega}$ und $Re_{p,s}$ gültig ist:

$$\vec{\Omega}_{free} = \frac{\vec{\omega}}{2} \cdot \{1 + 0,4 \cdot [\exp(-0,0135 \cdot Re_{p,\omega}) - 1]\} \cdot (1 - 0,07026 \cdot Re_{p,s}^{0,455}). \quad (2-19)$$

Moment durch den Einfluss einer Wand

Durch translatorische Bewegungen parallel zu einer Wand wird ein auf die Partikel wirkendes Moment induziert. In den Arbeiten von Kim et al. (1993) und Zeng et al. (2005) wurde dieser Effekt für variable $Re_{p,s}$ und L_R untersucht. Insgesamt ist dieser Effekt aber gering und nimmt mit L_R schnell ab (Zeng et al. 2005).

2.1.5 Weitere Kräfte

Gewichtskraft

Die Partikeln sind dem Schwerfeld der Erde mit der zugehörigen Erdbeschleunigung von $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ausgesetzt. Dies führt zu der Gewichtskraft mit

$$\vec{F}_G = m_p \cdot \vec{g}. \quad (2-20)$$

Die Gravitationskraft bewirkt die Sedimentation der Partikeln innerhalb des Kapillarrohres. Die Relativgeschwindigkeit und damit die Fokussierung der Partikeln ist direkt mit dieser Kraft verbunden und daher wichtiger Bestandteil bei der Berechnung der Partikeltrajektorien.

Kraft durch Druckgradienten

Befindet sich eine Partikel innerhalb eines inhomogenen Druckfeldes, so bewirkt dieses Feld eine resultierende Kraft \vec{F}_{Druck} . Diese kann über den lokalen Druckgradienten bestimmt werden.

Kraft durch instationäre Relativgeschwindigkeit

Eine instationäre Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid führt zu zwei Effekten. Zum einen muss das Fluid nahe der Partikeln durch die Haftbedingung mitbeschleunigt werden, was zu einer Erhöhung der Trägheitskraft führt. Der Kraftanteil $\vec{F}_{virtuelleMasse}$, bedingt durch die virtuelle Masse, berechnet sich nach Korr. der Arbeit von Crowe et al. (2012).

Zum anderen führt die instationäre Relativgeschwindigkeit durch die zeitliche Verzögerung der Grenzschichtausbildung an der Partikeloberfläche zu einem Kraftanteil. Diese sogenannte Basset-Kraft \vec{F}_{Basset} wurde für kleine $Re_{p,s}$ analytisch bestimmt (Maxey 1983). Für höhere Reynoldszahlen wurde von Crowe et al. (2012) eine Korr. für \vec{F}_{Basset} gegeben.

Cunningham-Korrektur

Ein Gas kann durch Erhitzung oder Druckabnahme stark verdünnt werden, wodurch die mittlere freie Weglänge λ' der Gasmoleküle zunimmt. Für kleine Partikeln kann dieser Effekt dazu führen, dass das Gas nicht mehr als Kontinuum angesehen werden kann und es zu Schlupf an der Partikeloberfläche kommt (Crowe et al. 2012). Die Knudsen-Zahl $Kn = \lambda'/d_p$ setzt die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle ins Verhältnis zum Partikeldurchmesser und ist somit ein Maß für die Relevanz des Verdünnungseffektes. Mit der kinetischen Gastheorie kann die mittlere freie Weglänge über $\lambda' = \mu_f / (0,499 \cdot \sqrt{\rho_f \cdot p \cdot 8/\pi})$ bestimmt werden, wobei p der absolute Druck ist.

Über die Cunningham-Korrektur kann der Verdünnungseffekt in Bezug auf die Widerstandskraft für $0,1 < Kn < 1000$ und $Re_p < 0,25$ berechnet werden (Davies 1945):

$$\frac{|\vec{F}_D|}{|\vec{F}_{D.Stokes}|} = \frac{1}{Cu} = \frac{1}{1 + Kn \left\{ 2,514 + 0,8 \exp\left(-\frac{0,55}{Kn}\right) \right\}} \quad (2-21)$$

Thermophorese

Mit der Präsenz eines Temperaturgradienten im Bereich der Partikeln wirkt eine thermophoretische Kraft \vec{F}_T auf die Partikeln. Diese ist Resultat aus der steigenden molekularen Geschwindigkeit bei Temperaturerhöhung. Der molekulare Impulseintrag ist daher auf der Seite höherer Temperatur größer, als auf der kälteren Seite der Partikeln, was zu einer resultierenden Kraft in Richtung des negativen Temperaturgradienten führt. Eine Zusammenfassung der entsprechenden Arbeiten wurde von Talbot (1981) gegeben, wobei die Korr. von Brock (1962) für einen weiten Parameterbereich gilt:

$$\vec{F}_T = -6\pi\mu_f v d_p \cdot 1,17 \frac{1}{1 + 6 \cdot 1,14Kn} \frac{\frac{k_f}{k_p} + 2 \cdot 2,18Kn}{1 + \frac{2k_f}{k_p} + 4 \cdot 2,18Kn} \frac{1}{T_f} \nabla \vec{T}_f. \quad (2-22)$$

Hierbei sind k_f und k_p die thermischen Leitfähigkeiten von Fluid und Partikel. $\nabla \vec{T}_f$ ist der Gradient der Fluidtemperatur.

2.1.6 Anwendbarkeit aktueller Korr. im Kontext des zu untersuchenden Verfahrens

Moment:

Die Berechnung des auf die Partikel wirkenden Moments über Gl. (2-18) für eine rotierende Partikel innerhalb eines ruhenden Fluids erscheint für die Berechnung des Partikelverhaltens in dieser Arbeit vielversprechend. Dies ist darin begründet, dass der Wandeinfluss auf das Moment nur gering und in unmittelbarer Wandnähe vorhanden ist. Die Scherung der Strömung wird in den Berechnungen des Momentes in dieser Arbeit über Gl. (2-19) berücksichtigt, indem das Moment auf Basis der relativen Rotation zwischen Partikel und $\vec{\Omega}_{free}$ bestimmt wird.

Widerstandskraft:

Die Vorhersage der Widerstandskraft auf Basis der Korr. (2-14) sowie der Korrektur-Gl. (2-15), (2-16) und (2-17) ist für das präsenste Problem als „geeigneter“ einzustufen, als es bei der Auftriebskraft der Fall ist. Dies ist darin begründet, dass die Widerstandskraft im Wesentlichen aus der Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid resultiert und die Fluidscherung in den Untersuchungen von Shi et al. (2021) einen im Vergleich dazu geringen Einfluss zeigte.

Auftriebskraft:

Wie zuvor beschrieben, ist die Vorhersage der auf eine nicht neutrale Partikel wirkenden Auftriebskraft im Fall einer Poiseuille-Strömung auf Basis aktueller Korr. nur bedingt möglich. Die Approximation der Poiseuille-Strömung durch eine lineare Scherströmung bietet Zugang zu einer Vielzahl an Arbeiten zur Berechnung der Auftriebskraft. Die zur Zeit allgemeingültigste Korr. für nicht rotierende Partikeln (2-11), unter zur Hilfenahme der Gl. (2-7), (2-8), (2-9), (2-10), (2-12) und (2-13) gilt für weite Bereiche von $Re_{p,s}$ mit $1,5 \leq L_R \leq 8$. Aus den folgenden Gründen ist diese Korr. jedoch in dieser Arbeit nur für qualitative Betrachtungen anwendbar:

- Bei zusätzlicher Partikelrotation, wird in der Literatur eine Superposition für $|\vec{\Omega}| \leq |\vec{\Omega}_{free}|$ vorgeschlagen (Shi et al. 2021), sodass die Korr. (2-11) bei Verwendung in dieser Ar-

beit mit Hilfe der Korr. (2-10) für beliebig rotierende Partikeln durch Superposition erweitert wird. Für beliebig rotierende Partikeln innerhalb einer unbegrenzten Scherströmung wird in der Arbeit von Kurose und Komori (1999) jedoch klar, dass die einfache Addition von scherinduzierter und rotationsinduzierter Auftriebskraft zu Abweichungen führen kann.

- Die Analysen von Shi et al. (2021) zur Entwicklung der Gl. (2-11) beschränken sich auf den Bereich $Re_{p,\omega}/Re_{p,s} \leq 0,5$. In dieser Arbeit beträgt $Re_{p,\omega}$ 0 bis 10,87, was bei variabler Partikel-Reynoldszahl $Re_{p,s}$ zu Werten weit außerhalb des angegebenen Bereichs führt.
- Die Approximation der wandbegrenzten Rohrströmung durch eine einseitig begrenzte lineare Scherströmung führt zu weiteren Fehlern.

Zur Berechnung des Verhaltens beliebig rotierender, nicht neutraler Partikeln innerhalb einer wandbegrenzten Rohrströmung sind daher insgesamt weitere Informationen in Bezug auf die Auftriebskraft als Funktion von $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$, $Re_{p,\Omega}$, L_R und \tilde{D} nötig.

Die genannten Korr. werden zur Abschätzung des Prozessfensters des Verfahrenskonzeptes in Kapitel 2.2 verwendet. In Kapitel 2.3 wird ein stationäres Simulationsmodell präsentiert, womit die auf eine Partikel wirkenden Kräfte und Momente bei unterschiedlichen Parametern innerhalb der qualitativ bestimmten Prozessfenster berechnet werden können. Die Korr. vorheriger Arbeiten dienen dabei der Validierung des Simulationsmodells in entsprechenden Gültigkeitsbereichen und Sonderfällen.

Weitere Effekte:

Bei dem zuvor beschriebenen stationären Simulationsmodell werden die auf die Partikel wirkenden Kräfte über Integration der Druckverteilungen und Scherungen an der Partikeloberfläche im stationären Zustand berechnet. Die Kraft \vec{F}_{Druck} durch Druckgradienten innerhalb der Rohrströmung ist im stationären Simulationsmodell enthalten. Transiente-, Verdünnungs-, und thermophoretische Effekte werden dabei aber nicht berücksichtigt und erfordern eine weitere Betrachtung:

- Zur Einschätzung, ob Verdünnungseffekte des Gases in dieser Arbeit vernachlässigbar sind, dient eine exemplarische Berechnung mit Partikeln ($d_p = 20 \mu\text{m}$) innerhalb von Argon mit $T_f = 1000 \text{ °C}$ und $p = 1 \text{ bar}$ (maximale Fluidtemperatur, minimale Partikelgröße und minimaler statischer Druck dieser Arbeit). Hierfür ergibt sich über die entsprechenden Gaseigenschaften (siehe Tabelle 1) und Beziehungen (siehe „Cunningham-Korrektur“, Seite 18) $|\vec{F}_D| \approx |\vec{F}_{D,Stokes}| \cdot 0,96$. Der geringe Korrekturwert veranlasst, Verdünnungseffekte in dieser Arbeit nicht weiter zu berücksichtigen.

- Der Einfluss von Thermophorese auf die Partikeln ist vom Temperaturgradienten im Fluid abhängig. Grundsätzlich wird die Gasströmung im thermischen Einlaufbereich von den Rohrwandungen ausgehend ins Rohrinne erhitzt. Die Kraft \vec{F}_T wirkt daher qualitativ in Richtung des Rohrzentrums. Ein kleiner Rohrdurchmesser bei gleichzeitig hohen Rohrtemperaturen und kühlen Fluidtemperaturen im Rohrzentrum resultieren in einem hohen Temperaturgradienten. Zur Abschätzung des entsprechenden Einflusses auf die Partikeltrajektorien werden Partikeltrajektorien mit und ohne Wirkung von \vec{F}_T bei einer maximalen Wandtemperatur von 1000 °C berechnet (das entsprechende Simulationsmodell wird in Kapitel 4 vorgestellt). Da kein Effekt von \vec{F}_T beobachtet werden kann, wird die Thermophorese in allen Simulationen dieser Arbeit vernachlässigt. Die Ergebnisse mit und ohne \vec{F}_T sind im Anhang, Abbildung 110 zu finden.
- Instationäre Effekte, wie die Kraft $\vec{F}_{VirtuelleMasse}$ durch eine Virtuelle Masse oder die Kraft \vec{F}_{Basset} in Folge einer zeitlichen Latenz bei der Ausbildung einer Grenzschicht an der Partikeloberfläche, werden in den stationären Simulationen zur Kraftbestimmung nicht berücksichtigt. Bei der Bewegung einer Partikel in radialer Richtung ist eine schnelle Änderung der Relativgeschwindigkeit durch das Strömungsprofil jedoch absehbar. Der Einfluss der transienten Effekte wird in Kapitel 2.4 untersucht.
- In Kapitel 2.4 wird ebenfalls auf nicht isotherme Bedingungen eingegangen, bei denen die Partikeltemperatur kleiner als die Fluidtemperatur ist.

2.2 Abschätzung adäquater Prozessparameter mit aktuellen Korr. der Auftriebskraft

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt, ist eine exakte Vorhersage der auf Partikeln wirkenden Kräfte bei gleichzeitiger Partikelrotation und -translation für beliebige Partikel-Wand-Abstände, Partikel-Reynoldszahlen und Partikelrotationen auf Basis aktueller Korr. nur bedingt möglich. Die bisher veröffentlichten Korr. bieten jedoch qualitativ einen ersten Ansatz, um adäquate Parameterbereiche für die Untersuchungen dieser Arbeit abzuschätzen. Ziel dieses Kapitels ist, Analysefenster für den Gasmassenstrom, den Partikeldurchmesser und den Kapillarrohrdurchmesser festzulegen.

Wie zuvor dargestellt, wirkt die scherinduzierte Partikel-Auftriebskraft in Richtung des höheren Geschwindigkeitsniveaus, wenn $v_{rel} > 0$ m/s gilt. Die notwendige Bedingung für eine Partikelfokussierung besteht dementsprechend darin, dass die Partikeln der Strömung kontinuierlich naheilen, da die scherinduzierte Partikel-Auftriebskraft nur in diesem Fall in Richtung des Rohrzentrums wirkt.

Die Situation einer Partikel innerhalb des Kapillarrohres ist in Abbildung 7 dargestellt. Das Rohr mit konstantem Durchmesser ist vertikal im Schwerfeld der Erde ausgerichtet, wobei sich die Mehrphasenströmung, bestehend aus Partikeln und laminarer Rohrströmung, in Richtung des Erdschwerfeldes unter isothermen Bedingungen durch das Rohr mit konstantem Querschnitt bewegt. Das Gravitationsfeld würde mit $\rho_p/\rho_f > 1$ zu $v_{rel} < 0$ m/s und damit zu einer entsprechenden Defokussierung der Partikeln im Rohr führen. Realisierbar ist eine Partikelfokussierung in dieser Konstellation nur dann, wenn die Gasströmung durch den Druckabfall im Kapillarrohr stetig beschleunigt wird und jene Gasbeschleunigung zugleich die Beschleunigung der Partikeln durch Gravitationseinfluss und Widerstandskraft überkompensiert.

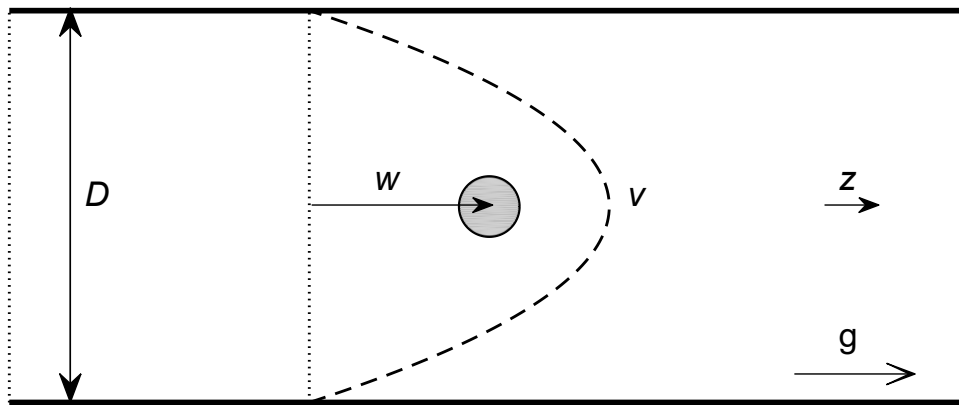


Abbildung 7: Laminare Rohrströmung bei Partikeltransport im Gleichgewichtszustand

Einleitend wird die Gasbeschleunigung im Rohrzentrum aufgrund des Druckverlustes hergeleitet. Hierzu wird eine stationäre 1D-Rohrströmung in z-Richtung betrachtet. Das allgemein bekannte Gesetz nach Hagen-Poiseuille liefert direkt eine Gl. für den Druckverlust

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\frac{32\mu_f \bar{v}(z)}{D^2} = -\frac{16\mu_f v_{max}(z)}{D^2}, \quad (2-23)$$

wobei μ_f die dynamische Viskosität des Fluids ist. Aus Kontinuitätsgründen ist $\rho_f(z) \cdot \bar{v}(z)$ bzw. $\rho_f(z) \cdot v_{max}$ konstant ($D = \text{konst.}$), was zu

$$\frac{d}{dz}(\rho_f(z)v_{max}(z)) = \rho_f(z) \frac{dv_{max}(z)}{dz} + v_{max}(z) \frac{d\rho_f(z)}{dz} = 0 \quad (2-24)$$

führt. Das ideale Gasgesetz liefert im isothermen Fall $\rho_f(z)R_gT_f = p(z)$, was zu

$$\frac{d\rho_f(z)}{dz} = \frac{1}{R_gT_f} \cdot \frac{dp(z)}{dz} = \frac{\rho_f(z)}{p(z)} \cdot \frac{dp(z)}{dz} \quad (2-25)$$

führt. Einsetzen von Gl. (2-25) in Gl. (2-24) liefert

$$\frac{dv_{max}(z)}{dz} = -\frac{v_{max}(z)}{p(z)} \frac{dp(z)}{dz}, \quad (2-26)$$

was über den Zusammenhang

$$a_{f,ax}(z) = \frac{dv_{max}(z)}{dt} = \frac{dv_{max}(z)}{dz} \frac{dz}{dt} = v_{max}(z) \frac{dv_{max}(z)}{dz} \quad (2-27)$$

den Ausdruck

$$a_{f,ax}(z) = -\frac{v_{max}(z)^2}{p(z)} \frac{dp(z)}{dz} \quad (2-28)$$

ergibt. Einsetzen von Gl. (2-28) in Gl. (2-23) liefert schließlich die Gasbeschleunigung im Rohrzentrum

$$a_{f,ax}(z) = \frac{16\mu_f v_{max}(z)^3}{p(z)D^2}. \quad (2-29)$$

Aus der Newton-Gl. lässt sich die axiale Beschleunigung $\frac{d(w_{ax}(z))}{dt}$ von Partikeln konstanter Masse aus der Summe der auf die Partikeln wirkenden Kräfte in axialer Richtung berechnen. Die auf die Partikeln wirkenden Kräfte (Widerstands – und Gravitationskraft) werden in dieser Betrachtung nach Stokes (1851) bzw. Gl. (2-20) angenähert. Hieraus folgt unter Vernachlässigung des statischen Auftriebs ($\rho_p \gg \rho_f$)

$$m_p \cdot \frac{d(w_{ax}(z))}{dt} = 3\mu_f \pi d_p \cdot (v_{ax}(z) - w_{ax}(z)) + \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p g, \quad (2-30)$$

was mit der Partikelrelaxationszeit $\tau_p = \frac{\rho_p \cdot d_p^2}{18 \cdot \mu_f}$

$$\frac{d(w_{ax}(z))}{dt} = \frac{1}{\tau_p} (v_{ax}(z) - w_{ax}(z)) + g \quad (2-31)$$

ergibt. Die Partikelrelaxationszeit ist die charakteristische Zeit, mit der der Schlupf zwischen Partikel und ruhendem Fluid nach einer Änderung der Partikelgeschwindigkeit auf $1/e$ (e : Eulersche Zahl) seines Anfangswertes abklingt, sofern nur die Widerstandskraft auf die Partikel wirkt. Sie ist also ein Maß für das „Folgevermögen“ der Partikeln. Für die Schätzung der Prozessparameter wird angenommen, dass die Partikelrelaxationszeit viel kleiner als die Zeitskala der Änderung des Strömungsfeldes ist. Die Angemessenheit dieser Betrachtung wird am Ende dieses Abschnitts diskutiert. Damit gilt im lokalen Gleichgewichtszustand

$$\frac{d(w_{ax}(z))}{dt} \approx a_{f,ax}(z) . \quad (2-32)$$

Einsetzen von Gl. (2-31) in Gl. (2-32) liefert schließlich

$$(v_{ax}(z) - w_{ax}(z)) \approx (a_{f,ax}(z) - g)\tau_p , \quad (2-33)$$

was mit Gl. (2-29) zu folgender Gl. führt:

$$v_{rel}(z) = v_{ax}(z) - w_{ax}(z) \approx (16v_{max}(z)^3 \mu_f D^{-2} p^{-1} - g) \cdot \tau_p . \quad (2-34)$$

Zur Bestimmung eines adäquaten Kapillarrohrdurchmessers sowie zugehöriger Größenbereiche des Gasmassenstroms \dot{m}_f und des Partikeldurchmessers d_p wird auf Basis von Gl. (2-34) die Partikelautriebskraft über Gl. (2-11) für 50 gleichmäßig verteilte radiale Partikelpositionen X_{rad} zwischen $[0; 0,5] \cdot D/2$ numerisch berechnet und die mittlere Partikelautriebskraft dieser Positionen bestimmt. Über $\bar{a}_{p,rad} = \frac{\bar{F}_L}{m_p}$ wird schließlich die mittlere radiale Partikelbeschleunigung bestimmt, was die mittlere scherinduzierte Partikelautriebskraft \bar{F}_L und die Partikelmasse m_p zur besseren Vergleichbarkeit ins Verhältnis setzt.

Die resultierenden, mittleren, radialen Partikelbeschleunigungen $\bar{a}_{p,rad}$ sind in Abhängigkeit von D , \dot{m}_f , d_p und der Fluidtemperatur T_f in Abbildung 8 dargestellt (positive Werte: Fokussierung; negative Werte: Defokussierung, aufgrund der logarithmischen Achsen nicht in Abbildung 8 dargestellt). Beginnend mit kleinen Rohr-Reynolds-Zahlen Re_L wächst die Beschleunigung $\bar{a}_{p,rad}$ für konstante Werte von d_p , D und T_f zunächst mit Re_L an, erreicht ein Maximum und fällt danach wieder ab. Dies ist darauf zurückzuführen, dass v_{rel} – und damit ebenfalls $Re_{p,s}$ – mit Re_L zunimmt und F_L nach Gl. (2-11) ebenfalls zunächst mit $Re_{p,s}$ ansteigt und danach wieder abfällt. Dieser qualitative Verlauf ist für alle Werte von d_p , D und T_f charakteristisch. Im Vergleich zu $T = 21$ °C sind die Verläufe von $\bar{a}_{p,rad}$ insgesamt für $T_f = 250$ °C und $T_f = 1000$ °C zu geringeren Rohr-Reynolds-Zahlen Re_L verschoben und erhöht. Der gleiche Zusammenhang gilt für die Verläufe von $\bar{a}_{p,rad}$ für unterschiedliche Kapillarrohrdurchmesser D . Hierbei sind die Verläufe bei größeren Durchmessern D zu höheren Rohr-Reynolds-Zahlen Re_L verschoben.

Mit Blick auf die experimentellen Analysen in Kapitel 3 ist zu berücksichtigen, dass die Partikelzuföhreinheit Partikeln mit Hilfe des Gasmassenstroms zuföhrt. Es ist daher davon auszugehen, dass die Partikelverteilung am Rohreinlass des Versuchsstands eine Funktion des Gasmassenstroms ist, sodass die unterschiedlichen Fokussierungseffekte bei variabler Temperatur T bei gleichem Gasmassenstrom für $T_f = 21$ °C und $T_f = 250$ °C experimentell untersucht werden.

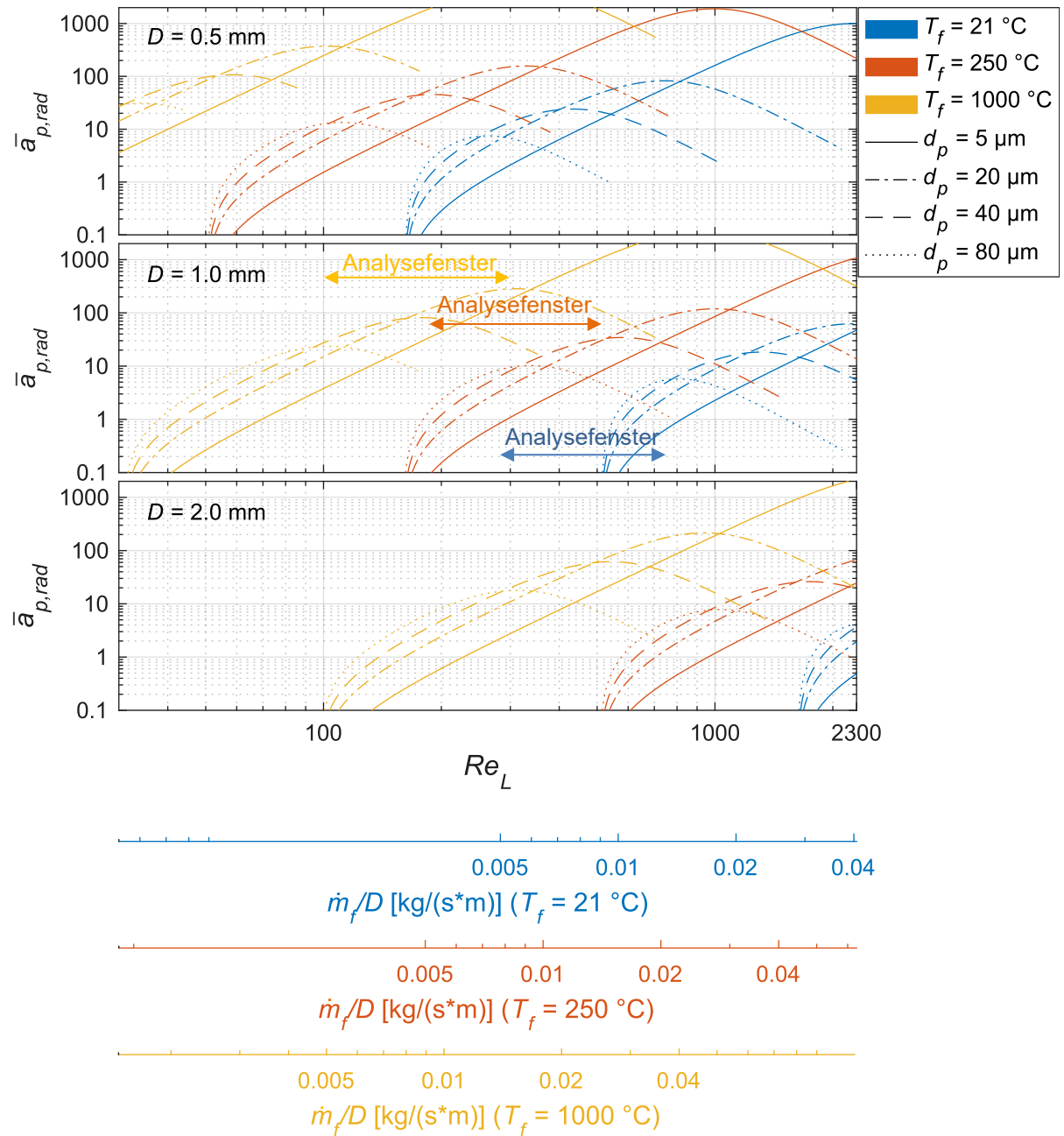


Abbildung 8: Analysefenster dieser Arbeit

Das Analysefenster des Gasmassenstroms wird daher für $T_f = 21$ °C und $T = 250$ °C auf $0,5 \cdot 10^{-5} \leq \dot{m}_f \leq 1,3 \cdot 10^{-5}$ Kg/s festgelegt, was in Kombination mit $D = 1$ mm und einem Partikelgrößenbereich von $20 \cdot 10^{-6} \text{ m} \leq d_p \leq 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ einen praktikablen Wertebereich liefert (Analysefenster durch Pfeile in Abbildung 8 gekennzeichnet): Die Verläufe von $\bar{a}_{p,rad}$ weisen im Fall von und $T_f = 250$ °C für $d_p = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ und $d_p = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ausschließlich positive Werte auf, was einer fokussierenden Wirkung der Kraft entspricht. Bei gleichem Massenstrombereich und $T_f = 21$ °C befinden sich die Verläufe von $\bar{a}_{p,rad}$ auf einem niedrigeren bis negativen Niveau. Dieser Unterschied von $\bar{a}_{p,rad}$ wirkt sich direkt auf die Fokussierung der Partikeln

im Kapillarrohr aus und soll in den experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit nachgewiesen werden. Die Validierung des Simulationsmodells bei unterschiedlichen Temperaturen wird ebenfalls in diesem Parameterbereich durchgeführt.

Bei der zukünftigen Anwendung des Verfahrens als additives Fertigungsverfahren ist eine gewisse Partikeltemperatur und -geschwindigkeit notwendig, um die Partikeln auf dem Substrat aufzutragen. Die Untersuchungen in Bezug auf ein additives Fertigungsverfahren werden in dieser Arbeit simulativ bis zu einer Fluidtemperatur von 1000 °C durchgeführt, was die Schmelztemperatur der Aluminiumpartikel weit übersteigt. Beim Pulverflammspritzen werden Partikeln im aufgeschmolzenen Zustand auf ein Substrat mit einer Geschwindigkeit von 40 – 100 m/s aufgetragen (Dorfman 2012). Dieser Geschwindigkeitsbereich wird bei 1000 °C und für $D = 1$ mm mit einem Gasmassenstrom zwischen $0,5 \cdot 10^{-5} \leq \dot{m}_f \leq 1,5 \cdot 10^{-5}$ Kg/s abgedeckt. Gleichzeitig ist die Beschleunigung $\bar{a}_{p,rad}$ für diesen Massenstrombereich und einer Partikelgröße von $20 \cdot 10^{-6} \text{ m} \leq d_p \leq 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ im Bereich des Beschleunigungsmaximums, was zu hohem Potenzial für die Fokussierung der Partikeln im Kapillarrohr führt. Das Analysefenster wird daher mit Blick auf ein additives Fertigungsverfahren auf den genannten Parameterbereich festgelegt. Die Anwendbarkeit des Verfahrenskonzeptes in Bezug auf ein additives Fertigungsverfahren wird in Kapitel 4 näher untersucht.

Die Betrachtung eines Gleichgewichtszustands zur Herleitung praktikabler Prozessparameter wird abschließend diskutiert. Die Integration von τ_p über die Zeit liefert die charakteristische Länge $L_{\tau_p} = v\tau_p/e$, welche die Partikel in der Zeit τ_p absolut zurücklegt, wenn sprunghaft die Fluidgeschwindigkeit $v = konst.$ vorliegt (ausgehend von $v(t = 0 \text{ s}) = 0 \text{ m/s}$). Diese charakteristische Länge beträgt im Extremfall für eine Partikel im Rohrzentrum mit $d_p = 40 \text{ }\mu\text{m}$, $D = 1 \text{ mm}$, $T_f = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ und einer sprunghaften Fluidgeschwindigkeit von 100 m/s (max. Fluidgeschwindigkeit dieser Arbeit, siehe Abbildung 97) $L_{\tau_p} = 140 \text{ mm}$. Zur Berechnung der Änderung der Strömungsgeschwindigkeit auf dieser Länge können Gl. (2-29) und Gl. (2-27) verwendet werden, was zu $\frac{dv_{max}(z)}{dz} = \frac{16\mu_f v_{max}^2}{pD^2}$ führt. Daher gilt überschlägig $\Delta v \approx L_{\tau_p} \frac{16\mu_f v_{max}^2}{pD^2}$, was für $T_f = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$, $D = 1 \text{ mm}$ und Umgebungsdruck zu einer rel. Änderung der Fluidgeschwindigkeit auf der Länge L_{τ_p} von ca. 14 % führt. Dies verdeutlicht, dass die Partikelrelaxationszeit viel kleiner als die Zeitskala der Änderung des Strömungsfeldes ist und die Annahme des lokalen Gleichgewichtes für die Schätzungen dieses Abschnitts als sinnvoll eingestuft werden kann.

Wie in Abbildung 8 zu sehen, sind die Rohr Reynoldszahlen Re_L der Analysefenster deutlich kleiner als 2300. Die Voraussetzung dafür, dass die Rohrströmung laminar ist, ist daher gegeben (Idelčik 1986).

2.3 Betrachtung von Situationen mit $w_{rad} = 0 \text{ m/s}$

Die Analyse des zu untersuchenden Verfahrens zur Fokussierung von Partikeln in einem Kapillarrohr erfordert umfassende Kenntnisse über die auf Partikeln wirkenden Kräfte und Momente im allgemeinen Fall nicht verschwindender Geschwindigkeitskomponenten in radialer Richtung ($w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$). Zur Vereinfachung wird jedoch zunächst in diesem Kapitel ausschließlich der Fall $w_{rad} = 0 \text{ m/s}$ betrachtet. Die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf allgemeine Fälle mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$ wird im anschließenden Kapitel 2.4 beurteilt.

Wie in Kapitel 2.1.6 gezeigt, sind die aktuellen Korr. zur Berechnung der Partikelkräfte nur bedingt auf das vorliegende Problem anwendbar. Daher wird in den folgenden Kapiteln ein Simulationsmodell zur Berechnung der Partikelkräfte und Momente im Rahmen einer Parameterstudie erarbeitet. Die Ergebnisse der Parameterstudie werden abschließend verwendet, um ein Interpolationsmodell zu entwickeln, mit welchem die Berechnung der Partikelkräfte für variable Parameter in kurzer Zeit möglich ist, ohne weitere, rechenintensive Strömungssimulationen durchführen zu müssen.

2.3.1 Modellaufbau: Stationäre CFD-Simulation

Gegenstand der Parameterstudie ist die in Abbildung 9 dargestellte Partikel, welches sich innerhalb einer wandbegrenzten Poiseuille-Strömung bewegt und gleichzeitig rotiert. Zur weiteren Orientierung ist ein kartesisches Koordinatensystem definiert, dessen Koordinatenursprung sich auf der Symmetrieachse des Rohres befindet. Die ungestörte, achsensymmetrische und laminare Rohrströmung wird durch Gl. (2-1) anhand des Gesetzes nach Hagen-Poiseuille beschrieben. Die Partikel weist in diesem Modell keine radiale oder tangentielle Geschwindigkeit auf und rotiert ausschließlich (anti-)parallel zum Fluidwirbel (Richtung der y -Achse). Die auf die Partikel wirkende Widerstandskraft (Auftriebskraft) wird als positiv in z -Richtung (x -Richtung) definiert. Die Rotationsachse des auf die Partikel wirkenden Moments wird als positiv in y -Richtung definiert.

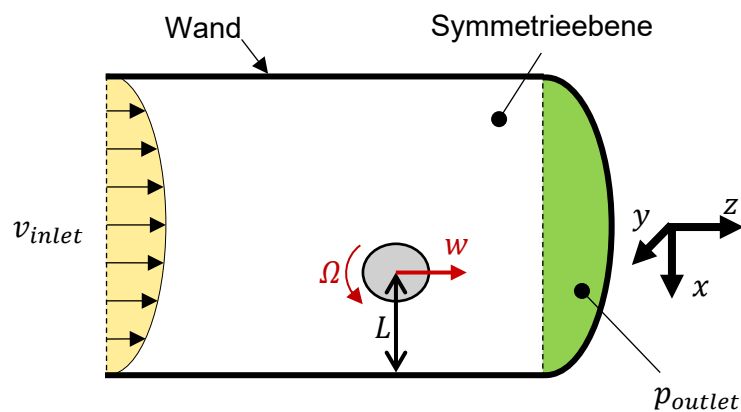


Abbildung 9: Modellaufbau der Parameterstudie

Aus der Betrachtung rein axialer Partikelbewegungen (anti-)parallel zur z-Achse und Partikelrotationen (anti-)parallel zur y-Achse ergeben sich zwei Vorteile:

Zum einen kann das Berechnungsgebiet – unter Verwendung der entsprechenden Symmetrie-Randbedingungen in der Symmetrieebene – halbiert werden, da der Berechnungsraum geometrisch eine Symmetrie in der x-z-Ebene aufweist, welche weder durch die Designvariablen der Parameterstudie (siehe Kapitel 2.3.3) noch durch das Strömungsfeld in Partikelnähe beeinträchtigt wird¹.

Zum anderen ist der Partikel-Wandabstand trotz translatorischer Partikelbewegung konstant, da jene Bewegung als rein axial betrachtet wird. Wie in der Arbeit von Shi und Rzehak (2020) hervorgeht, beschränken sich die meisten Arbeiten zur numerischen Simulationen von Partikelkräften bisher auf Fälle, bei denen die Partikel keine Relativgeschwindigkeit parallel zu einer Wand aufweist. Dies ist nach Shi und Rzehak (2020) in der Herausforderung begründet, die translatorische Partikelbewegung bei moderatem Rechenaufwand numerisch zu modellieren. Jene Herausforderung liegt im Fall einer Berechnung auf Basis eines ortsfesten Referenzframes darin, dass das Rechengebiet sehr lang sein muss, um die Bewegung der Partikel abbilden zu können. Außerdem muss das gesamte Rechengebiet entlang der Partikeltrajektorie fein diskretisiert werden, was zu hohem Rechenaufwand führt.

Ein zielführendes numerisches Verfahren zur Berechnung dieser Probleme bei moderatem Rechenaufwand wurde in der Arbeit von Lee und Balachandar (2010) für eine Partikel nahe einer planaren Wand dargestellt. Hierbei wurde das transiente Problem mit Hilfe eines sich mitbewegenden Referenzframes aus Sicht der Partikel betrachtet, wodurch die Position der Partikel im Rechengebiet unverändert blieb und das Problem somit stationär berechenbar wurde. Die reine Axialgeschwindigkeit der Partikeln – und damit der konstante Partikel-Wand-Abstand – macht die Anwendung dieser Methode für das gegebene Problem dieses Kapitels möglich.

¹ Eine gleichmäßige Strömung um eine nicht rotierende Partikel ist für $Re_{p,s} \leq 270$ symmetrisch und stationär (Johnson und Patel 1999). Die maximale Partikel-Reynoldszahl in dieser Arbeit beträgt in der Parameterstudie (Kapitel 2.3.3) $Re_{p,s} = 40 \ll 270$, sodass die Symmetrie der Strömung mit Hilfe eines Simulationsmodells ohne Symmetrieebene (Kapitel 2.4.1, Abbildung 19) ebenfalls für beliebige Wandabstände und für die Rohrströmungen dieser Arbeit bestätigt werden kann. Zusätzlich kann die Symmetrie im Fall von Partikelrotation mit dem Simulationsmodell des Kapitels 2.4.1 bestätigt werden. Auf eine ausführliche Darstellung der Simulationsergebnisse zur Prüfung auf Symmetrie wird an dieser Stelle verzichtet, da die Anwendbarkeit des in Abbildung 9 dargestellten Modellsaufbaus ebenfalls im späteren Kapitel 2.3.5 anhand mehrerer Validierungsstudien bestätigt wird.

Partikelkräfte und -momente resultieren aus der Integration der Schubspannungen und Drücke entlang der Partikeloberfläche. Zur Ermittlung dieser Schubspannungen und Drücke wird das Strömungsfeld des Fluids in dem sich mit der Partikel mitbewegenden Referenzframe berechnet. In diesem Frame ist die Partikel ortsfest, sodass sich der Frame mit w_{ax} axial bewegt. Da in der folgenden Parameterstudie die Einflussgröße $Re_{p,s}$ als Parameter dient, wird bei jeder Parameterkombination zunächst aus $Re_{p,s}$ die Relativgeschwindigkeit $v_{ax} - w_{ax}$ und daraus über Gl. (2-1) die absolute, axiale Partikelgeschwindigkeit w_{ax} ermittelt. Die Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Rohr wird im Berechnungsmodell modelliert, indem die axiale Geschwindigkeitskomponente an den Rohrwandungen der Axialgeschwindigkeit der Partikel mit invertiertem Vorzeichen entspricht. Die laminare Rohrströmung wird durch die Vorgabe des Druckes auf der einen Rohröffnungsseite und durch die Vorgabe eines Geschwindigkeitsprofils auf der gegenüberliegenden Rohröffnungsseite vorgegeben. Das Geschwindigkeitsprofil wird über Gl. (2-1), korrigiert um $-w_{ax}$, vorgegeben.

In der Arbeit von Lee und Balachandar (2010) wurden rein translatorische Partikelbewegungen über die Methode des sich mitbewegenden Frames gelöst. Dieser Ansatz wird im Folgenden um die gleichzeitige Partikelrotation erweitert, indem an der Partikeloberfläche eine Geschwindigkeitskomponente \vec{w}_o , in Abhängigkeit vom Abstand zur Rotationsachse (\vec{s}) und tangential zur Partikelrotationsachse mit $\vec{w}_o(s) = \vec{\Omega} \times \vec{s}$ definiert wird.

2.3.2 Erhaltungsgleichungen und Stoffgesetze

Grundlage für die Strömungssimulationen sind die Navier-Stokes-Gleichungen, wobei die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie gelöst werden:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \vec{v}) = 0, \quad (2-35)$$

$$\frac{\partial (\rho_f \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \vec{v} \otimes \vec{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_f \vec{f}_b, \quad (2-36)$$

$$\frac{\partial (\rho_f E_e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f E_e \vec{v}) = \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \nabla \cdot \vec{q} + \rho_f \vec{f}_b \cdot \vec{v}. \quad (2-37)$$

Hierbei ist \otimes das dyadische (äußere) Produkt, \vec{v} das Strömungsfeld, \vec{f}_b die Körperkraft pro Masse (Gravitation), E_e die Gesamtenergie pro Masse und \vec{q} der spezifische Wärmefluss. Der Gesamtspannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ wird in Druck- und Schubanteil zerlegt: $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I}_\sigma + \boldsymbol{\tau}$. Hierbei ist \mathbf{I}_σ der Einheitstensor und $\boldsymbol{\tau}$ der viskose Spannungstensor Newtonscher Fluide. Der Wärmefluss ergibt sich nach dem Fourierschen Gesetz aus $\vec{q} = -\lambda_f \nabla T_f$, wobei λ_f die thermische Leitfähigkeit des Fluids ist. Je nach Simulation vereinfachen sich die oben genannten

Gleichungen. Im Fall stationärer Simulationen ist $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. Bei isothermen Simulationen mit $T_f = \text{konst.}$ entfällt die Lösung der Energiegleichung in dieser Arbeit. Weitere Informationen sind in der Literatur und in entsprechenden Dokumentationen zu finden (Anderson 1992; Siemens Digital Industries Software 2018a).

Zur Lösung der Erhaltungsgleichungen und zur Diskretisierung des Rechengebietes wird das kommerzielle CFD Paket Simcenter STAR-CCM+ 13.06 (Siemens Digital Industries Software 2018b) verwendet.

Die Fluideigenschaften von Argon werden Tabellendaten nach Hilsenrath et al. (1955) entnommen. Die Abhängigkeiten der dynamischen Viskosität und der thermischen Leitfähigkeit von der Fluidtemperatur wird über das Modell nach Sutherland (1893) modelliert. Die Abhängigkeit der Fluidichte vom statischen Druck p und der Temperatur T_f wird über das ideale Gasgesetz (Jablonka 2017) berechnet. Die entsprechenden Fluideigenschaften sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Fluideigenschaften

Eigenschaft	Wert
Spez. Wärmekapazität $c_p \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$	$520 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \text{konst.}$
Dichte $\rho_f \left[\text{kg}/\text{m}^3 \right]$	$\frac{1,66 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 294,15 \text{ K}}{T_f} \cdot \frac{p}{1,013 \text{ bar}}$
Thermische Leitfähigkeit $\lambda_f \left[\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right]$	$0,016193 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot \left(\frac{T_f}{270 \text{ K}} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{270 \text{ K} + 153 \text{ K}}{T_f + 153 \text{ K}} \right)$
Dynamische Viskosität $\mu_f \left[\text{Pa} \cdot \text{s} \right]$	$2,10503 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \left(\frac{T_f}{270 \text{ K}} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{270 \text{ K} + 137,5 \text{ K}}{T_f + 137,5 \text{ K}} \right)$

2.3.3 Design der Parameterstudie

Die statistische Versuchsplanung ist eine Methode zur Planung von Versuchsreihen. Ziel hierbei ist, mit möglichst geringem Versuchsaufwand möglichst viele (relevante) Informationen über die Zusammenhänge von Eingangs- und Zielgrößen zu generieren. Das Aufstellen von Versuchsplänen ist daher ein wichtiger Bereich der statistischen Versuchsplanung. Hierbei wird zwischen vollfaktoriellen und teilfaktoriellen Versuchsplänen unterschieden. Bei einem vollfaktoriellen Versuchsplan werden sämtliche Faktoren (die in einem Versuchsplan verwendeten Eingangsgrößen werden Faktoren genannt) kombiniert, um so die Effekte der Faktoren auf die Ausgangsgrößen zu bestimmen. Hierbei werden die Faktoren über Faktorstufen (diskrete Werte der Eingangsgröße) variiert. Der vollfaktorielle Versuchsplan hat den Nachteil, dass der Aufwand einer Versuchsreihe umfangreich ist. Der Versuchsplan bietet jedoch den

Vorteil, dass sämtliche Wechselwirkungen der Faktoren ebenfalls erfasst werden. Zur Reduktion des Aufwandes können teilfaktorielle Versuchspläne genutzt werden, indem nur bestimmte Faktorstufenkombinationen berücksichtigt werden, indem Wechselwirkungen höherer Ordnung der Faktoren vernachlässigt werden. (Kleppmann 2013)

In Kapitel 2.1 wurde bei der Berechnung der auf eine Partikel wirkenden Kräfte die Problematik der Superposition unterschiedlicher Effekte aufgrund von starken Wechselwirkungen bereits verdeutlicht. Daher wird trotz des hohen Rechenaufwandes ein vollfaktorieller Versuchsplan für die vorliegende Parameterstudie gewählt.

Die Untersuchungen dieser Arbeit beziehen sich auf den Temperaturbereich zwischen 21 °C und 1000 °C, Partikelgrößen zwischen 20 µm und 40 µm, einen maximalen Gasmassenstrom von $1,5 \cdot 10^{-5}$ kg/s bei einem konstanten Rohrdurchmesser von $D = 1$ mm (siehe Kapitel 2.2) und Umgebungsdruck p_0 am Rohrauslass. Die Ergebnisse der Parameterstudie werden in dieser Arbeit genutzt, um auf Basis der lokalen Strömungsbedingungen die auf Partikeln wirkenden Kräfte zu bestimmen. Da die lokalen Strömungsbedingungen im Rohr von einer idealen Poiseuille-Strömung leicht abweichen können (beispielsweise durch den thermischen Einlaufbereich), wird der Bereich des Massenstroms in der Parameterstudie auf ca. $0,065 \cdot 10^{-5}$ kg/s bis $2 \cdot 10^{-5}$ kg/s erweitert². Der Massenstrom wird im Versuchsplan über die Faktoren $v_{max}(T_f)$ und T_f variiert.

Die maximale Partikelrotation wird durch Partikel-Wand-Stöße induziert. Diese kann über $2 \cdot v_{max}/d_p$ konservativ geschätzt werden (siehe Kapitel 4.4.3), sodass die Wertebereichsgrenzen für den Faktor Ω in Abhängigkeit von v_{max} und d_p vorgegeben werden.

Die Wertebereichsgrenzen des Faktors X_{rad} können aus Symmetriegründen von $[-D/2: D/2]$ auf ausschließlich positive Werte reduziert werden, da die Beziehungen $F_L((D/2 - L), \Omega) = -F_L(-(D/2 - L), -\Omega)$, $F_D((D/2 - L), \Omega) = F_D(-(D/2 - L), -\Omega)$ und $M((D/2 - L), \Omega) = -M(-(D/2 - L), -\Omega)$ gelten.

Der Versuchsplan mit den Faktoren X_{rad} , d_p , $Re_{p,s}$, T_f , v_{max} sowie Ω und den Zielgrößen F_L , F_D und M umfasst insgesamt alle Faktorstufenkombinationen der Faktorstufen

- X_{rad} : {100 µm; 250 µm; 400 µm; 450 µm; $L_R = 1,5$ },
- d_p : {20; 30; 40} µm,
- $Re_{p,s}(d_p = 20 \text{ µm})$: {0,01; 0,1; 1; 2,5; 5; 12,5; 20},
- $Re_{p,s}(d_p = 30 \text{ µm})$: {0,1; 1; 2,5; 5; 7,5; 10; 20; 40},

² Vergleiche zwischen Poiseuille-Strömung und unterschiedlichen Strömungsprofilen dieser Arbeit sind der Abbildung 69 und der Abbildung 96 zu entnehmen.

- $Re_{p,s}(d_p = 40 \mu\text{m}): \{0,1^3; 0,5; 1; 2,5; 5; 7,5; 10; 25; 40\}$,
- $T_f: \{21, 250, 600, 1000\} \text{ }^\circ\text{C}$,
- $v_{max}(T_f = 21 \text{ }^\circ\text{C}): \{1; 3; 5; 10; 20; 31\} \text{ m/s}$,
- $v_{max}(T_f = 250 \text{ }^\circ\text{C}): \{3; 10; 20; 31; 55\} \text{ m/s}$,
- $v_{max}(T_f = 600 \text{ }^\circ\text{C}): \{2,5; 15; 31; 60; 90\} \text{ m/s}$,
- $v_{max}(T_f = 1000 \text{ }^\circ\text{C}): \{5; 15; 31; 80; 135\} \text{ m/s}$,
- $\Omega: \frac{2 \cdot v_{max}}{d_p} \cdot \pm\{0; 0,01; 0,1; 0,5; 1\} \text{ 1/s}$,

wobei Faktorstufenkombinationen mit $v_{rel} = Re_{p,s} \cdot \mu_f(21^\circ\text{C})/\rho(21^\circ\text{C})/d_p > v(x_{rad})$ (sofern Partikel langsamer als Fluid ist) oder $v_{rel} = Re_{p,s} \cdot \mu_f(21^\circ\text{C})/\rho(21^\circ\text{C})/d_p > v_{max}$ (sofern Partikel schneller als Fluid ist) nicht berechnet werden. Sofern sich die Partikel also nicht entgegen oder deutlich schneller als die Fluidströmung im Rohr bewegen, wird der entsprechende Fall daher von diesem Versuchsplan eingeschlossen, was für die Untersuchung des Verfahrenskonzeptes in Kapitel 4 eine Voraussetzung ist.

2.3.4 Diskretisierung: Stationäre CFD-Simulation

Zur numerischen Lösung der Erhaltungsgl. ist eine Diskretisierung des Rechengebiets durch ein Netz, bestehend aus vielen berechenbaren Zellen, erforderlich. Die Genauigkeit der Lösung und die Rechenzeit sind dabei von der Art, Auflösung und Größe des Netzes abhängig. Rechnetetze können strukturiert oder unstrukturiert sein. Strukturierte Netze zeichnen sich im dreidimensionalen Fall durch die regelmäßige Anordnung von Hexaedern aus. Diese Regelmäßigkeit führt zu einer Reduktion des Speicherbedarfs und ist vor allem dann von Vorteil, wenn die Strömungsrichtung des Fluidfeldes bekannt ist und das Netz entsprechend der Strömungsrichtung ausgerichtet wird, um so numerische Fehler zu reduzieren. Für komplexe Geometrien und unbekannte Strömungsrichtungen sind jedoch unstrukturierte Netze trotz der höheren Hardwarebelastung vorzuziehen. Im Rahmen der Parameterstudie wird zur Vernetzung des CFD-Modells eine automatisierte Vernetzungsmethode erstellt, mit welcher unterschiedliche Vernetzungen in einem Rechengebiet vereint werden. Das resultierende Rechengebiet des Modells und die entsprechende Vernetzung ist in Abbildung 10 am Beispiel $d_p = 40 \mu\text{m}$ und $L = 250 \mu\text{m}$ dargestellt.

³ Faktorstufenkombination nur für $X_{rad} = 100 \mu\text{m}$.

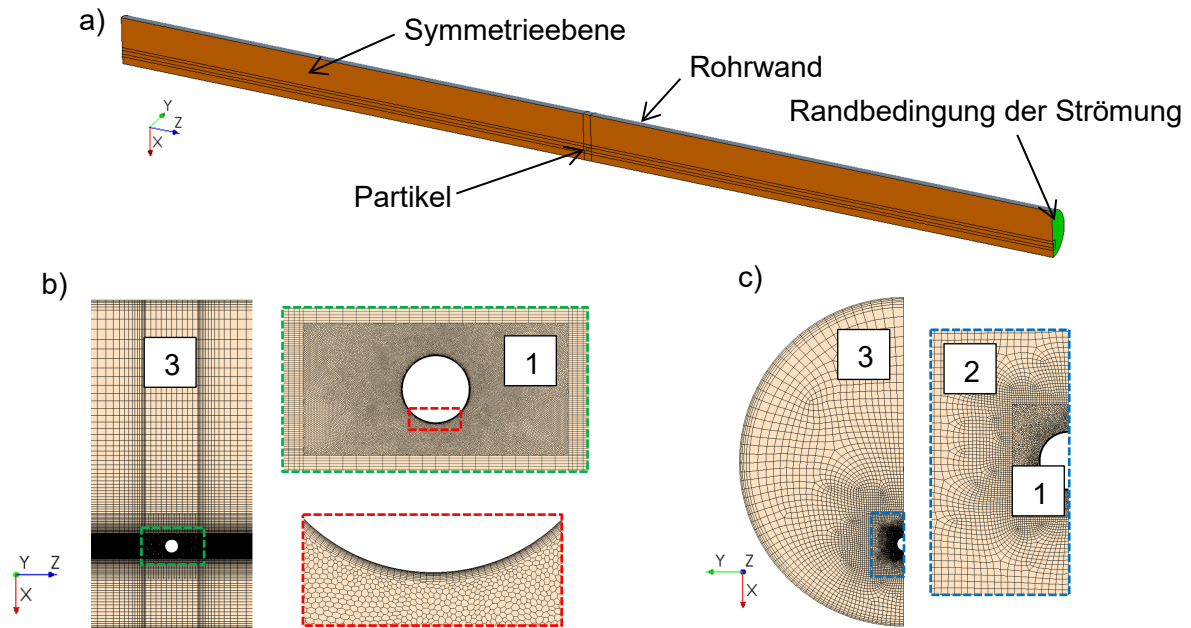


Abbildung 10: Diskretisierung des stationären CFD-Modells als Grundlage der Parameterstudie

Da eine Strömung in Wandnähe parallel zur Wand strömt, werden die viskosen Unterschichten in Wandnähe im gesamten Rechengebiet durch Hexaeder-Zellen diskretisiert. In unmittelbarer Umgebung der Partikel (zur Partikel relative Position : $[-d_p, d_p] \times [0, d_p] \times [-2d_p, 2d_p]$) wird das Rechengebiet in Region 1 durch ein feines, unstrukturiertes Netz aus Polyedern diskretisiert. Unabhängig von der Strömung um die Partikel weisen diese Zellen einen geringen numerischen Approximationsfehler auf. Entlang der X-Y-Ebene befinden sich in größerem Abstand zur Partikel die Regionen 2 und 3. Zur Vernetzung dieser Regionen wird zunächst ein unstrukturiertes, zweidimensionales Netz in der X-Y-Ebene aus Drei- und Vierecken erstellt. Anschließend werden die zweidimensionalen Netze entlang der Z-Achse in regelmäßigen Schichten im Bereich $z = \pm 2d_p$ extrudiert. Wie in der Abbildung 10 c) zu sehen ist, wird die Zellgröße des zweidimensionalen Netzes dabei mit wachsendem Abstand zur Partikel vergrößert. Die Zellgröße der Region 2 sowie die Zellgröße der Schnittstelle zwischen den Regionen 2 und 3 ist über den Wert d_p skaliert. Abschließend wird die zweidimensionale Vernetzung der Regionen 1, 2 und 3 in der Ebene $z = 2d_p$ ($z = -2d_p$) in positiver (negativer) z-Richtung bis zum Rohrende extrudiert. Die über die gesamte Rohrlänge hohe Auflösung in x-y-Richtung führt zu geringen Approximationsfehlern des Gradienten der Poiseuille-Strömung im Bereich der Partikel, was für die Analyse der scherinduzierten Partikelantriebskraft relevant ist. Außerdem wird bei der Vernetzung durch Extrusion eine Interpolation zwischen unterschiedlichen Vernetzungsgebieten vermieden, was Rechenzeit spart und Approximationsfehler verringert.

Zur Einordnung der Diskretisierungsfehler werden in Tabelle 2 unterschiedliche Diskretisierungsstufen (DS) definiert. Durch die Basisgröße werden die Zellen des gesamten Rechengebiets über einen Faktor skaliert. Die relative Größe der Zellen zueinander bleibt dabei unverändert (siehe Abbildung 10). Eine Ausnahme hierbei bildet die Anzahl der Schichten extrudierter Netze, weshalb die Schichtanzahl der Regionen 2 und 3 ebenfalls in Tabelle 2 mit aufgeführt ist. Die Schichtanzahl der Region mit $z > \pm 2d_p$ wird über die variable Rohrlänge variiert und ist daher nicht Teil der Diskretisierungsstufen.

Tabelle 2: Diskretisierungsstufen des CFD-Modells

DS	Basisgröße	Schichtanzahl (Region 2)	Schichtanzahl (Region 3)
1	1	30	60
2	1,2	20	40
3	1,5	10	20
4	3	10	20

Die rel. Abweichungen (Abw.) der kalkulierten Zielgrößen (F_D, F_L, T) zur feinsten Diskretisierungsstufe (DS) auf Basis unterschiedlicher Faktorstufen ($Re_{p,s}, L_R, v_{max}, \Omega$), DS und Definitionen von Randbedingungen sind in Tabelle 3 exemplarisch für $T_f = 250\text{ °C}$ und $d_p = 40\text{ }\mu\text{m}$ zusammengefasst (Situationen mit $v_{rel} < 0\text{ m/s}$ sind mit dem Symbol ‘**’ markiert). Für eine DS von zwei oder drei liegen die Abweichungen (Abw.) im Wesentlichen unterhalb von 1 %. Nur für $\Omega = 0\text{ 1/s}$ und $L_R = 10$ bei gleichzeitig sehr kleinen bzw. großen Partikel-Reynoldszahlen $Re_{p,s}$ sind die Abw. bei einer DS von zwei oder drei für die Auftriebskraft partiell erhöht, weil die Auftriebskraft ohne Wandeinfluss für $v_{rel} \rightarrow 0\text{ m/s}$ bzw. $Re_{p,s} \approx 50$ zu null wird (Shi und Rzehak 2019) und bereits kleine numerische Ungenauigkeiten zu hohen rel. Abw. führen. Diese Abw. werden in dieser Arbeit vernachlässigt, da der Fokus der vorliegenden Untersuchung auf der Berechnung von Partikeltrajektorien liegt und der Einfluss von rel. Fehlern sehr kleiner Auftriebskräfte auf die Trajektorien gering ist. Aus Gründen der Rechenzeit wird daher eine DS von 3 gewählt. Dieses Netz ist in Abbildung 10 zu sehen.

Die Ergebnisse der Tabelle 3 zeigen außerdem, dass eine Verlängerung des Rechengebietes (S) oder der partikelnahen Regionen 1 und 3 ($S_{P.R.}$) nur zu geringen Änderungen der Ergebnisse führt. Gleiches gilt, wenn die beiden Strömungsrandbedingungen an den Rohrenden vertauscht werden ($Pos_{vel,in}$).

Tabelle 3: Einfluss der Diskretisierungsstufen und unterschiedlicher Parameter auf die Zielgrößen der Parameterstudie

$Re_{p,s}$	L_R	v_{max} [m/s]	Ω [1/s]	$S_{P.R.}$	S	$Pos_{vel,in}$	Abw. [%] (DS = 2)			Abw. [%] (DS = 3)			Abw. [%] (DS = 4)		
							F_D	F_L	T	F_D	F_L	T	F_D	F_L	T
40	10	55	0	$4d_p$	$500d_p$	+z	0,1	<u>3,1</u>	<u>1,1</u>	0,2	8,7	1,5	0,5	<u>18,8</u>	<u>2,2</u>
10							0,1	<u>1,2</u>	0,0	0,0	<u>2,2</u>	0,5	0,6	0,4	<u>1,6</u>
0,5							0,2	0,0	0,2	<u>1,3</u>	<u>1,2</u>	0,4	3,6	<u>4,0</u>	<u>1,6</u>
0,1							0,8	<u>14,1</u>	0,1	<u>1,5</u>	<u>14,6</u>	0,3	<u>12,1</u>	<u>1,7</u>	<u>1,3</u>
0,5*							1,0	0,4	0,1	<u>1,6</u>	1,0	0,3	1,8	0,0	<u>1,4</u>
10	1,5	3					0,1	0,1	0,3	0,2	0,3	0,4	0,9	0,9	<u>1,7</u>
0,5							0,5	0,0	0,1	<u>3,1</u>	0,5	0,5	11,5	0,2	<u>1,5</u>
0,1							0,5	0,2	0,2	<u>1,6</u>	0,6	0,5	<u>3,2</u>	<u>2,1</u>	<u>1,6</u>
0,5							0,1	0,4	0,1	0,9	0,8	0,5	1,7	<u>3,7</u>	<u>1,6</u>
40*							0,1	0,4	0,1	0,2	0,9	0,0	0,6	<u>4,0</u>	<u>5,3</u>
2,5	10	3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,7	0,5	1,0	<u>1,2</u>	<u>2,2</u>				
0,5			0,4	0,3	0,1	0,1	0,6	0,4	0,6	0,5	<u>1,7</u>				
0,1			0,4	<u>1,3</u>	0,1	0,6	<u>2,7</u>	0,2	0,7	0,9	<u>1,4</u>				
0,1			0,0	0,1	0,5	0,2	<u>1,1</u>	0,6	1,0	<u>22,9</u>	<u>2,0</u>				
0,5			0,2	0,0	0,2	0,1	0,0	0,2	0,9	0,6	<u>1,3</u>				
2,5*	0,2	0,2	0,6	0,2	0,1	0,7	<u>1,2</u>	1,4	1,0						
10	10	55	$2,75 \cdot 10^6$	$4d_p$	$500d_p$	+z	0,2	0,0	0,2	0,4	0,3	0,4	0,0	0,6	<u>1,5</u>
0,1	10		0,7				0,8	0,2	<u>1,2</u>	<u>1,8</u>	0,4	0,7	1,0	<u>1,5</u>	
10*	1,5		0,2				0,1	0,2	0,3	0,3	0,5	0,2	<u>1,5</u>	<u>1,6</u>	
10	10		$-2,75 \cdot 10^6$				0,7	0,5	0,3	0,4	0,1	0,4	0,3	0,9	<u>1,5</u>
0,5	10	55	0	$8d_p$	$750d_p$	+z	0,3	0,2	0,3	-	-	-	-	-	
10				0,0	<u>1,6</u>	0,0	-	-	-	-	-	-	-		
10				0,0	<u>1,1</u>	0,0	-	-	-	-	-	-	-		
0,5				0,2	0,3	0,2	-	-	-	-	-	-	-		

2.3.5 Validierung: Stationäre CFD-Simulation

In der Parameterstudie wird eine rotierende Partikel betrachtet, welche mit einer Relativgeschwindigkeit durch eine wandbegrenzte Poiseuille-Strömung transportiert wird. Hierbei führen in Anlehnung an Kapitel 2 mehrere Effekte gleichzeitig zu Partikelkräften. Die Literatur zeigt, dass diese Effekte jedoch aufgrund von Wechselwirkungen nicht separat voneinander berechnet und anschließend addiert werden können. Dies erschwert die Vorhersage der Gesamtkraft und ist Grund dafür, dass in den meisten Arbeiten nur einzelne Effekte betrachtet werden. Diese Arbeiten werden im Folgenden genutzt, um das Simulationsmodell zu validieren. Insgesamt werden vier Validierungsfälle betrachtet:

- Validierungsfall 1: Partikeltranslation in ruhendem Fluid (wandnah)
- Validierungsfall 2: Ruhende Partikel in einer Scherströmung (wandnah)
- Validierungsfall 3: Partikelrotation und -translation in ruhendem Fluid (wandentfernt)
- Validierungsfall 4: Partikelrotation in ruhendem Fluid (wandnah)

Mit dem Validierungsfall 1 (Partikeltranslation in ruhendem Fluid, wandnah) wird geprüft, ob die wandinduzierten Partikelkräfte mit Hilfe des Simulationsmodells korrekt wiedergegeben werden. In Abbildung 11 werden die Ergebnisse des vorliegenden Modells mit Korr. und Simulationsdaten der entsprechenden Literatur (siehe Kapitel 2) verglichen. Die Erhöhung der Widerstandskraft (bzw. C_{Du}^W) durch den Einfluss einer Wand ist in Übereinstimmung mit der Korr. von Zeng et al. (2009). Allgemein stimmen die mit dem vorliegenden Simulationsmodell berechneten Werte für die Auftriebskraft (bzw. C_{Lu}^W) mit den Ergebnissen früherer Arbeiten überein. Die Abweichung von C_{Lu}^W zwischen den Korr. und den Ergebnissen dieser Arbeit für $\frac{L}{d_p} = 0,75$ und $2 \leq Re_{p,s} \leq 10$ deuten auf fehlerhafte Korr. in diesem Wertebereich hin, da die Ergebnisse dieser Arbeit mit den Simulationsdaten von Zeng et al. (2005) in diesem Bereich übereinstimmen.

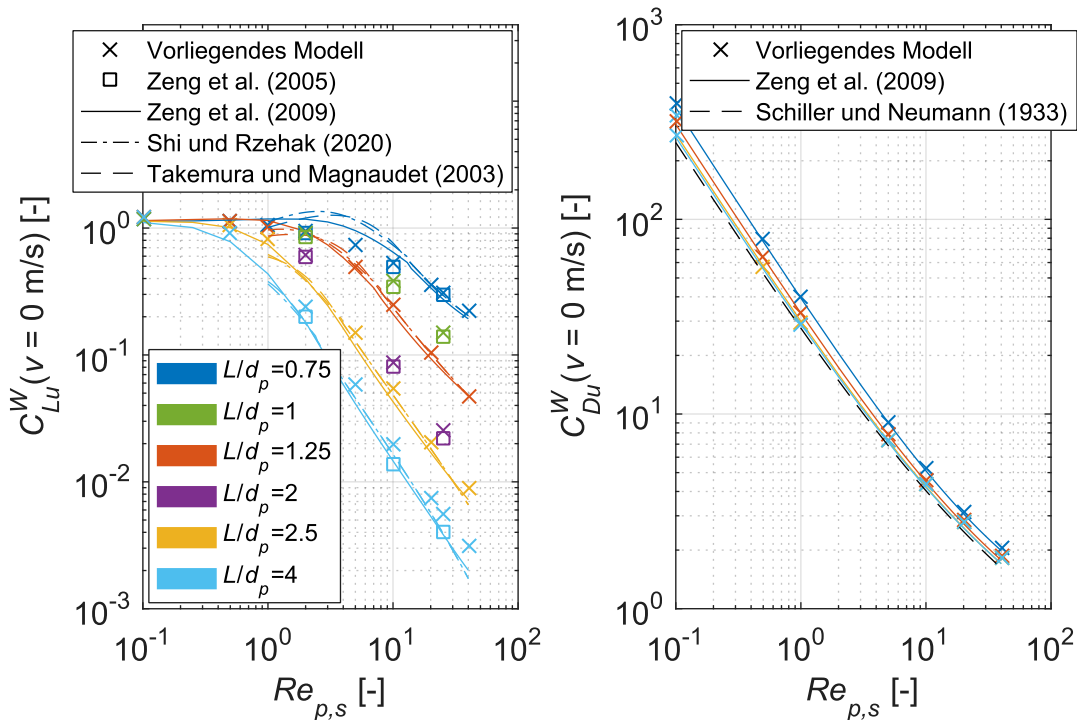


Abbildung 11: Validierungsfall 1: Partikeltranslation in ruhendem Fluid nahe einer Wand

Mit dem Validierungsfall 2 (Ruhende Partikel in einer wandnahen Scherströmung) wird geprüft, ob die scherinduzierten Partikelkräfte mit Hilfe des Simulationsmodells für variable Wandabstände korrekt wiedergegeben werden. Wie in Abbildung 12 zu sehen ist, sind die simulativ bestimmten Werte von $C_{L\omega}^W$ und $C_{D\omega}^W$ allgemein in Übereinstimmung mit der entsprechenden Literatur.

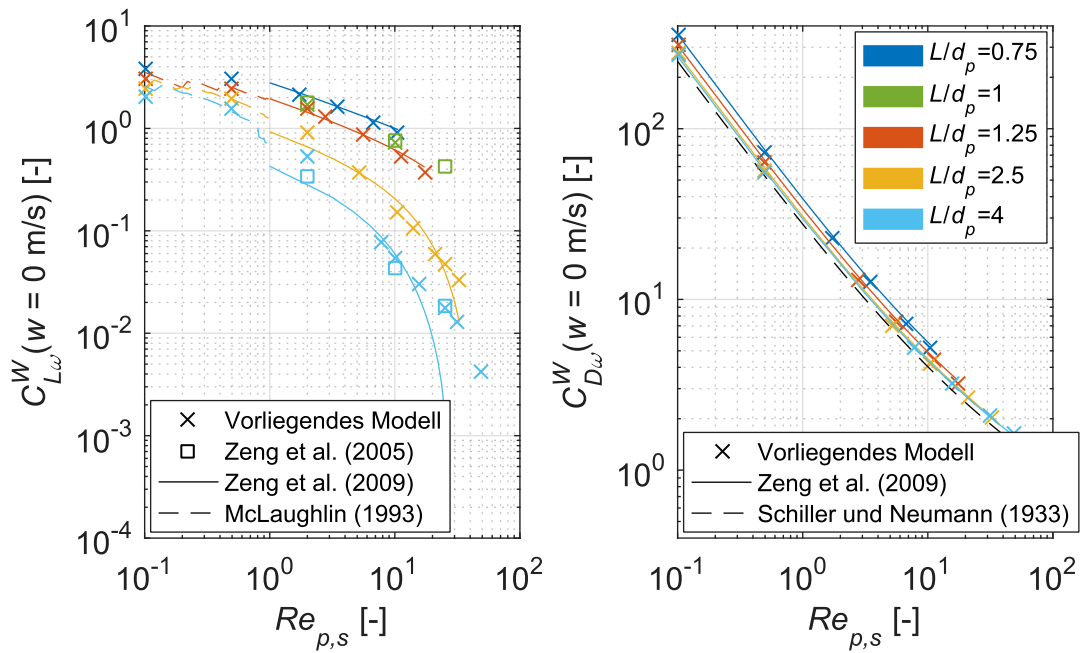


Abbildung 12: Validierungsfall 2: Ruhende Partikel in wandnaher Fluidströmung

Mit dem Validierungsfall 3 (Partikelrotation und -translation in ruhendem Fluid, wandentfernt) wird geprüft, ob die durch Rotation induzierte Partikelautriebskraft mit Hilfe des Simulationsmodells korrekt wiedergegeben wird. Wie in Abbildung 13 zu sehen ist, sind die simulativ bestimmten Werte von $C_{L\Omega}^U$ allgemein in Übereinstimmung mit der entsprechenden Literatur.

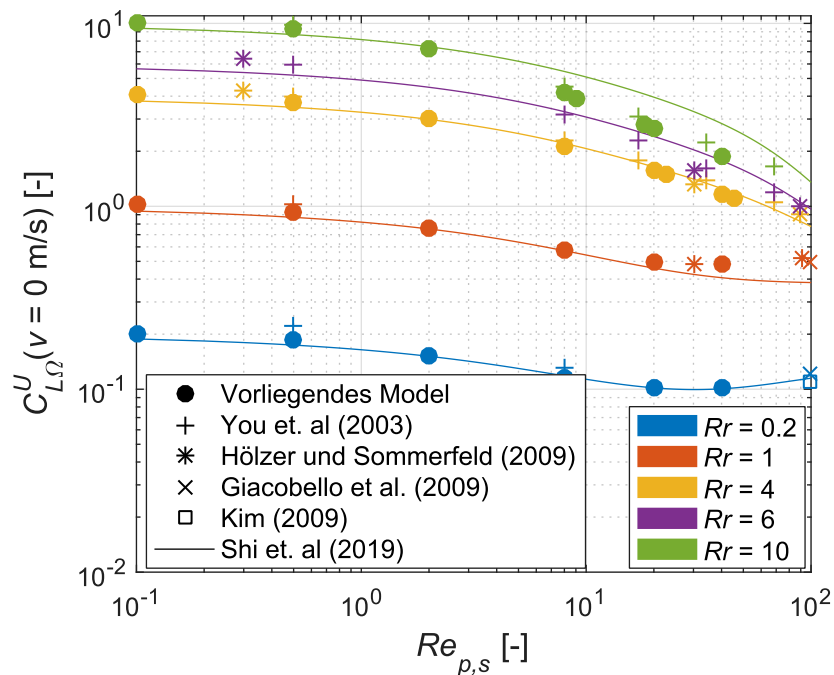


Abbildung 13: Validierungsfall 3: Partikelrotation und gleichzeitige Partikeltranslation in ruhendem Fluid

Mit dem Validierungsfall 4 (Partikelrotation in ruhendem Fluid, wandnah) wird geprüft, ob die durch Rotation induzierte Partikelauftriebskraft durch Interaktion mit einer Wand mit Hilfe des Simulationsmodells korrekt wiedergegeben wird. Die Ergebnisse von $C_{L\Omega}^W(v = w = 0 \text{ m/s})$ sind in Abbildung 14 in guter Übereinstimmung mit der Korr. von Lee und Balachandar (2010).

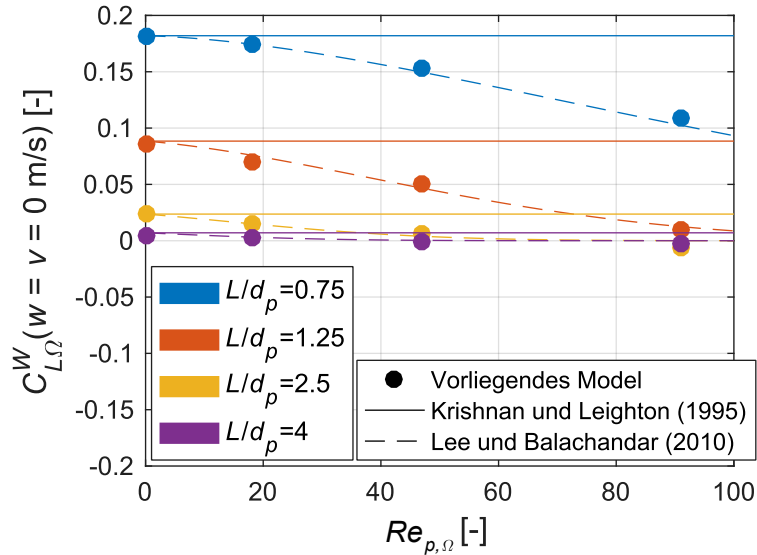


Abbildung 14: Validierungsfall 4: Partikelrotation in ruhendem Fluid nahe einer Wand

Die Ergebnisse aller vier Validierungsfälle belegen, dass die durch Fluidscherung, Wandinteraktion oder Partikelrotation induzierten Partikelkräfte mit dem vorliegende Simulationsmodell korrekt berechnet werden. Im weiteren Verlauf wird das Modell daher verwendet, um die Partikelkräfte und Momente für variable Bedingungen zu bestimmen.

2.3.6 Ergebnisse

Bei der Abschätzung adäquater Prozessparameter für die Untersuchung des Verfahrens zur Partikelfokussierung in einem Kapillarrohr, wurde durch die Verwendung der Korr. (2-11) in Kapitel 2.2 von einer linearen Scherströmung ausgegangen. Zur Überprüfung dieser qualitativen Abschätzung ist in Abbildung 15 die simulativ bestimmte Auftriebskraft einer rotationsfreien Partikel mit $d_p = 30 \mu\text{m}$ in Abhängigkeit der Partikel-Reynoldszahl $Re_{p,s}$ für unterschiedliche radiale Positionen und bei einer Temperatur von $250 \text{ }^\circ\text{C}$ dargestellt. In großem Abstand zur Wand zeigt sich, dass sich die Auftriebskraft für sehr kleine Reynoldszahlen $Re_{p,s}$ gegen null nähert⁴. Für $v_{rel} > 0 \text{ m/s}$ (Partikel ist langsamer als Fluid) im Bereich

⁴ Für $Re_{p,s} \rightarrow 0$ wird zwar eine Auftriebskraft durch die Krümmung des Parabolischen Strömungsprofils induziert (Stoecklein und Di Carlo 2019), diese ist jedoch deutlich kleiner als scherinduzierte Auftriebskräfte im Fall von $Re_{p,s} > 0$.

$0 < Re_{p,s} < ca. 2,5$ steigt die Auftriebskraft zunächst stetig an und fällt im weiteren Verlauf für $ca. 2,5 < Re_{p,s} < 10$ wieder stetig ab. Dieser charakteristische Verlauf der Auftriebskraft stimmt mit den Korrelationsergebnissen nach Gl. (2-11) qualitativ überein, sodass die Abschätzung adäquater Prozessparameter für die Untersuchung des Verfahrens zur Partikelfokussierung in einem Kapillarrohr (Kapitel 2.2) beibehalten wird.

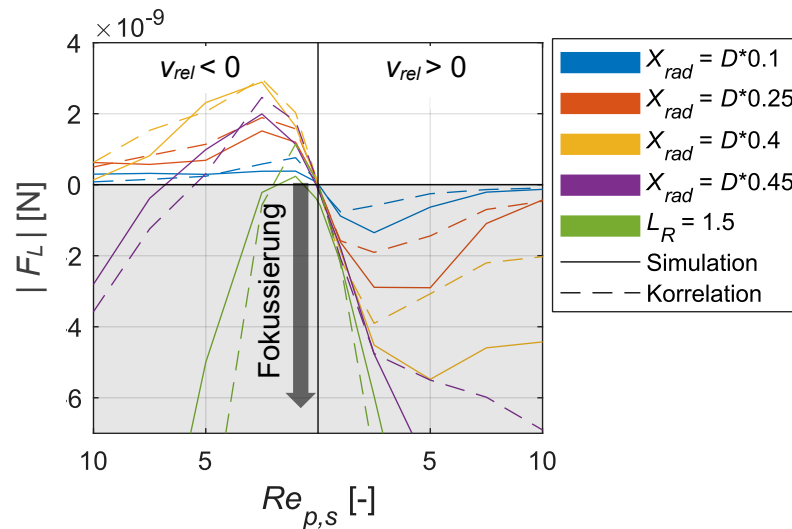


Abbildung 15: Auftriebskraft für $d_p = 30 \mu\text{m}$, $\Omega = 0 \text{ 1/s}$ und $T_f = 250 \text{ °C}$, Korrelationsergebnisse nach Gl. (2-11)

Im Folgenden werden die simulativ bestimmten Kräfte und Momente der Parameterstudie mit Hilfe der Korr. berechnet und der relative Fehler zu den Simulationsergebnissen aller Partikelgrößen, Temperaturen, Fluidgeschwindigkeiten, Partikel-Reynoldszahlen und Partikelrotationen bestimmt. Die verwendeten Korr. für die Auftriebskraft, die Widerstandskraft und das Moment sind in Kapitel 2.1.6 nachzulesen. In Abbildung 16 ist der prozentuale Anteil der Simulationsergebnisse dargestellt, dessen relativer Fehler unterhalb des Fehlerwertes auf der Ordinate liegt (kumulierter Anteil der Daten). Hierbei wird zwischen unterschiedlichen radialen Positionen sowie zwischen den Fällen $Re_{p,s} \leq 2,5$ bzw. $Re_{p,s} > 2,5$ und $|\Omega| \leq |\omega(X_{rad})|$ bzw. $|\Omega| > |\omega(X_{rad})|$ unterschieden.

Es zeigt sich, dass die Fehler in Bezug auf die Auftriebskraft mit Abstand am größten sind. Für $Re_{p,s} \leq 2,5$ und $|\Omega| \leq |\omega(X_{rad})|$ liegen nur 80 % der Ergebnisse unterhalb eines Fehlers von ca. 100 % und die Hälfte der Ergebnisse unterhalb eines Fehlers von ca. 25 % – 90 %.

Die Fehler in Bezug auf die Auftriebskraft sind aufgrund weniger komplexer Zusammenhänge im Allgemeinen geringer. Für $Re_{p,s} \leq 2,5$ liegen jedoch nur 80 % der Ergebnisse unterhalb eines Fehlers von ca. 30 % – 40 % ($|\Omega| \leq |\omega(X_{rad})|$) bzw. 20 % – 40 % ($|\Omega| > |\omega(X_{rad})|$).

Die Fehler in Bezug auf das Moment sind in Vergleich zu der Widerstandskraft nochmals reduziert. Mit Ausnahme der radialen Position in unmittelbarer Nähe zur Wand ($L_R = 1,5$) liegen

90 % der Ergebnisse – unabhängig von X_{rad} , $Re_{p,s}$ oder $|\Omega|$ – unterhalb eines Fehlers von ca. 20 %.

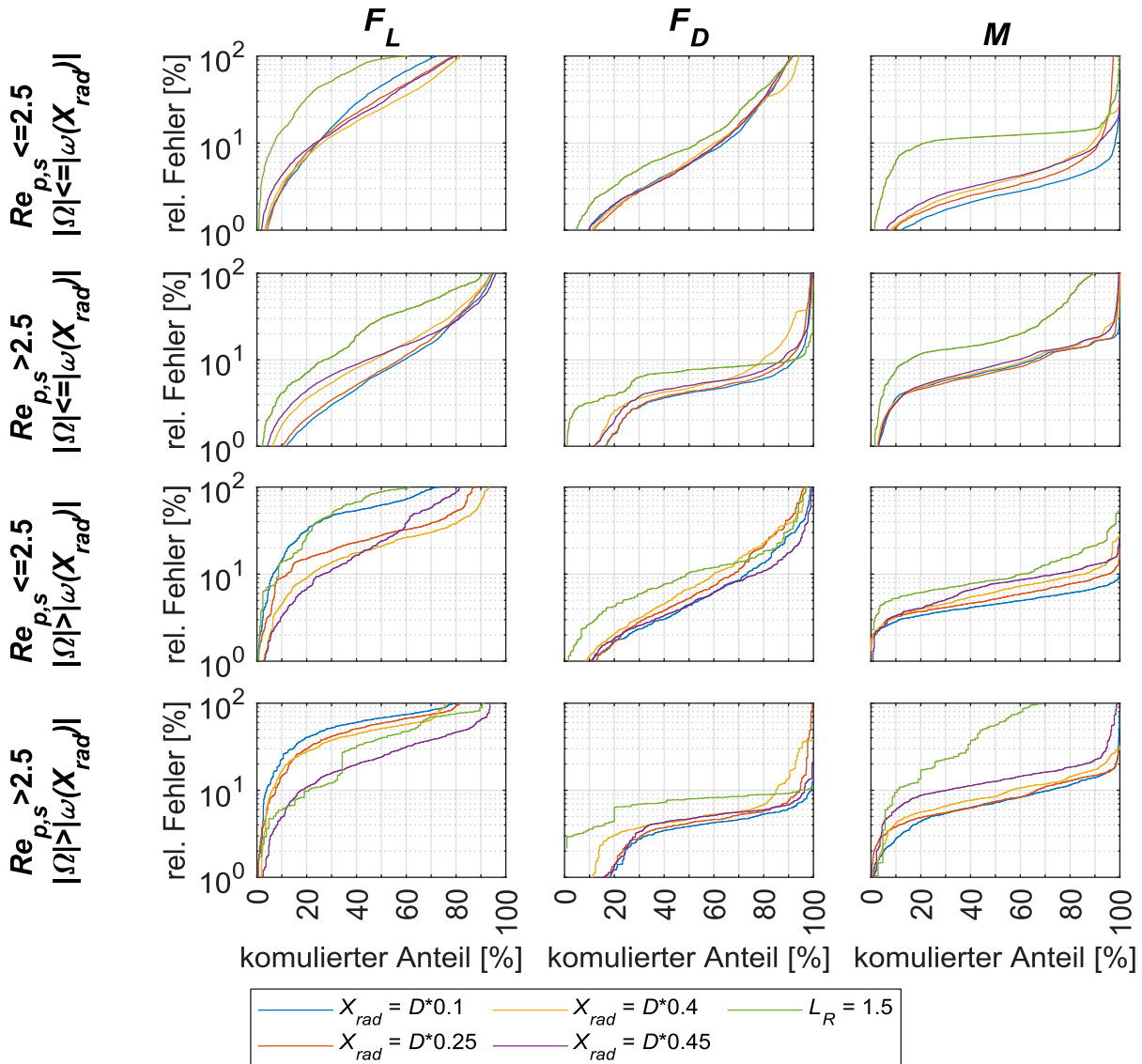


Abbildung 16: Links: Vorhersagefehler der Simulationsergebnisse durch Korr. (2-11), in Superposition mit (2-10) (Auftriebskraft), Mitte: Vorhersagefehler der Simulationsergebnisse durch Korr. (2-14), in Kombination mit (2-17) (Widerstandskraft), rechts: Vorhersagefehler der Simulationsergebnisse durch Korr. (2-18) (Moment)

Die Analyse der Fehler zeigt in Bezug auf die Kräfte, dass eine valide Analyse des Verfahrens in dieser Arbeit nur auf Grundlage der Simulationsdaten möglich ist. Daher wird im nächsten Kapitel ein Interpolationsmodell entwickelt, welches die Vorhersage der Kräfte für beliebige Parameter ermöglicht. Das Moment wird im Folgenden über die Korr. (2-18) bestimmt, da die resultierenden Fehler im Allgemeinen gering sind. Die erhöhten Fehler der radialen Position in unmittelbarer Nähe zur Wand ($L_R = 1,5$) werden vernachlässigt, da diese bereits für $X_{rad} = D \cdot 0,45$ nicht mehr zu beobachten sind.

2.3.7 Partikelkraftinterpolation

Die Ergebnisse der Parameterstudie (Kapitel 2.3.3) werden im Weiteren als Stützstellen für ein Interpolationsmodell verwendet, um für beliebige Kombinationen der entsprechenden Faktoren die Widerstands- und Auftriebskraft vorherzusagen. Das Interpolationsmodell wird in dieser Arbeit bei dem Euler-Lagrange-Verfahrens verwendet, um die Mehrphasenströmung im Kapillarrohr zu untersuchen (Kapitel 4). In diesem Kapitel wird die Interpolationsmethodik des verwendeten Interpolationsmodells dargestellt. Anschließend wird die Performance des Interpolationsmodells anhand eines weiteren Testdatensatzes untersucht.

Verwendete Interpolationsmethodik dieser Arbeit

Die bei der Parameterstudie ermittelten Widerstands- und Auftriebskräfte in Abhängigkeit der Faktoren X_{rad} , T_f , $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und R'_r bilden die Stützstellen der Interpolationsmethodik dieser Arbeit (im Weiteren Modell M1 genannt). Die Faktoren v_{max} und Ω der Parameterstudie des Kapitels 2.3.3 werden hierbei in die dimensionslosen Faktoren $Re_{p,\omega}$ und $R'_r = Re_{p,\Omega}/Re_{p,\omega}$ umgerechnet. Weil im späteren Verlauf der Arbeit Simulationen für genau die Faktorstufen $d_p = [20; 30; 40] \mu\text{m}$ berechnet werden, entfällt die Interpolation in Bezug auf den Faktor d_p .

Das Modell M1 basiert darauf, dass für jede der Faktorstufenkombinationen aus den Faktoren T_f und X_{rad} jeweils ein Interpolationsmodell für die übrigen drei Faktoren $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und $R'_r = Re_{p,\Omega}/Re_{p,\omega}$ verwendet wird und die Ergebnisse dieser Interpolationsmodelle anschließend linear zu einem Gesamtwert interpoliert werden. Im Fall einer Vorhersage werden daher zuerst die Ergebnisse der Interpolationsmodelle für die Faktoren $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und R'_r aller benachbarten Faktorstufen der Faktoren T_f und X_{rad} ermittelt. Diese interpolierten Kräfte werden anschließend entsprechend der Fluideigenschaften der benachbarten Faktorstufen von T_f und X_{rad} mit Gl. (2-5) in die Widerstands- bzw. Auftriebskoeffizienten (C_D bzw. C_L) umgerechnet. Anschließend werden diese Koeffizienten zu jeweils einem Gesamtwiderstands- und Gesamtauftriebskoeffizienten linear interpoliert. Die finale Widerstandskraft und die finale Auftriebskraft ergeben sich aus Gl. (2-5) mit den ermittelten Gesamtkoeffizienten in Kombination mit den lokalen Fluid- und Partikeleigenschaften des Euler-Lagrange-Verfahrens.

Die im Folgenden beschriebenen Interpolationen werden mit dem Programm MATLAB durchgeführt (MATLAB 2016). Weitere Informationen zu verwendeten Methoden können der entsprechenden Dokumentation entnommen werden (The MathWorks Inc. 2022).

Die lineare Interpolation der Faktoren T_f und X_{rad} basiert auf einer Triangulation (MATLAB-Funktion „griddata“). Die Interpolation der drei Faktoren $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und $R'_r = Re_{p,\Omega}/Re_{p,\omega}$ ist

eine multivariante, kubische C2-Spline-Interpolation. Für diese Interpolation wird die MATLAB-Funktion „interp“ mit Standardwerten verwendet. Voraussetzung hierfür sind äquidistante Stützstellen in jeder Dimension. Außerdem müssen die Bereichsgrenzen jeder Dimension unabhängig von den anderen Dimensionen konstant sein. Die gezielt zur Interpolation verwendeten Faktoren $Re_{p,s}$, $Re_{p,\omega}$ und R_r' liefern einen dreidimensionalen Raum, welcher durch die drei Faktoren beschrieben wird und dessen Grenzen unabhängig voneinander konstant sind. Zur Realisierung der Äquidistanz der Stützstellen wird ein Wertegenerator programmiert, welcher zunächst für alle Faktorstufenkombinationen aus $Re_{p,\omega}$ und $Re_{p,s}$ eine 1D-Interpolation durchführt und die äquidistanten Werte $Werte_{R_r}$ (20 Stützstellen, Spline-Interpolation („spline“) mit Standardwerten⁵) für R_r' ermittelt. Äquivalent werden anschließend aus $Werte_{R_r}$ und $Re_{p,s}$ die äquidistanten Werte $Werte_{Re_{p,\omega}}$ (40 Stützstellen, *Shape-Preserving Piecewise Cubic Interpolation* („pchip“) mit Standardwerten⁵) und danach aus $Werte_{R_r}$ und $Werte_{Re_{p,\omega}}$ die Werte für $Werte_{Re_{p,s}}$ (200 Stützstellen, *Shape-Preserving Piecewise Cubic Interpolation* („pchip“) mit Standardwerten⁵) generiert. Es entsteht ein dreidimensionaler Raum, welcher auf Basis von $Werte_{Re_{p,\omega}}$, $Werte_{R_r}$ und $Werte_{Re_{p,s}}$ mit der MATLAB-Funktion „interp“ interpoliert werden kann. Dieser Raum wird für jede Faktorstufenkombination aus T_f und X_{rad} generiert.

Eine modifizierte Interpolationsmethodik wird für die Positionen X'_{rad} mit $|X'_{rad}| < 0,001D$ angewandt, da in diesem Fall die kleinste Faktorstufe des Faktors X_{rad} unterschritten wird. Damit wird verhindert, dass bei der direkten Berechnung der Zielgröße C auf Basis von $C(R_r', Re_{p,\omega}(X'_{rad}), X_{rad} = 0,001 \text{ mm})$ Interpolationsfehler resultieren. Diese können auftreten, weil $|\omega|$ gemäß der Poiseuille-Strömung mit $|X_{rad}|$ zunimmt und $|\Omega|$ in der Parameterstudie

⁵ Die beschriebene Kombination $Werte_{R_r}$ („spline“), $Werte_{Re_{p,\omega}}$ („pchip“), $Werte_{Re_{p,s}}$ („pchip“) liefert ein oberes Quartil der rel. Fehler (oberes Quartil: 3/4 aller Fehler unterhalb dieses Wertes) des Performancetests (Performancetest wird auf der nächsten Seite ausführliche beschrieben) mit 14,7 % (F_L) bzw. 2,5 % (F_D). Die alternative Kombination $Werte_{R_r}$ („spline“), $Werte_{Re_{p,\omega}}$ („spline“), $Werte_{Re_{p,s}}$ („spline“) liefert die Mediane: 18,5 % (F_L) bzw. 2,3 % (F_D). Die alternative Kombination $Werte_{R_r}$ („pchip“), $Werte_{Re_{p,\omega}}$ („pchip“), $Werte_{Re_{p,s}}$ („pchip“) liefert die Mediane: 15,1 % (F_L) bzw. 2,6 % (F_D). Die Kombination $Werte_{R_r}$ („spline“), $Werte_{Re_{p,\omega}}$ („pchip“), $Werte_{Re_{p,s}}$ („pchip“) wird daher gewählt.

Eine zusätzliche Erhöhung der Stützstellenanzahl $Werte_{R_r}$ (30 Stützstellen), $Werte_{Re_{p,\omega}}$ (60 Stützstellen), $Werte_{Re_{p,s}}$ (300 Stützstellen) führt zu den oberen Quartilen 14,6 % (F_L) bzw. 2,5 % (F_D) und damit zu keiner relevanten Verbesserung des Interpolationsmodells.

unabhängig von $|X_{rad}|$ gewählt wird. Dies kann zu Werten von $R_r' = Re_{p,\Omega}/Re_{p,\omega}$ führen, welche nicht im Bereich der Parameterstudie mit $X_{rad} = 0,001$ mm liegen. Zur Interpolation an der Position $|X_{rad}'|$ mit $|X_{rad}'| < 0,001D$ wird daher wie folgt vorgegangen: Zuerst wird $C' = C(R_r' = 0, Re_{p,\omega}(X_{rad}'), X_{rad} = 0,001$ mm) berechnet. Dabei wird angenommen, dass die Partikel nicht rotiert und die Fluidscherung der Position $X_{rad} = 0,001$ mm jener Fluidscherung an Position X_{rad}' entspricht. Die Partikelrotation wird berücksichtigt, indem anschließend angenommen wird, dass die Partikel statt an Position X_{rad}' an Position $X_{rad} = 0,001$ mm rotiert, was zu $C'' = C(R_r' = 0, Re_{p,\omega}(0,001$ mm), $X_{rad} = 0,001$ mm) führt (hierdurch wird die Kombination aus kleiner Fluidscherung und großer Partikelrotation vermieden, welche sonst zu Interpolationsfehlern führen kann). Da Letzteres zur Überschätzung der Fluidscherung führt, weil $Re_{p,\omega}(0,001$ mm) statt $Re_{p,\omega}(X_{rad}')$ verwendet wird, muss dies über die Zielgröße ohne Partikelrotation an Position $X_{rad} = 0,001$ mm wieder mit der Korrektur $C''' = C(R_r' = 0, Re_{p,\omega}(0,001$ mm), $X_{rad} = 0,001$ mm) kompensiert werden. Insgesamt wird daher $C = C' + C'' - C'''$ für $|X_{rad}'| < 0,001D$ ermittelt.

Performancetest der Interpolationsmethodik

Die Performance des Modells M1 wird mit Hilfe eines neuen Testdatensatzes überprüft. Diesem Datensatz liegen weitere stationäre CFD-Simulationen für $d_p = 30$ μm zugrunde, bei denen die Faktorstufen so gewählt werden, dass jede dieser Faktoren gleichzeitig zwischen den Faktorstufen der Parameterstudie aus den vorherigen Kapiteln liegen. Daher repräsentiert dieser Test ein sehr ungünstiges Szenario. Außerdem beinhaltet der Faktor X_{rad} eine Faktorstufe mit $X_{rad} < 0,001$ mm, sodass die modifizierte Interpolationsmethodik ebenfalls getestet wird. Die Faktorstufen des vollfaktoriellen Versuchsplans sind:

- X_{rad} : {50; 175; 325; 425} μm ,
- $Re_{p,s}$: {0,7; 3,6; 9,5},
- T_f : {135} $^\circ\text{C}$,
- v_{max} : {17; 22} m/s,
- Ω : $\pm\{0; 7,5; 12; 32,1; 74,2; 232; 562; 930\} \cdot 1000$ 1/s.

Hierbei werden für $Re_{p,s} = 0,7$ und $Re_{p,s} = 3,6$ Fälle mit $v_{rel} > 0$ m/s und $v_{rel} < 0$ m/s betrachtet. Zur Vermeidung von Situationen, bei denen sich die Partikel entgegen der Rohrströmung bewegt (nicht für das vorliegende Verfahrenskonzept relevant), werden für $Re_{p,s} = 9,5$ ausschließlich Fälle mit $v_{rel} < 0$ m/s berücksichtigt.

Die relativen Vorhersagefehler dieser Testdaten unter Verwendung des Modells M1 werden den Vorhersagefehlern der aktuellsten Korr. für die Auftriebskraft bzw. für die Widerstandskraft

(siehe Kapitel 2.1.6) in Abbildung 17 anhand des kumulierten Anteils der Testdaten gegenübergestellt.

Im Fall der Auftriebskraft werden 80 % der Faktorstufenkombinationen des Testdatensatzes mit einem geringeren Fehler als 20 % vorhergesagt und im Fall der Widerstandskraft mit einem geringeren Fehler als 5 %. Die durch Korr. vorhergesagte Fehlergrenze für 80 % der Daten liegt bei 50 % (Auftriebskraft) bzw. 13 % (Widerstandskraft). Im Vergleich zur Performance von Korr. der Widerstands- und Auftriebskraft weist das Modell M1 damit insgesamt deutlich geringere Fehler auf. Die insgesamt geringeren Interpolationsfehler für die Widerstandskraft im Vergleich zu jenen der Auftriebskraft ist auf die komplexen Abhängigkeiten der Auftriebskraft zurückzuführen.

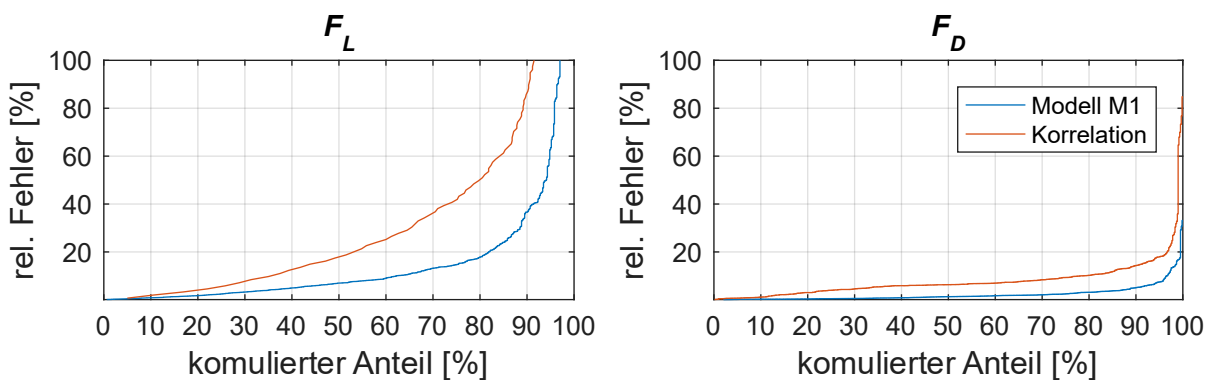


Abbildung 17: Kumulierter Anteil der rel. Vorhersagefehler des Modells M1 und aktueller Korrelationen

Zur weiteren Untersuchung werden die rel. Fehler der Testdaten nach der radialer Position, der Rotationsgeschwindigkeit und der Reynoldszahl gruppiert. Die Mediane der rel. Fehler jeder Gruppe sind in Abbildung 18 zu sehen.

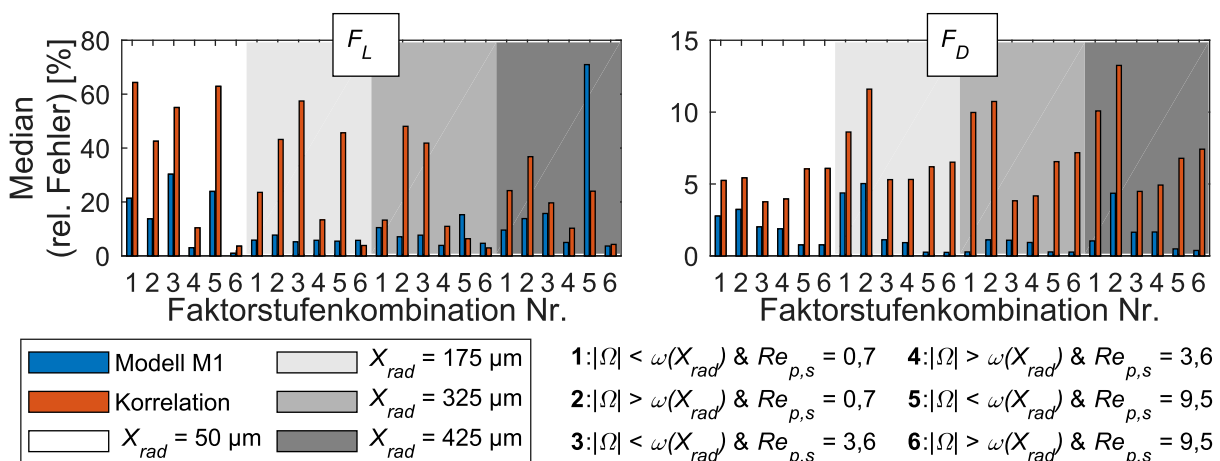


Abbildung 18: Mediane der rel. Fehler des Performancetests

Im Fall der Auftriebskraft steigen die Mediane der Korr. mit zunehmendem Wandabstand. Dies ist plausibel, da sich die Qualität der Approximation der Rohrströmung durch eine einseitig

begrenzte lineare Scherströmung mit zunehmendem Wandabstand verschlechtert. Die deutliche Reduzierung der Fehler durch das Modell M1 wird auch in dieser Darstellung deutlich.

Die erhöhten Fehler des Modells M1 für $|\Omega| < |\omega(X_{rad})|$ und $Re_{p,s} = 9,5$ an der Position $|X_{rad}| = 425 \mu\text{m}$ resultieren aus sehr kleinen Auftriebskräften, wodurch bereits kleine abs. Abweichungen zur großen rel. Fehlern führen. Die betraglich kleinen Auftriebskräfte entstehen durch die Überlagerung eines von der Wand weg gerichteten Kraftanteils durch die translatorische Partikelbewegung und eines Kraftanteils durch die scherinduzierte Auftriebskraft mit $v_{rel} < 0 \text{ m/s}$ in Richtung der Wand.

Die erhöhten Fehler des Modells M1 für $|X_{rad}| = 50 \mu\text{m}$ und $|\Omega| < |\omega(X_{rad})|$ beschränken sich ebenso auf kleine absolute Fehler der Auftriebskraft, da die Scherung der Rohrströmung an dieser Position sehr gering ist.

Die Vorhersagegüte des Modells M1 ist daher insgesamt für den Fall $w_{rad} = 0 \text{ m/s}$ angemessen und wird im folgenden Kapitel weiter validiert.

2.4 Betrachtung von Situationen mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$

Die zuvor betrachteten Analysen beziehen sich auf Partikeln, deren Trajektorien parallel zur Rohrachse verlaufen ($w_{rad} = 0 \text{ m/s}$). Die weitere Untersuchung der Mehrphasenströmung erfordert jedoch ein Modell, welches auch auf Partikeln mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$ anwendbar ist. Der Lösungsansatz für dieses Problem liegt in der Superposition von einer analytisch bestimmten, radialen Widerstandskraft $F_{D,rad}$ und der Ergebnisse des Modells M1 für $w_{rad} = 0 \text{ m/s}$. In axialer Richtung wird angenommen, dass unverändert die interpolierte Widerstandskraft F_D wirkt. Die radiale Widerstandskraft $F_{D,rad}$ wird über die Gl. (2-5) und (2-14) berechnet, wobei $Re_{p,s}$ mit Hilfe der Relativgeschwindigkeit von $\sqrt{(w_{ax} - v_{ax})^2 + (w_{rad} - v_{rad})^2}$ physikalisch korrekt bestimmt wird. Im Gegensatz dazu wird der Faktor $Re_{p,s}$ zur Interpolation von F_L und $F_{D,ax}$ mit der Relativgeschwindigkeit von $\sqrt{(w_{ax} - v_{ax})^2}$ ermittelt (entspricht der Annahme, dass F_L und $F_{D,ax}$ unabhängig von den radialen Geschwindigkeiten sind). Letztere Approximation ist physikalisch nicht korrekt, bietet aber den Vorteil, dass Fehler bei der Interpolation von F_L und F_D vermieden werden, weil die Interpolation auf Daten mit $w_{rad} = 0 \text{ m/s}$ basiert. Dies würde alternativ dazu führen, dass bei der Berechnung von $Re_{p,s}$ auf Basis von $\sqrt{(w_{ax} - v_{ax})^2 + (w_{rad} - v_{rad})^2}$ effektiv zu hohe Partikelgeschwindigkeiten in axialer Richtung vom Interpolationsmodell interpretiert werden. Die Bezeichnung „Modell M1“ bezieht sich in dieser Arbeit in Fällen mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$ auf das Interpolationsmodell des Kapitels 2.3.7 in Kombination mit dem zuvor beschriebenen Lösungsansatz für $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$.

Zur Untersuchung des genannten Lösungsansatzes für $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$ wird in diesem Kapitel ein transientes CFD-Modell verwendet. Mit diesem Modell ist die Simulation einer Partikel

möglich, welche innerhalb eines Rohres mit $w_{ax} \neq 0$ m/s, $w_{rad} \neq 0$ m/s und $\Omega \neq 0$ 1/s in Bewegung ist.

Zusätzlich werden in diesem Kapitel die folgenden Fehlerquellen des Modells M1 untersucht:

- Das Modell M1 basiert auf stationären Simulationen, sodass transiente Effekte vernachlässigt werden.
- Das Modell M1 deckt ausschließlich isotherme Bedingungen mit $T_p = T_{f,\infty}$ ab, sodass in Situationen mit $T_p \neq T_{f,\infty}$ Fehler entstehen können.
- Generelle Interpolationsdiskrepanzen des Modells M1.

2.4.1 Modellaufbau: Transientes CFD-Modell „Overset-Mesh“

Das transiente CFD-Modell basiert auf der Verwendung von mehreren, sich überlagernden Netzen bzw. Regionen (engl.: „Overset-Meshes“). Die Netze des Modells sind in Abbildung 19 in der X-Y-Ebene dargestellt. Die Hintergrundregion beinhaltet den gesamten Lösungsraum und ist vernetzt, als wäre die Partikel nicht vorhanden. Die kleinere Overset-Region beinhaltet die Partikel und ist unabhängig von der Hintergrundregion vernetzt.

Die Vernetzungsparameter und Geometrien entsprechen im Wesentlichen denen des stationären CFD-Modells aus Kapitel 2.3.4, wobei die Overset-Region der Region 1 des stationären Modells entspricht (siehe Abbildung 10, Kapitel 2.3.4). Der Unterschied ist, dass keine Symmetrie genutzt wird und die Region 3 (siehe Abbildung 10, Kapitel 2.3.4) entlang der gesamten Partikeltrajektorie in x-Richtung fein vernetzt ist. Die Auflösungen des Netzes der Hintergrundregion in Region 3 (siehe Abbildung 10, Kapitel 2.3.4) und der Overset-Region entsprechen der Diskretisierungsstufe vier (siehe Tabelle 2, Kapitel 2.3.4), was zu praktisch realisierbaren Rechenzeiten bei gleichzeitig ausreichender numerischer Genauigkeit für die Analysen dieses Kapitels führt.

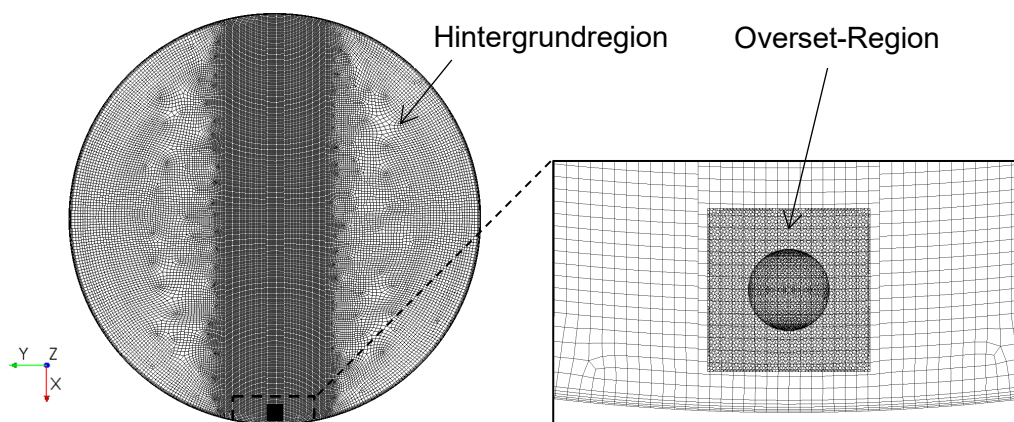


Abbildung 19: Overset-Mesh-Konfiguration

Eine transiente, translatorische Bewegung der Partikel wird modelliert, indem die Overset-Region in jedem Zeitschritt der Länge Δt um $w \cdot \Delta t$ verschoben wird⁶. Anschließend werden für die Zellen des Randbereiches der Overset-Region (Abbildung 20: Akzeptorzellen) Interpolationspartner (Abbildung 20: Spenderzellen) gesucht und die Akzeptorzellen über ein entsprechendes Interpolationsmodell mit den Spenderzellen verknüpft. Für dieses Modell findet die als robust geltende abstandsgewichtete Interpolation Anwendung, wobei je Akzeptorzelle vier Spenderzellen zur Interpolation genutzt werden. Die inaktiven Zellen der Hintergrundregion werden von der Overset-Region verdeckt und daher für den Zeitschritt nicht als Teil des Rechengebietes betrachtet. Die aktiven Zellen dienen der klassischen Berechnung des Strömungsfeldes über die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen. Weitere Informationen zur *Overset-Mesh*-Methode können in der Literatur nachgelesen werden (Hadzic 2006; Siemens Digital Industries Software 2018a).

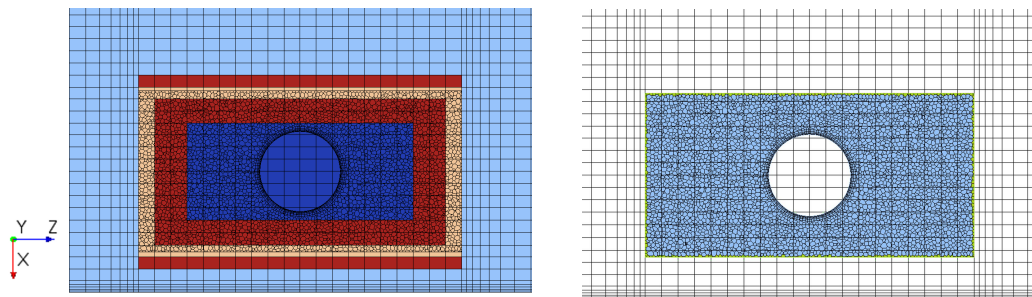


Abbildung 20: Zelltypen der Overset-Mesh-Konfiguration. Bezug auf die Hintergrundregion (links) und Overset-Region (rechts). Zelltypen: ● Aktiv, ● Inaktiv, ● Spenderzelle, ● Akzeptorzelle, ● Aktiv, Zwischenschicht zum Lochschneiden verwendet.

Für das transiente Simulationsmodell besteht die Problematik, dass das Rechengebiet in axialer Richtung sehr groß sein müsste, um die Partikelbewegung mit $w_{ax} \gg w_{rad}$ abzubilden. In Kombination mit der Notwendigkeit einer feinen Netzauflösung entlang der Partikeltrajektorie, würde dies zu nicht praktikablen Rechenzeiten führen. Daher wird die bereits für das stationäre CFD-Modell verwendete Methode des mitbewegenden Referenzframes (siehe Kapitel 2.3.1) für die axiale Partikelgeschwindigkeitskomponente mit der transienten Modellierung der radialen Geschwindigkeitskomponente in dem vorliegenden CFD-Modell kombiniert. Die Overset-

⁶ Die Länge Δt eines Zeitschrittes wird so bestimmt, dass die Verschiebung der Partikel deutlich kleiner als die durchschnittliche Zellgröße im Interpolationsbereich der Regionen ist. Ein numerischer Effekt durch mangelnde Konvergenz kann ausgeschlossen werden, da Simulation mit geringeren Zeitschrittlängen Δt und höherer Anzahl von Iterationen innerhalb eines Zeitschrittes zu den gleichen Ergebnissen führen.

Region verschiebt sich daher mit jedem Zeitschritt rein radial, während die axiale Geschwindigkeit über entsprechende Randbedingungen und das Referenzframe modelliert wird. Die Modellierung der Partikelrotation ist äquivalent zum stationären CFD-Modell, bei der der Partikeloberfläche eine entsprechende Geschwindigkeit vorgegeben wird (siehe Kapitel 2.3.1).

2.4.2 Ergebnisse

Das transiente CFD-Modell wird im Folgenden verwendet, um die Anwendbarkeit des Modells M1 in Bezug auf die Berechnung von Partikeln innerhalb der Rohrströmung zu überprüfen. Zur Untersuchung werden Fälle betrachtet, bei denen sich die Partikel mit $w_{ax} = \text{konst.}$ und $w_{rad} = \text{konst.}$ sowie $w_{ax} = v_{max}/2$ von einer Rohrseite zur anderen bewegt. Die Untersuchungen werden auf einen maximalen Winkel $\alpha_{vel} = \text{atan}(w_{ax}/w_{rad})$ von $26,7^\circ$ begrenzt. Die größten Winkel α_{vel} resultieren in dieser Arbeit aus einer Partikel-Wand-Kollision. Wie in Messungen des Kapitels 4 (siehe Seite 116, Abbildung 76) zu sehen ist, wird der Wertebereich des Rückprallwinkels nach einer Partikel-Wand-Kollision mit $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ adäquat erfasst. Falls nicht explizit angegeben, liegen den Untersuchungen die Partikelgröße $d_p = 20 \mu\text{m}$ und eine Startposition $X_{rad,start} = -0,47 \text{ mm}$ (mit w_{rad} in x-Richtung des Koordinatensystems in Abbildung 19) zugrunde. Zu Beginn jeder transienten Simulation wird das Strömungsfeld für diese Startposition im Rahmen einer stationären Simulation bestimmt (die radiale Partikelbewegung wird hierbei äquivalent zum stationären Simulationsmodell aus Kapitel 2.3.4 in der radialen Richtung mittels Referenzframe modelliert).

Die Kraft F_L (F_D) wird in den folgenden Betrachtungen der Kapitel 2.4.2 und 2.4.3 als Kraft in radialer (axialer) Richtung definiert. Die Vorzeichen der Kräfte, Momente und (Winkel-) Geschwindigkeiten entsprechen den Achsrichtungen des Koordinatensystems in Abbildung 9 bzw. Abbildung 19).

Isotherme Bedingungen ($T_p = T_{f,\infty}$)

Zu Beginn werden die Kraftverläufe von F_D und F_L bei unterschiedlichen Temperaturen T (Abkürzung: $T = [21; 250; 600; 1000]^\circ\text{C} = [\text{TF}21; \text{TF}250; \text{TF}600; \text{TF}1000]$) und Gasmassenströmen \dot{m}_f (Abkürzung: $\dot{m}_f = [0,5; 1,0; 1,5] \cdot 10^{-5} \text{ kg/s} = [\text{MF}05; \text{MF}10; \text{MF}15]$) innerhalb der Analysefenster dieser Arbeit (Kapitel 2.2) im isothermen Fall betrachtet.

Einleitend sind in Abbildung 21 zwei exemplarische Kraftverläufe einer nicht rotierenden Partikel mit einem kleinen Winkel $\alpha_{vel} = 0,5^\circ$ für eine kleine (MF05 und T21) und eine große (MF15 und T250) Fluidgeschwindigkeit dargestellt. Die simulativ ermittelten Kraftverläufe sind im Allgemeinen in guter Übereinstimmung mit dem Interpolationsmodell.

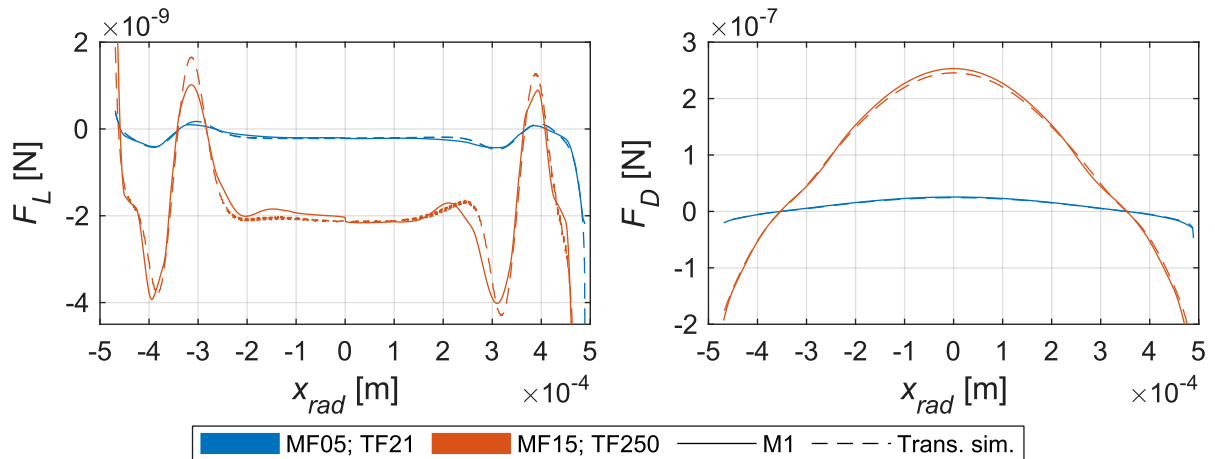


Abbildung 21: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 0,5^\circ$

In Abbildung 22 sind Kraftverläufe der Partikel für den Fall MF15 und TF21 für größere Winkel α_{vel} bei sonst gleichen Bedingungen dargestellt. Die Daten des Modells M1 sind in Übereinstimmung mit den transienten Simulationsdaten, wobei Abweichungen in Bezug auf F_L mit größerem Winkel α_{vel} ansteigen. Da das Ergebnis einer zusätzlichen stationären Simulation mit den Kräfteverläufen des Modells M1 übereinstimmt, sind diese Abweichungen auf transiente Effekte zurückzuführen. Bei gleichem Fluidmassenstrom und gleichem Winkel α_{vel} ergeben sich für TF1000 ebenfalls Abweichungen zwischen den Ergebnissen des Transienten Modells und dem Modell M1 (Abbildung 25). Die rel. Abweichungen sind für TF21 und TF1000 in ähnlicher Größenordnung.

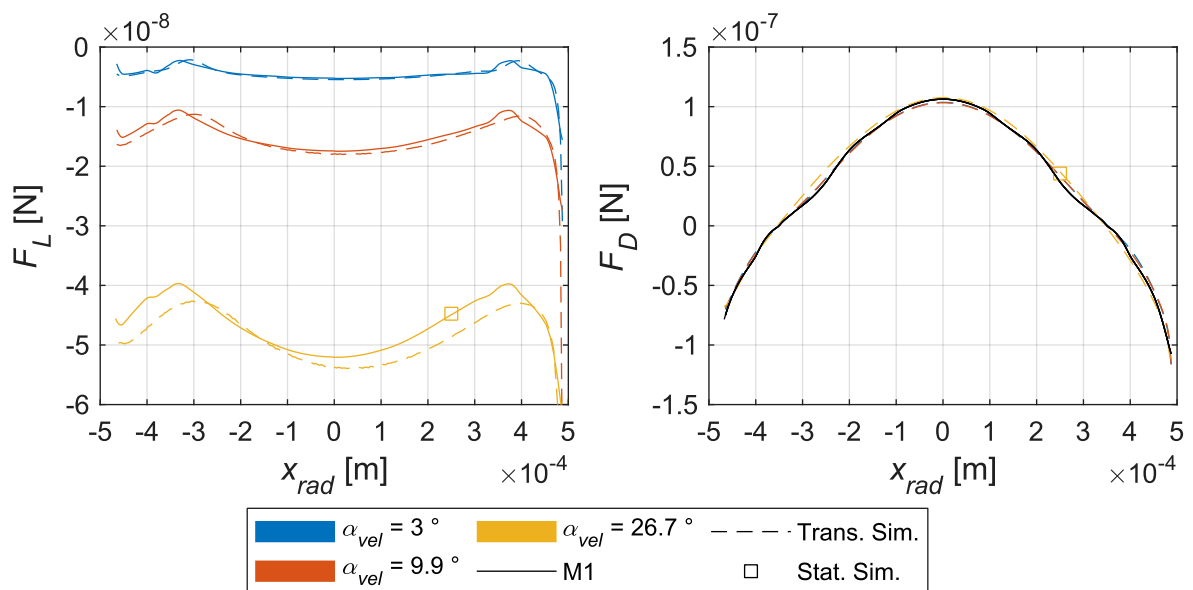


Abbildung 22: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = [3; 9,9; 26,7]^\circ$, TF21, MF15

Die Kraftverläufe als Resultat der transienten Simulation und der Interpolation sind in Abbildung 23 für $|\Omega| = |1 \cdot 2 \cdot v_{max}/d_p| = 2300000 \text{ 1/s}$, $|\Omega| = |0,0261 \cdot 2 \cdot v_{max}/d_p| = 60000 \text{ 1/s}$ sowie $\alpha_{vel} = 3^\circ$ dargestellt. Die Ergebnisse des Modells M1 sind auch hier in guter Übereinstimmung mit den simulativ ermittelten Kraftverläufen des transienten Simulationsmodells.

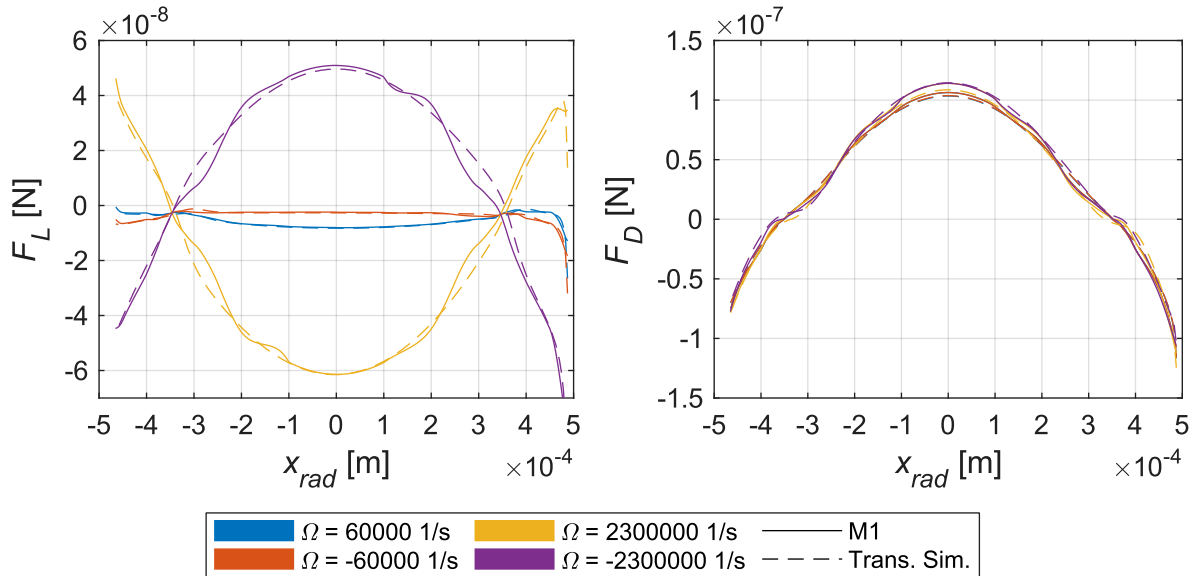


Abbildung 23: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $w_{rad} \neq 0 \text{ m/s}$, $\Omega = \pm[60000, 2300000] \text{ 1/s}$, $\alpha_{vel} = 3^\circ$, TF21, MF15

Abschließend wird die Kombination aus großem Winkel $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ und hoher Rotationsgeschwindigkeit $|\Omega| = |1 \cdot 2 \cdot v_{max}/d_p| = 2300000 \text{ 1/s}$ untersucht. Die Ergebnisse (Abbildung 24) zeigen Folgendes: 1) Die stat. und trans. Simulationen stimmen überein. Wie bereits im Fall nicht rotierender Partikeln sind transiente Effekte dementsprechend auch für hohe Rotationsgeschwindigkeiten in Kombination mit $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ vernachlässigbar. 2) Die Interpolationswerte der Kraft F_D des Modells M1 sind unabhängig von der Rotationsrichtung, was bei den Simulationsergebnissen nicht der Fall ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das Modell M1 auf Daten mit $\alpha_{vel} = 0^\circ$ basiert und mit Hilfe von notwendigen Annahmen auf Fälle mit $\alpha_{vel} \neq 0^\circ$ zu Beginn des Kapitels 2.4 (Seite 45) erweitert wurde. Im Rahmen dieser Annahmen wird die Kraft F_D auf Basis von $w_{ax} - v_{ax}$ für $\alpha_{vel} = 0^\circ$ ermittelt und als Kraft in axialer Richtung angenommen. Wie die zuvor untersuchten Fälle (Abbildung 21, Abbildung 22 und Abbildung 23) ergaben, ist diese Annahme grundsätzlich angemessen. Sie führen jedoch bei gleichzeitig hoher Rotationsgeschwindigkeit und großem Winkel α_{vel} zu Fehlern (Abbildung 24), da die rotationsinduzierte Auftriebskraft orthogonal zur Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid wirkt und sich im Fall $\alpha_{vel} \neq 0^\circ$ mit der Kraft F_D in axialer Richtung überlagert.

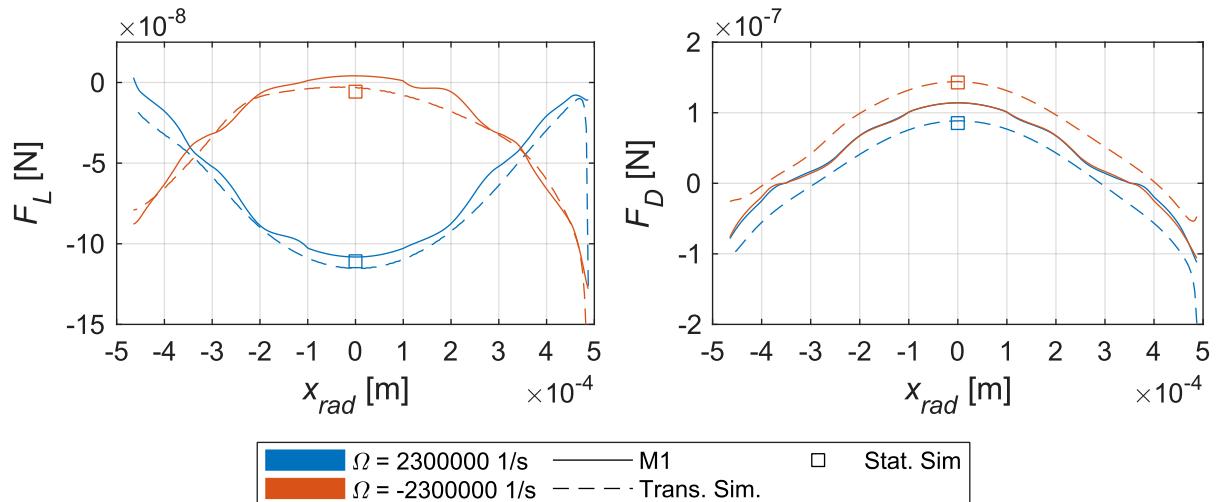


Abbildung 24: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $\Omega = \pm 2300000$ 1/s, $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$, TF21, MF15

Das Implementieren dieser Überlagerung würde im konkret dargestellten Fall (Abbildung 24) die Fehler des Modells M1 vermeiden. Hierbei ist jedoch Folgendes zu beachten: Sobald die Auftriebskraft nicht primär durch Rotation hervorgerufen, sondern durch zusätzliche Faktoren (wie z.B. der Interaktion mit den Rohrwandungen) induziert wird, ist auch eine angenommene Wirkrichtung der Auftriebskraft (welche mit dem Modell M1 auf Basis der Daten für $\alpha_{vel} = 0^\circ$ ermittelt wird) orthogonal zur Relativgeschwindigkeit nicht korrekt und führt daher insbesondere bei moderaten Rotationsgeschwindigkeiten bei der Vorhersage auf Basis des Modells M1 zu Fehlern. Der primäre Grund für die Entwicklung eines Modells zur Vorhersage der Kräfte liegt in dieser Arbeit auf der Untersuchung und Auslegung des in Kapitel 1 vorgestellten neuartigen Verfahrenskonzeptes. Da bei diesem Verfahrenskonzept die Vermeidung einer Partikel-Wand-Kollision durch entsprechende Prozessparameter wichtig ist (siehe Kapitel 4.5) und damit sowohl große Winkel α_{vel} als auch hohe Rotationsgeschwindigkeiten bei der Auslegung des Verfahrenskonzeptes nur sekundär relevant sind, wird daher auf eine entsprechenden Anpassung des Modells M1 verzichtet und die zu Beginn des Kapitels 2.4 (Seite 45) dargestellten Annahmen werden beibehalten.

Wie experimentelle Ergebnisse in Kapitel 3 zeigen werden (Abbildung 53), weisen die meisten Partikeln, welche mit einer Wand kollidieren, deutlich reduzierte Partikelgeschwindigkeiten mit $w_{ax} \leq v_{max}/2$ auf, sodass die konservative Schätzung der maximalen Partikelrotation in diesem Kapitel mit $|\Omega| = |2 \cdot v_{max}/d_p|$ zu hoch ist. Wie sich daher im späteren Kapitel 4.3 zeigen wird, können auch die experimentellen Ergebnisse mit den genannten Annahmen erfolgreich simulativ reproduziert werden.

Nicht-isotherme Bedingungen ($T_p < T_{f,\infty}$)

Die weiteren Betrachtungen beziehen sich auf nicht isotherme Bedingungen, bei denen die Partikeltemperatur T_p von $T_{f,\infty}$ verschieden ist. Die temperaturabhängigen Fluideigenschaften werden gemäß Tabelle 1 berechnet. Die Partikeltemperatur T_p wird in dem CFD-Simulationsmodell als statische Temperatur an der Partikeloberfläche vorgegeben.

Einleitend ist der Fall TF1000, MF15 bei einem großen Winkel $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ in Abbildung 25 für unterschiedliche Partikeltemperaturen dargestellt. In diesem Fall ist die scherinduzierten Auftriebskraft im Vergleich zur radialen Widerstandskraft vernachlässigbar klein. Da sowohl F_L als auch F_D hauptsächlich aus einer Widerstandskraft resultieren, sind die rel. Abweichungen von F_L und F_D gleich groß. Für $T_p = T_{f,\infty} = 1000^\circ\text{C}$ sind die Ergebnisse des Modells M1 in guter Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen. Mit sinkender Partikeltemperatur steigt die Abweichung auf bis zu 30 %, da die Fluideigenschaften in unmittelbarer Umgebung der Partikel durch die Abkühlung über die Partikeloberfläche verändert sind.

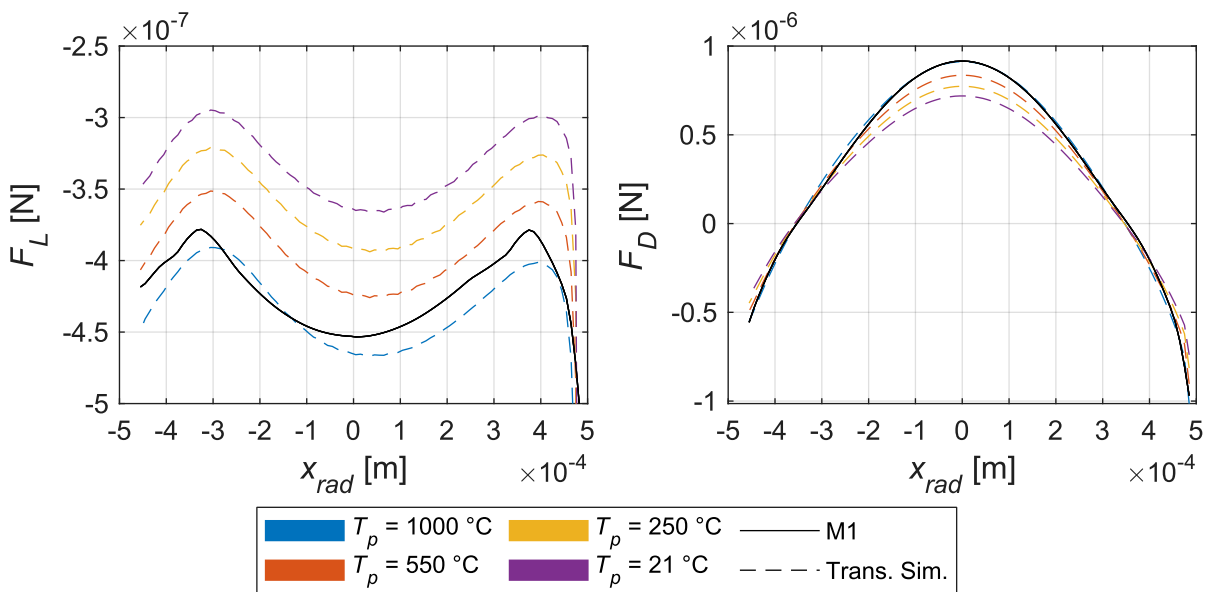


Abbildung 25: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]^\circ\text{C}$, $\Omega = 0\text{ 1/s}$, $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$, TF1000, MF15

Zur Analyse des Einflusses nicht isothermer Bedingungen auf die scherinduzierte Auftriebskraft wird der Winkel α_{vel} auf $0,05^\circ$ verringert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 26 zu sehen. Die Kraftverläufe sind im Fall von F_L punktsymmetrisch, da die Widerstandskraft in radialer Richtung vernachlässigbar klein ist. Die Widerstandskraft F_D in axialer Richtung zeigt das gleiche Verhalten wie im Fall von $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ und weist für $T_p = 21^\circ\text{C}$ ebenfalls eine Abweichung von ca. 30 % zu den Ergebnissen des Modells M1 auf.

Die Kraft F_L ist im Bereich $|x_{rad}| \approx 3$ mm betragslich für $T_p = 21$ °C um ca. 50 % reduziert. Gleichzeitig ist $|F_L|$ im Bereich $|x_{rad}| < 1,5$ mm erhöht. Die Abweichungen sind im Allgemeinen für $T_p = 550$ °C gering. Nach Gl. (2-14) ergibt sich für einen Winkel $\alpha_{vel} = 0,5$ ° bei sonst gleichen Bedingungen eine Widerstandskraft von $7,5 \cdot 10^{-9}$ N in radialer Richtung. Dies verdeutlicht, dass die Widerstandskraft in radialer Richtung die Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und dem Modell M1 bereits bei kleinen Winkeln deutlich übersteigt.

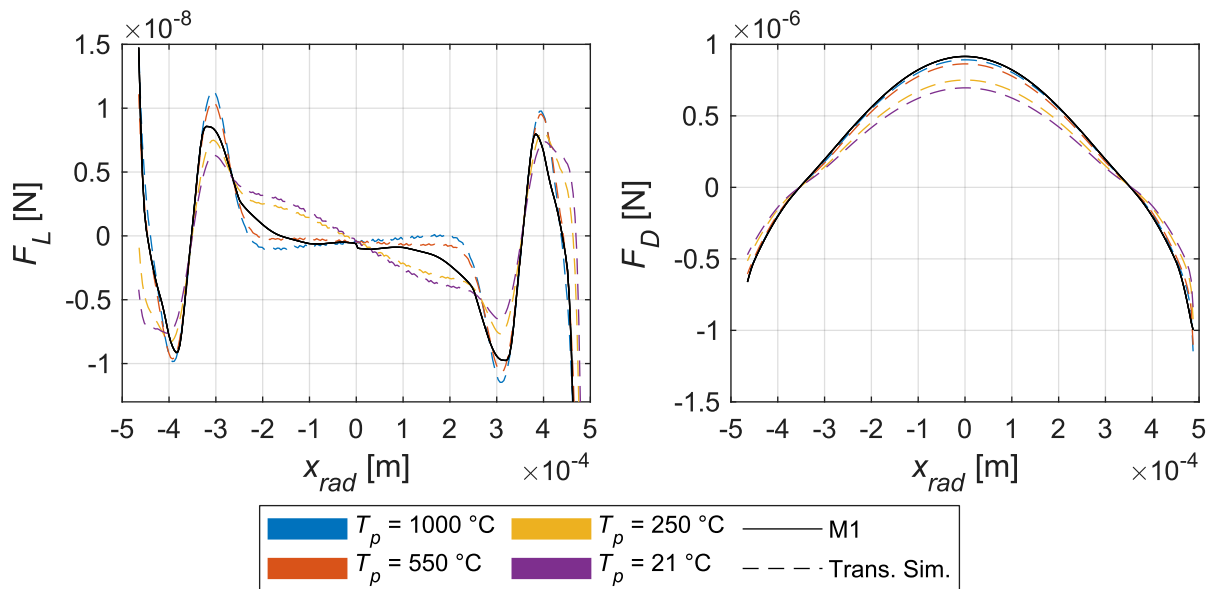


Abbildung 26: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]$ °C, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 0,05$ °, TF1000, MF15

Weitere Ergebnisse der Kraftverläufe sind für $\alpha_{vel} = 0,05$ ° und $\alpha_{vel} = 26,7$ °, MF05 und MF15 sowie $d_p = 20$ μ m und $d_p = 40$ μ m in Abbildung 27 zu sehen. Für den Fall MF05 resultiert mit $T_p = 21$ °C keine Vergrößerung der Kraft F_L im Bereich $|x_{rad}| < 2$ mm. Eine Verringerung der Kraft F_L um ca. 50 % im Bereich $|x_{rad}| \approx 2,5$ mm ist jedoch zu beobachten. Im Fall $\alpha_{vel} = 26,7$ ° und MF05 ist die rel. Abweichung äquivalent zu jener Abweichung im Fall MF15. Unabhängig von α_{vel} sind die Einflüsse nicht isothermer Bedingungen für beide Partikelgrößen vergleichbar. Die Ergebnisse des Modells M1 sind im Allgemeinen mit den Simulationsergebnissen im Fall von $T_p = 1000$ °C in Übereinstimmung.

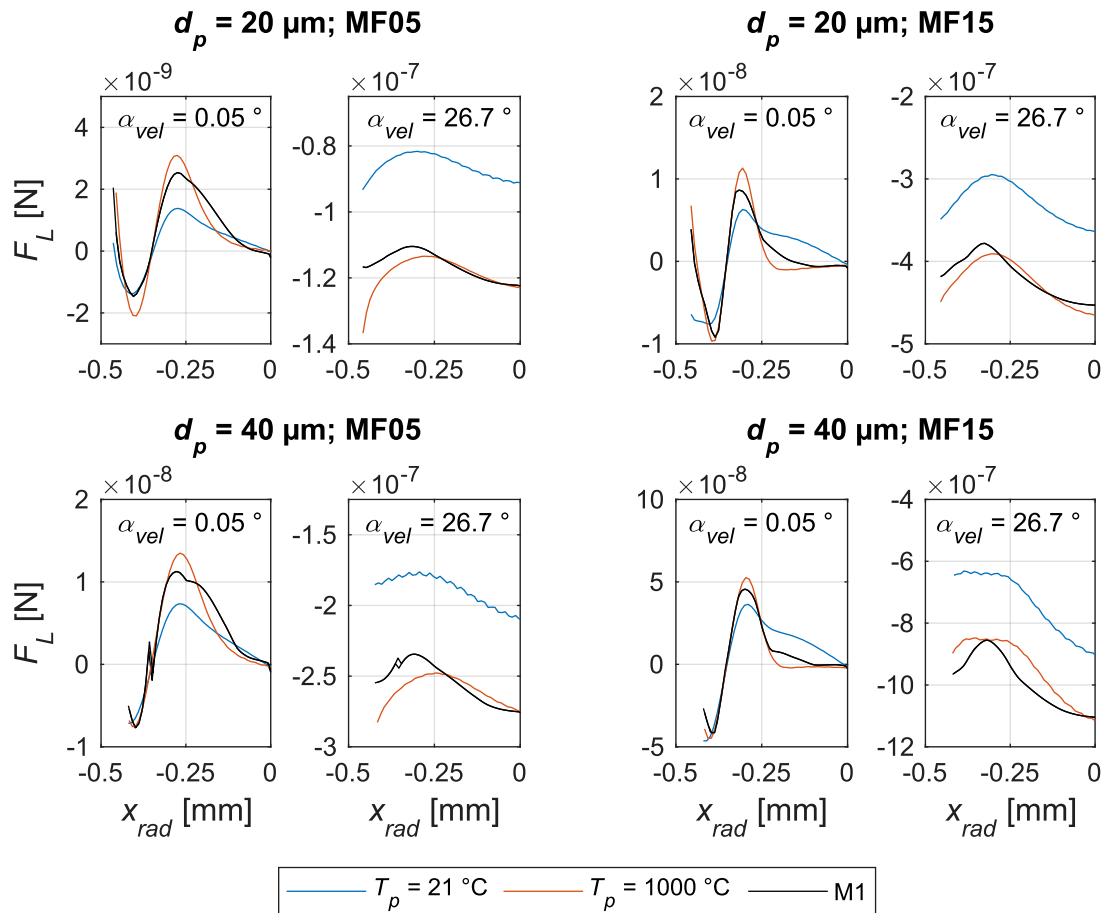


Abbildung 27: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebskraft im nicht isothermen Fall, TF1000

Im Folgenden wird der Einfluss nicht isothermer Bedingung auf die Kräfte bei Partikelrotation betrachtet. Hierzu werden die Ergebnisse eines exemplarischen Falls mit TF1000, MF15, $\alpha_{vel} = 3^\circ$ bei unterschiedlichen Partikeltemperaturen und einer Partikelrotation von $\Omega = 2 \cdot v_{max}/d_p = 2300000 \text{ 1/s} \gg \Omega_{free}$ in Abbildung 28 dargestellt. Die Kraft F_D ist durch nicht isotherme Bedingungen – wie bei den Ergebnissen zuvor – um ca. 30 % betraglich reduziert. Die Auftriebskraft wird in diesem Fall jedoch nicht durch die Partikeltemperatur beeinflusst, sodass die Ergebnisse des Modells M1 unabhängig von der Partikeltemperatur in guter Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen sind.

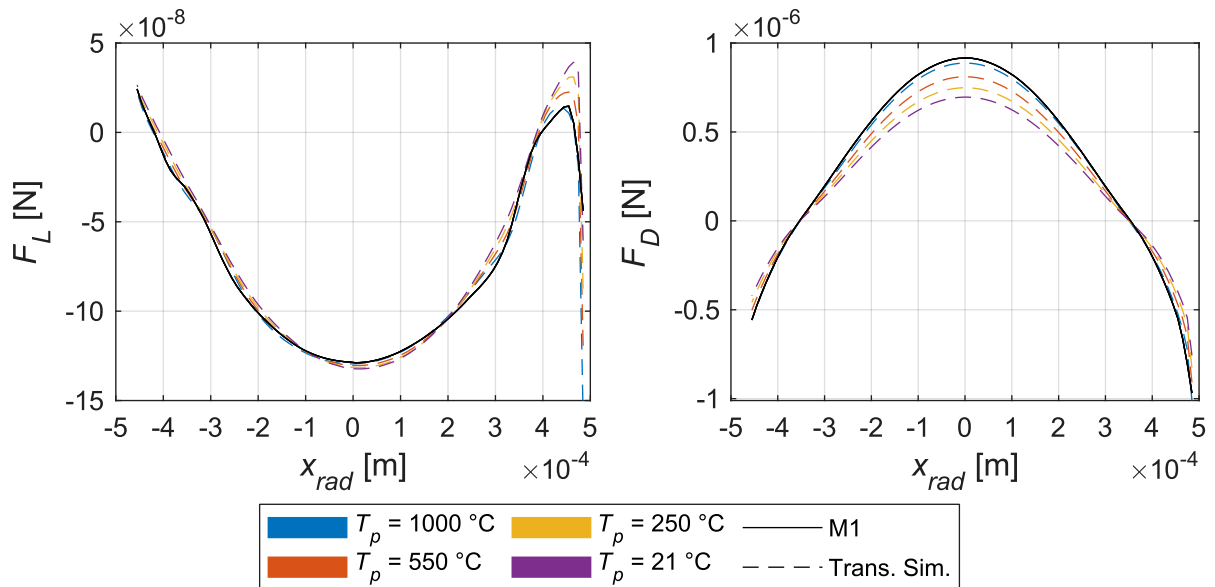


Abbildung 28: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 250, 550, 1000]$ °C, $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 2300000$ 1/s, $\alpha_{vel} = 3^\circ$, TF1000, MF15

Weitere Simulationen für den Fall MF05, TF1000, $\alpha_{vel} = 0,05^\circ$ ergeben für $\Omega = k \cdot \Omega_{free}$, dass die rotationsinduzierte Auftriebskraft ebenfalls für $\Omega \approx \Omega_{free}$ nur geringfügig durch nicht isotherme Bedingungen beeinflusst wird. Die rotationsinduzierte, absolute Änderung der Auftriebskraft für $k = 1, 2, 5$ ist für $T_p = 21^\circ\text{C}$, $T_p = 1000^\circ\text{C}$ und $X_{rad} = 2,5$ mm in Tabelle 4 zusammengefasst. Die Differenzen $F_L(k) - F_L(k = 0)$ sind für $T_p = 21^\circ\text{C}$ und $T_p = 1000^\circ\text{C}$ ähnlich groß, was auf einen geringen Einfluss nicht isothermer Bedingung schließen lässt.

Tabelle 4: Rotationsinduzierte Auftriebskraft für MF05, TF1000, $\alpha_{vel} = 0,05^\circ$, $X_{rad} = 2,5$ mm

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$
$T_p = 21^\circ\text{C}: F_L(k) - F_L(k = 0)$ in 10^{-9} N	0,16	0,38	1,14
$T_p = 1000^\circ\text{C}: F_L(k) - F_L(k = 0)$ in 10^{-9} N	0,19	0,42	1,20

Im Folgenden wird der Einfluss nicht isothermer Bedingung für TF250 betrachtet. Hierfür sind die Verläufe der Kraft F_L für MF05, MF15, $\alpha_{vel} = 0,05^\circ$ und $\alpha_{vel} = 26,7^\circ$ in Abbildung 29 zu sehen. Der Einfluss nicht isothermer Bedingung ist für TF250 deutlich geringer als im Fall TF1000, was aufgrund der geringeren Temperaturdifferenzen zwischen T_p und T_∞ plausibel

ist. Am exemplarischen Fall MF15, TF250, $\alpha_{vel} = 0,5^\circ$ (Abbildung 30) wird deutlich, dass die Simulationsergebnisse bereits bei einer Partikeltemperatur von 150°C mit den Ergebnissen des Modells M1 übereinstimmen.

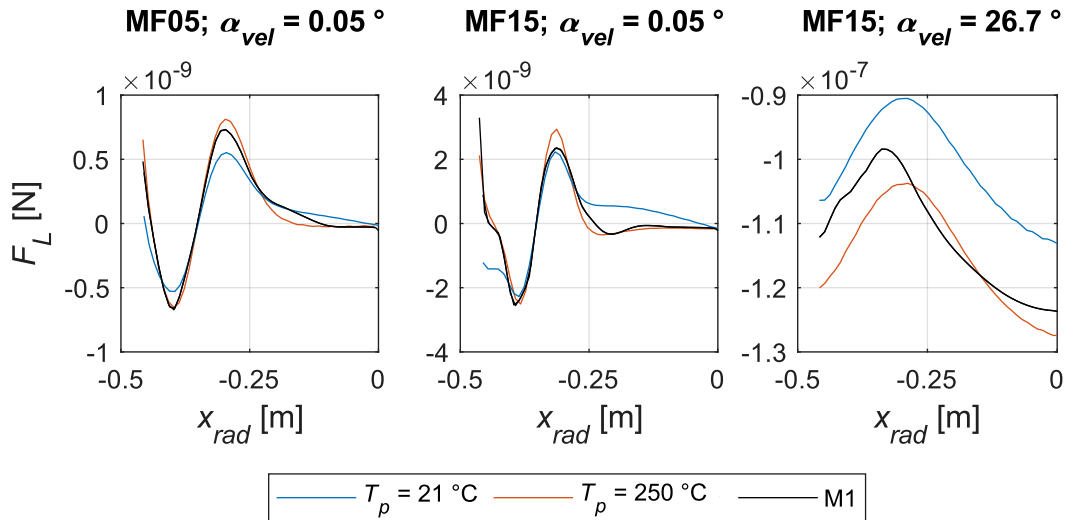


Abbildung 29: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebskraft im nicht isothermen Fall, TF250

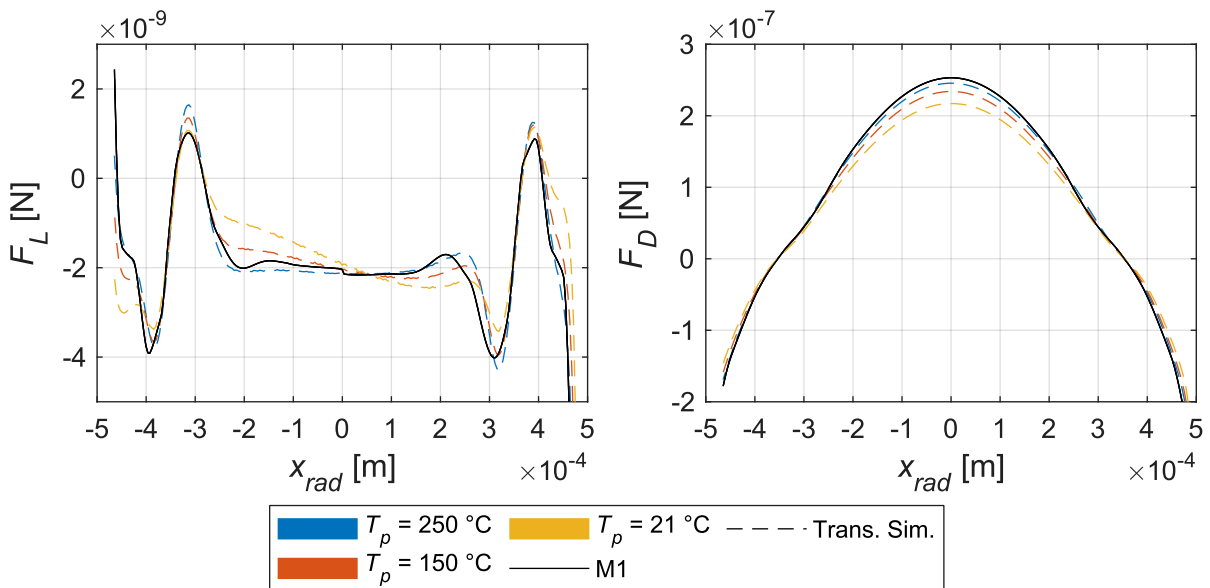


Abbildung 30: Simulierte und interpolierte Werte der Auftriebs- (links) und Widerstandskraft (rechts) mit $T_p = [21, 150, 250]^\circ\text{C}$, $w_{rad} \neq 0$ m/s, $\Omega = 0$ 1/s, $\alpha_{vel} = 0,5^\circ$, TF250, MF15

2.4.3 Zwischenfazit zur Anwendbarkeit des Interpolationsmodells M1

Die Ergebnisse des Interpolationsmodells M1 waren in allen untersuchten isothermen Fällen für unterschiedliche Winkel α_{vel} und Rotationsgeschwindigkeiten Ω in adäquater Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen des transienten Simulationsmodells. Die Anwendbarkeit der Superposition radialer Kräfte für $w_{rad} \neq 0$ m/s ist somit im isothermen Fall mit Blick auf die Untersuchungen dieser Arbeit gegeben.

Die Annahme isothermer Bedingungen für TF1000 und $T_p = 21$ °C führt in den untersuchten Simulationen zu einer maximalen Abweichung der Widerstandskraft in radialer und axialer Richtung von ca. 30 %. Für die scherinduzierte Auftriebskraft wurde eine Reduktion von maximal 50 % ermittelt. Für die rotationsinduzierte Auftriebskraft zeigte sich weder für $\Omega \approx \Omega_{free}$ noch für $\Omega_{free} \ll \Omega$ eine große Diskrepanz zwischen den Ergebnissen für $T_p = 21$ °C und $T_p = 1000$ °C. Im Allgemeinen zeigte sich eine Reduktion der Abweichungen mit steigender Partikeltemperatur T_p . Für $T_p = 550$ °C waren die Abweichungen der Widerstandskraft und der scherinduzierten Auftriebskraft deutlich unterhalb von 10 %.

Im nicht isothermen Fall für TF250 waren die Abweichungen in den untersuchten Fällen deutlich geringer, als im Fall von TF1000. Für $T_p = 150$ °C und TF250 war die Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Modells M1 nochmals besser.

Die Relevanz der Abweichungen zwischen den Ergebnissen des Modells M1 und den Simulationsergebnissen im nicht isothermen Fall wird im Folgenden in den Kontext dieser Arbeit gebracht. Hierzu werden die Aufheizphasen von Partikeln mit einer mittleren Größe von $d_p = 30$ µm für TF1000 sowie TF250 bei einer Ausgangstemperatur der Partikeln von $T_{p,0} = 21$ °C numerisch berechnet. Der konvektive Wärmetransport wird hierbei über die Korr. nach Ranz und Marshall (1952) modelliert, wobei der strahlungsinduzierte Wärmefluss konservativ vernachlässigt wird.⁷

In Tabelle 5 sind die berechneten Aufheizwege für unterschiedliche Gasmassenströme und Fluidtemperaturen in einem Rohr mit $D = 1$ mm aufgelistet. Da der Wärmetransport von der Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid abhängig ist, wird außerdem zwischen den beiden Fällen $v_{rel} = v_{max}/2$ und v_{rel} (Gl. 2-34) unterschieden. Der Aufheizweg ergibt sich aus der Aufheizzeit, bis die Partikeltemperatur auf 550 °C (TF1000) bzw. 150 °C (TF250) angestiegen ist und aus der Partikelgeschwindigkeit w .

⁷Weitere Ausführungen zur Modellierung des Wärmeübergangs sowie der Materialeigenschaften sind in Kapitel 4.2.2 zu finden.

Tabelle 5: Aufheizwege für $T_p = 150\text{ °C}$ (TF250) bzw. $T_p = 550\text{ °C}$ (TF1000)

$T_{f,\infty} = 250\text{ °C}$				$T_{f,\infty} = 1000\text{ °C}$			
$v_{rel} = v_{max}/2$		$v_{rel}(\text{Gl. 2-34})$		$v_{rel} = v_{max}/2$		$v_{rel}(\text{Gl. 2-34})$	
MF05	MF15	MF05	MF15	MF05	MF15	MF05	MF15
20 mm	41 mm	66 mm	142 mm	28 mm	50 mm	78 mm	130 mm

Die Kapillarrohrlänge beträgt in dieser Arbeit $S = 0,822\text{ m}$. Die Aufheizwege sind in jedem Fall deutlich kleiner als die Rohrlänge. Daher ist nur in der Anfangsphase und in einem kleinen Rohrabschnitt von Fehlern durch nicht isothermen Bedingungen auszugehen.

In Untersuchungen mit TF250 wird der nicht isotherme Effekt vernachlässigt, da die Aufheizwege im Vergleich zur Rohrlänge kurz sind, rotationsinduzierte Auftriebskräfte nicht betroffen sind, scherinduzierte Auftriebskräfte bereits bei kleinen Winkeln α_{vel} von radialen Widerstandskräften überlagert werden und der nicht isotherme Effekt im Vergleich zu TF1000 deutlich geringer ist. Für Untersuchungen mit TF1000 wird der Einfluss nicht isothermer Effekte auf die Ergebnisse in Kapitel 4.5.2 abgeschätzt.

3 Experimentelle Untersuchungen

Zur experimentellen Untersuchung werden im Rahmen der Arbeit ein Versuchsaufbau und zwei Messverfahren entwickelt. In diesem Kapitel wird zunächst der Versuchsaufbau erläutert. Anschließend werden die beiden Messverfahren vorgestellt, was abschließend zu den experimentellen Ergebnissen führt.

Eine Übersicht zu den experimentellen Untersuchungen findet sich in Abbildung 31. Grundbestandteil ist ein vertikal im Gravitationsfeld ausgerichtetes Kapillarrohr. Dieses Rohr wird mit Gas durchströmt, wobei der Strömung am Rohreinlass zusätzlich Partikeln zugeführt werden. Die Abschätzung von adäquaten Prozessparametern führt in Kapitel 2.2 unter Verwendung von Argon und Partikeln aus AlSi10Mg zu einem Rohrdurchmesser von $D = 1 \text{ mm}$ und zu einer Partikelfraktion mit $d_p = 20 - 40 \text{ }\mu\text{m}$. Der Durchmesser des realen Kapillarrohres der experimentellen Untersuchungen liegt im Toleranzbereich von $1_{-0}^{+0,04} \text{ mm}$. Der Gasmassenstrom \dot{m}_f und die Kapillarrohrtemperatur T_w werden in den experimentellen Untersuchungen in der Weise variiert, dass diese die in Kapitel 2.2 hergeleiteten Prozessfenster abdecken.⁸ Die Faktorstufen werden für die experimentellen Untersuchungen wie folgt definiert: $\dot{m}_f = [0,5; 0,87; 1,3] \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = [\text{MF05}; \text{MF087}; \text{MF13}]$ und $T_w = [21; 250] \text{ }^\circ\text{C} = [\text{T21}; \text{T250}]$.

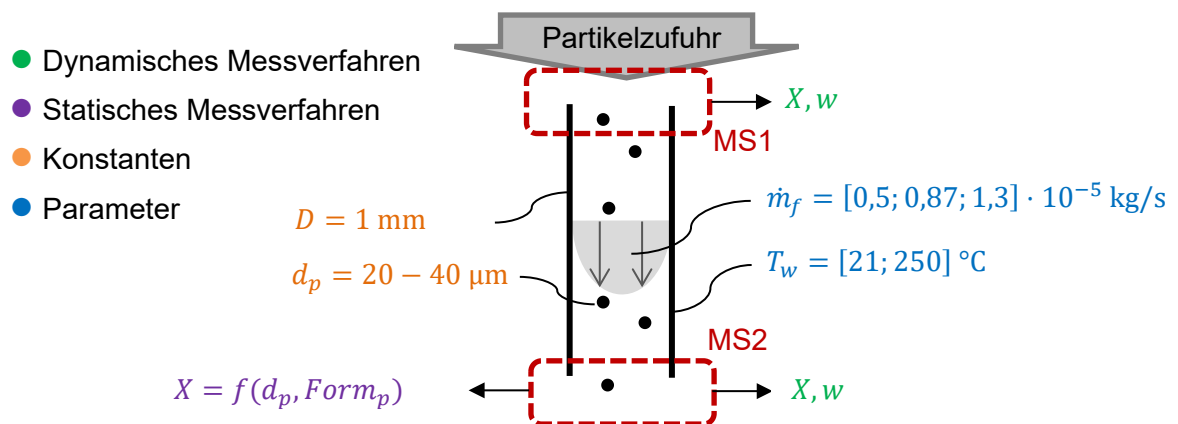


Abbildung 31: Übersicht zu den experimentellen Untersuchungen

⁸ T_w ist in dieser Arbeit allgemein die maximale Kapillarrohrtemperatur des axialen Temperaturverlaufs am Kapillarrohr. In den experimentellen Untersuchungen für $T_w = 250 \text{ }^\circ\text{C}$ (T250) ist der Temperaturverlauf entlang des Rohres annähernd konstant. In den simulativen Untersuchungen des Kapitels 4 ist T_w die maximale Rohrtemperatur konstanter und linearer Temperaturverläufe.

Messtechnisch untersucht werden die Partikeleigenschaften an Messstelle 1 (MS1) am Rohreingang und -ausgang an Messstelle 2 (MS2) mit Hilfe eines dynamischen Messverfahrens. Hierbei werden die Partikel im Flug erfasst, was Informationen zu den Partikelpositionen und -geschwindigkeiten liefert. Außerdem wird für die MS2 ein statisches Messverfahren entwickelt. Bei diesem Verfahren werden Partikel unmittelbar nach dem Austritt aus dem Kapillarrohr auf einer Unterlage fixiert. Dies ermöglicht die Analyse der Partikelposition in Abhängigkeit der Partikelform und -größe mit Hilfe eines Mikroskops.

Ziel der experimentellen Analyse ist die Analyse des Einflusses der scherinduzierten Auftriebskraft auf die Partikelverteilung am Rohrauslass, in Abhängigkeit unterschiedlicher Prozessbedingungen und Partikeleigenschaften. Außerdem soll ein numerisches Simulationsmodell zur Vorhersage von Partikeltrajektorien im Kapillarrohr mit Hilfe der experimentellen Ergebnisse validiert werden. Zur Validierung werden die experimentell bestimmten Partikeleigenschaften an der MS1 als Startbedingungen in den Simulationen vorgegeben. Anschließend werden die experimentell und simulativ bestimmten Ergebnisse an der MS2 miteinander verglichen.

Bei sehr kurzen Distanzen zwischen dem Rohreinlass und -auslass wirken die Partikelkräfte nur kurz auf die Partikel, sodass die Partikelverteilung an der MS2 nur schwach von der Partikeltriebskraft abhängig ist. Bei großen Distanzen zwischen dem Rohreinlass und -auslass ist der Anteil fokussierter Partikel an der MS2 hingegen stark von der Partikeltriebskraft abhängig, da jene Kraft über einen längeren Zeitraum Einfluss auf die Partikeltrajektorie nimmt. Es wird daher eine Rohrlänge von $S = 822 \cdot D \gg D$ für die experimentellen Untersuchungen gewählt.

3.1 Pulverfraktion der experimentellen Untersuchungen

Die Pulvereigenschaften sind von dem gewählten Herstellungsverfahren des Pulvers abhängig. Dies beinhaltet die Partikelform und die Größenverteilung der Pulverpartikel sowie weitere Eigenschaften, wie die chemische Zusammensetzung oder die Reinheit der Partikel. Gaszerstäubte Pulverwerkstoffe liefern im Vergleich zu gebrochenen Pulverwerkstoffen, agglomerierten Pulverwerkstoffen oder wasserzerstäubten Pulverwerkstoffen nahezu ideale sphärische Pulverpartikel hoher Dichte und hoher Reinheit. (Nouri und Sola 2019)

Da die simulativen Ergebnisse dieser Arbeit auf ideal sphärischen Partikeln basieren, ist für die Vergleichbarkeit von Simulationsergebnissen und experimentellen Ergebnissen ein Pulver möglichst hoher Sphärizität zielführend. Zur Generierung einer für diese Arbeit relevanten Partikelfraktion mit $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ wird daher ein gasverdüstes Pulver mit einer Größenverteilung von $d_{10} = 26,6 \mu\text{m}$ und $d_{90} = 59,9 \mu\text{m}$ gewählt. Das Pulver wird mittels Sieben fraktioniert, was zu der in Abbildung 32 (links) dargestellten Pulverfraktion führt. Über Segmentierung der in mehreren REM (Rasterelektronenmikroskop)-Aufnahmen dargestellten Partikel wird die

Partikelgrößenverteilung der Pulverfraktion bestimmt. Wie in Abbildung 32 (links) zu sehen ist, wird die geforderte Größenverteilung von $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ durch die Pulverfraktion abgebildet. Wie in der Aufnahme eines REM zu sehen ist (Abbildung 32, rechts), weist die Morphologie der Partikeln im Allgemeinen eine hohe Sphärizität auf. Der Einfluss von Abweichungen zur idealen Kugelform auf die Messergebnisse wird in Kapitel 3.4 Hilfe des statischen Messverfahrens untersucht.

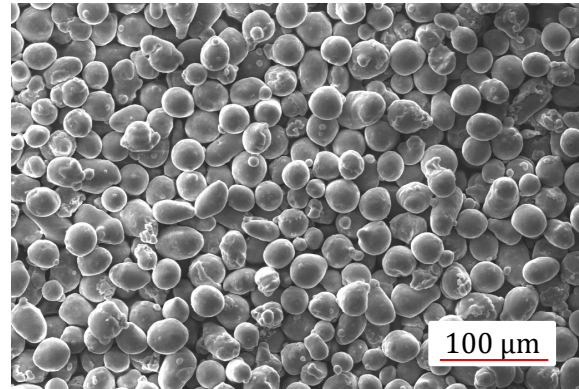
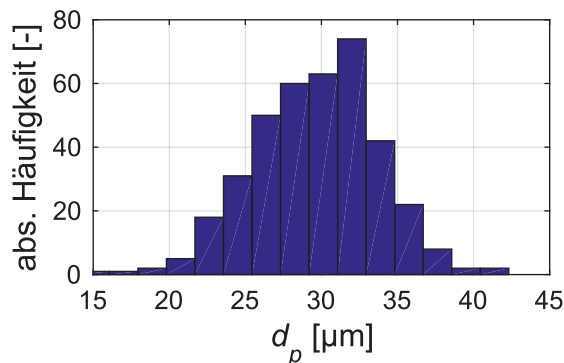


Abbildung 32: Partikelgrößenverteilung (links) und REM-Aufnahme (rechts) der verwendeten Pulverfraktion

3.2 Versuchsaufbau

Die Grundbestandteile des Versuchsaufbaus sind eine Zuführeinheit für Gas und Partikel, ein heizbares Kapillarrohr, eine Druckkammer sowie diverse messtechnische Komponenten. Über die Zuführeinheit wird die Zufuhr von Gas und Partikeln in das Kapillarrohr realisiert. Diese ist im Schnitt in Abbildung 33 dargestellt. Vor Inbetriebnahme des Versuchstands werden die Partikeln auf die planare Fläche eines Stabes (●) gelegt und der Stab von einem druckdichten Schlauch (in Abbildung nicht dargestellt) umschlossen. Während des Betriebes wird der Gasstrom in Trägergas (●) und Mantelgas (●) aufgeteilt. Das Trägergas wird über eine Bohrung ($d = 0,2 \text{ mm}$) in Richtung der planaren Fläche des Stabes beschleunigt (Abbildung 33, c)). Mit axialem Vorschub des Stabes über einen magnetischen Schlitten werden die Partikeln dem hochbeschleunigten Trägergas zugeführt und vom Stab in die Zuführeinheit transportiert. Das mit Partikeln versetzte Gas strömt danach durch ein Rohr (●) mit $d_{i,1} = 1,1 \text{ mm} = \text{konst.}$ und $d_{a,1} = 1,5 \text{ mm} = \text{konst.}$ (Abbildung 33, b)). Der Mantelgasstrom strömt durch ein poröses PTFE-Element (○) und strömt dadurch gleichmäßig in den Bereich des Ausgangs des Rohres (●). Die Partikeln werden dem Mantelgasstrom mittig zugeführt (Bereich B). Im weiteren Verlauf strömt die Mehrphasenströmung durch einen konischen Bereich, welcher in einem Kapillarrohr (●) mit $d_{i,2} = 1 \text{ mm} = \text{konst.}$ und $l_3 = 16 \text{ mm}$ mündet (Abbildung 33, a)). Der Ausgang des Rohres (●) definiert die MS1 und zugleich den Eingang des erhitzten Kapillarrohres (●) im

Bereich A. Die exakte koaxiale Ausrichtung zwischen dem Rohr (●) und dem Kapillarrohr (●) wird über eine spielfreie Bohrung im Bauteil C realisiert. Falls nicht anders angegeben, beziehen sich die axialen Positionen x_{ax} in dieser Arbeit auf den Eingang des Kapillarrohres.

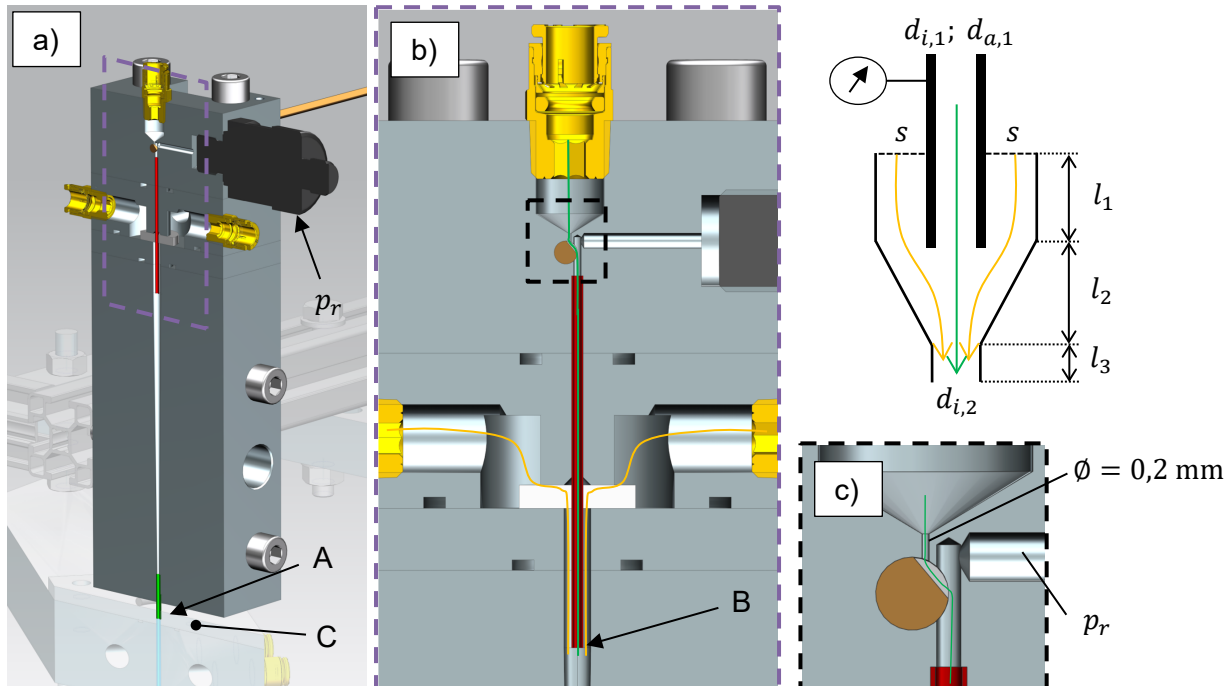


Abbildung 33: Zuführeinheit im Schnitt

Zur Interpretation der Partikeleigenschaften am Kapillarrohrausgang (MS2) sind weitere Informationen zu den Partikeleigenschaften am Kapillarrohreingang (MS1) nötig. Die Messtelle MS1 befindet sich direkt im Bereich A der Abbildung 33. Der formschlüssige Übergang innerhalb einer Bohrung von Zuführeinheit und Kapillarrohr erlaubt jedoch keine messtechnische Zugänglichkeit.

Daher wird der Versuchstand in der Weise konstruiert, dass das Kapillarrohr von der Partikelzuführeinheit abgetrennt werden kann. Anstelle des Kapillarrohres wird dann eine Druckkammer an die Zuführeinheit angeschlossen (Abbildung 34). Das mit Partikeln angereicherte Gas strömt in die Druckkammer und danach durch eine Drossel in die Umgebung. Mit Hilfe der Drossel kann der Druckverlust des Kapillarrohres (●) simuliert werden, sodass die Verhältnisse innerhalb der Zuführeinheit unverändert bleiben. Zur Einstellung des Druckverlustes wird der Referenzdruck p_r (siehe Abbildung 33) innerhalb der Zuführeinheit mit angeschlossenem Kapillarrohr für alle Betriebszustände dokumentiert und anschließend in der Konfiguration mit Druckkammer über die Drossel für den entsprechenden Betriebszustand reproduziert. Da die Druckkammer mit optischen Gläsern versehen ist, kann der Ausgang der Zuführeinheit optisch erfasst werden, was die messtechnische Analyse von Partikeln an der MS1 ermöglicht.

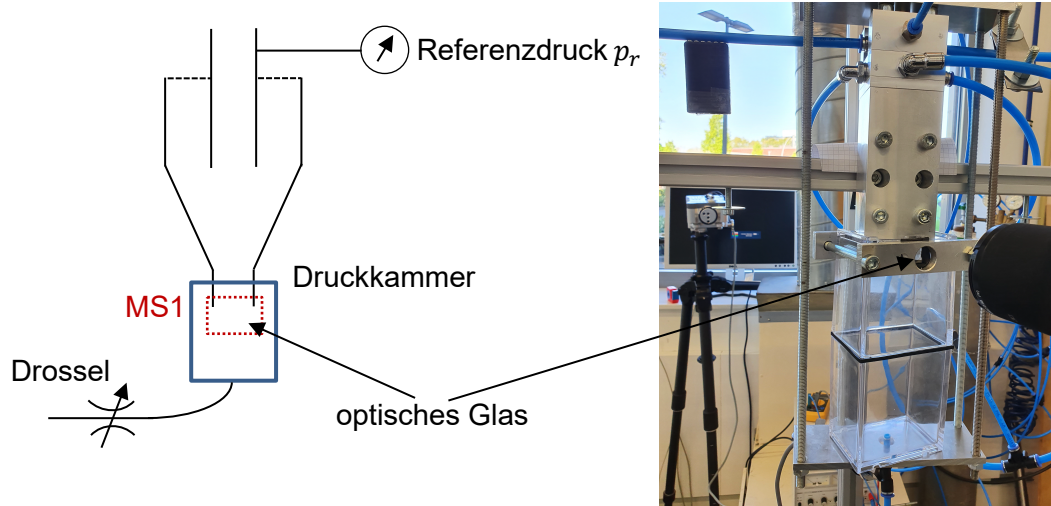


Abbildung 34: Simulation des Druckverlustes im Kapillarrohr, Skizze (links) und Versuchsstand im Zustand 1 für Messungen an der MS1 (rechts)

Der Versuchsstand bestehend aus Zuführeinheit und heizbarer Kapillarrohreinheit ist in Abbildung 35 dargestellt. Das Kapillarrohr (●) verläuft ausgehend von der Zuführeinheit durch eine Wasserkühlung („Kühlung oben“), ein Isolationsbauteil (●), einen Kupfermantel (●) mit Heizdraht (●) und anschließend durch ein weiteres Isolationsbauteil (●). Der gut wärmeleitende Kupfermantel (Material: reines Kupfer, $\lambda \approx 400 \text{ W}/(\text{mK})$) sorgt für eine gleichmäßige Temperaturverteilung im erhitzten Bereich des Kapillarrohres. Das Isolationsbauteil mit niedriger Wärmeleitfähigkeit (Material: K-Therm® AS 1050, $\lambda \approx 0,27 \text{ W}/(\text{mK})$) sorgt für einen kurzen Temperaturübergang von $21 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $250 \text{ }^\circ\text{C}$ zwischen dem gekühlten Rohrbereich und dem erhitzten Kupfermantel.

Die thermische axiale Ausdehnung des erhitzten Bereiches beträgt bei der Faktorstufe T250 ca. $2,5 \text{ mm}$. Zur Kompensation liegt der erhitzte Bereich auf einer Auflage auf, welche durch entsprechende Führungen keine radialen Bewegungen aber axiale Bewegungen zulässt. Gleichzeitig ist das Bauteil der oberen Kühlung fest fixiert und über Federn mit der Auflage verbunden. Die thermische Ausdehnung des erhitzten Bereiches wird so in Richtung des Bereichs C (Abbildung 35) geleitet. Die Vorspannung der Federn sorgt für axialen Anpressdruck, sodass die thermische Dehnung im Fall der Abkühlung reversibel zur Ausgangsposition führt und der Ausgang der Zuführeinheit stets mit dem Kapillarrohr im Bereich A in Kontakt bleibt. Im Fall der Fixierung von Partikeln auf einem Substrat (statisches Messverfahren, siehe Kapitel 3.4) wird unterhalb der Auflage ein Substrat mit einer Kinematik angebracht. Das Kinematiksystem des Substrates ist ein Resultat der Arbeit von Donges (2021).

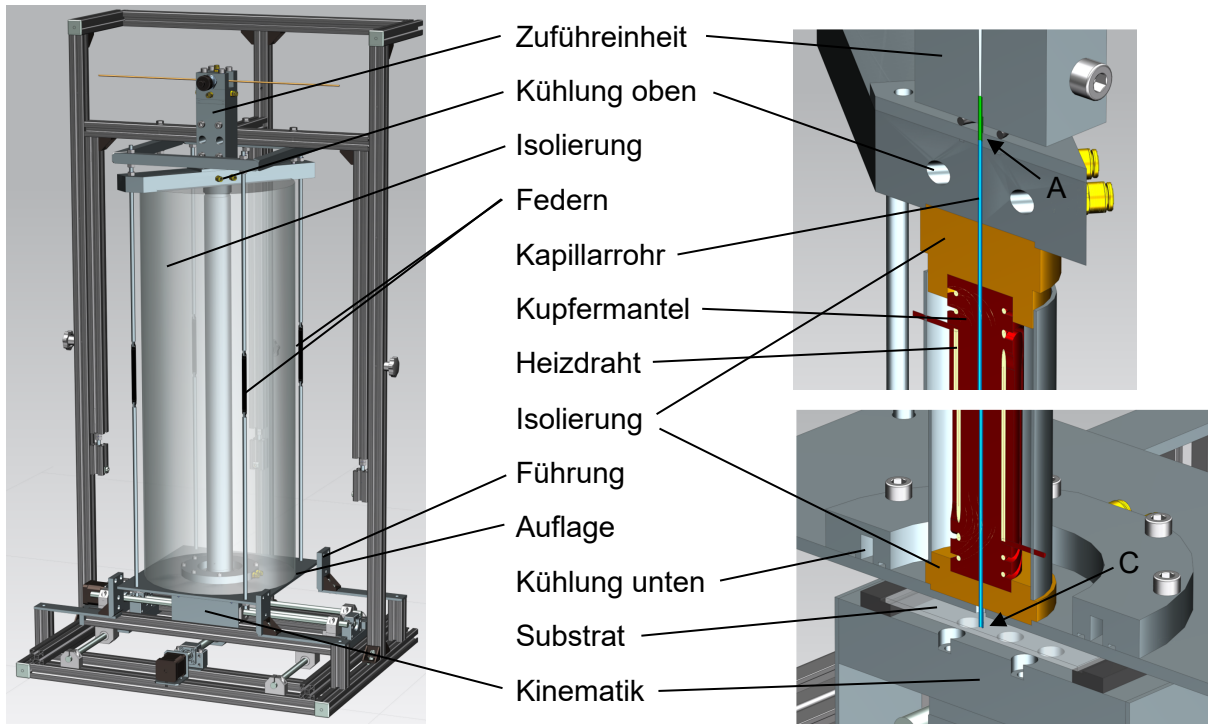


Abbildung 35: Übersicht Versuchsstand im Zustand für Messungen an der MS2

Die Temperaturregelung des Versuchsstands beinhaltet zwei mineralisierte Heizleiter mit einer Heizleistung von jeweils 1,4 kW sowie mineralisierte Mantel-Thermoelemente vom Typ K nach DIN EN 60584-2. Mit den Thermoelementen wird die Temperatur entlang des Kapillarrohres an der äußeren Mantelfläche des Kapillarrohres gemessen. Die beiden Heizleiter werden in Nuten (Abbildung 36, links) in die beiden Kupfermantelhälften eingepresst. Die Temperatur des erhitzten Bereichs wird anhand eines Thermoelements mittels P.I.D.-Regelstrecke geregelt. Bei Inbetriebnahme des Versuchsstands wird die Temperatur zunächst eine Stunde bei konstantem Gasstrom gehalten. Dadurch wird ein thermischer Gleichgewichtszustand erreicht, bei dem die gemessenen Temperaturen der Thermoelemente zeitlich konstant sind (Temperaturschwankungen $< 0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$). Die gemessenen Temperaturen an den unterschiedlichen Messpositionen der Thermoelemente sind in Abbildung 36 dargestellt.

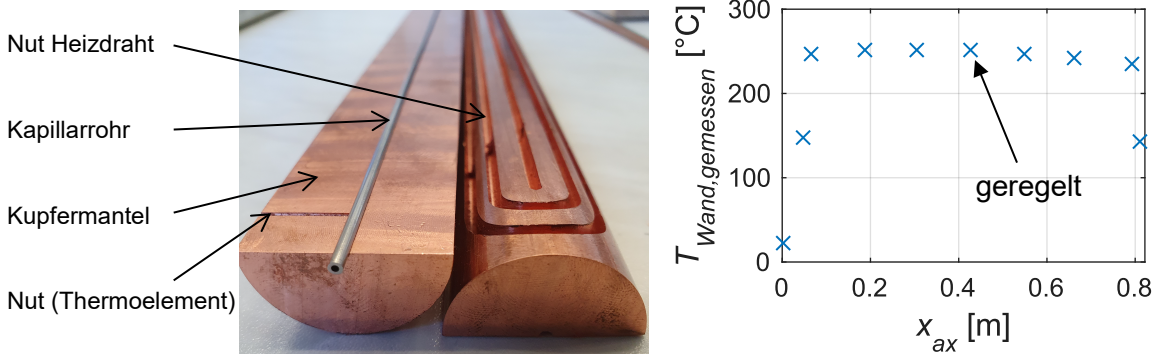


Abbildung 36: Kapillarrohr und Kupfermantel (links), Kapillarrohrtemperatur (rechts)

Das Kapillarrohr hat praxisbedingt eine endliche Wandstärke von 0,5 mm und eine endliche Wärmeleitfähigkeit von ca. 15 W/(mK) (Material: 1.4301, DIN EN 10217-7). Die Temperaturregelung bezieht sich allerdings auf die äußere Mantelfläche des Kapillarrohres, obwohl die innere Seite der Rohrwandungen für das untersuchte Verfahren relevant ist. Zur Überprüfung dieser Diskrepanz wird eine gekoppelte Fluid-Festkörper-Simulation durchgeführt, bei der ein Kapillarrohrabschnitt von Argon durchströmt wird. Hierbei wird der äußeren Rohrmantelfläche eine Temperatur von $T_W = 250\text{ °C}$ vorgegeben. Für den Gasstrom wird vereinfachend am Einlass der Gasmassenstrom der Faktorstufe MF15 bei axial konstanter Geschwindigkeit vorgegeben sowie am Auslass ein Druck von $p_0 = 1\text{ bar}$ festgelegt (siehe Abbildung 37). Die Temperatur der thermische Einlaufströmung wird für unterschiedliche Rohrwandstärken W für $d_i = 1\text{ mm}$ analysiert. Die Auswertung der Fluidtemperaturen an unterschiedlichen axialen und radialen Positionen zeigt, dass die Temperaturverläufe für $W = 0,5\text{ mm}$ und $W = 0\text{ mm}$ identisch sind. Die Temperaturen der Kapillarrohraußenwand kann daher stellvertretend für die Temperaturen der Rohrrinnenwand betrachtet werden.

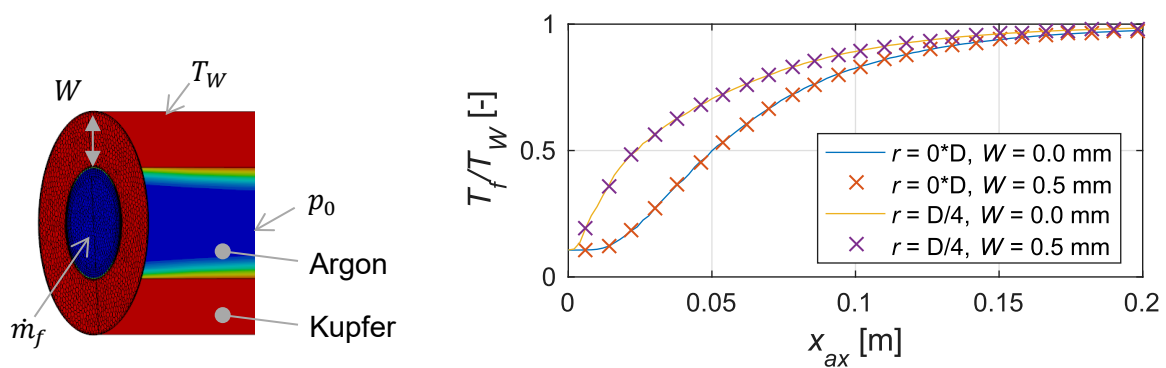


Abbildung 37: Studie zum Einfluss der Kapillarrohr-Wandstärke bei $T_\infty = 250\text{ °C}$ und $\dot{m}_f = 1,5 \cdot 10^{-5}\text{ Kg/s}$, Simulationsmodell (links) und Fluidtemperatur (rechts)

3.3 Dynamisches Messverfahren

Ziel der Messungen dieser Arbeit ist die Gewinnung von Informationen über die Partikelgeschwindigkeiten, -morphologien und -größen in Abhängigkeit der radialen Partikelposition. Die Verknüpfung der Messgrößen mit der radialen Partikelposition setzen den Einsatz lokaler Messtechniken voraus. Mit diesen Methoden wird die Bestimmung von Partikeleigenschaften mit relativ hoher räumlich Auflösung ermöglicht. Nach Crowe et al. (2012) können lokale Messtechniken in drei Gruppen eingeteilt werden (weitere Informationen sind in den Arbeiten von Tu et al. (2017) und Crowe et al. (2012) zu finden):

- Probenentnahme: Eine repräsentative Anzahl an Partikeln wird räumlich definiert einer Mehrphasenströmung entnommen und außerhalb der Messstelle analysiert. Nachteilig ist, dass dynamische Eigenschaften, wie Partikelgeschwindigkeiten, bei der Probenentnahme verloren gehen und die räumliche Auflösung zu gering ist. Beispiel: Isokinetische Absaugung.
- Einzelpartikel-Zählmethoden (Punktmessung): In einem kleinen Messvolumen werden Partikeleigenschaften optisch erfasst. Zur räumlich aufgelösten Messung eines Messgebietes wird das zu vermessende Messgebiet in einzelne Messvolumen unterteilt und jeweils vermessen. Diese Verfahren sind nicht invasiv und liefern außerdem dynamisch Informationen wie Partikelgeschwindigkeiten, erfordern jedoch optische Zugänglichkeit. Beispiel: Laser-Doppler-Anemometrie.
- Bildgebende Verfahren (Feldmessung): Partikeleigenschaften werden optisch in einem ausgedehnten Volumen erfasst. Diese Verfahren sind ebenfalls nicht invasiv, erfordern jedoch auch eine optische Zugänglichkeit. Beispiele sind: *Particle Image Velocimetry* (PIV) und *Particle Tracking Velocimetry* (PTV).

Die Konstruktion des Versuchsstands erlaubt die messtechnische Erfassung von Partikeln an den beiden Messtellen MS1 und MS2. Beide Messstellen sind optisch zugänglich, was grundsätzlich den Einsatz der beiden nicht invasiven, optischen Methoden erlaubt. Die räumlich Auflösung der Kapillarrohrströmung ist jedoch im Submillimeterbereich durch Feldmessungen (bildgebende Verfahren) praktikabler ($D = 1 \text{ mm}$), da das Messgebiet nicht über mehrere Punktmessungen abgerastert werden muss.

Im Bereich der bildgebenden Verfahren wurden in den letzten Jahren durch hohe Rechenleistungen moderner Computer die Verfahren PTV und PIV im Kontext der Partikelgeschwindigkeitsmessung populär. Hierbei werden die Partikeln zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Messgebiet beobachtet, was über $\vec{w}(\vec{x}, t) = \frac{\Delta \vec{x}(\vec{x}, t)}{\Delta t}$ zur entsprechenden Partikelgeschwindigkeit führt. Im Fall von PTV werden dabei von Bild zu Bild individuelle Partikeln verfolgt, was zu Partikeltrajektorien individueller Partikeln im Messgebiet führt. Im Fall von PIV werden durch Auto- und Kreuzkorrelationsverfahren durchschnittliche Verschiebungen und Geschwindigkeiten in Teilbereichen des Messgebietes ermittelt. Dies erfordert eine Mindestzahl an Partikeln in jedem Teilbereich und damit höhere Partikelkonzentrationen, als es bei PTV der Fall ist. Um Störungen der laminaren Rohrströmung durch Partikeleinfluss zu vermeiden, ist die Partikelkonzentration der zwei-Phasen Strömung in dieser Arbeit jedoch gering. Außerdem sind nicht durchschnittliche Partikeleigenschaften in Teilbereichen, sondern die statistischen Verteilungen individueller Partikeln von Interesse, sodass in dieser Arbeit ein PTV-Verfahren zur Messung verwendet wird. Detaillierte Informationen zu den beiden Verfahren sind in der Arbeit von Tu et al. (2017) zu finden.

Bildgebende Verfahren unterscheiden sich in der Belichtungsstrategie des Messgebietes. Klassisch wird hierbei das Messgebiet durch einen Laser beleuchtet, sodass das Streulicht der Partikeln mit einer Kamera erfasst werden kann (Crowe et al. 2012). Wen et al. (1992) verwendeten diese Technik beispielsweise zur Visualisierung von Partikeln innerhalb einer Scherströmung sowie Huber und Sommerfeld (1994) zur Bestimmung von Partikelkonzentrationen in einem Rohrquerschnitt. Bei der Entwicklung eines PTV-Aufbaus mit dieser Belichtungsstrategie besteht jedoch die Herausforderung, dass die Lichtstreuung von der Partikelmorphologie abhängig ist und hohe Laserleistungen benötigt werden. Außerdem ist das Ziel bei der Messung der Partikeleigenschaften in dieser Arbeit, alle Partikeln unabhängig von der radialen Position am Rohrausgang zu vermessen. Dies setzt voraus, dass die Partikeln in einem Messvolumen mit einer Breite b_{MV} und Tiefe t_{MV} von mindestens D vom optischen System erfasst werden können (Abbildung 38, links). Der klassische Ansatz, das Streulicht der beleuchteten Partikeln zu messen, ist für den experimentellen Aufbau dieser Arbeit ungeeignet, da die Tiefenschärfe (TS) der Kameraoptik bei gegebener Vergrößerung kleiner als t_{MV} ist, sodass Partikeln vor bzw. hinter dem Schärfebereich (grüne Partikeln in Abbildung 38, links) messtechnisch nicht erfasst werden können. Die Methode mittels Streulicht wird daher nicht weiter betrachtet.

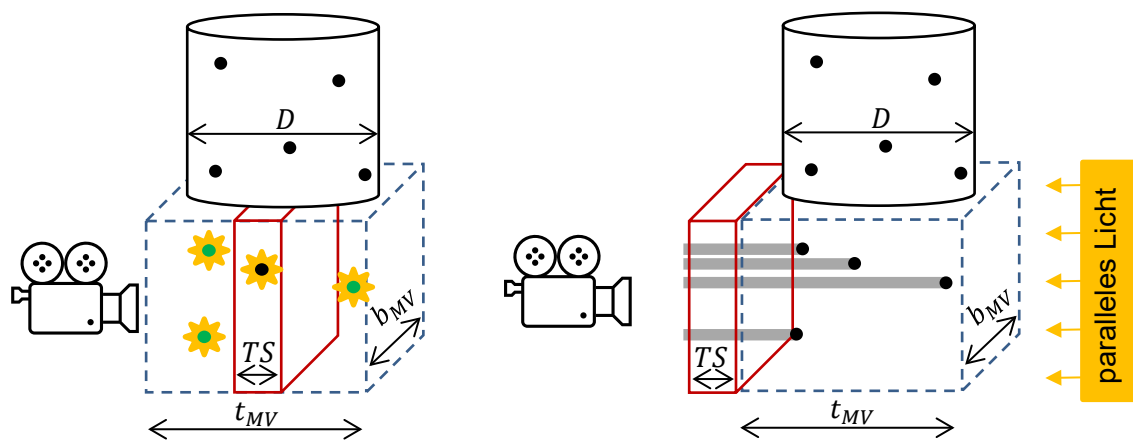


Abbildung 38: Partikelstreulichtmessung (links) und Partikelschattenmessung (rechts)

Alternativ kann das Messvolumen mittels Hintergrundbeleuchtung vermessen werden. Der gezielte Einsatz diffuser Hintergrundleuchtmittel (klassischer LEDs oder Halogen Lampen) ist in mehreren Arbeiten zu finden (Hessenkemper und Ziegenhein 2018; Estevadeordal und Goss 2005; Sommerfeld 2007; Khodaparast et al. 2014; Wereley und Meinhart 2010). In diesen Arbeiten wird gezielt eine geringe Tiefenschärfe der Kameraoptik verwendet, um nur Partikeln innerhalb der Schärfebene messtechnisch zu erfassen. Im Gegensatz zu diesen Arbeiten wurde in der Arbeit von Huck et al. (2017) ein PTV Verfahren auf Basis von parallelen Hintergrundlichtquellen vorgestellt, wobei der Versuchsaufbau von Machicoane et al. (2013) verwendet wird. Der Einsatz der parallelen Hintergrundlichtquellen führt dabei zur Erzeugung von

Partikelschatten mit einer Länge, welche die Tiefenschärfe der Kameraoptik weit übersteigt. Dieser Ansatz ermöglicht die Erfassung kleiner Objekte in großen Volumina und wird daher ebenfalls in dieser Arbeit verwendet (siehe Abbildung 38, rechts).

Statt paralleles Hintergrundlicht mit Hilfe einer LED und entsprechenden Optiken zu erzeugen, wird in dieser Arbeit ein einfacher Laserpointer mit einer maximalen Leistung von 1 mW (Wellenlänge: 532 nm) verwendet, da die Belichtungsfläche für das erforderliche Messgebiet ausreichend groß ist ($\varnothing \sim 4$ mm). Die Laserleistung wird über entsprechende elektrische Modifikationen geregelt. Die Verwendung einer Hochgeschwindigkeitskamera (Redlake MotionPro® X4; Sensor: 512 x 512 Pixel; Pixelgröße: $16 \times 16 \mu\text{m}^2$; max. Bildrate bei voller Auflösung: 5.000 fps, min. Belichtungszeit: $1 \mu\text{s}$) ermöglicht, die im Verhältnis zur Partikelgröße hohen Partikelgeschwindigkeiten zu erfassen, ohne dass ein gepulster Laser zur Erzeugung von Bilddaten benötigt wird (siehe PTV-Verfahren in Kapitel 3.3.2). Die Makro-Aufnahmen im Messvolumen werden mit Hilfe des „Sigma 105mm f/2.8 EX DG Macro“ Objektivs realisiert.

Die Übertragbarkeit des Messprinzips von Huck et al. (2017) auf die gegebenen Größenordnungen wird durch einen Versuchsaufbau (Abbildung 39) geprüft. Hierbei werden die Partikel der zu untersuchenden Pulverfraktion (Kapitel 3.1) auf ein optisch reines Glas verteilt und von hinten mit dem Laser beleuchtet. Das Glas steht hierbei in einem Winkel von 45° zur Kameraebene, sodass eine Distanz in y-Richtung der gleichen Distanz in der z-Richtung entspricht. Die Vergrößerung durch die Kameraoptik entspricht hierbei – sofern nicht anders angegeben – der in dieser Arbeit verwendeten Vergrößerung von 1:1,84 (kalibriert über das Kapillarrohr), sodass pro Pixel des Kamerasensors eine Fläche von ca. $29 \times 29 \mu\text{m}^2$ in der Schärfenebene erfasst wird.

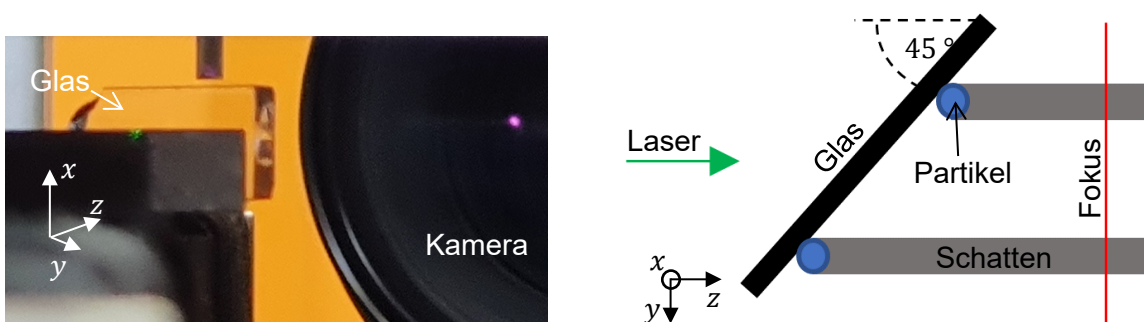


Abbildung 39: Versuchsaufbau zur Generierung von Testbildern

Die entsprechenden Bildaufnahmen sind in Abbildung 40 ohne (oben) bzw. mit (unten) Hintergrundbelichtung dargestellt. Im Fall fehlender Hintergrundbeleuchtung sind die Partikel nur

nahe der Schärfeebene zu erkennen und werden mit größerem Abstand schnell undeutlich. Mit Beleuchtung durch das parallele Laserlicht bei sonst identischer Konfiguration sind alle Partikeln unterschiedlicher z-Positionen zu erkennen, was die Übertragbarkeit des Messprinzips von Huck et al. (2017) auf die gegebene Anwendung im Grundsatz bestätigt. Wie für Partikeln größerer Entfernung zur Schärfeebene zu sehen ist, erscheint der innere Bereich der Partikelschatten erhellt. Außerdem ist die Größe der Partikelschatten deutlich größer als die Partikeln ($d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$) selbst. Dies ist auf die Streuung des Lichtes zurückzuführen, bei der Licht nicht unter rein optischen Bedingungen mit der Partikeloberfläche interagiert, sondern ein Wellenverhalten zeigt. Diese Streuung muss bei der Kalibrierung des PTV-Algorithmus berücksichtigt werden, was im Unterschied zur Arbeit von Huck et al. (2017) steht, da die Autoren deutlich größere Partikeln ($d_p = 250 \mu\text{m}$) verwendeten und der Einfluss der Streuung mit kleinerer Partikelgröße zunimmt.

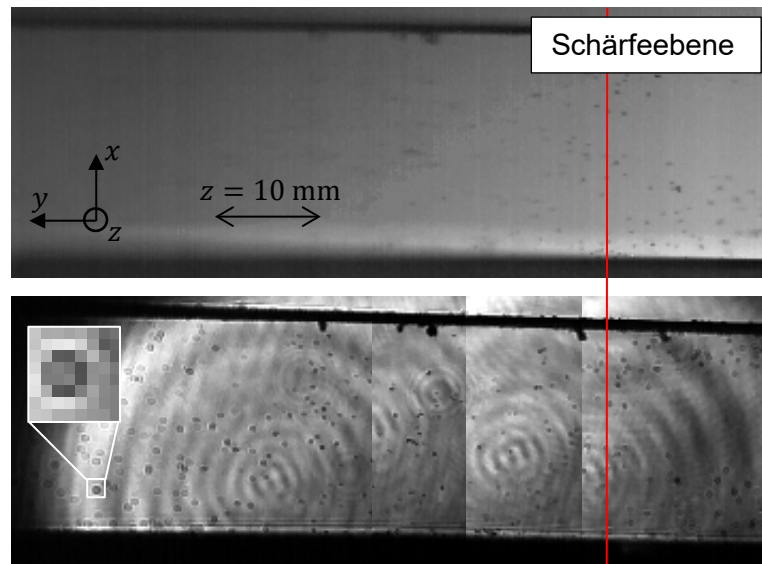


Abbildung 40: Aufnahmen bei unterschiedlichen Belichtungsstrategien, Auflichtverfahren (oben) und Durchlichtverfahren (unten)

Die über das zuvor beschriebene Verfahren erzeugten Aufnahmen werden mit einem PTV-Algorithmus verarbeitet und in der Weise ausgewertet, dass die Partikelgeschwindigkeiten am Rohrende als Funktion der radialen Partikelposition vorliegen. Hierbei werden die Schritte

- Bildverarbeitung (Kapitel 3.3.1),
- Partikeldetektion (Kapitel 3.3.1) und
- Ermittlung von Partikeleigenschaften (Kapitel 3.3.2)

nacheinander durchlaufen.

3.3.1 Bildverarbeitung und Partikeldetektion

Zu Beginn werden die Bildaufnahmen bearbeitet. Dieser Prozess wird exemplarisch anhand zweier Bilder A und B (Erzeugnis aus dem Versuchsaufbau der Abbildung 39) in Abbildung 41 illustriert. Im Bild A sind Partikeln auf dem Glas verteilt. Eine weitere Aufnahme ohne Partikeln ist in Bild B zu sehen. Bild B beinhaltet daher Informationen über die inhomogenen Lichtverteilungen, welche nicht auf Partikeln zurückzuführen sind. Bild C wird durch Subtraktion von Bild A und Bild B erzeugt. Die Inversion von Bild C ergibt schließlich Bild D, welches zur Partikeldetektion genutzt wird.

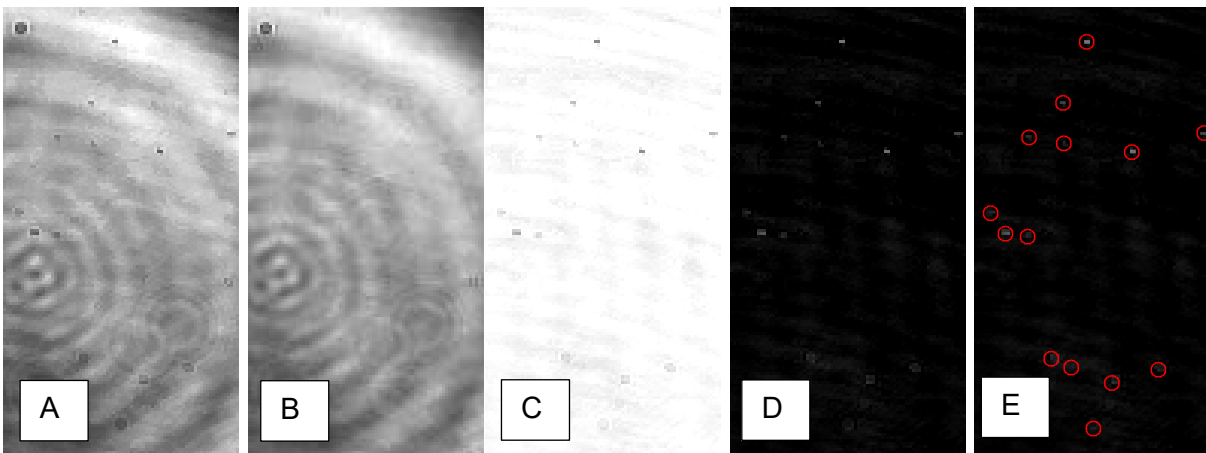


Abbildung 41: Bildverarbeitung (Bilder A-D) und Partikeldetektion (Bild E)

In dieser Arbeit wird zur Partikeldetektion die „Particle Mask Correlation Methode“ (PMC-Methode) von Takehara und Etoh (1999) verwendet. Die entsprechende Implementierung von Antoine (2016) liefert die Partikelpositionen für ein Bild. Die PMC-Methode basiert darauf, die von den Partikeln erzeugten Verteilungsmuster der Lichtintensität I im Bild mit einer Maske zu vergleichen. Zum Vergleich wird die Maske einer zweidimensionalen Gauß-Verteilung verwendet:

$$I_m(i, j) = \exp\left(-\frac{(i - x_0)^2(j - y_0)^2}{2\sigma_m^2}\right). \quad (3-1)$$

Der Korrelationswert

$$R(x_0, y_0) = \frac{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-m/2}^{y_0+m/2} (I(i, j) - \bar{I})(I_m(i, j) - \bar{I}_m)}{\sqrt{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-m/2}^{y_0+m/2} (I(i, j) - \bar{I})} \sqrt{\sum_{i=x_0-m/2}^{x_0+m/2} \sum_{j=y_0-m/2}^{y_0+m/2} (I_m(i, j) - \bar{I}_m)}} \quad (3-2)$$

an der Position (x_0, y_0) zwischen der Gauß-Verteilung und dem Verteilungsmuster der Lichtintensität wird hierbei für jedes Pixel im Bild bestimmt, dessen Lichtintensität eine Grenze I_{th}

überschreitet (\bar{I} und \bar{I}_m sind die gemittelten Lichtintensitäten in dem Betrachtungsbereich $m \times m = 1,5\sigma_m \times 1,5\sigma_m$). Für die Pixel mit der höchsten Intensität in einem Umkreis von $1,5\sigma_m$ wird danach der Schwerpunkt der Intensitätswerte im Betrachtungsbereich berechnet. Diese Schwerpunkte entsprechen letztlich den ermittelten Positionen der Partikeln im Bild. Die ermittelten Partikelpositionen mit geringen Korrelationskoeffizienten R werden abschließend über den Grenzwert R_{th} herausgefiltert. Die ermittelten Partikelpositionen sind exemplarisch für optimale Werte von I_{th} , R_{th} und σ_m in Abbildung 41 in Bild E zu sehen. Die Kalibrierung der Parameter I_{th} , R_{th} und σ_m zur Anwendung der PMC-Methode wird im Folgenden beschrieben.

Zur Kalibrierung der Parameter I_{th} , R_{th} und σ_m werden die von den Partikeln erzeugten Verteilungsmuster der Lichtintensitäten zunächst berechnet. Mit diesen Berechnungen können anschließend Testbilder von Partikeln bekannter Position generiert werden, was letztlich die Kalibrierung und Validierung der PMC-Methode ermöglicht.

Die optischen Zusammenhänge des Durchlichtverfahrens sind in Abbildung 42 dargestellt. Das kohärente Licht der Hintergrundbeleuchtung wird als elektromagnetische Welle betrachtet, welche sich in z-Richtung ausbreitet und in der Objektebene auf die Partikel trifft. Ein Teil der Welle wird an der Partikel gebrochen, sodass Interferenz hinter der Partikel auftritt. Das im Abstand Z zum Objekt aufgezeichnete Interferenzmuster wird Hologramm genannt.

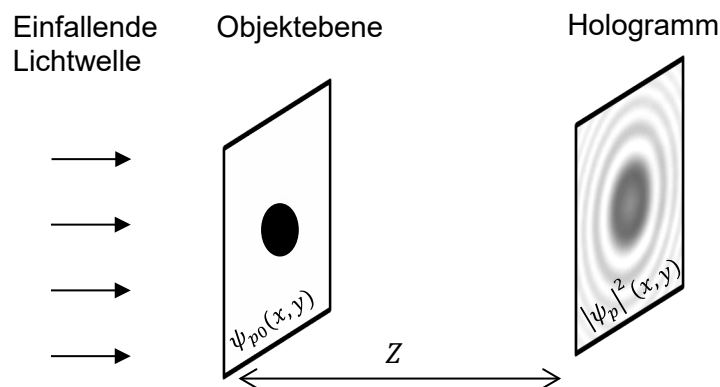


Abbildung 42: Optischen Zusammenhänge des Durchlichtverfahrens

Zur Rekonstruktion des Hologramms wird die *Angular Spectrum Method* genutzt. Diese wurde zuerst von Ratcliffe (1956) beschrieben und ermöglicht die Berechnung der Ausbreitung einer planaren Welle im freien Raum. Für weitere Informationen wird auf entsprechende Literatur verwiesen (Poon und Kim 2006; Khare 2015; Latychevskaia und Fink 2015; Goodman 1996). Allgemein kann die Ausbreitung einer Welle im kartesischen Koordinatensystem über die Helmholtz-Gleichung

$$\frac{\partial^2 \psi_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_p}{\partial z^2} + k_0^2 \psi_p = 0, k_0 = \frac{2\pi}{\lambda''} \quad (3-3)$$

beschreiben werden (Poon und Kim 2006). Hierbei ist λ'' die Wellenlänge. Die komplexwertige Feldgröße $\psi_p(x, y, z)$ beschreibt die Amplitude und räumliche Phase der Welle. Die Differentialgleichung (3-3) wird für die Dimensionen x und y Fourier-transformiert (\mathcal{F}_{xy}), danach im Bildbereich gelöst und anschließend in den Originalbereich über \mathcal{F}_{xy}^{-1} zurücktransformiert. Die Lösung der Gl. (3-3) im Bildbereich lautet

$$\begin{aligned} \Psi_p(k_x, k_y, z) &= \Psi_{p0}(k_x, k_y) \exp \left[-jk_0 \sqrt{1 - k_x^2/k_0^2 - k_y^2/k_0^2} z \right], \text{ mit} \\ \Psi_{p0}(k_x, k_y) &= \Psi_p(k_x, k_y, z=0) = \mathcal{F}_{xy}\{\psi_p(x, y, z=0)\} = \mathcal{F}_{xy}\{\psi_{p0}(x, y)\} \end{aligned} \quad (3-4)$$

und im Originalbereich

$$\begin{aligned} \psi_p(x, y, z) &= \mathcal{F}_{xy}^{-1}\{\Psi_p(k_x, k_y, z)\} \\ &= \mathcal{F}_{xy}^{-1}\left\{ \mathcal{F}_{xy}\{\psi_{p0}(x, y)\} \exp \left[-jk_0 \sqrt{1 - k_x^2/k_0^2 - k_y^2/k_0^2} z \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3-5)$$

wobei k_x und k_y jeweils die Fourier-Frequenzen der zweidimensionalen Fourier-Transformation sind (Poon und Kim 2006). Für eine planare Welle, welche sich orthogonal zur Wellenebene ausbreitet, kann die einfallende Welle in der Objektebene über $\psi_{p0}(x, y, z=0) = 1$ beschreiben werden (Latychevskaia und Fink 2015). Zur Rekonstruktion des Hologramms einer bestrahlten Partikel wird die einfallende Welle daher über $\psi_{p0}(\sqrt{x^2 + y^2} > d_p/2, z=0 \text{ mm}) = 1$ für den Bereich außerhalb der Partikelprojektionsfläche und über $\psi_{p0}(\sqrt{x^2 + y^2} \leq d_p/2, z=0 \text{ mm}) = 0$ für den Bereich innerhalb der Projektionsfläche der Partikel definiert (siehe Objektebene Abbildung 42). Das auf einem Detektor erscheinende Hologramm im Abstand Z zum Objekt wird schließlich über die Intensität $I(x, y, z) = K_I \cdot |\psi_p|^2(x, y, z)$ berechnet (Goodman 1996). In den folgenden Betrachtungen ist $K_I = 1$, da relative Intensitätsverteilungen berechnet und diese anschließend skaliert oder normiert werden. Numerisch wird die Gl. (3-5) über die (inverse) Fast Fourier Transformation sowie die Diskretisierung von x, y, k_x und k_y bestimmt.

Die kalkulierte Verteilung von $I(x, y=0 \text{ mm}, z)/I(\sqrt{x^2 + y^2} > d_p/2, z=0 \text{ mm})$ ist in Abbildung 43 für eine Partikel mit $d_p = 25 \text{ }\mu\text{m}$ zu sehen. Das Interferenzmuster weist eine hohe Intensität hinter der Partikel für $x = 0 \text{ mm}$ und $z \gg d_p$ auf. Außerdem sind die Bereiche geringer Intensi-

täten für $z \gg d_p$ deutlich breiter als d_p verteilt. Dies sind in der Hologrammetrie allgemein bekannte Effekte (beispielsweise in den Ergebnissen der Arbeiten von Lee et al. (2007) und Alexander et al. (2020) zu sehen).

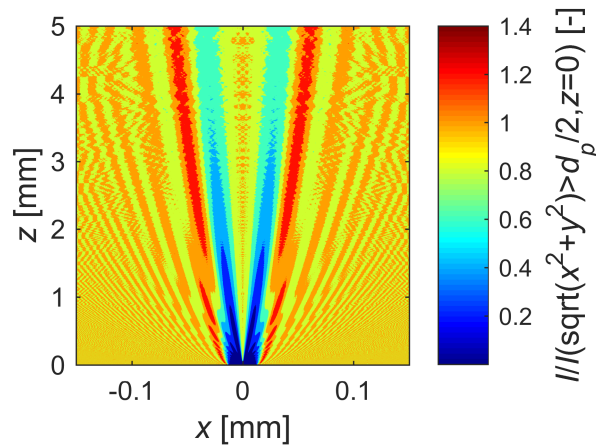


Abbildung 43: $I(x, y = 0, z)$ hinter der Objektebene für $d_p = 25 \mu\text{m}$

Die mit der Kamera aufgenommenen Bilder unterliegen einer gewissen Tiefenschärfe. Diese Tiefenschärfe führt effektiv zu einer Integration der Lichtverteilung entlang der z-Richtung. Da das Interferenzmuster hinter der Partikel mit der z-Richtung variiert, ist dies in der Simulation von Kameraaufnahmen zu berücksichtigen. Zur Simulation von Kameraaufnahmen werden die Lichtverteilungen daher in der x-y-Ebene in mehreren diskreten Entfernungen (in z-Richtung) zur Objektebene über Gl. (3-5) berechnet und anschließend aufsummiert. Je nach Abstand der jeweiligen x-y-Ebene zur Fokusebene (in z-Richtung) wird die Lichtverteilung dabei unterschiedlich stark weichgezeichnet. Die Stärke des Weichzeichnens wird über den Durchmesser des Unschärfekreises einer Optik nach Werner (2021) ermittelt. Der Wert ψ_p der weichgezeichneten Lichtverteilung an einer bestimmten Position in der x-y-Ebene entspricht dem Mittelwert der ursprünglich berechneten Größen ψ_p im Umkreis des Unschärfekreises zur jeweiligen Position in der x-y-Ebene. Bei den Messungen dieser Arbeit befindet sich die Fokusebene 1 mm vor dem Rohrzentrum und die Blendenzahl beträgt f/4. Auf Basis dieser Werte werden die Durchmesser der Unschärfekreise zur Kalibrierung der PMC-Methode je nach optischer Vergrößerung nach Werner (2021) bestimmt.

Zur Validierung der Lichtsimulation wird mit dem Versuchsaufbau aus Abbildung 39 eine Aufnahme mit erhöhter Auflösung einer Partikel für $Z = 12 \text{ mm}$ aufgenommen und das Kamerabild mit dem simulierten Interferenzmuster verglichen. Die Ergebnisse in Abbildung 44 zeigen,

dass die Durchmesser der Interferenzkreise gut übereinstimmen. Im Vergleich zum Partikeldurchmesser ($d_p = 25 \mu\text{m}$) ist der Schatten deutlich größer. Ebenso ist der Bereich erhöhter Intensitäten für $x = y = 0 \text{ mm}$ zu sehen.

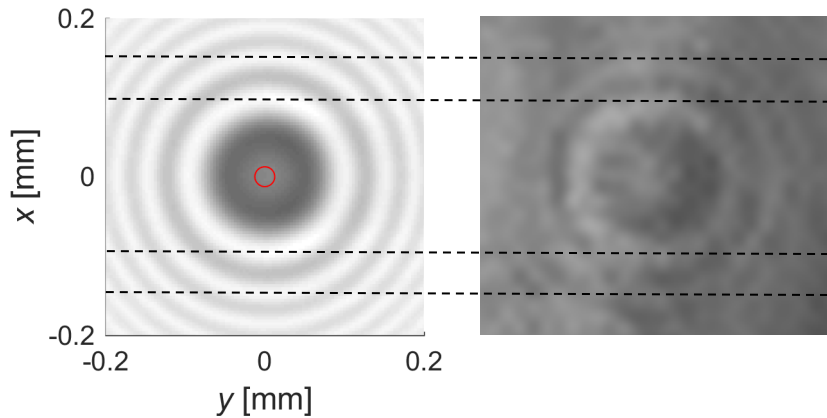


Abbildung 44: Berechnetes (links) und gemessenes (rechts) Interferenzmuster hinter Partikel, Partikeldurchmesser: Roter Kreis, $Z = 12 \text{ mm}$, Gegenstandsweite = 57 mm , Blendenzahl = $f/2,8$

Auf Basis von Lichtsimulationen werden Testbilder zur Kalibrierung der PMC-Methode erzeugt (Abbildung 45). Die Erzeugung von Testbildern aus den Lichtsimulationen besteht aus vier Schritten:

- 1) Nach der Berechnung der Intensitätsverteilung für eine zufällige Partikelposition in der x-y-Ebene werden dessen Intensitätswerte in einer feinen Subpixel-Matrix gespeichert (Abbildung 45, links).
- 2) Die Intensitätsverteilung der feinen Subpixel-Matrix wird entsprechend der Kameraauflösung in diskreten Bereichen (simulierte Pixel) gemittelt und in einer groben Pixel-Matrix (Testbild) gespeichert.
- 3) Die Intensitätsverteilungen werden über einen Faktor S_I so skaliert, dass die simulierten Intensitäten denen realer Aufnahmen nach der Bildverarbeitung (Abbildung 41) entsprechen. Der Faktor S_I wird wie folgt bestimmt: Die Schritte 1 und 2 werden für mehrere zufällige Partikelpositionen wiederholt, wobei jeweils der maximale Intensitätswert $I_{pix,max}$ der groben Pixel-Matrix gespeichert wird. Im Anschluss werden die gesammelten Werte von $I_{pix,max}$ gemittelt, was zu dem Wert $\bar{I}_{pix,max}$ führt. Zusätzlich wird die PMC-Methode auf reale Aufnahmen nach der Bildverarbeitung (Abbildung 41) angewandt, wobei I_{th} hierbei schrittweise verringert wird, bis alle Partikel durch die PMC-Methode in den Aufnahmen erkannt werden, was zur Skalierungsintensität $I_{th,s}$ führt. Der Wert $I_{th,s}$ ist damit ein Maß für die Intensitäten der Partikel in den realen

Aufnahmen nach der Bildverarbeitung, sodass die berechneten Intensitätsverteilungen der Hologramme in der groben Pixel-Matrix (Testbild) entsprechend des Verhältnisses $S_I = I_{th,s}/\bar{I}_{pix,max}$ skaliert werden können.

- 4) Reale Aufnahmen beinhalten zufällige Rauschwerte der Pixel. Daher werden mehrere reale Aufnahmen ohne Partikeln erstellt und entsprechend verarbeitet (Abbildung 41). Anschließend wird entsprechend der Häufigkeitsverteilung der Intensitäten dieser verarbeiteten Aufnahmen für jeden Pixel der Testbilder ein zufälliger Rauschwert bestimmt. Durch das Addieren dieser Rauschwerte zur groben Pixel-Matrix entsteht letztlich ein Testbild zur Kalibrierung der PMC-Methode (Abbildung 45, rechts).

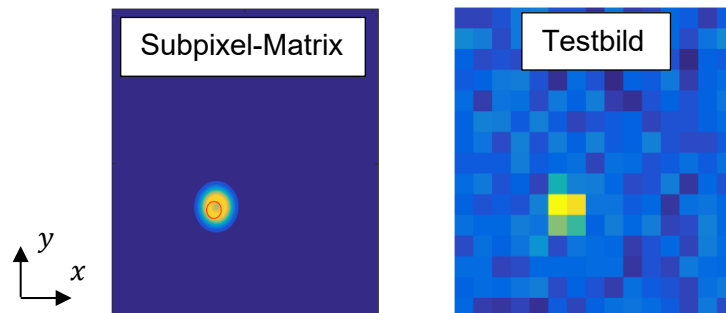


Abbildung 45: Links: Simulierte Lichtverteilung der Subpixel-Matrix im Vergleich mit berechneter Position (roter Kreis) für den Fall 1

Zur Kalibrierung der PMC-Methode werden für jeweils 500 Testbilder die Partikelpositionen durch die PMC-Methode bestimmt und anschließend mit der wahren Position verglichen. Die optimale Parameterkombination aus I_{th} , R_{th} und σ_m kann so bei variabler Kameraauflösung θ_v ermittelt werden. Die Kameraauflösung wird zwischen [41; 68; 95] Pixel/(2 mm) variiert, was im Folgenden den Auflösungsstufen $\theta_v = [1; 2; 3]$ entspricht. Außerdem wird zwischen zwei Fällen differenziert. Fall 1 beinhaltet Partikeln ohne Geschwindigkeit und Fall 2 beinhaltet Partikeln mit der in dieser Arbeit maximal gemessenen Geschwindigkeit (MF13 und T250 an MS2). Die Betrachtung beider Fälle ist notwendig, da die Belichtungszeit t_b der Kamera endlich ist und aus der Partikelbewegung effektiv ein verzerrtes Hologramm geringerer Intensität resultiert. Das verzerrte Hologramm wird erstellt, indem das rotationssymmetrische Hologramm mittig geteilt und um Werte des rotationssymmetrischen Hologramms in y-Richtung ergänzt wird. Die verringerte Intensität des Hologramms wird durch den Skalierungsfaktor S_I berücksichtigt, da die Skalierungsintensitäten $I_{th,s}$ bei der Erzeugung der Testbilder jeweils für Fall 1 und Fall 2 sowie in Abhängigkeit der Kameraauflösung bestimmt werden. Die Lichtverteilung und das entsprechende Testbild einer zufälligen Partikelposition im Fall 2 ist in Abbildung 46 zu sehen.

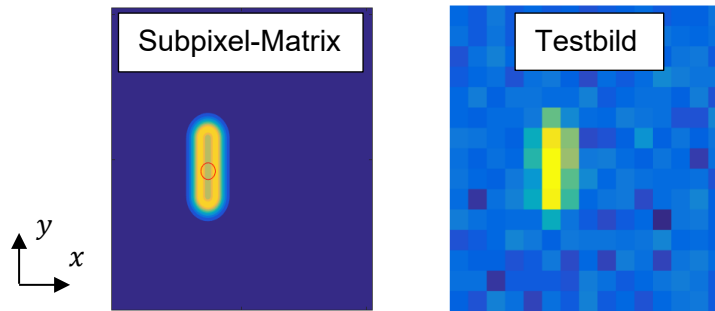


Abbildung 46: Links: Simulierte Lichtverteilung der Subpixel-Matrix im Vergleich mit berechneter Position (roter Kreis) für den Fall 2

Die Maximalwerte der mittleren Positionsabweichungen in x- und y-Richtung sind für Fall 1 und Fall 2, variable Parameter, unterschiedliche Kameravergrößerungen und einen mittleren Partikeldurchmesser von $d_p = 28 \mu\text{m}$ für $R_{th} = 0$, $t_b = 2 \mu\text{s}$ in Abbildung 47 dargestellt⁹.

Bei einer Messung werden Partikeln unterschiedlicher Geschwindigkeiten gleichzeitig erfasst. Daher werden die Parameter θ_v und σ_m so gewählt, dass die Positionsabweichungen für die Fälle 1 und 2 gleichzeitig gering sind. Die geringste mittlere Positionsabweichung für die Fälle 1 und 2 ergibt sich für $\sigma_m = 3$ und $\theta_v = 2$ oder alternativ für $\sigma_m = 4$ und $\theta_v = 3$, wobei $\sigma_m = 3$ und $\theta_v = 2$ gewählt wird.

Die mittlere Positionsabweichung für den Fall 1 und den Fall 2 liegt für $\sigma_m = 3$ und $\theta_v = 2$ bei $7 \mu\text{m}$. 99 % aller Abweichungen liegen unterhalb von $24 \mu\text{m}$. Die mittleren Korrelationswerte R zwischen der Maske der PMC-Methode und den simulierten Partikelschatten liegen für den gleichen Parametersatz bei 0,63 und 99 % der Korrelationswerte liegen oberhalb von 0,42. In realen Aufnahmen nach der Bildverarbeitung ohne Partikeln liegen 98,3 % der Korrelationskoeffizienten aller Pixel ($R_{Rauschen}$) mit äquivalenten Parametern der PMC-Methode ($\sigma_m = 3$, $\theta_v = 2$) unterhalb von 0,4. Die Intensitäten $I_{Rauschen}$ der realen Aufnahmen ohne Partikeln nach der Bildverarbeitung liegen unterhalb von 10, durch nicht ideale Hintergrundbelichtung können jedoch auch vereinzelt höhere Werte auftreten. Für die Intensitäten der Partikeln in den realen Aufnahmen nach der Bildverarbeitung mit Partikeln werden für $\theta_v = 2$ Werte größer als $I_{th} = 17$ gemessen. Insgesamt ist die Wahrscheinlichkeit somit gering, dass durch Rauschen fälschlicherweise Partikeln interpretiert werden, da die Bedingungen $I_{Rauschen} > I_{th} = 17$ und $R_{Rauschen} > R_{th}$ hierfür gleichzeitig erfüllt sein müssen. Der Grenzwert R_{th} wird auf 0,4 festgelegt.

⁹ Die Konvergenzanalyse des PTV-Verfahrens wird in Kapitel 3.3.2 dargestellt, wobei sich eine Belichtungszeit von $t_b = 2 \mu\text{s}$ als zielführend erweist.

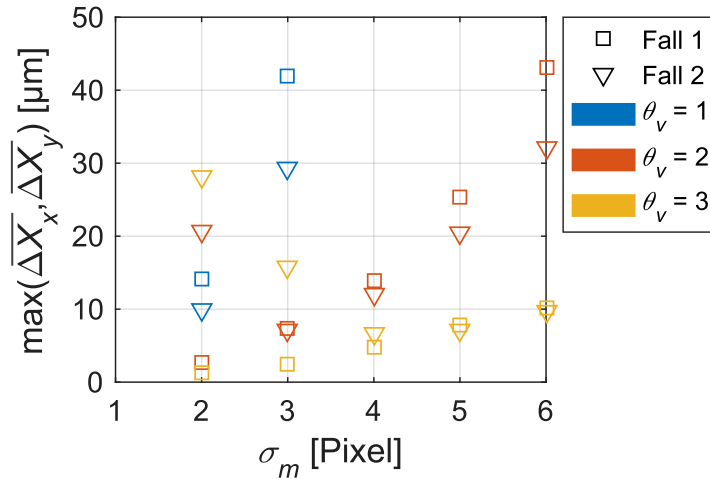


Abbildung 47: Mittlere Abweichungen berechneter Positionen mit der PMC-Methode (Werte oberhalb von 50 μm nicht dargestellt)

3.3.2 Ermittlung von Partikelgeschwindigkeiten und -positionen

In diesem Kapitel wird das PTV-Verfahren der dynamischen Messmethode vorgestellt. Hierbei werden die Informationen aus den Einzelbildern eines Videos (PMC-Methode \rightarrow Partikelpositionen im Einzelbild) verwendet, um die Partikelgeschwindigkeiten und -positionen am Rohrausgang zu bestimmen. Die Einzelbilder der Videos werden im Folgenden kurz „Frames“ genannt. Innerhalb dieser Frames wird ein Messgebiet unterhalb des Rohrausgangs definiert, dessen Größe im Rahmen der Kalibrierung des PTV-Verfahrens festgelegt wird.

Die Funktionsweise des PTV-Verfahrens ist in Abbildung 48 zu sehen. Innerhalb des Messgebietes werden in Schritt A die Partikelpositionen $\vec{X}_{f,g}^T$ in den Frames der Videoaufnahmen mit Hilfe der PMC-Methode (Kapitel 3.3.1) ermittelt. Hierbei werden nur Frames berücksichtigt, in denen genau eine Partikel erkannt wird, sodass die Zuordnung einer Partikel von Frame zu Frame eindeutig ist. Anschließend werden die Positionen $\vec{X}_{f,g}^T$ zu einer Reihe zusammengefasst. Das Kriterium hierbei ist, dass sich die Positionen $\vec{X}_{f,g}^T$ mit jedem Frame weiter in y-Richtung befinden, da sich die Partikeln nicht entgegen der Strömung bewegen. Lückenhafte Reihen werden in Schritt B durch Fusion zweier Reihen geschlossen, sofern die mittleren Geschwindigkeiten $\vec{w}_f^T = \overline{\Delta \vec{X}_{f,g}^T} \cdot f$ (f : Aufnahmefrequenz) der Reihen nicht zu stark voneinander abweichen (Parameter der maximalen rel. Abweichung: ϑ_{vel} , Änderung der Partikelposition zwischen jedem Frame: $\overline{\Delta \vec{X}_{f,g}^T}$) und die erste Position $\vec{X}_{f,g}^T$ der zweiten Reihe in logischer Fortführung zur letzten Position $\vec{X}_{f,g}^T$ der ersten Reihe steht, was über die Beziehung

$$\vec{X}_{f,g}^T(\text{Reihe 1, ende}) + \vec{w}_f^T \cdot (\text{Anz}_L + 1)/f - \vec{X}_{f,g}^T(\text{Reihe 2, start}) \leq \vartheta_{pos} \quad (3-6)$$

geprüft wird. Das Erfüllen der Bedingung (3-6) führt zur Füllung der Anz_L Lücken mit $\vec{X}'_{f,l}$ durch lineare Interpolation. In Schritt C werden die Positionen $\vec{X}'_{reg,k,start}$ und $\vec{X}'_{reg,k,ende}$ durch lineare Regression aller Positionen einer Reihe berechnet. Die gesuchte Partikelgeschwindigkeit \vec{w}' am Rohrausgang entspricht dem Mittelwert aller Geschwindigkeiten \vec{w}'_f . Die statistische Erfassung einer Partikel am Rohrausgang unterliegt der Bedingung

$$\left| \vec{X}'_{f,g}(\text{Reihe } k, \text{ende}) - \vec{X}'_{f,g}(\text{Reihe } k, \text{start}) \right| \geq 0,5 \cdot \left| \vec{X}'_{reg,k,ende} - \vec{X}'_{reg,k,start} \right|. \quad (3-7)$$

Mit dieser Bedingung wird sichergestellt, dass je Partikel nur eine Reihe ausgewertet wird. Die gesuchte Partikelposition X_x am Rohrausgang ergibt sich aus $X_x = X'_{reg,k,start,x} - X'_{Rohrachse,x}$, wobei $X'_{Rohrachse,x}$ die Position der Rohrachse im Messgebiet ist.

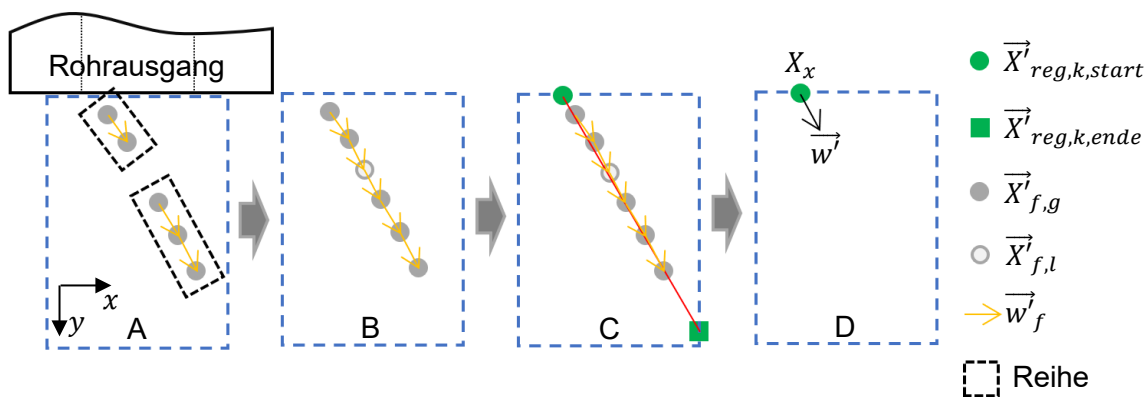


Abbildung 48: Messdatenverarbeitung (PTV-Verfahren)

Kalibrierung des PTV-Verfahrens

Für die PMC-Methode wurden die Parameter mit Hilfe von simulierten Testbildern in Kapitel 3.3.1 festgelegt. Im Folgenden werden die Aufnahmeparameter des PTV-Verfahrens anhand realer Videoaufnahmen bestimmt.

Die Partikeln verlassen das Kapillarrohr an MS2 an unterschiedlichen Positionen und mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Bei maximaler Gasgeschwindigkeit (Faktorstufenkombination aus MF13 und T250) sind die Partikelgeschwindigkeiten zum einen maximal und zum anderen ist die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den langsamsten und schnellsten Partikeln am größten. Da die notwendige Größe des Messgebietes, die Frequenz f des Videos und die Belichtungszeit t_b von der Partikelgeschwindigkeit abhängig sind, werden Aufnahmen bei maximaler Gasgeschwindigkeit an MS2 zur Kalibrierung der Parameter analysiert.

In Abhängigkeit der Höhe H und der Breite B des Messgebietes, der Belichtungszeit t_b und der Frequenz f des Videos wird der Anteil der Partikeln betrachtet, welcher mindestens eine

Grenzgeschwindigkeit (75 % der maximalen Geschwindigkeit aller Partikeln) aufweist. Außerdem wird der Anteil an Partikeln mit $|X_x| \leq 0,5 \cdot D$ untersucht. Beide Anteile sind für unterschiedliche Werte (aufgelistet in Tabelle 6) der Parameter H, B, t_b und f in Abbildung 49 dargestellt. Die Anteile konvergieren unter den in Tabelle 6 blau hinterlegten Einstellungen, welche daher für das PTV-Verfahren gewählt werden. Die zugrundeliegenden Parameter $\vartheta_{pos} = 0,3 \text{ mm}$ und $\vartheta_{vel} = 20 \%$ (Parameter zur Fusion zweier Reihen von Partikelpositionen, siehe Bedingung (3-6)) werden im Vergleich zu einer alternativen Auswertungsmethode im weiteren Verlauf der Arbeit untersucht.

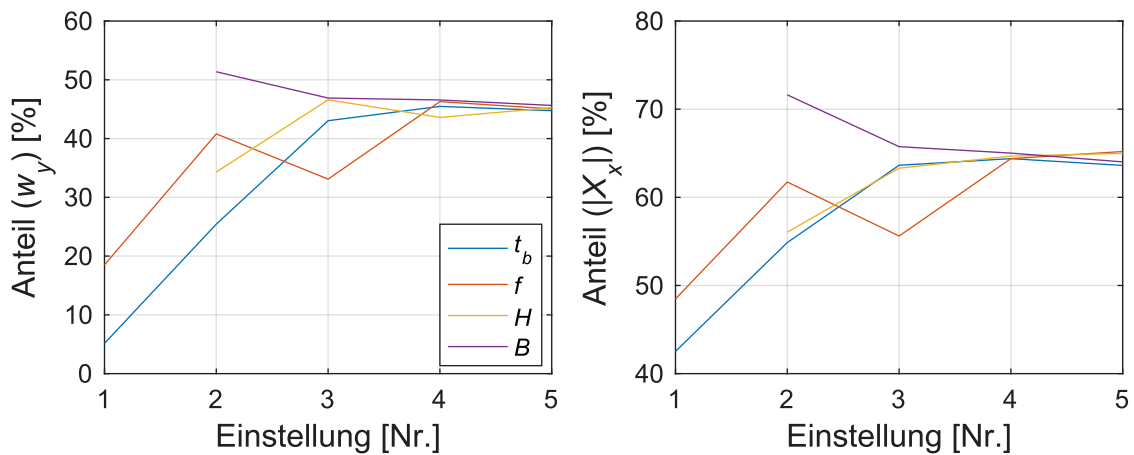


Abbildung 49: Studie zu den Aufnahmeparametern f, t_b, H und B ($\vartheta_{pos} = 0,3 \text{ mm}$, $\vartheta_{vel} = 20 \%$)

Tabelle 6: Aufnahmeparameter

Einstellung [Nr.]	1	2	3	4	5
Belichtungszeit t_b [μs]	6	4	3	2	1
Aufnahmefrequenz f [Hz]	12833	19250	28875	38000	48125
Höhe des Messgebiets H [pix]	-	68	90	113	135
Breite des Messgebiets B [pix]	-	24	37	51	64

Zur Validierung des PTV-Verfahrens wird der Anteil der Partikeln mit $w_{i,y} \geq 0,75 \cdot \max(w_y)$ mit einem alternativen Verfahren (im Folgenden „Verfahren 2“ genannt) bestimmt. Statt Partikeln über mehrere Frames zu verfolgen, basiert dieses Verfahren darauf, die Partikelgeschwindigkeiten \vec{w}'_f und -positionen $\vec{X}'_{f,g}$ aus zwei aufeinanderfolgenden Frames zu bestimmen (Partikel wird dadurch an unterschiedlichen Positionen im Messgebiet mehrfach ausgewertet) und die resultierende Häufigkeitsverteilung der Partikelgeschwindigkeit anschließend zu gewichten. Die Gewichtung ist in diesem Fall notwendig, da die Aufenthaltszeit der Partikeln im Messgebiet mit der Partikelgeschwindigkeit abnimmt, was zur Reduktion der Anzahl der

Partikelpositionen $\vec{X}_{f,g}^T$ im Messgebiet führt. Die Gewichtung der Partikel-Häufigkeiten ist beim PTV-Verfahren im Vergleich dazu nicht notwendig, da die Partikeln mit Hilfe der Partikeltrajektorien gezählt werden und die Anzahl der Partikeltrajektorien unabhängig von der Anzahl der Partikelpositionen sind (eine Trajektorie pro Partikel).

Die Ermittlung des Gewichtungsfaktors des Verfahrens 2 wird im Folgenden am Beispiel zweier sich ideal senkrecht durch das Messgebiet bewegenden Partikeln erläutert. In Abbildung 50 sind die Partikelpositionen der beiden Partikeln gleicher Geschwindigkeit aber unterschiedlicher Startpositionen im Messgebiet dargestellt. Aufgrund der unterschiedlichen Startpositionen ist die Anzahl der Partikelpositionen im Messgebiet – und damit die Anzahl auswertbarer Partikelgeschwindigkeiten durch das Verfahren 2 – verschieden.

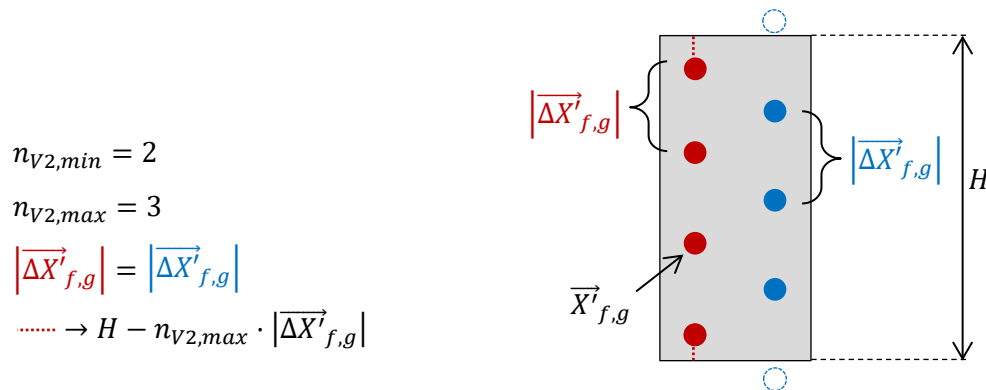


Abbildung 50: Skizze zweier Partikeln im Messgebiet mit gleicher Geschwindigkeit bei unterschiedlichen Startpositionen

Die Anzahl $n_{V2,min}$ der mindestens auswertbaren Partikelverschiebungen $|\vec{\Delta X}'_{f,g}|$ ergibt sich aus

$$n_{V2,min} = \left\lfloor \frac{H}{|\vec{\Delta X}'_{f,g}|} \right\rfloor - 1, \quad (3-8)$$

wobei der Operator $\lfloor \cdot \rfloor$ auf eine Ganzzahl abrundet. Die maximale Anzahl $n_{V2,max}$ auswertbarer Partikelverschiebungen berechnet sich aus $n_{V2,max} = n_{V2,min} + 1$. Die Wahrscheinlichkeit $P_{n_{V2,max}}$ für $n_{V2,max}$ ergibt sich aus

$$P_{n_{V2,max}} = \frac{H - n_{V2,max} \cdot |\vec{\Delta X}'_{f,g}|}{|\vec{\Delta X}'_{f,g}|}, \quad (3-9)$$

wobei $P_{n_{V2,min}} + P_{n_{V2,max}} = 1$ gilt. Die effektive Anzahl $n_{V2,eff}$ auswertbarer Partikelverschiebungen bei dem Verfahren 2 ergibt sich daher aus

$$n_{V2,eff} = P_{nV2,min} \cdot n_{V2,min} + (1 - P_{nV2,min}) \cdot n_{V2,max} \cdot \quad (3-10)$$

Die Vergleichbarkeit von Partikelhäufigkeiten zwischen dem PTV-Verfahren und dem Verfahren 2 ist dementsprechend gegeben, sofern beim PTV-Verfahren die Anzahl der Partikeltrajektorien und beim Verfahren 2 die Summe über $1/n_{V2,eff}$ gebildet wird. Die gleiche Logik gilt im zweidimensionalen Fall, wobei statt der Höhe des Messgebiets der Abstand zwischen dem Eintrittspunkt und -austrittspunkt der Partikel im Messgebiet verwendet wird. Diese beiden Punkte werden basieren auf \vec{w}'_f und $\vec{X}'_{f,g}$ ermittelt.

Zur Validierung werden die Anteile $w_{i,y} \geq 0,75 \cdot \max(w_y)$ als Ergebnis des PTV-Verfahrens mit jenen Anteilen als Ergebnis des Verfahrens 2 ermittelt. Für $\vartheta_{pos} = 0,3$ mm und $\vartheta_{vel} = 20$ % inklusive der Bedingung (3-7) stimmen die Ergebnisse der beiden Methoden mit einer relativen Abweichung von weniger als 3 % überein. Die Anhängigkeit der Ergebnisse von ϑ_{pos} und ϑ_{vel} ist dabei gering (alle rel. Abweichungen für $0,3 \text{ mm} \leq \vartheta_{pos} \leq 1,5 \text{ mm}$ und $0 \% \leq \vartheta_{vel} \leq 40$ % liegen unterhalb von 4 %). Insgesamt wird daher von validen Messverfahren ausgegangen.

Die Relevanz der Bedingung (3-7) wird anhand des Ergebnisses ohne entsprechenden Filter auf Basis der Bedingung (3-7) deutlich: Ohne Filter (jedoch mit $\vartheta_{pos} = 0,3$ mm und $\vartheta_{vel} = 20$ %) ist der Anteil der Partikeln mit $w_{i,y} \geq 0,75 \cdot \max(w_y)$ als Ergebnis des PTV-Verfahrens um ca. 27 % (relative Abweichung zum Ergebnis mit dem Verfahren 2) geringer. Der Grund hierfür liegt in der unterschiedlichen Anzahl an Positionen $\vec{X}'_{f,g}$ langsamer und schneller Partikeln. Langsamere Partikeln werden durch mehr Positionen $\vec{X}'_{f,g}$ abgebildet, was die Wahrscheinlichkeit für Lücken in den Reihen erhöht. Werden diese Lücken durch Interpolation nicht geschlossen und wird gleichzeitig die Länge der Reihen nicht über Bedingung (3-7) geprüft, so werden diese Partikeln mehrfach gezählt und die Häufigkeit der langsamen Partikeln überschätzt.

Abschließend wird die Gleichförmigkeit der Partikeleigenschaften in y-Richtung im Messgebiet überprüft, da dies Voraussetzung für valide Ergebnisse des PTV-Verfahrens ist. Die Gleichförmigkeit wird im Folgenden anhand der Partikelgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung in Abhängigkeit des Abstandes zum Rohraustritt beurteilt. Hierfür werden die Partikelpositionen $\vec{X}'_{f,g}$ und -geschwindigkeiten \vec{w}'_f mit Hilfe des Verfahrens 2 bestimmt. Die relative Häufigkeitsverteilung der Geschwindigkeitsbeträge im Messgebiet sind in Abbildung 51 für den Fall der langsamsten Gasgeschwindigkeit an MS2 (links) und für den Fall der höchsten Gasgeschwin-

digkeit (rechts) dargestellt. Da die Positionen $\overline{X}_{f,g}^T$ zweier Frames in dieser Darstellung gemittelt werden, sind Partikeln im Abstand von kleiner als $|w'_{f,y}|/(2f)$ zur Messgebietsgrenze nicht vorhanden.

Im Bereich des Rohrabstandes von $|w'_{f,y}|/(2f)$ bis $2,5 \text{ mm} - |w'_{f,y}|/(2f)$ sind die Geschwindigkeitsverteilungen über den Abstand des Rohraustrittes unverändert. Die Gleichförmigkeit der Partikeleigenschaften im Messgebiet kann daher angenommen werden.

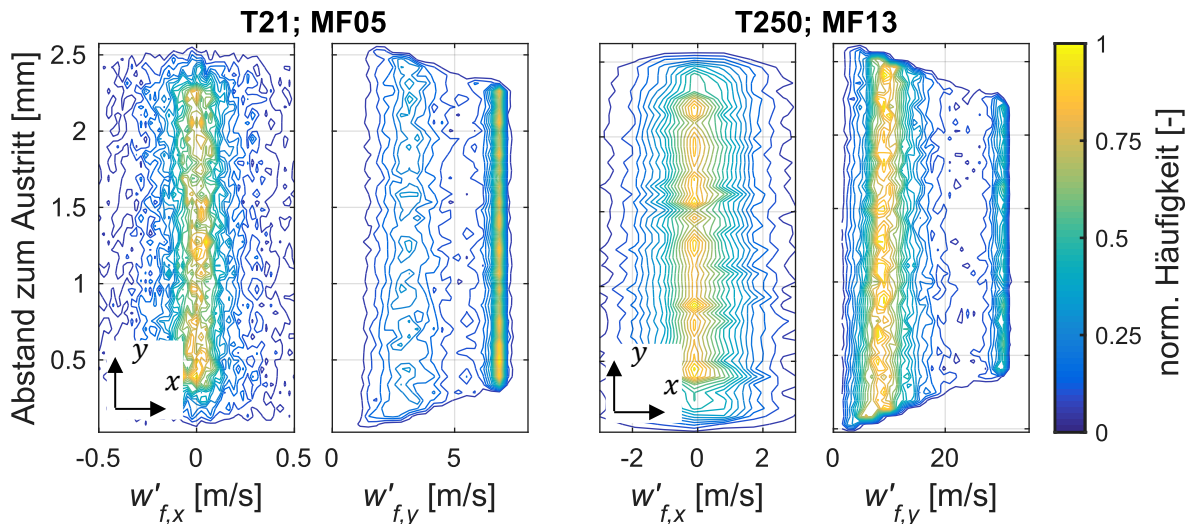


Abbildung 51: Gleichförmigkeit Partikeleigenschaften im Messgebiet (Verfahren 2)

3.3.3 Ergebnisse

Unter Anwendung des dynamischen Messverfahrens (PTV-Verfahren) werden in diesem Kapitel Partikeleigenschaften an der Messtelle MS1 und der MS2 dargestellt. Außerdem wird der Einfluss der Kapillarrohrtemperatur T_w und des Gasmassenstroms \dot{m}_f auf die Partikeleigenschaften analysiert. Die Abhängigkeit der gemessenen Partikeleigenschaften von dem Partikelmassenfluss wird zum Abschluss dieses Kapitels betrachtet.

Das dynamische Messverfahren liefert projizierte Informationen über die Partikelgeschwindigkeit in x- und y-Richtung in Abhängigkeit der projizierten Partikelposition in x-Richtung am Rohrausgang. Zu beachten ist dabei, dass die Mehrphasenströmung theoretisch rotations-symmetrisch zur Achse im Rohrzentrum ist und mit Hilfe des dynamischen Messverfahrens die Projektion dieser Mehrphasenströmung gemessen wird. Rückschlüsse auf die rotations-symmetrischen Eigenschaften der Mehrphasenströmung sind durch Transformation der projizierten Eigenschaften möglich und werden in Kapitel 4 bei der Validierung des Simulationsmodells betrachtet.

Die projizierten Partikeleigenschaften von jeweils $n_p = 500$ individuellen Partikeln sind exemplarisch in Abbildung 52 (MS1) und in Abbildung 53 (MS2) für die Faktorstufen T21 und MF13 dargestellt. Zusätzlich ist das theoretische, rotationssymmetrische Geschwindigkeitsprofil des Fluids nach Gl. (2-1) für T21 und MF13 mit $r = x$ visualisiert.

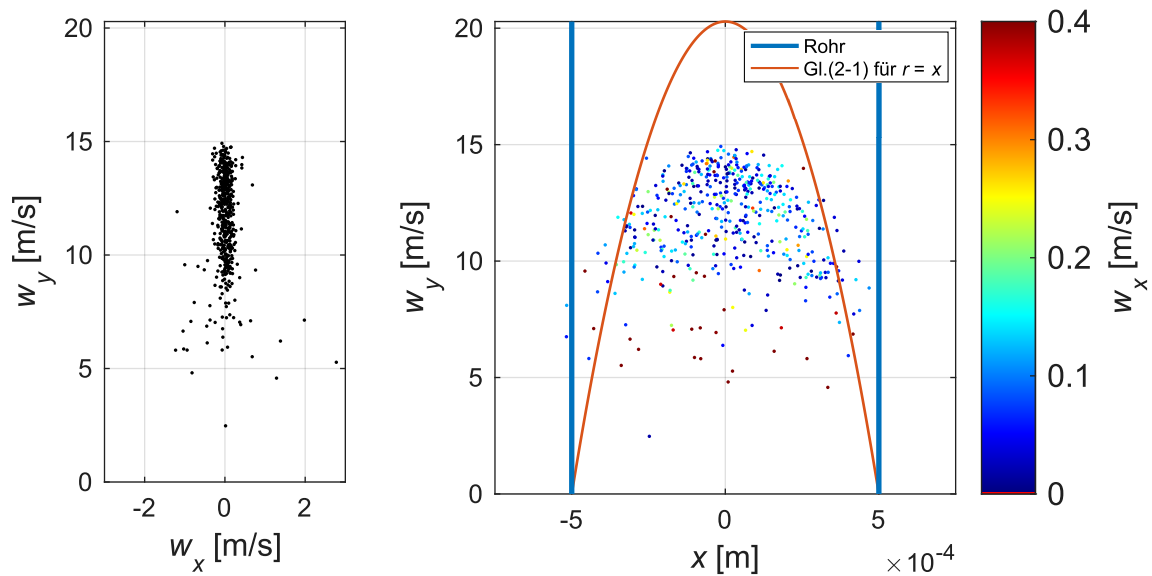


Abbildung 52: Partikeleigenschaften für T21 und MF13 (MS1, $n_p = 500$)

An MS1 können die folgenden Partikeleigenschaften beobachtet werden: Die axialen Partikelgeschwindigkeiten w_y sind im Rohrzentrum geringer, als das theoretische Geschwindigkeitsprofil einer ausgebildeten laminaren Rohrströmung bei gegebenem Gasstrom. Da die Rohrströmung an der MS1 voll ausgebildet ist (wird in Kapitel 4.1 gezeigt), resultiert dies aus der Tatsache, dass der Gasstrom innerhalb der Zuführeinheit durch die Verjüngung des Rohrdurchmessers stark beschleunigt wird und die Partikeln dieser Beschleunigung nur träge folgen ($\rho_p \gg \rho_f$). Die Partikelgeschwindigkeiten w_x der meisten Partikeln sind, unabhängig von der Position oder der axialen Partikelgeschwindigkeit w_y , gering. Die axialen Partikelgeschwindigkeiten w_y sind im Bereich des Rohrzentrums am größten und verringern sich in Richtung der Rohrwandungen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Partikeln aufgrund kleiner Geschwindigkeiten w_x lange auf radialen Positionen im Rohr verbleiben und sich im Rohrzentrum im Bereich größerer Fluidgeschwindigkeiten bzw. in Wandnähe im Bereich geringer Fluidgeschwindigkeiten befinden. Die meisten Partikeln weisen an MS1 eine axiale Geschwindigkeit zwischen 10 m/s und 14 m/s auf. Die wenigen Partikeln geringerer Axialgeschwindigkeit besitzen tendenziell eine erhöhte Geschwindigkeit w_x . Im wandnahen Bereich sind nur wenige Partikeln vorhanden.

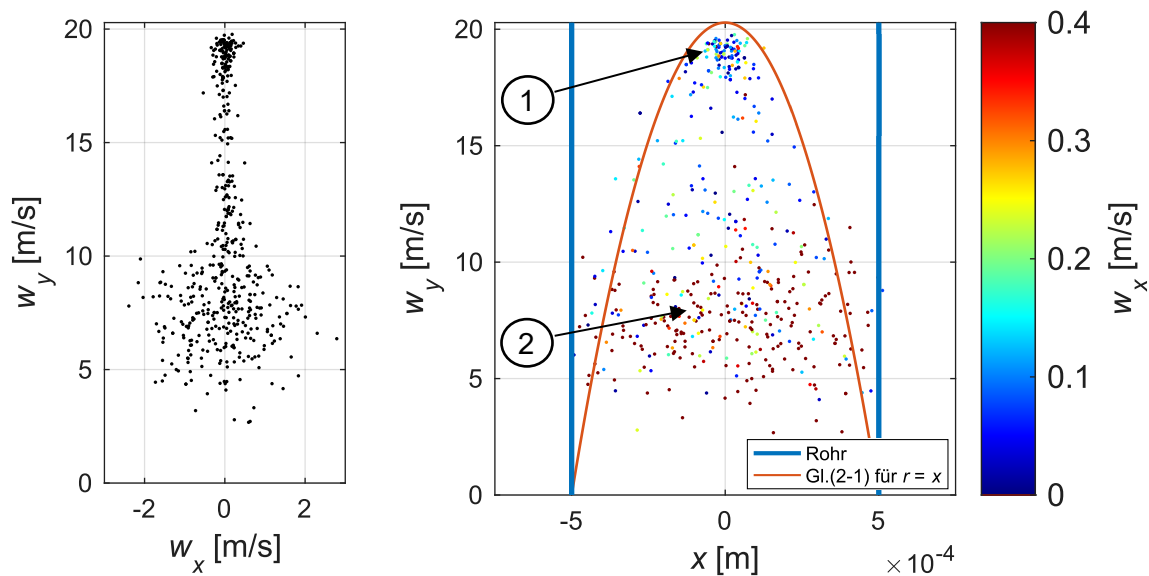


Abbildung 53: Partikeleigenschaften für T21 und MF13 (MS2, $n_p = 500$)

An MS2 können die folgenden Partikeleigenschaften beobachtet werden (Abbildung 53): Die Partikeln lassen sich in die Gruppen ① und ② einteilen. Die Partikeln der Gruppe ① weisen eine hohe Geschwindigkeit w_y bei gleichzeitig geringer Geschwindigkeit w_x auf. Außerdem befinden sich diese Partikeln im Bereich des Rohrzentrums. Die Partikeleigenschaften w_y im Bereich des Rohrzentrums entsprechen nahezu der maximalen Fluidgeschwindigkeit einer ausgebildeten laminaren Rohrströmung nach Gl. (2-1). Die Partikeln der Gruppe ② weisen eine hohe radiale Geschwindigkeit und gleichzeitig eine geringe axiale Geschwindigkeit w_y auf. Außerdem sind die Partikeln dieser Gruppe über den gesamten Rohrquerschnitt verteilt. Die Beobachtungen an der MS2 deuten darauf hin, dass die Partikeln der Gruppe ① durch die scherinduzierte Partikelaufliebskraft im Bereich des Rohrzentrums gehalten werden, während sich diese durch das Kapillarrohr bewegen. Die Eigenschaften der zur Gruppe ② gehörenden Partikeln legen nahe, dass diese Partikeln nicht durch die scherinduzierte Partikelaufliebskraft im Rohrzentrum gehalten werden und daher mit den Rohrwandungen kollidieren. Aus der pneumatischen Förderung ist bereits bekannt, dass Partikeln durch Kollisionen hohe Rotationsgeschwindigkeiten aufweisen können (Ebrahimi et al. 2014), welche zu hohen Magnus-Kräften führen. Außerdem kann die Rauheit von Rohrwandungen zu einem erhöhten Partikelimpuls in radialer Richtung führen (Sommerfeld 1992). Des Weiteren ist die Partikel-Reynoldszahl $Re_{p,s}$ aufgrund hoher Relativgeschwindigkeiten größer als ca. 10, was zu einer geringen scherinduzierten Partikelaufliebskraft führt. Insgesamt ist die Fokussierung der Partikeln der Gruppe ② daher nach einmaliger Wandkollision unwahrscheinlich. Die Partikeln der Gruppe ① werden unter der Voraussetzung, dass das zuvor Genannte korrekt ist,

durch das Kapillarrohr ohne Wandkollision transportiert. Die genannten Hypothesen werden in Kombination mit dem Simulationsmodell in Kapitel 4 überprüft.

Gründe für die Existenz der Partikel der Gruppe ② können ein zu hoher Partikelmassenstrom (und folglich eine Störung der Fluidströmung oder Partikel-Partikel-Kollisionen), nicht adäquate Eingangsvoraussetzungen durch die Zuführeinheit oder Abweichungen der Partikelform von einer ideal runden Kugel sein. Der Einfluss des Partikelmassenstroms wird im späteren Verlauf dieses Kapitels untersucht. Der Einfluss der Partikelform auf die Partikeleigenschaften an MS2 wird außerdem mit Hilfe des statischen Messverfahrens analysiert. Der Einfluss unterschiedlicher Partikeleigenschaften am Eingang des Kapillarrohres kann mit dem Versuchsstand dieser Arbeit nicht untersucht werden, da die Partikeleigenschaften an Messtelle MS1 direkt mit dem Gasmassenstrom und der Geometrie der Zuführeinheit verknüpft sind. Daher wird der Einfluss der Partikeleigenschaften am Eingang mit Hilfe eines Simulationsmodells in Kapitel 4 betrachtet.

Der Einfluss der Kapillarrohrtemperatur T_w und des Gasmassenstroms \dot{m}_f auf die Partikeleigenschaften wird im Folgenden untersucht. Die relativen Häufigkeiten der Partikelposition X_x , der axialen Partikelgeschwindigkeit w_y und des Winkels $\alpha_{w_x, w_y} = \text{atan}(w_y/w_x)$ sind in Abhängigkeit der Kapillarrohrtemperatur T_w und des Gasmassenstroms \dot{m}_f an der MS1 bzw. der MS2 in der Abbildung 54 bzw. Abbildung 55 dargestellt. Sie sind das Ergebnis von Messungen aus zwei in 90 ° zueinander versetzten Projektionsrichtungen des dynamischen Messverfahrens.¹⁰

¹⁰ Die relativen Häufigkeiten von w_x und X_x aus den beiden Projektionsrichtungen sind in Abbildung 107 und Abbildung 108 des Anhangs zu finden. Die Verteilungen sind jeweils um $X_x = 0$ m und $w_x = 0$ m/s symmetrisch. Die Rotationssymmetrie der Häufigkeitsverteilung an MS1 wird außerdem in Kapitel 4.3.2 in Abbildung 81 bewiesen. Die geringe Abweichung der Verteilungen zwischen den beiden Projektionsrichtungen beweist die Rotationssymmetrie der Mehrphasenströmung um die Rohrachse.

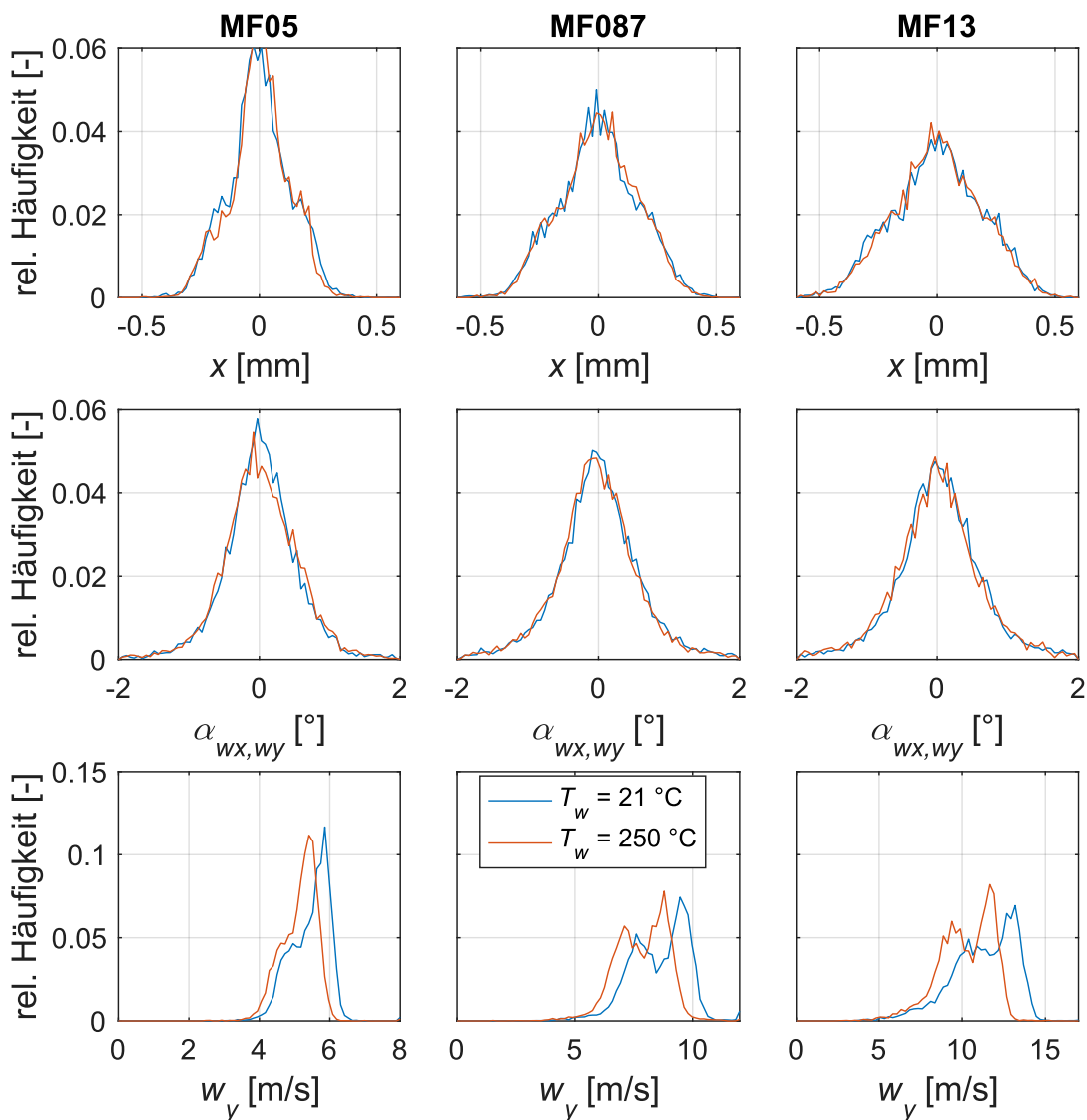


Abbildung 54: Partikeleigenschaften an MS1 (Projektionsrichtungen 0° und 90° gemittelt)

Die Messergebnisse zeigen, dass die Verteilung der Partikelposition X_x und des Winkels $\alpha_{wx,wy}$ an MS1 unabhängig von der Kapillarrohrtemperatur T_w sind. Die Verteilung von w_y (axiale Partikelgeschwindigkeit) variiert an MS1 nur geringfügig mit der Kapillarrohrtemperatur. Die geringe Reduktion von w_y im Fall höherer Kapillarrohrtemperatur ist auf den Anstieg des Druckverlustes der Kapillarrohrströmung mit höherer Fluidtemperatur zurückzuführen. Die Abhängigkeiten der Verteilungen von X_x , $\alpha_{wx,wy}$ und w_y von dem Gasmassenstrom \dot{m}_f an MS1 sind aufgrund der Konstruktion der Partikelzuführeinheit vergleichsweise groß. Mit steigendem Gasmassenstrom wird die Verteilung von X_x und $\alpha_{wx,wy}$ breiter und die axiale Partikelgeschwindigkeit w_y zu größeren Geschwindigkeiten verschoben.

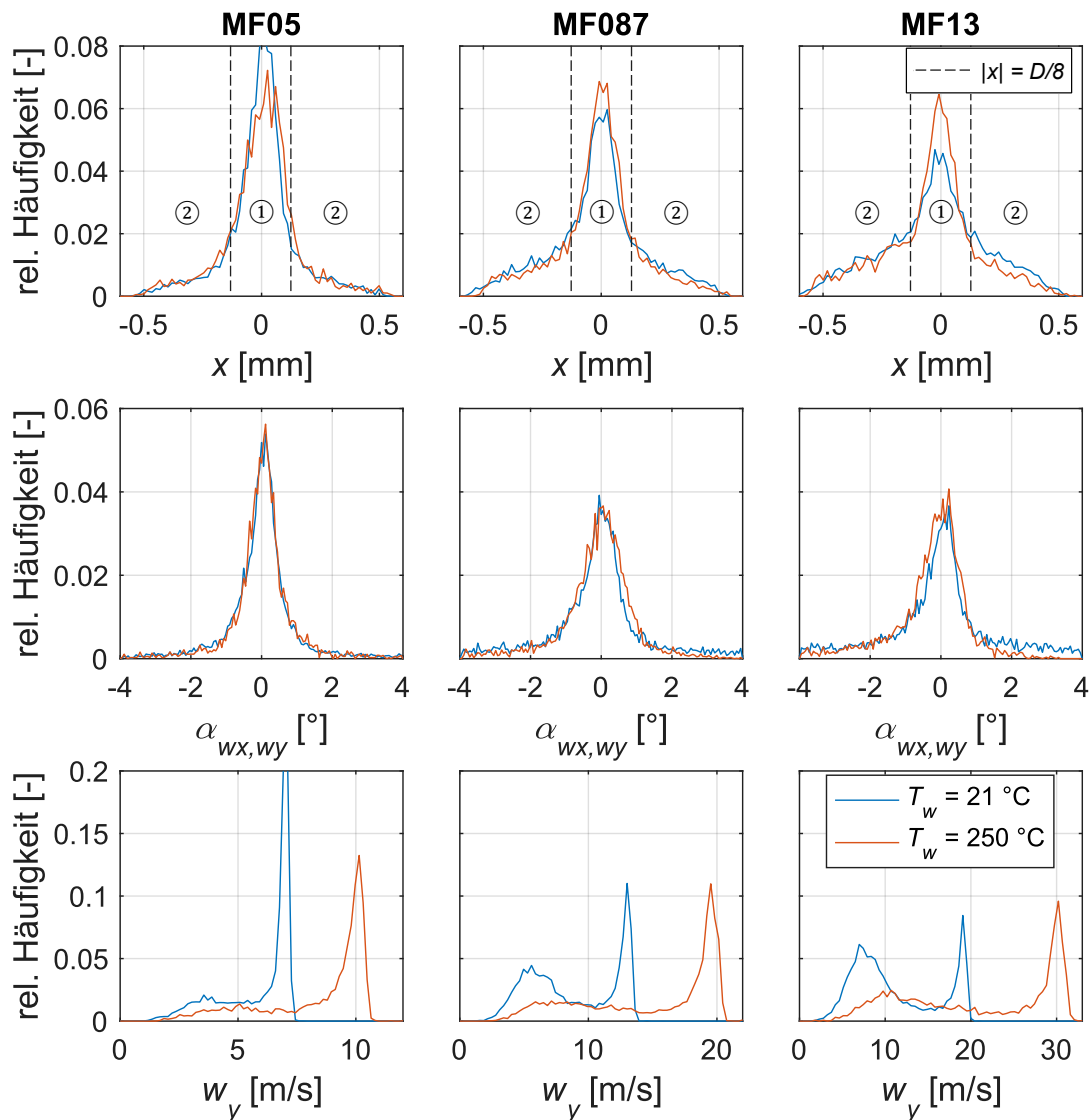


Abbildung 55: Partikeleigenschaften an MS2 (Projektionsrichtungen 0° und 90° gemittelt)

Die bereits in Abbildung 53 dargestellten Partikeleigenschaften spiegeln sich in allen Messungen an der MS2 (siehe Abbildung 55) wider. Die Partikel der Gruppe ① führen zu einer hohen Häufigkeit der Partikel im Bereich des Rohrzentrums während die Partikel der Gruppe ② zu geringeren Häufigkeiten in Wandnähe führen. Die unterscheidbaren axialen Geschwindigkeiten der beiden Gruppen führen zu einer bimodalen Häufigkeitsverteilung von w_y an MS2 mit einem lokalen Maximum der Häufigkeitsverteilung nahe $\max(w_y)$ und einem zweiten lokalen Häufigkeitsmaximum bei geringerer Geschwindigkeit. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden die Anteile der Partikel der Gruppen ① und ② betrachtet. Die Unterscheidung zwischen diesen Anteilen in Bezug auf w_y wird über die Zuordnung

$$w_{y,i} < 0,75 \cdot \max(w_{y,i}) \rightarrow \textcircled{2}, \quad (3-11)$$

$$w_{y,i} \geq 0,75 \cdot \max(w_{y,i}) \rightarrow \textcircled{1}$$

definiert. Die Unterscheidung zwischen den beiden Gruppen in Bezug auf die Partikelposition wird über

$$|X_{x,i}| > D/8 \rightarrow \textcircled{2}, \quad (3-12)$$

$$|X_{x,i}| \leq D/8 \rightarrow \textcircled{1}$$

definiert, sodass Partikeln Teil der Gruppe $\textcircled{1}$ sind, falls $X_{x,i}$ innerhalb des inneren Rohrberreichs der Größe 0,25 mm liegt. Die entsprechenden Grenzen für $D/8$ sind in Abbildung 55 eingezeichnet.

Der Anteil an Partikeln der Gruppe $\textcircled{1}$ sind für die Messstellen am Rohreingang und Ausgang in Abbildung 56 für unterschiedliche Werte von T_w und \dot{m}_f dargestellt¹¹. Zu sehen ist, dass der Anteil für beide Messstellen mit \dot{m}_f variiert. Gleichzeitig variieren die Partikeleigenschaften an MS1 kaum mit T_w (siehe Abbildung 54), sodass die Anteile in Abbildung 56 an MS1 ebenfalls in Übereinstimmung sind. Diese vergleichbaren Partikeleigenschaften am Rohreingang ermöglichen eine Aussage über den Einfluss der Kapillarrohrtemperatur T_w auf die Partikeln durch einen Vergleich der Anteile an Messtelle MS2 bei jeweils konstantem Gasmassenstrom. Es zeigt sich für die beiden Faktorstufen MF087 und MF13, dass die Anteile der Partikeln von Gruppe $\textcircled{1}$ an MS2 höher sind, wenn die Kapillarrohrtemperatur $T_w = 250 \text{ °C}$ beträgt. Dies ist in Übereinstimmung mit den in Kapitel 2.2 hergeleiteten Zusammenhängen in Bezug auf die scherinduzierte Partikelautriebskraft: In Abbildung 8 des Kapitels 2.2 ist zu sehen, dass die approximierete scherinduzierte Partikelautriebskraft für MF087 und MF13 jeweils im Fall der Faktorstufe T250 deutlich größer ist, als bei der Faktorstufe T21. Diese Kraft wirkt fokussierend auf die Partikeln und erhöht daher den Anteil der Partikeln der Gruppe $\textcircled{1}$. Für MF05 sind die Anteile im Fall von T250 nicht größer als im Fall von T21. Dies kann mit Blick auf die Abbildung

¹¹ Jeder der experimentellen Untersuchungen liegen mindestens 3000 Partikeln zu Grunde. Zur Einschätzung des Fehlers durch die Partikelanzahl werden für die Faktorstufenkombinationen T21+MF05 und T250+MF13 am Rohrausgang 1000 mal 3000 Partikelgeschwindigkeiten und -positionen gemäß der jeweiligen Häufigkeit gezogen. Anschließend werden die Anteile der Gruppe $\textcircled{1}$ erneut ermittelt, was zu 1000 Anteilen der Gruppe $\textcircled{1}$ führt. Für beide Faktorstufenkombinationen liegen 95 % der 1000 Anteile innerhalb eines Intervalls von ca. 5 %.

8 in Kapitel 2.2 damit zusammen hängen, dass die scherinduzierte Partikelautriebskraft für MF05 und T250 bzw. T21 allgemein klein ist.

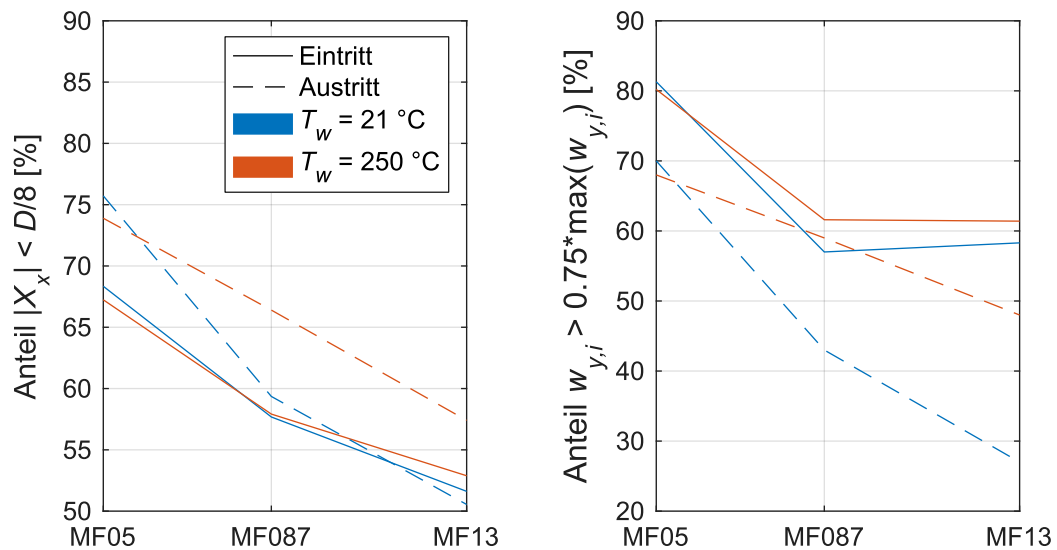


Abbildung 56: Anteil $|X_x| < D/8$ (links) und Anteil $|w_{i,y}| > 0,75 \cdot \max(w_y)$ (rechts)

Im Rahmen dieser Arbeit wird in Kapitel 4 ein Simulationsmodell durch die Reproduktion der Anteile an MS2 validiert. Anschließend werden die Ergebnisse bei unterschiedlichen scherinduzierten Partikelautriebskräften erneut diskutiert.

Einfluss von Partikel-Partikel und Partikel-Fluid Interaktionen

Bisher wurde bei den experimentellen Untersuchungen nicht berücksichtigt, ob der Partikelstrom J (Partikel/Zeit) einen Einfluss auf die gemessenen Ergebnisse hat. Mit steigendem Partikelanteil in der Rohrströmung wächst der Einfluss der Partikel auf die Fluidströmung. Außerdem steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Partikeln untereinander kollidieren, was einen Einfluss auf die Messergebnisse haben kann. Zur Beurteilung, ob jene Effekte berücksichtigt werden müssen, kann der volumetrische Partikelanteil genutzt werden (Elghobashi 1994). Der volumetrische Partikelanteil wird jedoch in dieser Arbeit nicht als Maß verwendet, was die folgenden Gründe hat: Der Einfluss der Partikel auf die Fluidströmung ist von dem Impulseintrag der Partikel auf das Fluid abhängig, wobei der Impulseintrag von der Relativbewegung zwischen Partikel und Fluid abhängig ist. Außerdem sind die Partikeln im Rohr nicht gleichmäßig verteilt, sodass das Fluid je nach Bereich unterschiedlich stark durch die Partikeln beeinflusst wird und die Wahrscheinlichkeit für Partikel-Partikel-Kollisionen in Bereich hoher Partikelkonzentrationen größer ist. Im Folgenden wird daher experimentell untersucht, ob sich die Anteile der Gruppen ① und ② mit variierendem Partikelstrom ändern.

Die manuelle Partikelzufuhr über die Zuführeinheit (siehe Abbildung 33, Kapitel 3.2) unterliegt einer gewissen Variation. Daher werden die bereits aufgenommenen Videodaten im Folgenden um Informationen bezüglich des Partikelstroms ergänzt. Im Anschluss werden die Messergebnisse der Arbeit mit Blick auf den Partikelstrom erneut untersucht. Das zugrunde liegende Verfahren hierbei wird mit Hilfe der Abbildung 57 zunächst erläutert:

Grundlage für die folgende Betrachtung ist ein approximierter Partikelstrom basierend auf der Anzahl θ_p der Partikelpositionen $\vec{X}_{f,g}^i$ (siehe Abbildung 48). Die Partikelpositionen \bullet , \bullet , \bullet dreier Partikeln im Messgebiet sind in Abbildung 57 exemplarisch visualisiert. Außerdem wird ein Zeitintervall t_m definiert, für welches der Partikelstrom berechnet werden soll (das Zeitintervall t_m beinhaltet mehrere Frames des Videos).

Der approximierter Partikelstrom ergibt sich wie folgt: Zuerst werden alle mit Hilfe der PMC-Methode (Kapitel 3.3.1) erkannten Partikelpositionen innerhalb des Zeitintervalls t_m zu der Anzahl θ_p aufsummiert. Die approximierter Partikelanzahl Anz_p im Zeitintervall t_m berechnet sich aus der Anzahl der Partikelpositionen θ_p mit $Anz_p = \theta_p / \bar{\theta}_p$. Hierbei ist $\bar{\theta}_p$ die mittlere Anzahl der Partikelpositionen im Messgebiet von einer Referenz-Partikel der Geschwindigkeit \bar{w}_y (mittlere Geschwindigkeit aller Partikeln eines Videos). Der approximierter Partikelstrom J^* ergibt sich schließlich für jedes individuelle Zeitintervall aus $J^* = Anz_p / t_m$.

Die Variation der Partikeleigenschaften durch unterschiedliche Partikelströme wird im Folgenden untersucht, indem Videosequenzen hoher Partikelströme eines Videos entfernt werden und nur Partikeln der verbleibenden Sequenzen ausgewertet werden. Hierzu wird die Partikelstromgrenze J_{grenz} stetig verringert, bis keine Partikeln mehr zur Auswertung verbleiben. Im Fall $J^* > J_{grenz}$ eines Zeitintervalls t_m (rot markiert in Abbildung 57) werden alle folgenden Zeitintervalle im Zeitbereich der Länge $t_{löschen}$ gelöscht. $t_{löschen}$ entspricht der Aufenthaltszeit des Gases in den Leitungen des Versuchsstands mit $t_{löschen} = \rho_f(T = 21^\circ\text{C}, 1 \text{ bar}) \cdot V_L / \dot{m}_f$ (V_L ist das Leitungsvolumen zwischen dem Gaseinlass der Zuführeinheit und dem Rohrauslass an Messtelle MS2. $t_{löschen} \approx 0,3 \text{ s} \ll t_{Aufnahme}$ für T21 und MF05).

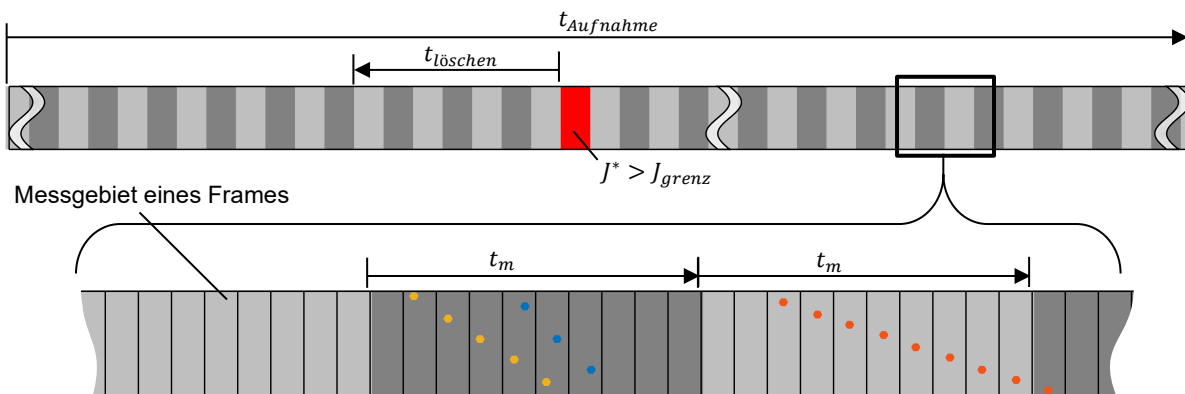


Abbildung 57: Übersicht zur Analyse des Partikelstroms

Die Änderungen der Anteile der zuvor definierten Gruppe ① nach Gl. (3-11) sind in Abhängigkeit der Partikelstromgrenze J_{grenz} bei variablen Parametern T_w und \dot{m}_f in Abbildung 58 für $t_m = t_{löschen}/90$ dargestellt. Die Partikelanzahl wird durch Löschen von Zeitintervallen mit sinkender Partikelstromgrenze J_{grenz} stetig reduziert.

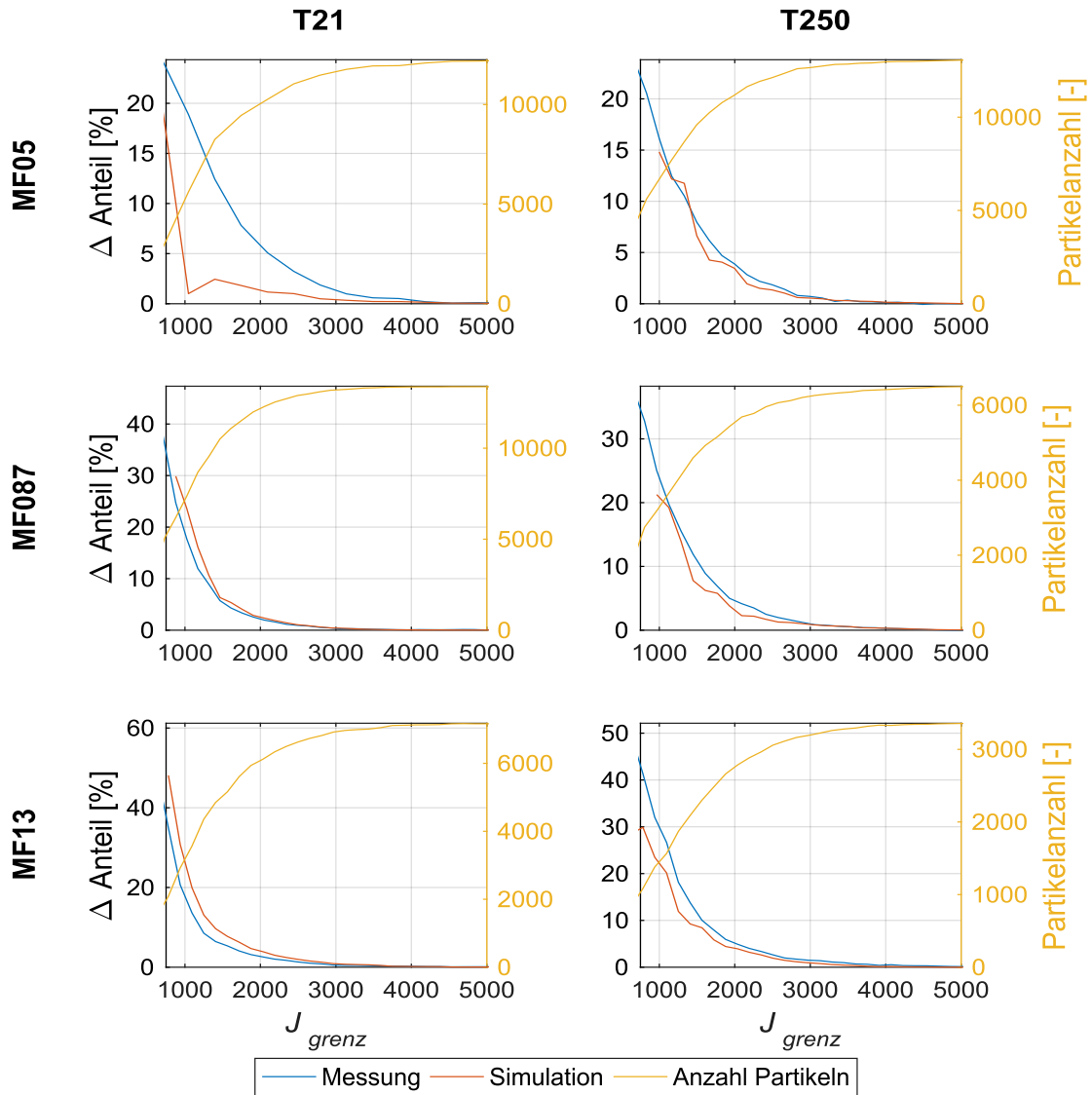


Abbildung 58: Messgrößenabhängigkeit vom Partikelstrom ($t_m = t_{löschen}/90$)

Zu sehen ist ein Anstieg der Anteile mit sinkender Partikelstromgrenze J_{grenz} . Es wirkt also so, als sei der Anteil nicht fokussierter Partikeln höher, wenn der Partikelfluss zunimmt. Dies wäre mit Blick auf die steigende Wahrscheinlichkeit von Partikel-Partikel-Kollisionen und der wachsenden Störung der laminaren Rohrströmung plausibel. Zur Interpretation dieser Beobachtung ist jedoch eine detailliertere Betrachtung des Verfahrens auf Basis des Partikelstroms J^* nötig. Der approximierte Partikelstrom J^* wird mit Hilfe der Anzahl von Partikelpositionen im Messgebiet ermittelt, wobei geringe (hohe) Partikelgeschwindigkeiten zu mehr (weniger) Par-

tikelpositionen $\overline{X}_{f,g}^i$ führen. Dies hat zur Folge, dass Partikeln geringer (hoher) Geschwindigkeit bei gleicher Partikelanzahl zu größeren (kleineren) Werten des approximierten Partikelstroms J^* führen. Verdeutlicht wird dies anhand der drei exemplarischen Partikeln mit den Partikelpositionen (●, ●, ●) in Abbildung 57. Hierbei wäre der approximierte Partikelstrom in den beiden dargestellten Zeitintervallen aufgrund von jeweils acht Partikelpositionen gleich, obwohl in dem einen Zeitintervall zwei Partikeln und in dem anderen nur eine Partikel vorhanden sind. Insgesamt werden daher Zeitintervalle langsamerer Partikeln bei gleicher Partikelanzahl durch geringere Werte für J_{grenz} gelöscht, wodurch der Anteil von Partikeln höherer Geschwindigkeiten in den verbleibenden Zeitintervallen steigt.

Zur Interpretation, ob der Anstieg der Anteile fokussierter Partikeln auf den genannten Effekt oder auf reale Wechselwirkungen zwischen den Partikeln und dem Fluid zurückzuführen ist, wird der genannte Effekt für den Anteil auf Basis von w_y simuliert und mit den Auswertungen der Anteile verglichen. Der Effekt wird simuliert, indem entsprechend der jeweiligen rel. Häufigkeitsverteilung von w_y (gemessen, siehe Abbildung 55) 2000 zufällige Partikelgeschwindigkeiten ausgewählt und deren Anzahl an Partikelpositionen im Messgebiet numerisch bestimmt werden (die Startposition jeder Partikeln wird dabei zufällig gewählt). Anschließend wird der Algorithmus auf Basis von J^* analog auf die Partikelpositionen angewandt. Die simulativ ermittelten Änderungen der Anteile mit J_{grenz} sind ebenfalls in Abbildung 58 dargestellt. Die Verläufe zwischen simulierten und gemessenen Anteilen sind mit Ausnahme der Kombination T21 und MF05 in Übereinstimmung. Der Anstieg der Anteile kann daher – mit Ausnahme der Kombination T21 und MF05 – auf die Auswertungsmethode zurückgeführt werden.

Der Partikelfluss ist in dieser Arbeit folglich in einem Bereich, in dem Wechselwirkungen zwischen Partikel und Fluid bzw. Partikel und Partikel vernachlässigt werden können¹². Nur für die Kombination T21 und MF05 kann der Einfluss des Partikelstromes auf das Ergebnis nicht ausgeschlossen werden.

3.4 Statisches Messverfahren

Ziel des dynamischen Messverfahrens war die Ermittlung von X_x und w am Rohreingang (MS1) und Rohrausgang (MS2). Das im Folgenden vorgestellte statische Messverfahren gibt Informationen darüber, ob die Partikelposition X_x an MS2 von der Partikelmorphologie oder -größe abhängig ist, was mit dem dynamischen Verfahren nicht möglich ist.

¹² In einer weiteren Auswertung auf Basis von $t_m = t_{löschen}$ (siehe Abbildung 109 im Anhang) können die Änderungen der Anteile mit J_{grenz} durch Simulationen mit einer Abweichung von weniger als 5 % ebenfalls vorhergesagt werden.

3.4.1 Das Verfahren

Bei dem statischen Messverfahren wird die im Vergleich zum Fluid hohe Partikelträgheit genutzt, um Partikeln direkt nach Verlassen des Kapillarrohres an MS2 auf ein Substrat aufzutragen (Abbildung 59, 1. Partikelaufrag). Der Abstand zwischen dem Substrat und dem Kapillarrohr wird dabei auf ein Minimum reduziert, damit die Partikelverteilung auf dem Substrat vergleichbar mit jener Verteilung am Rohrausgang ist. Gleichzeitig ist ein Mindestabstand vorzusehen, damit die Fluidströmung im Rohr nicht durch das Kapillarrohr beeinflusst wird. Fitzgerald und Garimella (1998) zeigten, dass die Fluidgeschwindigkeit im Zentrum eines Prallstrahls durch eine Platte im Abstand von $G < 1,5 \cdot D$ beeinflusst wird. Gardon und Akfirat (1965) und Martin (1977) wiesen einen Einfluss des Substrates auf die Strahlentwicklung für $G < 1,2 \cdot D$ nach. In numerischen Ergebnissen von (Jeffers et al. 2016) ergibt sich ein Einfluss auf das Geschwindigkeitsprofil am Rohrausgang für $G < D$. In dieser Arbeit wird ein Abstand von $G = 1,7 \cdot D$ gewählt, sodass ein Einfluss des Substrates auf die Strömung im Rohr ausgeschlossen werden kann. Das Substrat besteht aus einer transparenten Unterlage, auf welche ein temperaturbeständiges, transparentes Klebeband aufgebracht wird. Durch die Klebewirkung werden die Partikeln nach einmaligem Kontakt auf dem Substrat fixiert.¹³

Im ersten Schritt (Abbildung 59, 1. Partikelaufrag) wird das Substrat während des Partikelaufrags durch einen Antrieb geradlinig vorgeschoben, was einen geradlinigen Partikelaufrag auf dem Substrat erzeugt.

Im zweiten Schritt (Abbildung 59, 2. Bildaufnahmen) wird das Substrat erneut entlang dieser Partikelbahn unter einem Mikroskop verfahren. Der Einsatz einer weiteren Kinematik ermöglicht dabei die Aufnahme mehrerer Einzelbilder, welche einen definierten Abstand Δs zueinander aufweisen und zueinander überlagert sind. Das Kinematiksystem des Substrates und die Messkinematik wurden im Rahmen der Arbeit von Donges (2021) angefertigt. Zur Aufnahme werden die Partikeln mit Hilfe einer diffusen Lichtquelle beleuchtet und die Schatten der Partikeln vom Mikroskop erfasst. Anders als bei dem dynamischen Messverfahren entspricht die Fokusebene des Mikroskops der Partikelebene, sodass diese mit hoher Schärfe im Bild abgebildet werden.

Im dritten Schritt (Abbildung 59, 3. „Bilder-Stiching“) werden die Einzelbilder zu einer Gesamtaufnahme zusammengefügt. Hierbei kommt eine Methode von Preibisch et al. (2009) zum Einsatz. Bei dieser Methode wird der translatorische Versatz zweier Bilder durch Korrekturen der Phasendifferenz zweier Bildern berechnet (Kuglin und Hines 1975). Das Zusammenfügen der

¹³ Die zur Partikelfixierung nötige Klebewirkung des Substrates wird über Videoaufnahmen vom Partikelaufrag geprüft. Ein eventuelles Zurückprallen der Partikeln von dem Substrat konnte nicht beobachtet werden.

Einzelbilder wird durch identische Strukturen im Überlagerungsbereich der Einzelbilder möglich. Die Strukturierung des Substrates ermöglicht das Zusammenfügen von Einzelbildern auch ohne Partikeln, was aufgrund der geringen Partikeldichten auf dem Substrat notwendig ist. Das Ergebnis ist ein Gesamtbild mit den Abmessungen $1,5 \times 110 \text{ mm}^2$ und ca. 176 Millionen Pixeln bei einer 200-Fachen Vergrößerung und einer Auflösung von 1050 Pixeln pro Millimeter.

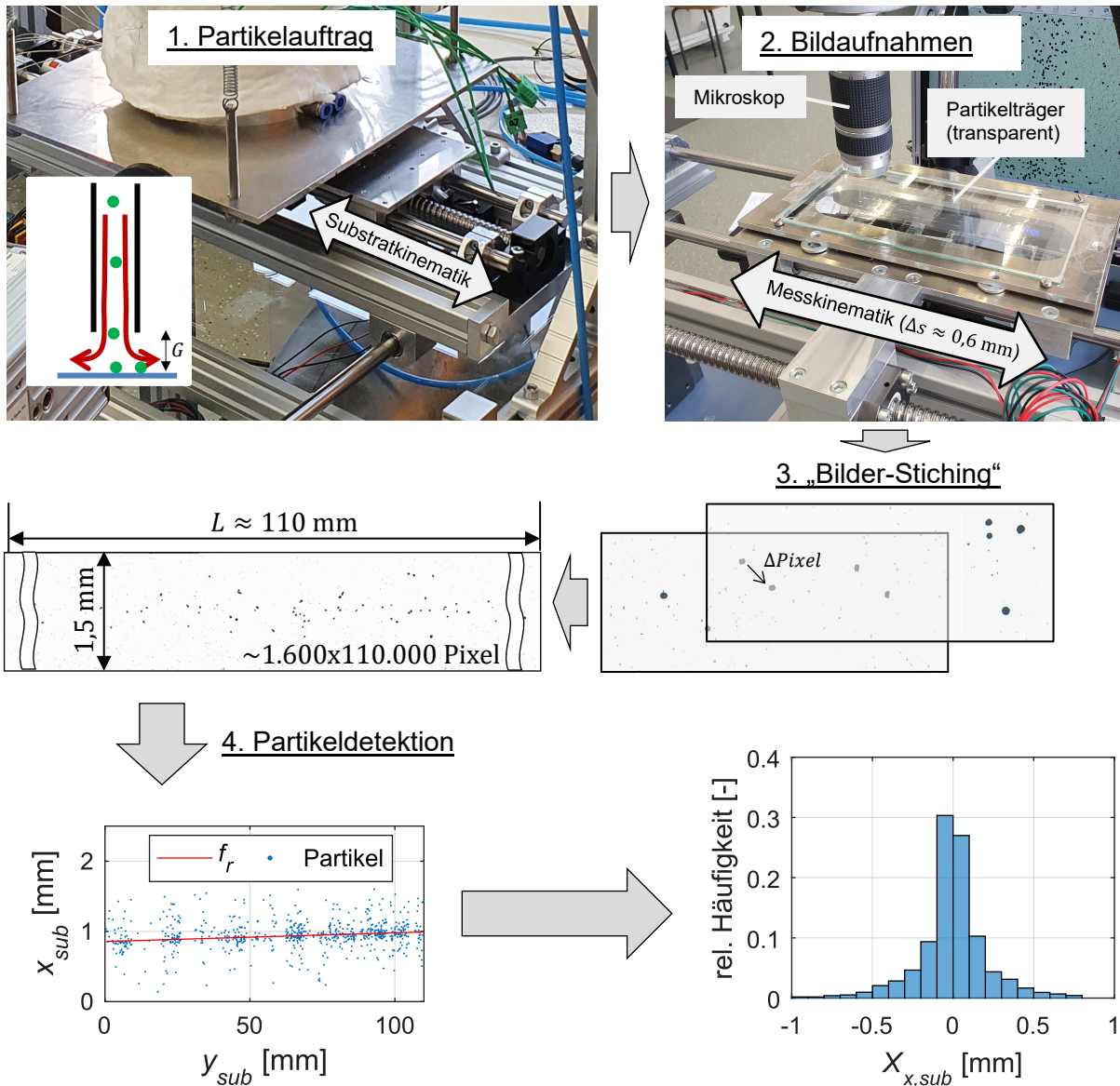


Abbildung 59: Das statische Messverfahren

Im vierten Schritt werden die Partikeln in dem Gesamtbild detektiert. Bei dem hier vorgestellten statischen Messverfahren werden die Partikeln über die Intensitätsgrenze Th_{st} der Pixel ausgewertet. Die Pixel des Gesamtbildes mit einer Intensität größer als Th_{st} werden zu 1 und alle anderen Pixel zu 0. Zur Charakterisierung von Pixel-Segmenten einer Partikel werden vier

Größen betrachtet (Zur Berechnung der angegebenen Größen wird jeweils die Open Source Software ImageJ (Schneider et al. 2012) verwendet.):

- Z_{seg} : Das Zentrum des Pixel-Segmentes Z_{seg} wird durch die Mittelung von x- und y-Koordinaten der Pixel des Segmentes ermittelt.
- $d_{seg} = 2 \cdot \sqrt{A_{seg}/\pi}$: Der äquivalente Durchmesser d_{seg} wird von einem perfekten Kreis mit gleicher Fläche A_{seg} abgeleitet.
- Ar_{seg} : Das Seitenverhältnis einer dem Pixel-Segment angepassten Ellipse. Zur Berechnung des Seitenverhältnisses der Ellipse werden die zentralen Momente zweiter Ordnung des Pixel-Segmentes berechnet. Die Eigenvektoren der zugehörigen Kovarianzmatrix entsprechen schließlich den beiden Achsen der Ellipse.
- $Sp_{seg} = \frac{U_{ideal}}{U_{seg}} = 4 \cdot \pi \cdot A_{seg} / U_{seg}^2$: Die praktische Sphärizität Sp_{seg} (im Folgenden kurz Sphärizität genannt) beschreibt die Abweichung des Umfangs U_{seg} des Pixel-Segmentes von dem Umfang U_{ideal} eines idealen Kreises der Fläche A_{seg} . Der eingesetzte Algorithmus approximiert den Umfang, indem Pixel an geraden Kanten mit 1 und Pixel an Ecken mit $\sqrt{2}$ gezählt werden.

Die Häufigkeit von d_{seg} ist in Abbildung 60 exemplarisch für $Th_{st} = 190$ dargestellt. Neben den aufgetragenen Partikeln (gelb) wird die feine Strukturierung (rot) des Substrates erfasst. Die feinen Segmente (rot) werden durch die Bedingung $d_{seg} < 15 \mu\text{m}$ gelöscht, was mit Substartstrukturen im Größenbereich der aufgetragenen Partikeln (grün) nicht möglich ist.

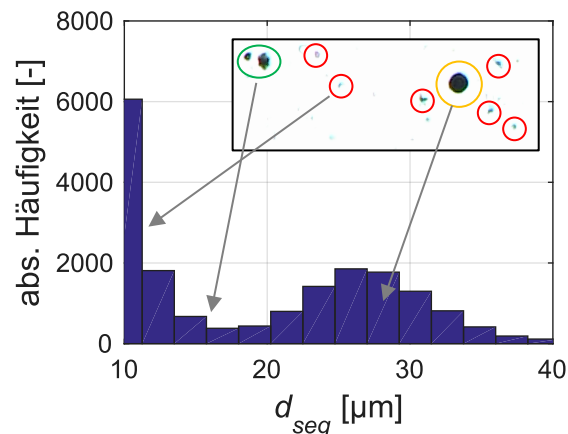


Abbildung 60: Detektierte Segmente für $Th_{st} = 190$

Um die Häufigkeit der Substratstrukturen mit $d_{seg} > 15 \mu\text{m}$ zu quantifizieren, werden die Bildbereiche mit realen Partikeln aus allen Aufnahmen manuell entfernt. Danach werden die Segmente des Substrates mit $d_{seg} > 15 \mu\text{m}$ im verbleibenden Bildbereich (ca. 59 % der Pixel) gezählt und auf 100 % der Pixel hochgerechnet. Der Anteil K gibt den Anteil der hochgerechneten Anzahl größerer Substratstrukturen im Verhältnis zu den real aufgetragenen Partikeln

an. In Abbildung 61 (links) ist der Anteil K in Abhängigkeit von Th_{st} dargestellt. Der Anteil K steigt mit Th_{st} , wobei der Anteil K für $Th_{st} \leq 150$ im Bereich von ca. 5 % liegt.

Die mittleren Werte \bar{d}_{seg} , \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$ aller Segmente (keine Entfernung von Partikeln) mit $d_{seg} > 15 \mu\text{m}$ sind in Abbildung 61 (rechts) in Abhängigkeit von Th_{st} dargestellt. \bar{d}_{seg} nimmt mit Th_{st} zu, da die Partikelschatten an den Rändern einen stetigen Anstieg der Intensität aufweisen und die Fläche der binären Pixel-Segmente daher mit Th_{st} ansteigt. Außerdem weist die Intensität der Partikelschatten leichte Inhomogenitäten auf. Dies führt für $Th_{st} = 70$ zu Pixel-Segmenten mit (inneren) Fehlstellen (A) und damit zu einer Reduzierung von \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$. Die Verringerung von \bar{d}_{seg} , \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$ im Fall von $Th_{st} = 230$ ist darauf zurückzuführen, dass der Anteil von Substartstrukturen stark zunimmt (Anteil K ca. 47 %, Substartstrukturen im Mittel geringere Werte von \bar{d}_{seg} , \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$). Außerdem führt die Überlagerung von Substratstruktur und Partikeln mit $Th_{st} = 230$ zur Veränderung der Partikelkontur (C). Für die Fälle $Th_{st} = 110$ und $Th_{st} = 150$ sind die Werte für \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$ (bei konstant niedrigem Anteil K von ca. 5 %) ähnlich, was auf einen geringen Einfluss der Segmentfehlstellen durch Inhomogenitäten oder Substartstrukturen schließen lässt (B). Für die Untersuchungen dieser Arbeit wird daher $Th_{st} = 150$ (mit dem Filter $d_{seg} \geq 15 \mu\text{m}$) gewählt.

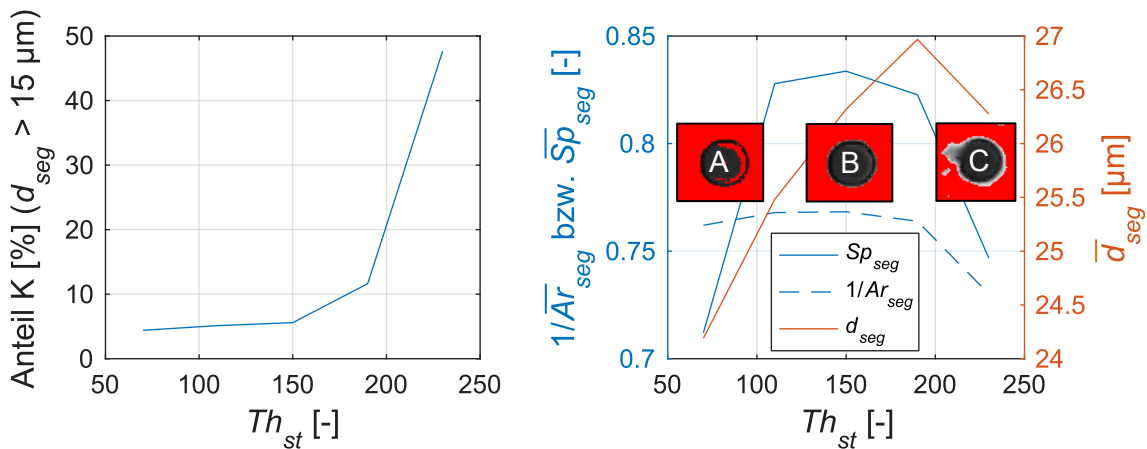


Abbildung 61: Anteil K (links) und \bar{d}_{seg} , \overline{Ar}_{seg} und $1/\overline{Sp}_{seg}$ (rechts) in Abhängigkeit von Th_{st} mit $d_{seg} > 15 \mu\text{m}$

Die detektierten Partikeln sind aufgrund der eingesetzten linearen Kinematik um eine Gerade gestreut. Die Verteilung der Partikeln um diese Gerade wird im Folgenden betrachtet. Dazu wird eine Regressionsgerade f_r über die Gaußsche Methode der kleinsten Quadrate (Papula 2011) für $f_r(x_{sub})$ bestimmt (siehe Abbildung 59). Der Abstand $X_{x,sub}$ der Partikeln zu f_r ergibt die projizierte Streuung der Partikeln um das Zentrum des Kapillarrohres (rel. Häufigkeitsver-

teilung von $X_{x,sub}$). Die Betrachtung der Partikelverteilung in Bezug auf die Projektion war bereits Gegenstand des dynamischen Messverfahrens in Kapitel 3.3, sodass die Ergebnisse der beiden Messverfahren grundsätzlich vergleichbar sind. Eine weitere Übereinstimmung der statischen und dynamischen Messverfahren ist, dass das Messergebnis über den Partikel-Anzahl-Fluss gewichtet ist, da bei beiden Verfahren über eine gegebene Zeitspanne alle Partikel an einer Messstelle ausgewertet werden. Das statische Messverfahren kann den Sampling Methoden nach Crowe et al. (2012) zugeordnet werden, da Partikeln einer Mehrphasenströmung entnommen und diese anschließend untersucht werden. Weiterhin kann das Verfahren analog zu dem dynamischen Messverfahren den lokalen Messverfahren nach Crowe et al. (2012) zugeordnet werden, da die Partikeleigenschaften auf dem Substrat lokal differenziert gemessen werden.

Sind zwei Partikeln in unmittelbarem Kontakt zueinander, so werden diese zusammen als ein Pixel-Segment mit niedriger Sphärizität Sp_{seg} erfasst (siehe Abbildung 62, „Zwei Partikeln“). Zur Vermeidung fehlerhafter Ergebnisse ist entweder ein ausreichend großer Partikelabstand oder die Trennung der Pixelsegmente zweier Partikeln über einen entsprechenden Algorithmus zielführend. Die Anwendung der Watershed-Segmentierung nach Vincent und Soille (1991) führt zur Trennung der beiden Partikeln, wobei die Partikelmorphologie im Kontaktbereich nach der Trennung nur qualitativ wiedergegeben wird. Wie an der exemplarischen Aufnahme einer Partikel geringer Spährizität zu sehen ist (Abbildung 62, „Eine Partikel“), kann die Anwendung des Algorithmus außerdem zur Spaltung einzelner Partikeln mit geringer Sphärizität führen.

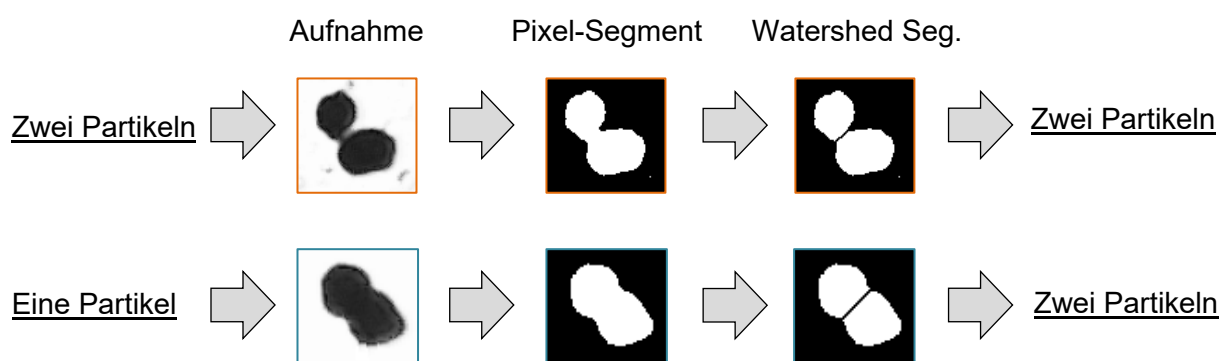


Abbildung 62: Exemplarische Anwendung der Watershed Segmentierung zur Trennung von Pixel-Segmenten

Es wird daher kein Algorithmus zur Trennung von Pixel-Segmenten angewandt und eine geringe Partikeldichte auf dem Substrat erzeugt. Anschließend werden alle Pixel-Segmente, welche mehrere Partikeln zusammenfassen, manuell aus dem Bild entfernt (2 % aller Pixel-

Segmente)¹⁴. Die Wahrscheinlichkeit, dass Partikeln entfernt werden, ist in Bereichen hoher Partikeldichten größer, sodass die rel. Häufigkeitsverteilung von $X_{x,sub}$ durch das Entfernen von Pixel-Segmenten verändert wird. Diese Strategie eignet sich dennoch für die Untersuchung, ob ein Zusammenhang zwischen der Partikelposition $X_{x,sub}$ und der Partikelmorphologie oder -größe besteht.

3.4.2 Ergebnisse

Ziel dieses Kapitels ist, die auf die Position der Partikeln bezogene Verteilung an MS2 auf Abhängigkeiten von der Partikelgröße und der Partikelmorphologie zu untersuchen. Dies wird durch das statische Messverfahren ermöglicht, indem die Abhängigkeit der Größe $X_{x,sub}$ von d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} betrachtet wird. Die Prozessparameter werden äquivalent zu den Ergebnissen des dynamischen Messverfahrens gemäß der Faktorstufen MF05, MF087, MF13, T21 und T250 variiert.

Die rel. Häufigkeitsverteilungen der Größen $1/Ar_{seg}$ und Sp_{seg} sind in Abbildung 63 zu sehen. Durch das Herstellverfahren der Partikeln weisen die meisten Segmente eine hohe Sphärizität sowie ein hohes Verhältnis $1/Ar_{seg}$ auf. Insgesamt sind jedoch auch Segmente geringerer Werte für $1/Ar_{seg}$ und Sp_{seg} vorhanden. Der Vergleich der Größen d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} der Segmente mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ mit jenen Größen der Segmente mit $|X_{x,sub}| > D/8$ ermöglicht im Folgenden die Analyse, ob die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit von der Partikelgröße oder -morphologie abhängig sind.

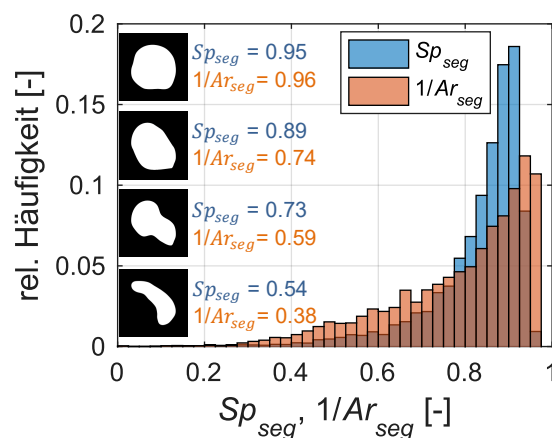


Abbildung 63: Verteilung von Sp_{seg} und $1/Ar_{seg}$

¹⁴ Der Abstand einer Partikel zur nächsten Partikel in der Umgebung beträgt im Mittel aller Partikeln $162 \mu\text{m}$. 95 % aller Partikeln haben einen Abstand von mindestens $38 \mu\text{m} \gg d_{seg}/2$ zur nächsten Partikel.

In Abbildung 64 sind die Größen d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} für Segmente mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ und $|X_{x,sub}| > D/8$ für alle Faktorstufen der Prozessparameter \dot{m}_f und T_w mittels Boxplot dargestellt. Der Boxplot gibt den Median mit Hilfe eines Kreises und das obere und untere Quartil in Form einer Box an. Ausreißer sind über den 1,5-Fachen Interquartilabstand Abstand zur Box definiert. Zur Visualisierung sind die Mediane jeder Faktorstufe von \dot{m}_f und T_w mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ und $|X_{x,sub}| > D/8$ über eine Trendlinie Verbunden.

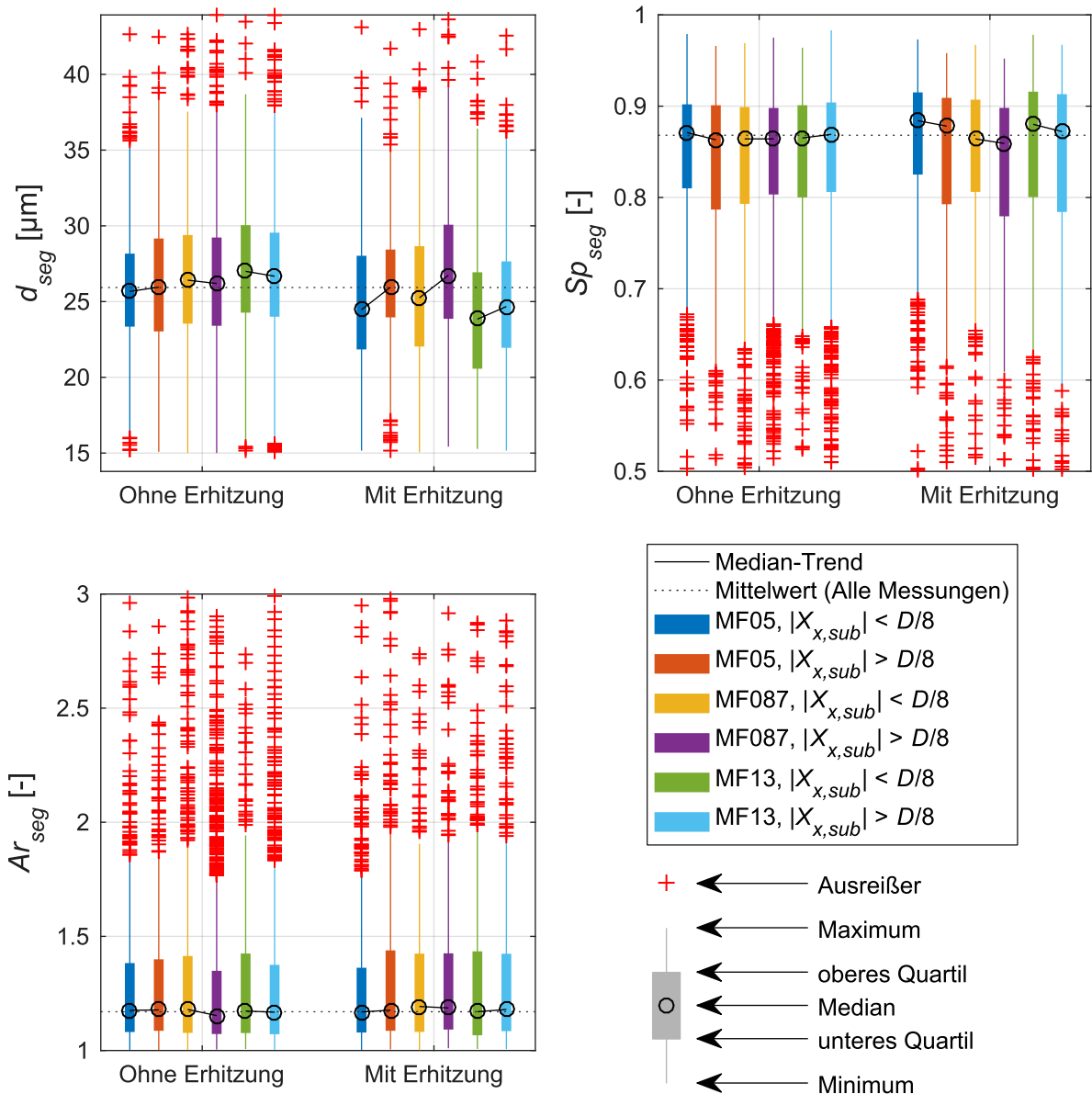


Abbildung 64: Vergleich der Verteilungen von d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} für $|X_{x,sub}| < D/8$ und $|X_{x,sub}| > D/8$ bei unterschiedlichen Prozessparametern

Folgende Zusammenhänge lassen sich aus der Grafik ableiten:

- d_{seg} : Für $T_w = 250\text{ °C}$ gilt: Die Segmentgrößen für $|X_{x,sub}| \leq D/8$ sind im Mittel kleiner, als für $|X_{x,sub}| > D/8$. Gleichzeitig wirkt sich der radiale Partikeltransport durch den Freistrah (oder weitere Störungen) stärker auf kleine Partikeln aus. Die Tatsache, dass die Häufigkeit kleinerer Partikeln dennoch für $|X_{x,sub}| \leq D/8$ größer ist, lässt den Schluss zu, dass kleinere Partikeln im Bereich des Rohrzentrums an MS2 überrepräsentiert sind. Für $T_w = 21\text{ °C}$ gilt: Der geringere Anteil fokussierter Partikeln wird durch den radialen Transport kleinerer Partikeln durch den Freistrah (oder weiteren Störungen) überlagert, sodass insgesamt vergleichbare Segmentgrößen für $|X_{x,sub}| \leq D/8$ und für $|X_{x,sub}| > D/8$ gemessen werden.
- Ar_{seg} und Sp_{seg} : Die Unterschiede zwischen den Partikeln mit $|X_{x,sub}| > D/8$ und $|X_{x,sub}| \leq D/8$ sind in Bezug auf Ar_{seg} und Sp_{seg} für alle Faktorstufen der Prozessparameter \dot{m}_f und T_w gering.

Zur Untersuchung, ob ein statistisch signifikanter Unterschied zwischen den Verteilungen der beiden Gruppen mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ und $|X_{x,sub}| > D/8$ in Bezug auf die Größen d_{seg} , Ar_{seg} bzw. Sp_{seg} vorliegt, wird ein Wilcoxon Rangsummentest (Wilcoxon 1945) durchgeführt. Mit diesem nichtparametrischen Test wird geprüft, ob sich die Mediane zweier unabhängiger Stichproben signifikant voneinander unterscheiden. Die Voraussetzung für diesen Test ist Varianzhomogenität, da der Test durch unterschiedliche Varianzen zu falschen Ergebnissen führen kann (Brunner und Munzel 2000). Diese Voraussetzungen sind mit Blick auf die Abbildung 64 gegeben, da die Quartile der beiden Gruppen mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ und $|X_{x,sub}| > D/8$ unabhängig von der Faktorstufe der Parameter \dot{m}_f und T_w vergleichbar ist. Für die Unterschiede in Bezug auf d_{seg} wird außerdem ein zweiseitiger t-test (Student 1908) für zwei unabhängige Stichproben durchgeführt. Bei diesem Test wird die Differenz zwischen zwei Gruppen in Bezug auf den Mittelwert der Verteilungen betrachtet. Die im Vergleich zum Wilcoxon Rangsummentest zusätzliche Voraussetzung einer Normalverteilung von d_{seg} ist mit Blick auf Abbildung 60 für $d_{seg} \geq 15\text{ }\mu\text{m}$ erfüllt. Die Ergebnisse der beiden Tests für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$ sind in Tabelle 7 zusammengefasst¹⁵. Der p-Wert gibt die Wahrscheinlichkeit dafür dann, dass die Unterschiede zufällig entstanden sind. Der h-Wert gibt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von α an, ob der Unterschied zwischen den beiden Gruppen signifikant ist.

¹⁵ Der Wilcoxon Rangsummentest wird mit der MATLAB-Funktion „ranksum“ (MATLAB 2016) und der t-test mit der MATLAB-Funktion „ttest2“ (MATLAB 2016) durchgeführt.

n_i ist die Anzahl der Segmente in den jeweiligen Gruppen ① bzw. ② nach Gl. (3-12). E gibt den prozentualen Unterschied der Mediane beider Gruppen an.

Die Mediane von d_{seg} mit $|X_{x,sub}| \leq D/8$ bzw. $|X_{x,sub}| > D/8$ unterscheiden sich für T250 um 3,2 % bis 5,8 %. Beide Tests ergeben übereinstimmend, dass diese Differenzen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 5 % signifikant sind. Die Differenzen in Bezug auf Ar_{seg} bzw. Sp_{seg} weisen keine systematische Signifikanz auf und die entsprechenden Effekte sind bis auf eine Ausnahme kleiner als 1 %.

Tabelle 7: Ergebnisse des t-testes und des Wilcoxon Rangsummentests

\dot{m}_f [Kg/s]	T_w [°C]	n_1	n_2	t-test		Wilcoxon Rangsummentest								
				p_{Dp}	h_{Dp}	p_{Dp}	h_{Dp}	E_{Dp} [%]	p_{sp}	h_{sp}	E_{sp} [%]	p_{Ar}	h_{Ar}	E_{Ar} [%]
0,5e-5	21	754	467	0,32	0	0,24	0	1,1	0,05	1	-0,9	0,58	0	0,2
0,87e-5	21	926	2034	0,26	0	0,34	0	-0,8	0,81	0	0,0	<6e-3	1	-2,3
1,3e-5	21	604	1631	0,07	0	0,08	0	-1,3	0,61	0	0,5	0,34	0	-0,4
0,5e-5	250	843	497	<3e-8	1	<1e-9	1	5,8	<4e-3	1	-0,7	0,15	0	0,7
0,87e-5	250	527	418	<3e-6	1	<3e-6	1	5,7	0,01	1	-0,6	0,79	0	-0,6
1,3e-5	250	599	530	<2e-3	1	<9e-4	1	3,2	0,07	0	-0,9	0,52	0	0,9

Insgesamt liefert das statische Messverfahren in diesem Kapitel das Ergebnis, dass die Verteilung der Partikeln an MS2 von der Partikelgröße, jedoch nicht von der Partikelmorphologie abhängig ist. Mit Blick auf die simulative Abbildung des in dieser Arbeit analysierten Verfahrens wird daher geschlussfolgert, dass die Partikelgröße (nicht ideal sphärische Partikelform) in den Simulationen des folgenden Kapitels (nicht) berücksichtigt werden muss.

3.4.3 Fehler durch die Auflösung des statischen Messverfahrens

Im Folgenden werden die Fehler dargestellt, welche bei der Bestimmung der Größen d_{seg} , Ar_{seg} und Sp_{seg} mit Hilfe des statischen Messverfahrens aufgrund der Auflösung resultieren. Hierzu werden vier Formen unterschiedlicher Morphologie generiert und in unterschiedlichen Auflösungen in einer Pixel-Matrix gespeichert (siehe Abbildung 65). Die Intensität der Pixel wird hierbei über den Anteil der Fläche eines Pixels innerhalb der idealen Form berechnet. Die Form 1 entspricht einem idealen Kreis. Die Auflösung der Pixel-Matrizen wird zwischen $5 \times 5 \text{ Pixel}^2$ und $1000 \times 1000 \text{ Pixel}^2$ variiert, was einer Auflösung des Durchmessers des idealen Kreises $d_{seg,ideal}$ zwischen $3,16 \text{ Pixel}/d_{seg,ideal}$ und $632 \text{ Pixel}/d_{seg,ideal}$ entspricht.

4 Simulative Untersuchungen auf Basis individueller Partikeltrajektorien

In diesem Kapitel wird das Euler-Lagrange-Verfahren verwendet, um das in Kapitel 1 vorgestellte Verfahren bei unterschiedlichen Prozessparametern zu analysieren. Das Euler-Lagrange-Verfahren ermöglicht die numerische Berechnung einer dispersen Zweiphasenströmung. Die kontinuierliche Phase wird dabei stationär durch Lösung der Erhaltungsgleichungen (2-35), (2-36) und (2-37) in Verbindung mit den Fluideigenschaften der Tabelle 1 berechnet (siehe Kapitel 2.3.2). Das Verhalten der dispersen Phase innerhalb des Fluidfeldes wird anschließend ermittelt, indem die Trajektorien individueller Partikel unter Berücksichtigung der Randbedingungen und der auf die Partikel wirkenden Kräfte und Momente simuliert werden. Dank der Betrachtung individueller Partikelbahnen ermöglicht das Euler-Lagrange-Verfahren von der Historie abhängige Größen zu berücksichtigen, was zum einen aufgrund der Verwendung nicht neutral strömender Partikel mit $\rho_p/\rho_f \gg 1$ und zum anderen aufgrund der Ermittlung von Partikelauflösungen notwendig ist. Weitere Informationen zum Euler-Lagrange-Verfahren können der Arbeit von Subramaniam (2013) entnommen werden.

Ziel dieses Kapitels ist zum einen die Validierung des Simulationsmodells mit Hilfe der experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 3.3.3. Zum anderen soll in diesem Kapitel das Partikelverhalten bei variablen Partikeleigenschaften am Rohreinlass und bei unterschiedlichen Prozessparametern untersucht werden. Hierbei steht insbesondere die Herleitung adäquater Prozessparameter zur Verwendung eines erhitzten Kapillarrohres in einem additiven Fertigungsverfahren im Vordergrund.

Die Verknüpfungen der unterschiedlichen Teilbereiche zum Aufbau des Euler-Lagrange-Verfahrens sind in Abbildung 67 illustriert.

Das CFD-Modell zur numerischen Berechnung der kontinuierlichen Phase wird im folgenden Kapitel 4.1 vorgestellt. Im Fall der Validierung basiert dieses Modell auf Randbedingungen und Geometrien zur Abbildung des Versuchsstands aus Kapitel 3. Im Fall der Verfahrensanalyse werden die Randbedingungen unterschiedlicher Prozessbedingungen betrachtet.

Zur Berechnung der dispersen Phase sind Informationen über die auf die Partikel wirkenden Kräfte und Momente erforderlich. Die Kräfte werden über das in Kapitel 2.3.7 entwickelte Interpolationsmodell und die Momente über entsprechende Korr. (siehe Kapitel 2.1.4) ermittelt. Die numerische Berechnung der resultierenden Partikeltrajektorien sowie der Partikelauflösung werden in den folgenden Kapiteln 4.2.2 bzw. 4.2.1 erläutert. Die Definition von Randbedingungen für die disperse Phase umfasst zum einen die Partikelstartbedingungen

und zum anderen die Partikel-Wand-Interaktion. Die Partikel-Wand-Interaktion wird mittels statistischem Kollisionsmodell modelliert, welches im folgenden Kapitel 4.2.3 dargestellt wird. Die Partikelstartbedingungen werden im Fall der Validierung aus den experimentellen Messdaten der MS1 des Versuchsstands abgeleitet (Kapitel 3.3.3). Im Fall der Verfahrensanalyse werden die Partikelstartbedingungen frei gewählt.

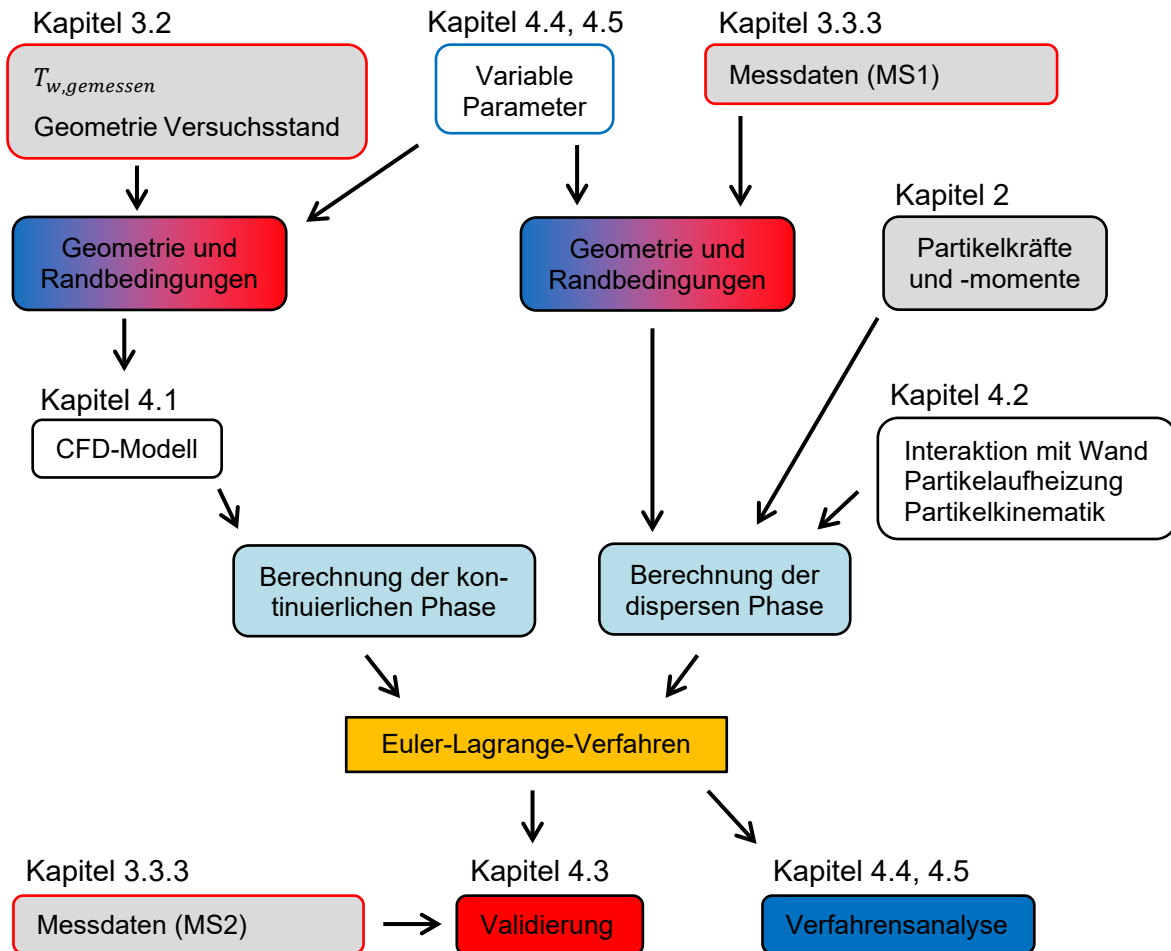


Abbildung 67: Methodik des Kapitels 4

4.1 Numerische Berechnung der kontinuierlichen Phase

In diesem Kapitel wird der Modellaufbau des CFD-Modells zur Berechnung der kontinuierlichen Phase entwickelt, mit welchem die Simulationsergebnisse in Kapitel 4.3 validiert werden. Das finale CFD-Modell wird außerdem zur weiteren Verfahrensanalyse in den Kapiteln 4.4 und 4.5 verwendet.

Einleitend wird die gesamte Geometrie des Versuchsstands betrachtet. Eine Übersicht über die Strömungsregion des Versuchsstands ist in Abbildung 68 zu sehen. Der Versuchsstand besteht aus einer Strömungsregion innerhalb der Zuführeinheit und einer Strömungsregion

innerhalb des Kapillarrohres. Zwischen diesen beiden Regionen befindet sich die MS1. Einleitend wird untersucht, ob das Strömungsprofil an MS1 als voll ausgebildet angenommen werden kann. In diesem Fall können die Analysen dieser Arbeit auf den Bereich des Kapillarrohres mit konstantem Durchmesser zwischen MS1 und MS2 eingegrenzt werden. Außerdem wären die Ergebnisse dieser Arbeit allgemein für alternative geometrische Ausführungen der Zuführeinheit gültig, bei denen das Strömungsprofil am Einlass des Kapillarrohres (MS1) vollständig ausgebildet ist.

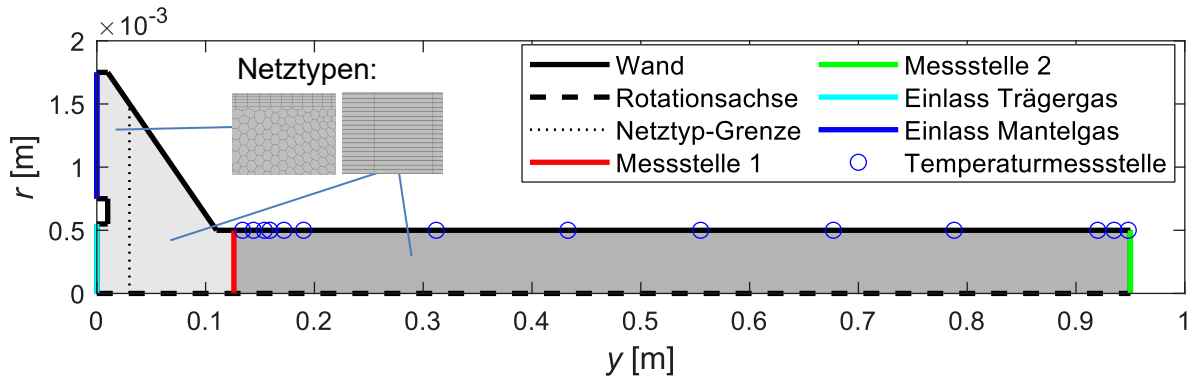


Abbildung 68: Übersicht zur Strömungsregion des Versuchsstandes

Da die gesamte Strömungsregion rotationssymmetrisch ist, wird eine zweidimensionale achsensymmetrische Simulation verwendet. Zweidimensionale rotationssymmetrische Simulationen auf Basis des CFD-Pakets STAR-CCM+ der Firma Siemens (Siemens Digital Industries Software 2018b) wurden bereits in anderen Arbeiten mit dreidimensionalen Simulationen validiert (Rahul Krishna et al. 2023).

Für den Rohrauslass an MS2 wird ein Druckauslass mit einem statischen Druck von $p_0 = 1$ bar definiert. Der Trägergasstrom $\dot{m}_{f,t}$ und der Mantelgasstrom $\dot{m}_{f,m}$ werden als Massenstromeinlass mit konstanter Geschwindigkeit und einer Temperatur von 21 °C vorgegeben. An den Wänden außerhalb des Kapillarrohres gilt die Haftbedingung mit einer Temperatur von 21 °C. Zwischen den Messstellen MS1 und MS2 entspricht die Wandtemperatur den Temperaturen der Temperaturmessstellen (zwischen den Messstellen: lineare Interpolation der Temperatur). Zur Diskretisierung des Modells werden zwei unterschiedliche Vernetzungsstrategien verwendet. Die „Netztyp-Grenze“ in Abbildung 68 kennzeichnet die Grenze zwischen den Regionen, in denen die jeweiligen Strategien angewandt werden. Im Bereich klarer Hauptströmungsrichtungen wird ein strukturiertes Netz mit einer Zellhöhe von ca. $D/80$ und einer Zellbreite von 0,3 mm erstellt. Der obere Bereich der Zuführeinheit wird mittels Polyedern (maximale Zellgröße: 50 μm) und einem Grenzschichtnetz in Wandnähe (fünf Schichten, Gesamthöhe: 35 μm) vernetzt. Diese hohe Auflösung der Vernetzung ist Grund dafür, dass die Fluidfelder feinerer Vernetzungen identische Ergebnisse liefern und im Folgenden von vernetzungsunabhängigen Simulationsergebnissen ausgegangen werden kann.

Zur späteren Validierung des Euler-Lagrange-Verfahrens wird das Strömungsfeld in der Strömungsregion des Versuchsstands für alle Faktorstufen der experimentellen Untersuchungen (MF05, MF087, MF13, T21 und T250) ermittelt. Die Auswertung der Strömungsgeschwindigkeiten im Bereich der MS1 sind in Abbildung 69 dargestellt. Auf der linken Seite der Abbildung ist das Verhältnis aus der simulativ bestimmten Fluidgeschwindigkeit im Rohrzentrum im Verhältnis zur theoretischen Maximalgeschwindigkeit einer voll ausgebildeten Rohrströmung nach Hagen-Poiseuille bei gleichem Fluidmassenstrom und gleicher Fluidichte zu sehen. Die Abweichungen der Strömungsgeschwindigkeiten an der MS1 zur voll ausgebildeten Strömung nach Hagen-Poiseuille liegen insgesamt unterhalb von 5 %. In 10 mm axialer Entfernung fällt die Abweichung Stromabwärts auf maximal 2,5 % ab. Die Abweichungen steigen mit \dot{m}_f , was mit Blick auf die Einlaufänge einer laminaren Rohrströmung nach Kraume (2020) zu erwarten ist. Das simulativ ermittelte Geschwindigkeitsprofil ist für die Faktorstufenkombination mit der größten Abweichung (MF13 und T21) auf der rechten Seite von Abbildung 69 zu sehen. Die maximalen Abweichungen zum voll ausgebildeten Geschwindigkeitsprofil (5 %) sind lokal auf das Rohrzentrum begrenzt.

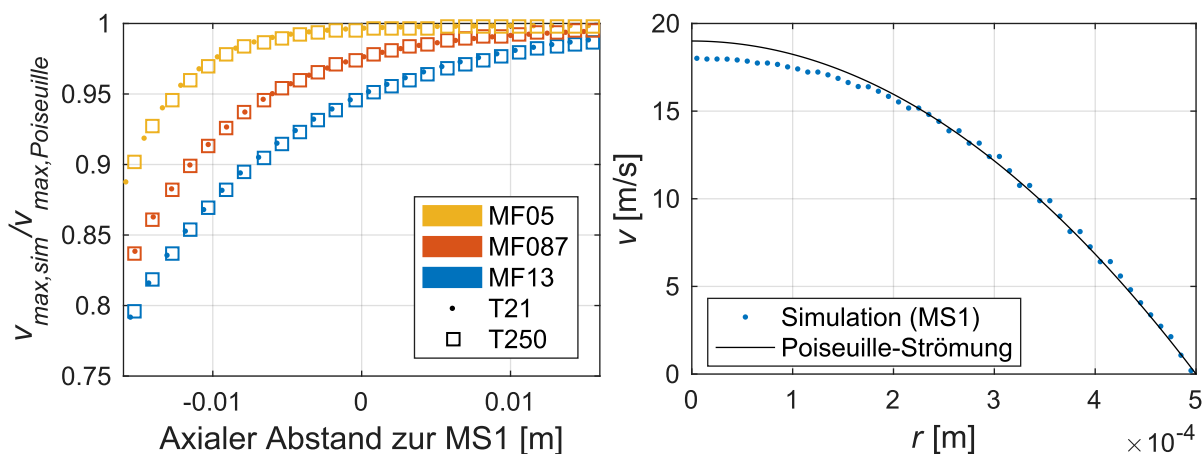


Abbildung 69: Axiale Entwicklung von $v_{max,sim}/v_{max,Poiseuille}$ für unterschiedliche Gas-massenströme (links), Radiale Verteilung von v für MF15 an der axialen Position der MS1 (rechts)

Aus diesem Grund wird der Einlaufbereich der Strömungsregion vor der MS1 im Folgenden vernachlässigt und ein voll ausgebildetes Strömungsprofil nach Hagen-Poiseuille an MS1 angenommen (siehe Abbildung 70). Die Dichte des Fluides an MS1 ($\rho_{f,MS1}$) ist vom statischen Druck an MS1 und somit vom Strömungsfeld im Rechengebiet abhängig. Im CFD-Modell wird das voll ausgebildete Strömungsprofil an MS1 realisiert, indem zunächst $v_{max,MS1} = 2 \cdot \dot{m}_f / (\rho_{f,MS1} \cdot D^2 \cdot \pi/4)$ bestimmt wird. Anschließend wird das Strömungsprofil über Gl. (2-1) berechnet und als Fluidgeschwindigkeit an MS1 vorgegeben. Der initiale stati-

sche Druck im Recheng Gebiet entspricht dem statischem Druck am Rohrauslass (Randbedingung an MS2: $p_{outlet} = 1 \text{ bar}$). Dieses CFD-Modell wird in allen weiteren Untersuchungen dieser Arbeit zur Berechnung der kontinuierlichen Phase verwendet.

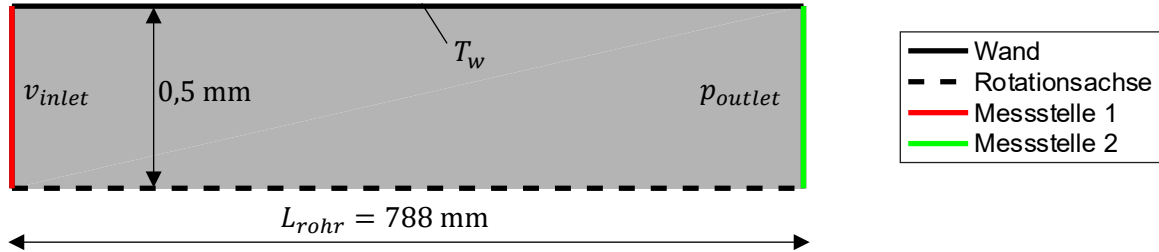


Abbildung 70: CFD-Modell des Euler-Lagrange-Verfahrens

4.2 Numerische Berechnung der dispersen Phase

In diesem Kapitel wird die Modellierung der Partikelkinematik sowie der Partikel-Wand-Interaktion zur Ermittlung der Partikeltrajektorien erläutert. Außerdem wird die Modellierung der Partikelerhitzung bzw. Partikelabkühlung dargestellt.

4.2.1 Partikelkinematik

Die Trajektorie individueller Partikeln der dispersen Phase wird in der zweidimensionalen Ebene des CFD-Modells (siehe Abbildung 70) berechnet. Die in jedem Zeitintervall t der Dauer Δt konstante Partikelbeschleunigung $\vec{a}_p(t)$ ergibt sich aus der Newton-Gl. für Partikeln konstanter Masse m_p aus der Gl.

$$\vec{a}_p(t) = \vec{F}(t)/m_p. \quad (4-1)$$

Die Kraft $\vec{F}(t)$ wird für jedes Zeitintervall t über das in Kapitel 2.3.7 vorgestellte Interpolationsmodell ermittelt. Die Integration der Gl. (4-1) liefert schließlich die Gl. für die Partikelgeschwindigkeit \vec{w}

$$\vec{w}(t + \Delta t) = \vec{w}(t) + \vec{a}_p(t) \cdot \Delta t \quad (4-2)$$

und die Partikelposition \vec{X}

$$\vec{X}(t + \Delta t) = \vec{X}(t) + \vec{w}(t) \cdot \Delta t + 0,5 \cdot \vec{a}_p(t) \cdot (\Delta t)^2. \quad (4-3)$$

Äquivalent werden die Gl. für die Partikelrotation formuliert. Die Berechnung des auf die Partikeln wirkenden Moments wird in Kapitel 2.1.6 erläutert. Die Dauer Δt wird so gewählt, dass

kein relevanter Einfluss zwischen Trajektorien der gewählten Dauer und einer um das 25-Fach kleineren Dauer resultiert (siehe Abbildung 111 und Abbildung 112, Anhang).

4.2.2 Partikelerhitzung bzw. Partikelabkühlung

Das Euler-Lagrange-Verfahren ermöglicht, die Erhitzung bzw. Abkühlung individueller Partikeln während der Bewegung durch das Rechengebiet zu modellieren. Die Temperatur T_p einer Partikel ändert sich durch den Wärmetransport Q_{ges} zwischen der Partikel und der Umgebung. Die Temperatur T_p kann – unter der Annahme homogener Temperaturverteilung innerhalb der Partikel – über die Energiebilanz $Q_{ges} = m_p c_{p,p} \frac{dT_p}{dt}$ berechnet werden. Hierbei ist m_p die Masse und $c_{p,p}$ die spezifische Wärmekapazität der Partikel. Der Wärmetransport Q_{ges} setzt sich aus einem diffusiven und konvektiven Wärmetransport $Q_{d,k}$ sowie aus einem durch Strahlung induzierten Wärmetransport Q_r zusammen. Dies liefert insgesamt die in der Literatur vielfach verwendete Differenzialgleichung (Matveev und Serbin 2007; Dewangan et al. 2020; Wang et al. 2021):

$$Q_{ges} = Q_{d,k} + Q_r = hA_p(T_\infty - T_p) + \epsilon_p A_p \sigma_{st} (\theta_r^4 - T_p^4) = m_p c_p \frac{dT_p}{dt}. \quad (4-4)$$

Hierbei sind h der Wärmeübergangskoeffizient des diffusiven und konvektiven Wärmetransports $Q_{d,k}$, T_∞ die Fluidtemperatur und A_p die Oberfläche der Partikel. Der strahlungsinduzierte Wärmetransport Q_r ergibt sich aus dem Emissionsgrad ϵ_p , der Stefan-Boltzmann-Konstante σ_{st} , der einfallenden Strahlung I_r und der Strahlungstemperatur $\theta_r = \left(\frac{I_r}{4 \cdot \sigma_{st}}\right)^{0,25}$. Die Lösung der Differenzialgleichung liefert die Partikeltemperatur zum Zeitpunkt $t + \Delta t$, sofern die Temperatur zum Zeitpunkt t bekannt ist:

$$T_p(t + \Delta t) = K1 + [T_p(t) - K1]e^{-K2\Delta t}, \text{ mit} \quad (4-5)$$

$$K1 = \frac{hT_\infty + \epsilon_p \sigma_{st} \theta_r^4}{h + \epsilon_p \sigma_{st} T_p^3(t)} \text{ und } K2 = \frac{A_p (h + \epsilon_p \sigma_{st} T_p^3(t))}{m_p c_{p,p}}.$$

Die Verteilung der Strahlung I_r innerhalb der Strömungsregion wird über die diskrete Ordinatenmethode (Ordinaten: „S4“ nach Lathrop und Carlson (1964)) berechnet. Da der geringe Einfluss der Strahlung auf die Partikeltemperatur in Kapitel 4.5.3 belegt wird, wird auf eine ausführlichere Darstellung der Details an dieser Stelle verzichtet. Weitere Informationen sind den Arbeiten von Siegel und Howell (1992) und Modest (2003) zu entnehmen.

Die Größen h , T_∞ , ϵ_p , θ_r , A_p , m_p und $c_{p,p}$ sind im Zeitintervall Δt konstant werden mit jedem Zeitschritt aktualisiert. Der Wärmeübergangskoeffizient h kann über die Korr. nach Ranz und Marshall (1952) ermittelt werden:

$$\frac{hd_p}{\lambda_f} = 2,0 + 0,6 \cdot Re_{p,s}^{1/2} \cdot (c_{p,f} \cdot \mu_f / \lambda_f)^{1/3}. \quad (4-6)$$

Hierbei sind $c_{p,f}$ die spezifische Wärmekapazität und λ_f die thermische Wärmeleitfähigkeit des Fluids. Für die Dauer Δt wird jener Wert zur Berechnung der Partikelkinematik übernommen, da in weiteren Studien feinerer Diskretisierung kein Einfluss auf die Partikelerhitzung identifiziert werden kann.

Werden die Partikeln soweit erhitzt, dass die Temperatur zum Aufschmelzen der Partikeln führt, so muss den Partikeln zusätzlich Energie (Schmelzenthalpie E_{sch}) für den Phasenübergang zugeführt werden. Diese Arbeit bezieht sich auf Partikeln aus AlSi10Mg. Dieses Material weist eine Liquidus-Temperatur $T_{liquidus}$ und eine Solidus-Temperatur $T_{solidus}$ auf, zwischen denen das Material vom vollständig festen in den vollständige schmelzförmigen Zustand wechselt. Die aufzubringende Schmelzenthalpie E_{sch} wird im Simulationsmodell mit Hilfe der Methode der scheinbaren Wärmekapazität berücksichtigt. Bei dieser Methode wird die Wärmekapazität im Temperaturbereich $T_{solidus} < T_p < T_{liquidus}$ durch die Schmelzenthalpie E_{sch} erhöht, was zur modifizierten Wärmekapazität

$$c_{p,mod} = \frac{\int_{T_{solidus}}^{T_{liquidus}} c_p(T_p) dT_p + E_{sch}}{T_{liquidus} - T_{solidus}} \quad (4-7)$$

führt. Weitere Informationen sind der Arbeit von Hu und Argyropoulos (1996) zu entnehmen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Materialdaten sind in Tabelle 8 aufgelistet.

Tabelle 8: Materialdaten AlSi10Mg (T_p in [K])

Eigenschaft		Quelle
Spez. Wärmekapazität $c_{p,p} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$	$0,45 \cdot T_p + 839,47$	(Sydorenko 2009), linear Interpoliert
Liquidus-Temperatur $T_{liquidus}$ [K]	867	(Mills 2002)
Solidus-Temperatur $T_{solidus}$ [K]	831	(Mills 2002)
Schmelzenthalpie E_{sch} [J/kg]	423000	(Mills 2002)
Dichte ρ_p [kg/m ³]	2670	(Mills 2002)
Emissionsgrad ϵ_p	0,7	(Mills 2002)
Thermische Leitfähigkeit $\lambda_s \left[\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right]$	237	(Zhang und Li 2023)

Die Gl. (4-4) gilt unter der Annahme homogener Temperaturverteilungen innerhalb der Partikel. Diese Annahme ist bei einem geringen Verhältnis aus Wärmewiderstand der Partikel zum Wärmeübergangswiderstand des umgebenen Fluids korrekt. Dieses Verhältnis wird über die Biot-Zahl $Bi = \frac{hd_p}{\lambda_s}$ bestimmt, sodass das Temperaturniveau innerhalb der Partikel für $Bi \ll 1$

als konstant angenommen werden kann. Die maximale Biot-Zahl ergibt sich in dieser Arbeit für $Re_{p,s} \approx 40$ und $d_p = 40 \mu\text{m}$ bei einer Fluidtemperatur von $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ und $T_p = 21 \text{ }^\circ\text{C}$ zu $Bi = 0,0012 \ll 1$. Die Annahme homogener Temperaturverteilung innerhalb der Partikel ist daher mit Blick auf den diffusiven und konvektiven Wärmetransport korrekt. Da der strahlungsinduzierte Wärmetransport bei gleichen Bedingungen und $\theta_r = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ um das ca. 40-Fache geringer als der Wärmetransport durch das Fluid ist, gilt diese Aussage ebenfalls unter Berücksichtigung der Wärmestrahlung.

4.2.3 Partikel-Wand-Kollision

In diesem Kapitel wird die Modellierung der Partikel-Wand-Kollision dargestellt. Hierzu wird zunächst der Kollisionsprozess zwischen einer Partikel und einer planaren Wand betrachtet. Der Einfluss der Wandrauheit auf eine Partikel-Gas-Strömung wurde bereits in mehreren Arbeiten belegt. In den Experimenten von Sommerfeld und Kussin (2004) und in Simulationen von Mallouppas und van Wachem (2013) zeigte sich die Tendenz, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Partikeln in einer Kanalströmung in Wandnähe durch die Wandrauheit reduziert ist. Mallouppas und van Wachem führten diese Beobachtung auf durch die Wandrauheit erhöhte Winkel der Partikeln nach einer Partikel-Wand-Kollision zurück. In den Arbeiten von Kussin und Sommerfeld (2002) und Sommerfeld (2003) wurde beobachtet, dass die mittlere axiale Partikelgeschwindigkeit durch die Wandrauheit eines Strömungskanals reduziert wird. Dies ist in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Experimente dieser Arbeit in Kapitel 3.3.3, bei denen breit gestreute Partikeln eine geringere Axialgeschwindigkeit aufweisen als die fokussierten Partikeln. Da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Partikeln im Rohr von der Wandrauheit abhängig ist, ist eine Validierung des Simulationsmodells und eine Analyse des Verfahrens nur unter Berücksichtigung der Wandrauheit im Simulationsmodell möglich. Daher wird in diesem Kapitel ein statistisches Verfahren kalibriert, mit welchem der Einfluss der Wandrauheit auf den Kollisionsprozess mit einbezogen werden kann. Dies beinhaltet außerdem die messtechnische Bestimmung nötiger Kollisionsparameter.

Modellierung der Partikel-Wand-Kollision

Die Partikeleigenschaften vor und nach der Kollision mit einer planaren Wand sind in Abbildung 71 zu sehen. Hierbei ist $\alpha_{w,1}$ der Einfallswinkel und $\alpha_{w,2}$ der Ausfallswinkel zwischen der Partikeltrajektorie und der Wand. Die Partikeleigenschaften nach der Kollision können mit den Eigenschaften vor der Kollision über Gl. in Beziehung zueinander gesetzt werden. Die Gl. für eine gleitende und eine nicht gleitende Partikel-Kollision mit einer planaren Wand können aus Impulsgleichung und dem Coulombschen Gesetz der Reibung hergeleitet werden (Tsuji et al. 1987; Sommerfeld 1992).

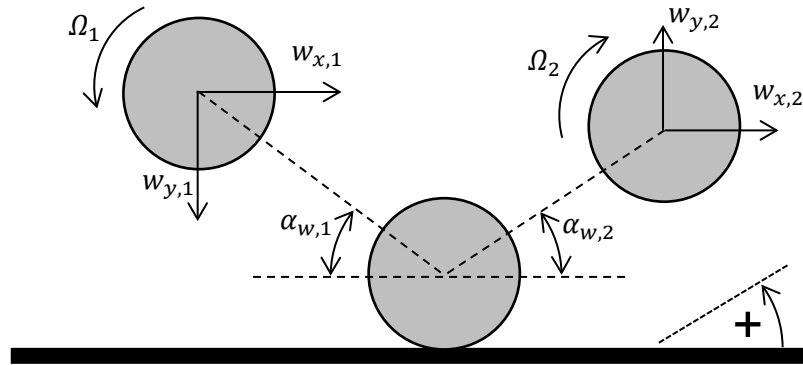


Abbildung 71: Definition der Partikeleigenschaften vor und nach der Kollision mit einer planaren Wand

Die Bedingungen für eine nicht gleitende Kollision ergibt sich aus

$$\left| w_{x,1} - \frac{d_p}{2} \Omega_1 \right| \leq \frac{7}{2} \mu_0 (1 + e_{st}) w_{y,1}. \quad (4-8)$$

Hierbei ist μ_0 der statische Reibungskoeffizient und e_{st} der Stoßkoeffizient. Für eine Kollision ohne Gleiten ergeben sich die Partikelgeschwindigkeiten aus

$$w_{x,2} = \frac{1}{7} (5w_{x,1} + d_p \Omega_1), w_{y,2} = -e_{st} w_{y,1}, \Omega_2 = 2 \frac{w_{x,2}}{d_p} \quad (4-9)$$

und für eine Kollision mit Gleiten aus

$$\begin{aligned} w_{x,2} &= w_{x,1} - \mu_d (1 + e_{st}) \varepsilon_0 w_{y,1}, \\ w_{y,2} &= -e_{st} \cdot w_{y,1}, \Omega_2 = \Omega_1 + 5\mu_d (1 + e_{st}) \varepsilon_0 \frac{w_{y,1}}{d_p}, \end{aligned} \quad (4-10)$$

mit dem dynamischen Reibungskoeffizienten μ_d und $\varepsilon_0 = \text{sign}(w_{x,1} - d_p \Omega_1 / 2)$.

Der Einfluss der Wandrauheit resultiert daraus, dass der Einfallswinkel $\alpha_{w,1}$ mit einem zufälligen Winkel der Wand durch Rauheit überlagert wird. In der Arbeit von Sommerfeld und Huber (1995) wurde vorgeschlagen, diesen Effekt über $\alpha'_{w,1} = \alpha_{w,1} + \gamma$ zu modellieren. Hierbei ist γ eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung $\Delta\gamma$, welche aus der Oberflächenstruktur der Wand und der Partikelgröße resultiert. In diesem Ansatz wird jedoch nicht der in mehreren Arbeiten (Sommerfeld 1996; Sommerfeld und Zivkovic 1992) identifizierte „Schatten-Effekt“ berücksichtigt. Dieser Effekt beinhaltet, dass die Wahrscheinlichkeit, eine Oberflächenstruktur zu treffen, vom Oberflächenwinkel γ abhängig ist. Für $\alpha_{w,1} > \gamma$ ist die Kollisionswahrscheinlichkeit 0 und mit steigendem Wandwinkel γ steigt die Wahrscheinlichkeit einer Kollision. Zur Berücksichtigung dieses Effektes, wurde in der Arbeit

von Sommerfeld und Huber (1999) die Verteilungsfunktion $P_{eff}(\alpha_{w,1}, \Delta\gamma, \gamma)$ des Wandwinkels γ vorgeschlagen:

$$P_{eff}(\alpha_{w,1}, \Delta\gamma, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\gamma^2}} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\Delta\gamma^2}\right) \cdot \frac{\sin(\alpha_{w,1} + \gamma)}{\sin(\alpha_{w,1})}. \quad (4-11)$$

In Abbildung 72 (oben) ist die Oberflächenkontur der Rohrwandung des Versuchsstands zu sehen. Der mittlere Wandwinkel der Oberflächenkontur in Oberflächenabschnitten der Breite $30 \mu\text{m}$ (ungefähre Partikelgröße dieser Arbeit) ergibt die in Abbildung 72 (unten) dargestellte rel. Häufigkeitsverteilung. Diese Verteilung kann über $P_{eff}(\alpha_{w,1} = 90^\circ, \Delta\gamma = 4,6^\circ, \gamma)$ adäquat abgebildet werden, da der „Schatten-Effekt“ für $\alpha_{w,1} = 90^\circ$ nicht vorhanden ist. Die Breite der Verteilung verdeutlicht, dass die Wandrauheit in den Simulationen dieser Arbeit berücksichtigt werden muss. Für $\alpha_{w,1} = 5^\circ$ ist P_{eff} exemplarisch dargestellt. P_{eff} ist in diesem Fall aufgrund des „Schatten-Effektes“ zu positiven Wandwinkeln verschoben.

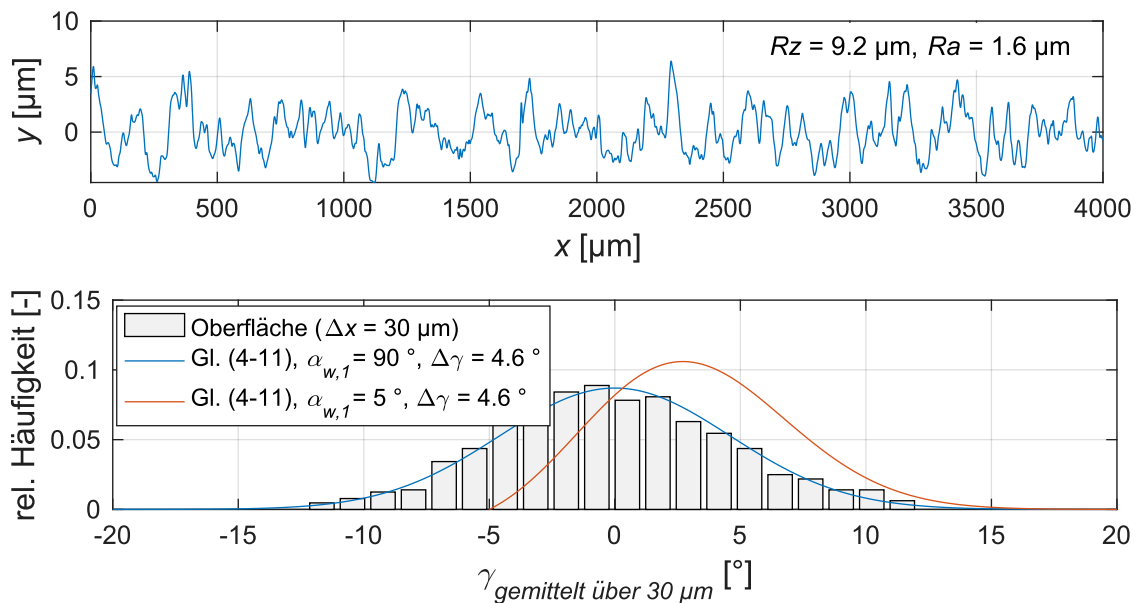


Abbildung 72: Oberflächenmessung nach DIN 4768 (oben) und rel. Häufigkeit der Rauheitswinkel $\gamma_{\text{gemittelt über } 30 \mu\text{m}}$ (unten)

Die Kollision einer Partikel mit einer nicht planaren Wand kann dazu führen, dass der Ausfallswinkel nach der Kollision ($\alpha_{w,2}^+$) nicht positiv ist, sodass sich die Partikel nach der Kollision weiter zur Wand hin bewegt und eine weitere Partikel-Wand-Kollision folgt. Diese Situation ist in Abbildung 73 (links) dargestellt. Diese Problematik lösten die Autoren Sommerfeld und Huber (1999) durch Wiederholen der zufälligen Auswahl eines Wandwinkels, bis sich nach der Kollision $\alpha_{w,2} > 0$ ergibt. Nicht berücksichtigt wird bei diesem Verfahren, dass eine mehrfache Kollision ebenfalls möglich ist, wenn der Ausfallswinkel $\alpha_{w,2}^+$ nach der ersten Kollision positiv ist. Diese Situation ist in Abbildung 73 (rechts) illustriert.

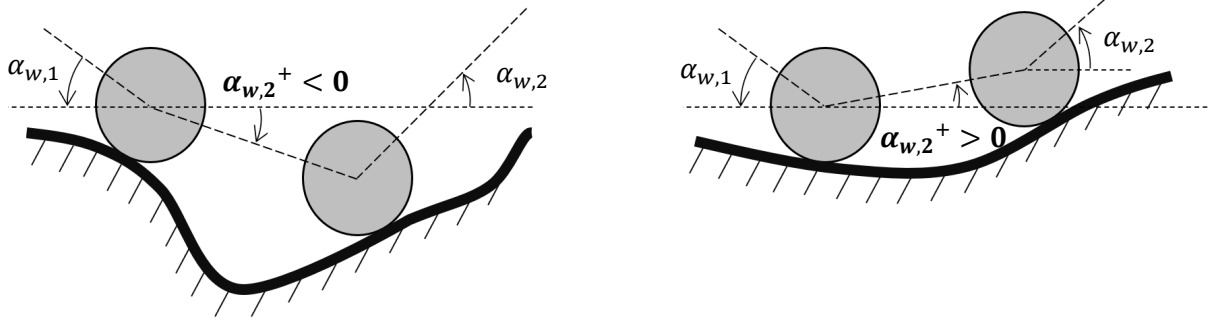


Abbildung 73: Illustration der multiplen Partikel-Wand-Stöße, a) Partikel bewegt sich nach erstem Stoß weiter in Richtung Wand ($\alpha_{w,2}^+ < 0$), b) Partikel bewegt sich nach erstem Stoß weg von der Wand ($\alpha_{w,2}^+ > 0$)

Ein Kollisionsmodell, welches mehrfache Kollisionen im Fall von $\alpha_{w,2}^+ < 0$ und $\alpha_{w,2}^+ > 0$ beinhaltet, wurde von Konan et al. (2009) vorgestellt. Gemäß dieses Modells ist die Wahrscheinlichkeit P^* für nur eine Kollision:

$$P^* = \begin{cases} \tanh\left(\psi \frac{\alpha_{w,2}^+}{\Delta\gamma}\right) & \text{wenn } \alpha_{w,2}^+ > 0 \\ 0 & \text{wenn } \alpha_{w,2}^+ < 0 \end{cases} \quad (4-12)$$

mit $\psi = 1,5$.

Für die vorliegende Problematik wird die Anwendbarkeit der Gl. (4-12) mittels zweidimensionaler Simulationen überprüft. In diesen Simulationen bewegen sich Kreise – repräsentativ für Partikeln mit $d_p = 30 \mu\text{m}$ – unter dem Einfallswinkel $\alpha_{w,1}$ in Richtung des gemessenen Oberflächenprofils (Abbildung 72, oben), was schließlich zu einer Kollision führt. Hierbei wird vereinfachend ein elastischer Stoß mit $\mu_0 = \mu_d = \omega_{p1} = 0$ und $e_{st} = 1$ angenommen, was zu der Beziehung $\alpha_{w,2}^+ = \alpha_{w,1} + 2\gamma$ führt. Der Anteil an Kreisen, bei denen nach der Kollision kein erneuter Kontakt mit dem Oberflächenprofil resultiert, entspricht der Wahrscheinlichkeit P^* . Zur Ermittlung von P^* über Gl. (4-12) wird $\Delta\gamma = 4,6^\circ$ gewählt (vgl. Abbildung 72, unten). Der Vergleich zwischen der empirisch bestimmten Wahrscheinlichkeit und der über Gl. (4-12) bestimmten Wahrscheinlichkeit zeigt in Abbildung 74, dass die Wahrscheinlichkeit P^* über Gl. (4-12) adäquat approximiert wird.

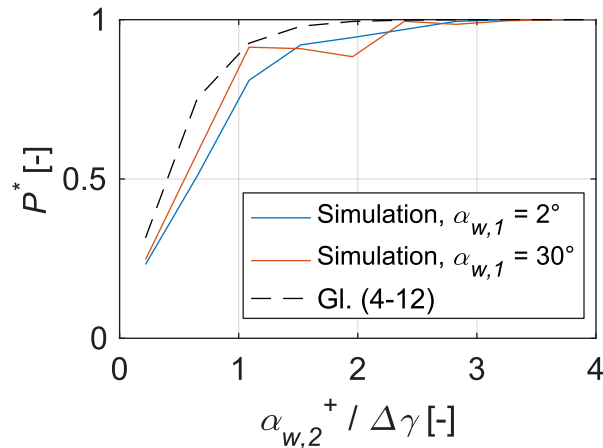


Abbildung 74: Validierung der Gl. (4-12)

Zur Simulation einer Partikel-Wand-Kollision wird in dieser Arbeit die von Konan et al. (2009) empfohlene Prozedur angewandt. Diese besteht aus mehreren Schritten:

1. Ziehung eines zufälligen Wandwinkels γ über Gl. (4-11) $\rightarrow \gamma$
2. Ermittlung der Partikelgeschwindigkeiten nach der Kollision mit einer planaren Wand im Winkel von γ über die Gl. (4-8), (4-9) und (4-10) $\rightarrow w_{x,2}, w_{y,2}, \Omega_2, \alpha_2^+$
3. Mehrfache Wandkollision:
 - a. Falls $\alpha_{w,2}^+ < 0$ (Situation in Abbildung 73 links dargestellt):
Wiederholen der Schritte 1 und 2.
 - b. Falls $\alpha_{w,2}^+ > 0$: (Situation in Abbildung 73 rechts dargestellt):
Ziehung einer Zufallszahl $s_{wk} \in [0,1]$ aus einer Gleichverteilung:
 - i. Falls $s_{wk} \in [P^*, 1]$: Wiederholen der Schritte 1 und 2.
 - ii. Falls $s_{wk} \in [0, P^*]$: Der Kollisionsprozess ist abgeschlossen.

Messtechnische Bestimmung von $e_{st}(\alpha_{w,1})$, $\mu(\alpha_{w,1})$ und $\Delta\gamma$

Zur Lösung der Gl. (4-8), (4-9) und (4-10) werden der Reibungskoeffizient und der Stoßkoeffizient benötigt. Zur messtechnischen Bestimmung dieser Größen wird ein von Sommerfeld und Huber (1999) vorgeschlagenes Verfahren verwendet. Dieses Verfahren beinhaltet außerdem die Bestimmung der effektiven Standardabweichung der Oberflächenwinkel $\Delta\gamma$ auf Basis von realen Partikel-Wand Kollisionen. Dies ist relevant, da der Kollisionsprozess neben der Wandrauheit von der Partikelmorphologie abhängig ist (Sommerfeld und Huber 1999). Die Bestimmung von $\Delta\gamma$ auf Grundlage von messtechnisch erfassten Partikel-Wand-Kollisionen beinhaltet daher zusätzlich den Effekt der Partikelform, während die Bestimmung von $\Delta\gamma$ auf Basis einer Oberflächenmessung (siehe Abbildung 72, unten) nur die Wandrauheit berücksichtigt.

Sommerfeld und Huber (1999) leiteten den mittleren Stoßkoeffizienten, in Abhängigkeit des Einfallswinkels $\alpha_{w,1}$ her:

$$e_{st}(\alpha_{w,1}) = \frac{\sin(\alpha_{w,2} - \bar{\gamma}_{eff}(\Delta\gamma, \alpha_{w,1})) |w_{x,2}|}{\sin(\alpha_{w,1} + \bar{\gamma}_{eff}(\Delta\gamma, \alpha_{w,1})) |w_{x,1}|} \quad (4-13)$$

Hierbei ist $\bar{\gamma}_{eff}$ der effektive Wandwinkel, welcher sich aus

$$\bar{\gamma}_{eff}(\Delta\gamma, \alpha_{w,1}) = \int_{\alpha_{w,1}}^{\infty} \gamma P_{eff}(\alpha_{w,1}, \Delta\gamma, \gamma) d\gamma \quad (4-14)$$

ergibt. Die Autoren leiteten außerdem einen Ausdruck für den Reibungskoeffizienten μ' ab, wobei nicht zwischen dem statischen und dem dynamischen Reibungskoeffizienten unterschieden wird:

$$\mu'(\alpha_{w,1}) = \frac{|w_{x,2} - w_{x,1}|}{(1 + e_{st}(\alpha_{w,1}))w_{y,1}} \quad (4-15)$$

Das Verfahren zur Bestimmung der Größen $e_{st}(\alpha_{w,1})$, $\mu'(\alpha_{w,1})$ und $\Delta\gamma$ ist in Abbildung 75 dargestellt. Dabei werden die gesuchten Größen aus messtechnisch bestimmten Partikelgeschwindigkeiten sowie Ein- und Ausfallswinkel vor und nach der Kollision mit einer Wand ermittelt. Es basiert auf der Annahme, dass der Stoßkoeffizient für kleine Einfallswinkel zu 1 wird, da die Partikelgeschwindigkeit normal zur Wand für $\alpha_{w,1} \rightarrow 0^\circ$ klein ist und der Partikelimpuls normal zur Wand daher nicht durch plastische Verformungen verringert wird. Damit lässt sich über Gl. (4-13) der effektive Wandwinkel $\bar{\gamma}_{eff}(\alpha_{w,1} = 4,6^\circ)$ bestimmen, was über die Gl. (4-11) und (4-14) zur gesuchten Größe $\Delta\gamma$ führt. Anschließend werden die Größen $e_{st}(\alpha_{w,1})$ und $\mu'(\alpha_{w,1})$ über die Gl. (4-13) und (4-15) für beliebige Einfallswinkel $\alpha_{w,1}$ aus den gemessenen Partikelgeschwindigkeiten berechnet.

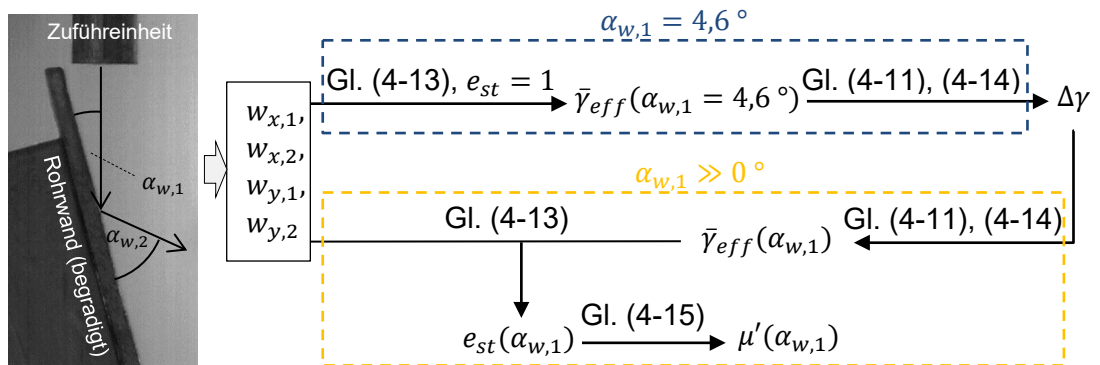


Abbildung 75: Prozedur zur Bestimmung der Partikel-Wand-Kollisionsparameter

Multiple Partikel-Wand-Kollisionen werden bei diesem Verfahren vernachlässigt. Die Wahrscheinlichkeit einer multiplen Partikel-Wand-Kollision wird daher mit den zuvor auf Seite 113 beschriebenen Simulationen zur Überprüfung der Gl. (4-12) empirisch für zehn gleichmäßig verteilte Einfallswinkel $\alpha_{w,1}$ zwischen $4,6^\circ$ und $28,9^\circ$ ermittelt. Die größte Wahrscheinlichkeit für eine multiple Partikel-Wand-Kollision ergibt sich dabei zu 5 %. Die Vernachlässigung multipler Partikel-Wand-Kollisionen ist daher in Bezug auf die Prozedur zur Bestimmung der Partikel-Wand-Kollisionsparameter angemessen.

Zur messtechnischen Erfassung der Partikeleigenschaften vor und nach der Kollision wird das bereits in Kapitel 3.3 vorgestellte dynamische Messverfahren auf Basis des Verfahrens 2 angewandt. Die Partikeln werden mit Hilfe der Zuführeinheit (siehe Abbildung 33) definiert in Richtung einer Wand beschleunigt. Als Wand dient bei dem Versuchsaufbau ein begradigter Abschnitt des Kapillarrohres, welcher entsprechend des jeweiligen Einfallswinkels $\alpha_{w,1}$ zur Zuführeinheit geneigt ist. Die Wandrauheit ist durch die Begradigung des Rohrabschnittes unverändert.

Die Partikeleigenschaften bei einer Partikel-Wand-Kollision werden für $\alpha_{w,1} = 4,6^\circ$, $15,4^\circ$ und $28,9^\circ$ messtechnisch erfasst. Die Ein- bzw. Ausfallswinkel individueller Partikeln sind in Abbildung 76 dargestellt. Im Vergleich zu den Einfallswinkeln $\alpha_{w,1}$ ist eine große Streuung der Ausfallswinkel $\alpha_{w,2}$ zu sehen. Dies ist auf die Wandrauheit und die nicht ideal sphärische Partikelform zurückzuführen.

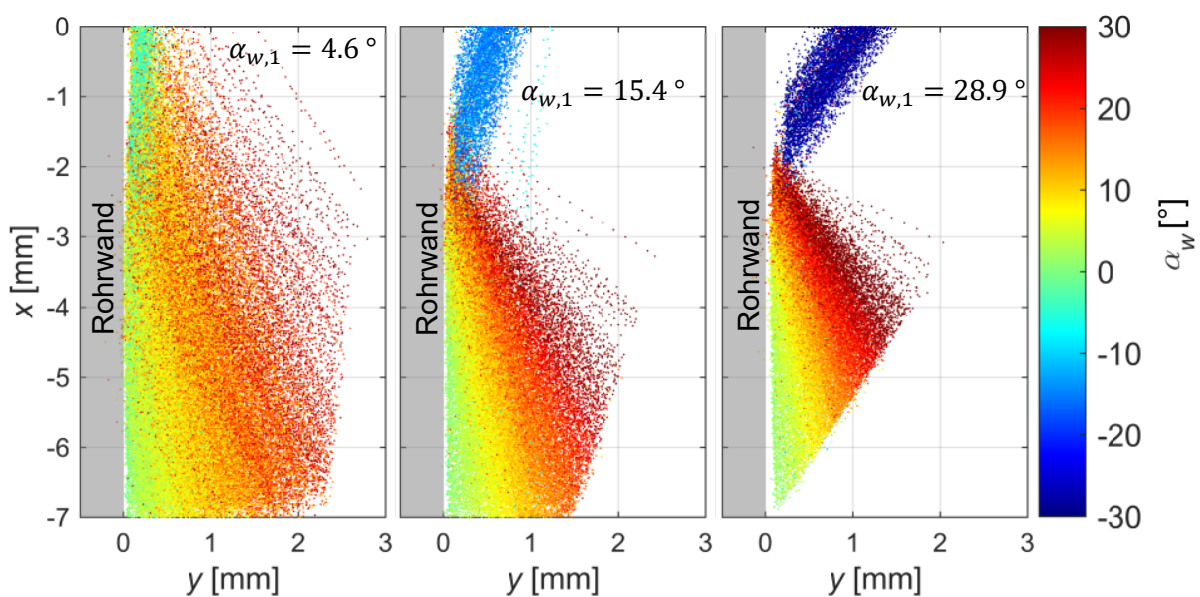


Abbildung 76: Messtechnisch erfasste Partikeleigenschaften bei einer Partikel-Wand-Kollision

Die Partikel verlassen die Zuführeinheit in einem Bereich von ca. 1 mm. Mit steigendem (fallendem) Einfallswinkel reduziert (erhöht) sich daher der Bereich der Partikel-Wand-Kollisionen. Zum einen ist zu prüfen, ob sich die Partikelgeschwindigkeiten oder Eintrittswinkel durch die translatorische Bewegung in Wandnähe bis zur Kollision verändern. In Abbildung 77 sind die Eintrittsgeschwindigkeiten und -winkel im Messgebiet für die Messung mit dem größten Kollisionsbereich ($\alpha_{w,1} = 4,6^\circ$) dargestellt. Eine systematische Veränderung der Geschwindigkeiten und Winkel bis zur Kollision ist nicht festzustellen.

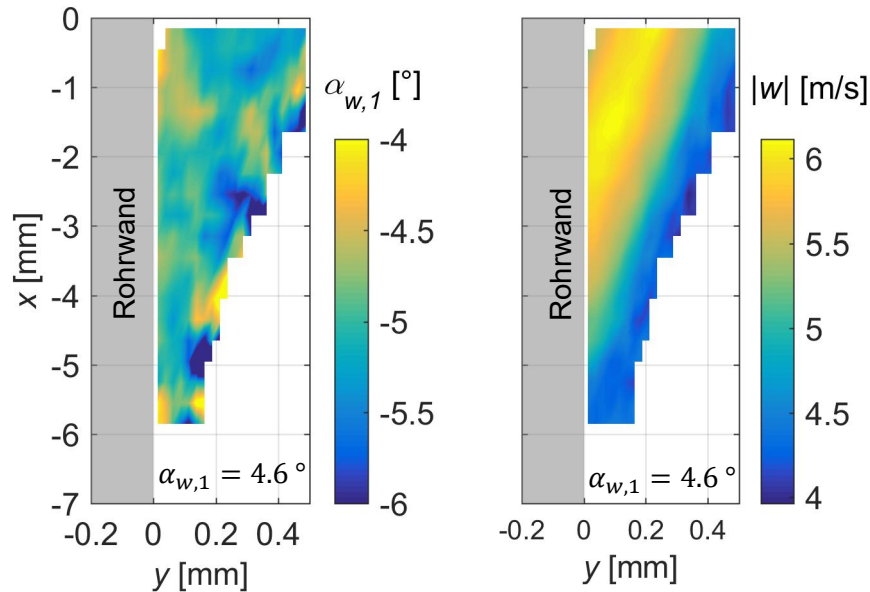


Abbildung 77: Einfallswinkel und -geschwindigkeit individueller Partikel ($\alpha_{w,1} = 4,6^\circ$) im Messgebiet

Zum anderen ist zu prüfen, wie stark sich die Partikelgeschwindigkeiten nach einer Kollision im Messgebiet ändern. Für die Messung mit dem geringsten Kollisionsbereich ($\alpha_1 = 28,9^\circ$) wird zur Approximation ein Kollisionspunkt mit $X_{x,k} = 0$ mm und $X_{y,k} = -2$ mm definiert. In Abhängigkeit der Distanz zum Kollisionspunkt und dem Ausfallswinkel α_2 ist die Abweichung zwischen der Partikelgeschwindigkeit im Messgebiet und der durch das dynamische Messverfahren berechneten mittleren Austrittsgeschwindigkeit in Abbildung 78 dargestellt. Die Abweichung liegt im Wesentlichen unterhalb von ca. 5 %. Daher ist die Ermittlung der Austrittsgeschwindigkeiten über das dynamische Messverfahren auf Basis des Verfahrens 2 zulässig.

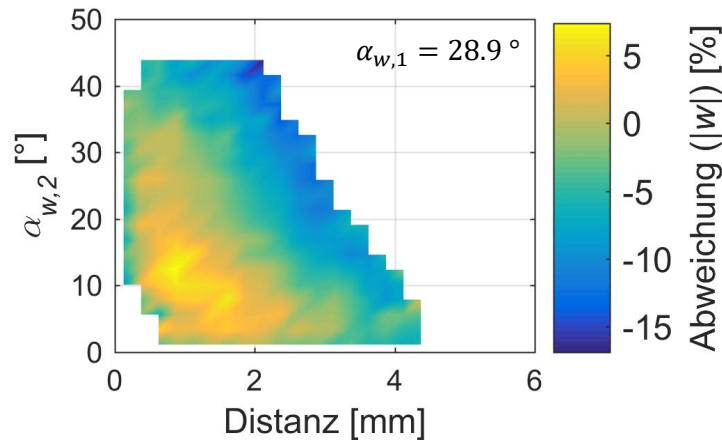


Abbildung 78: Abweichung zwischen der mittleren Austrittsgeschwindigkeit und der Austrittsgeschwindigkeit individueller Partikel

Die kalkulierten Größen für das Wand-Kollisionsmodell sind in Tabelle 9 zusammengetragen. Die effektive Standardabweichung der Oberflächenwinkel $\Delta\gamma$ ($4,9^\circ$) ist mit der Standardabweichung der Oberflächenwinkel des Oberflächenprofils ($4,6^\circ$, siehe Abbildung 72, unten) vergleichbar, jedoch aufgrund der nicht ideal sphärischen Partikelform etwas größer. Das Verhältnis $\left|\frac{w_{y,2}}{w_{y,1}}\right|$ ist für kleine Einfallswinkel größer als 1, weil die Wandrauheit mit einem positiven, effektiven Wandwinkel $\bar{\gamma}_{eff}$ bei einer Kollision im Mittel zu einer Zunahme von w_y führt. Vergleichbare Ergebnisse sind in früheren Arbeiten von Sommerfeld und Huber (Sommerfeld und Huber 1995, 1999) zu finden. Bei der Verwendung des Wand-Kollisions-Modells werden die Werte von $e_{st}(\alpha_{w,1})$ und $\mu(\alpha_{w,1})$ für beliebige Einfallswinkel $4,6^\circ \leq \alpha_{w,1} \leq 28,9^\circ$ linear interpoliert. Außerdem gilt: $e_{st}(\alpha_{w,1} < 4,6^\circ) = e_{st}(4,6^\circ)$; $\mu'(\alpha_{w,1} < 4,6^\circ) = \mu'(4,6^\circ)$; $e_{st}(\alpha_{w,1} > 28,9^\circ) = e_{st}(28,9^\circ)$; $\mu'(\alpha_{w,1} > 28,9^\circ) = \mu'(28,9^\circ)$.

Tabelle 9: Bedingungen und Größen des Wand-Kollisions-Modells ($\Delta\gamma = 4,9^\circ$)

$\alpha_{w,1} [^\circ]$	$w_1 [m/s]$	$ w_{x,2}/w_{x,1} $	$ w_{y,2}/w_{y,1} $	$\bar{\gamma}_{eff}(\alpha_{w,1})$	$e_{st}(\alpha_{w,1})$	$\mu'(\alpha_{w,1})$
4,6	5,35	0,83	2,51	3,8	0,91	1,09
15,4	5,35	0,80	0,88	1,49	0,69	0,42
28,9	5,35	0,78	0,43	0,76	0,41	0,29

4.3 Validierung des Simulationsmodells

4.3.1 Prozedur zur Validierung des Simulationsmodells

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Prozedur zur Validierung des Simulationsmodells entwickelt. Ziel der Validierung ist, die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 3.3 mit dem Simulationsmodell auf Basis des Euler-Lagrange-Verfahrens zu reproduzieren. Zu Beginn wird ein

Überblick über die Beziehungen zwischen realer (H_R), gemessener (H_P) und simulierter (H_S) Häufigkeitsverteilung der Partikeln gegeben. Hieraus wird anschließend eine Prozedur zur Validierung abgeleitet.

In den folgenden Betrachtungen sind die Partikeln an den Rohrausgängen des Versuchsstands rotationssymmetrisch über den Querschnitt des Kapillarrohres verteilt und weisen eine Geschwindigkeit w_{ax} in axialer Richtung auf¹⁶. Die Partikelgeschwindigkeit in tangentialer Richtung wird in dieser Arbeit vernachlässigt und die Berücksichtigung der Partikelgeschwindigkeit in radialer Richtung wird im nächsten Kapitel 4.3.2 separat erläutert. Die reale Partikelverteilung H_R am Rohrausgang ist in den folgenden Betrachtungen somit eine Funktion von der axialen Partikelgeschwindigkeit w_{ax} und der radialen Position r . Der exemplarische Fall einer konstanten Häufigkeitsverteilung $H_R(r, w_{ax})$ ist in Abbildung 79 illustriert.

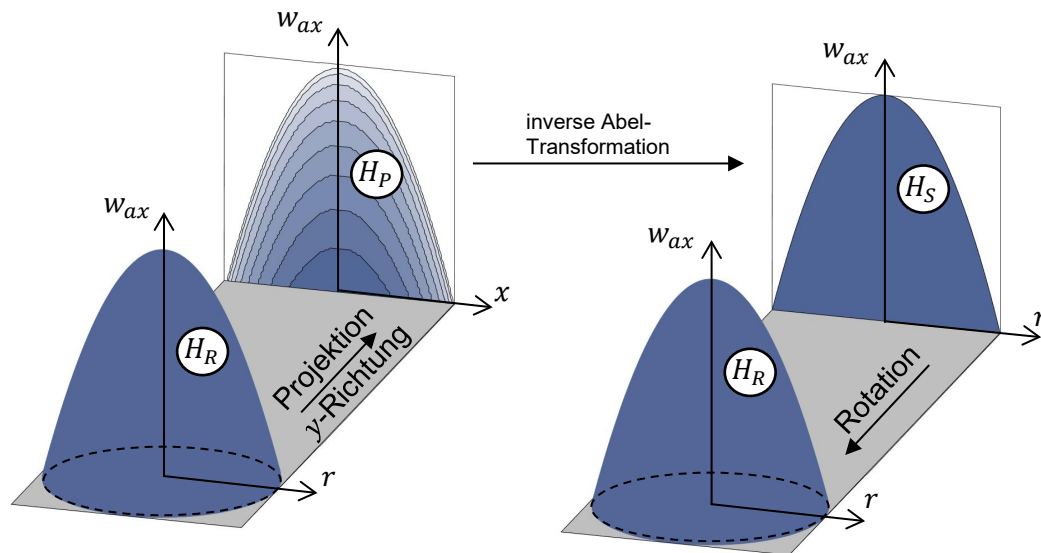


Abbildung 79: Beziehungen zwischen realer, gemessener und simulierter Häufigkeitsverteilung bei exemplarisch homogener Partikelverteilung H_R

Die gemessenen Partikeleigenschaften auf Basis der Partikelschattenmessung (siehe Abbildung 38) entsprechen der Projektion der Partikeleigenschaften am Versuchsstand. Die zweidimensionale Häufigkeitsverteilung $H_P(x, w_{ax})$ ist daher die in Projektionsrichtung y integrierte Häufigkeitsverteilung von $H_R(r, w_{ax})$.

Das Euler-Lagrange-Verfahren basiert auf einer zweidimensionalen, rotationssymmetrischen Simulation. Die simulativ ermittelte Häufigkeitsverteilung $H_S(r, w_{ax})$ entspricht daher einer

¹⁶ Wie in Abbildung 107 und Abbildung 108 (Anhang) zu sehen, ist die Rotationssymmetrie in guter Näherung an MS2 gegeben. Die Rotationssymmetrie der Häufigkeitsverteilung an MS1 wird im folgenden Kapitel 4.3.2 in Abbildung 81 bewiesen.

„Schnittebene“ ($H_S(r, w_{ax})$) durch die dreidimensionale Häufigkeitsverteilung $H_R(r, w_{ax})$. Demzufolge führt eine Rotation der Häufigkeitsverteilung $H_S(r, w_{ax})$ zu der dreidimensionalen Häufigkeitsverteilung $H_R(r, w_{ax})$. Die Verknüpfung zwischen der gemessenen Häufigkeitsverteilung H_P und der simulativen Häufigkeitsverteilung H_S wird durch die inverse Abel-Transformation realisiert (Kolhe und Agrawal 2009):

$$H_S(r, w_{ax}) = -\frac{1}{\pi} \cdot \int_r^{\infty} \frac{dH_P(x, w_{ax})}{dx} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x^2 - r^2}}. \quad (4-16)$$

Zur numerischen Lösung von Gl. (4-16) wird die *Fourier Method* nach Pretzier (1991) und die Implementierung nach Killer (2016) verwendet. Hierbei wird die unbekannte Verteilung aus einer Reihe von Cosinus-Funktionen entwickelt.¹⁷

Aus den Beziehungen zwischen den Häufigkeitsverteilungen $H_r(r, w_{ax})$, $H_P(x, w_{ax})$ und $H_S(r, w_{ax})$ wird die in Abbildung 80 dargestellte Prozedur zur Validierung des Simulationsmo-

¹⁷ Die in 50 diskreten Abschnitten entlang des Rohrdurchmessers gemessenen Partikelhäufigkeiten werden durch einen kubischen Glättungs-Spline nach Reinsch (1967) mit einem Glättungsparameter p_{gl} von 0,999 interpoliert sowie abschließend mit der *Fourier Method* transformiert.

Zwecks Detailoptimierung werden dabei folgende Ansätze aus der Arbeit von Berghaus (2020) entnommen und in dieser Arbeit verwendet: Vor der inversen Abel-Transformation werden die Partikelhäufigkeiten um Nullen außerhalb des Rohrdurchmessers angereichert, um numerische Fehler bei der inversen Abel-Transformation zu vermeiden (Anzahl Cosinus-Funktionen bei der *Fourier Method*: 30). Falls die Partikelhäufigkeiten an der Position $X_{rad} > D/6$ 20 % des maximalen Wertes mit Position $X_{rad} < D/6$ nicht übersteigen, werden die Messwerte erneut mit $p_{gl} = 0,9999$ interpoliert, da die Partikel in diesem Fall nahe um das Rohrzentrum verteilt sind und die Interpolation durch $p_{gl} = 0,9999$ verbessert wird. Die Rotationsachse der Messwerte entspricht dabei dem Maximum der interpolierten Partikelhäufigkeit aller Partikel (maximale Partikelhäufigkeit im Rohrzentrum). Partikeln stark abweichender Positionen und Geschwindigkeiten werden aus dem Messdatensatz entfernt, da von einem Messfehler ausgegangen wird. Hierbei werden für jede Partikel die 200 größten Abweichungen – in Bezug auf Geschwindigkeit und Position – zur allen anderen Partikeln berechnet und anschließend zu einem Wert je Partikel gemittelt. Dieser gemittelte Wert je Partikel wird anschließend über alle Partikeln gemittelt. Übersteigt der gemittelte Wert je Partikel den über alle Partikeln gemittelten Wert um das Fünffache, so wird die jeweilige Partikel gelöscht (weniger als 1 % der Partikeln in dieser Arbeit).

dells hergeleitet. Zu Beginn wird die Häufigkeitsverteilung $H_P(x, w_{ax})$ an MS1 des Versuchstands gemessen. Anschließend liefert die inverse Abel-Transformation die Häufigkeitsverteilung $H_S(r, w_{ax})$ an der MS1, mit welcher die Start-Bedingungen für die Partikeltrajektorien in der Simulation festgelegt werden. Auf Basis des Euler-Lagrange-Verfahrens werden die Partikeltrajektorien im Kapillarrohr berechnet und anschließend zur entsprechenden Häufigkeitsverteilung $H_S(r)$ an MS2 zusammengefasst. Die Rotation der Häufigkeitsverteilung $H_S(r)$ liefert schließlich die simulativ ermittelte Häufigkeitsverteilung $H_R(r)$. Die numerische Projektion der Verteilung $H_R(r)$ ergibt danach die simulativ bestimmte Häufigkeitsverteilung $H_P(x)$ an Messtelle MS2. Die Häufigkeitsverteilungen werden experimentell mit Hilfe des dynamischen Messverfahrens (Kapitel 3.3) an MS2 bestimmt, was direkt zu der experimentell bestimmten, projizierten Häufigkeitsverteilung $H_P(x)$ an MS2 führt. Die Validierung beinhaltet schließlich den Vergleich der experimentell bestimmten Häufigkeitsverteilung $H_P(x)$ mit der simulativ berechneten Häufigkeitsverteilung $H_P(x)$ an Messtelle MS2. Hierbei werden die Anteile der Gruppe ① nach Gl. (3-12) auf Basis von X_x verglichen.

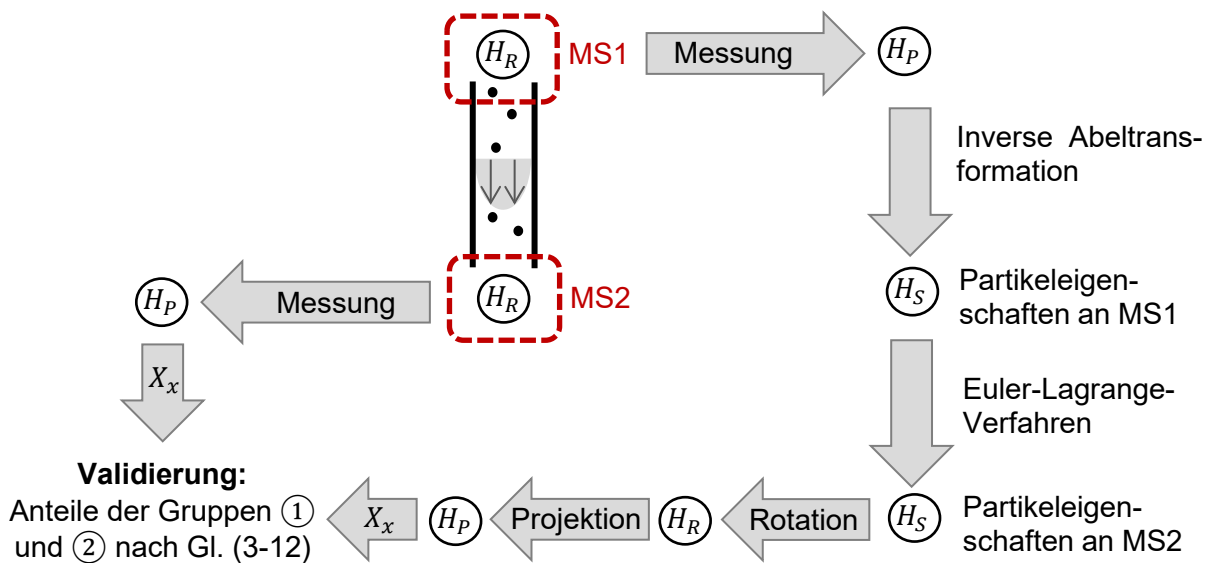


Abbildung 80: Prozedur zur Validierung des Simulationsmodells

4.3.2 Partikelstartbedingungen zur Validierung

Die zuvor beschriebene Prozedur zur Validierung setzt Informationen über Startbedingungen der Partikeln bei der Simulation von Partikeltrajektorien im Kapillarrohr voraus. Im Folgenden werden aus den messtechnisch bestimmten Partikeleigenschaften an der MS1 Startbedingungen für das Euler-Lagrange-Verfahren abgeleitet. Die Startbedingung werden durch die radiale Position $X_{rad,start}$, die axiale Geschwindigkeit $w_{ax,start}$, den Einfallswinkel $\alpha_{vel,start}$ und die Rotation Ω_{start} einer Partikel an MS1 definiert.

Die Partikeleigenschaften $X_{rad,start}$ und $w_{ax,start}$ werden aus der projizierten Häufigkeitsverteilung $H_P(w_{ax}, x)$ bestimmt. Hierbei wird der Geschwindigkeitsbereich zwischen der minimal und maximal gemessenen Geschwindigkeit w_{ax} gleichmäßig in n Geschwindigkeitsklassen diskretisiert. Anschließend wird die projizierte Häufigkeitsverteilung der Partikel einer Geschwindigkeitsklasse durch die weitere Diskretisierung der Position in m Klassen ermittelt. Die Abel-Transformation der Verteilungen jeder Geschwindigkeitsklasse führt schließlich zur diskreten, zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung $H_S(w_{ax}, r)$.

Die Abel-Transformation setzt Rotationsymmetrie voraus. Wie in Abbildung 81 zu sehen ist, weist die Häufigkeitsverteilung $H_P(w_{ax}, x)$ aus zwei 90° zueinander versetzten Projektionsrichtungen eine Achsensymmetrie auf. Die Voraussetzung einer Rotationsymmetrie ist dementsprechend an MS1 gegeben.

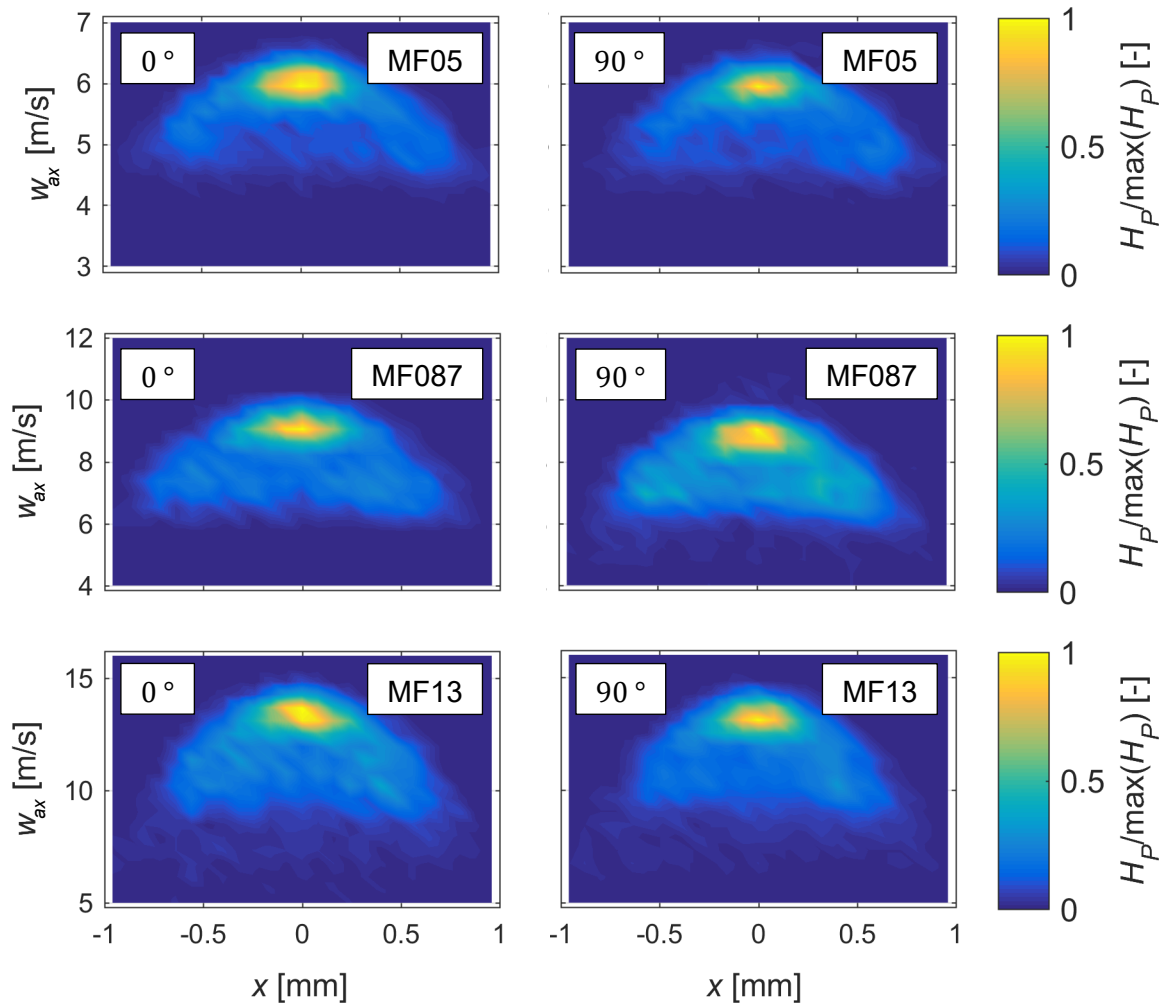


Abbildung 81: Normierte Häufigkeitsverteilungen $H_P(w_{ax}, x)$ an MS1, Links: Projektion in y-Richtung, Rechts: Projektion in 90° zur y-Richtung

Die Partikeleigenschaft $\alpha_{vel,start}$ gibt den Winkel zwischen $w_{ax,start}$ und $w_{rad,start}$ an. $w_{rad,start}$ ist nicht direkt über die Abel-Transformation aus den projizierten Messdaten an MS1 bestimmbar, da die radiale Geschwindigkeitskomponente teilweise in die Projektionsrichtung y weist. Demzufolge werden in der Projektion nur Geschwindigkeitskomponenten der Radialgeschwindigkeit senkrecht zur Projektionsrichtung erfasst. Dies ist in Abbildung 82 mit Hilfe eines Einheitsvektors $\vec{en}(x, y)$ der Länge 1 illustriert. Das Verhältnis χ aus der projizierten Vektorlänge $|\vec{en}_x(x, y)|$ zu der Vektorlänge $\vec{en}(x, y)$ beträgt im Bereich des Rohrzentrums ($x = 0$ mm) 0 und im äußeren Bereich 1.

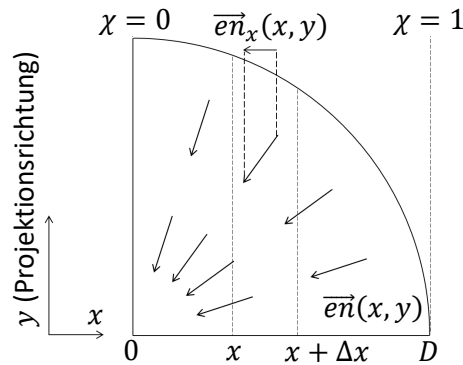


Abbildung 82: Projektion der radialen Partikelgeschwindigkeitskomponente

Das mittlere Verhältnis χ in diskreten Intervallen der Breite Δx an der Position x wird zur Korrektur der projizierten radialen Geschwindigkeitskomponenten für jede Geschwindigkeitsklasse von w_{ax} genutzt. Ausgehend vom Einheitsvektor $\vec{en}(x, y)$ wird für sechs Intervalle der Breite Δx an der Position x das Verhältnis $\chi(x)$ über

$$\chi(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\int_0^\infty |\vec{en}_x(x, y)| \cdot H_s(\sqrt{x^2 + y^2}) dy}{\int_0^\infty H_s(\sqrt{x^2 + y^2}) dy} dx \leq 1 \quad (4-17)$$

mit $|\vec{en}_x(x, y)| = \sin\left(\text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)\right)$ bestimmt. Dies liefert die um den Faktor $\chi(x)$ korrigierten radialen Partikelgeschwindigkeiten $w_{x,korr} = \frac{w_x}{\chi(x)}$. Mit der Gewichtung auf Basis von H_s wird bei der Kalkulation von $\chi(x)$ über Gl. (4-17) die radiale Häufigkeitsverteilung der Partikeln berücksichtigt. Die Korrektur ermöglicht insgesamt die Berechnung der mittleren radialen Partikelgeschwindigkeit mit $|\bar{w}_{rad}(w_{ax}, x)| \approx |\bar{w}_{x,korr}(w_{ax}, x)|$.¹⁸

¹⁸ Für die Berechnung der mittleren radialen Partikelgeschwindigkeit mit Gl. (4-17) gilt die Annahme, dass die Partikeln keine Umfangsgeschwindigkeit aufweisen, da die Partikeln eine hohe Sphärizität aufweisen, das Strömungsprofil rotationssymmetrisch ist und unter diesen Bedingungen keine Partikelkräfte in Umfangsrichtung wirken (siehe Kapitel 2). Die Validierungsergebnisse in Abbildung 86 zeigen, dass diese Annahme zu validen Ergebnissen führt.

In Abbildung 83 ist $\alpha_{vel,start} = \text{atan}(|w_{x,korr}|/w_{ax})$ exemplarisch für MF05 und MF13 in Abhängigkeit von w_{ax} und x dargestellt. Es sind keine systematischen Zusammenhänge zwischen $\alpha_{vel,start}$ und w_{ax} bzw. x zu erkennen. Daher wird die Häufigkeitsverteilung $H_s(\alpha_{start})$ von $\alpha_{vel,start} = \text{atan}(\frac{w_{x,korr}}{w_{ax}})$ unabhängig von w_{ax} und x bestimmt und als Startbedingung für das Euler-Lagrange-Verfahren gewählt.

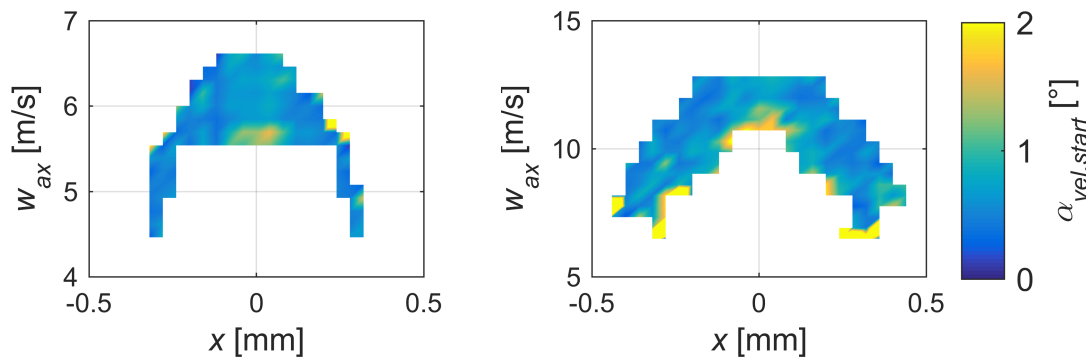


Abbildung 83: $\alpha_{vel,start}$ in Abhängigkeit von w_{ax} und x an MS1 (links: MF05, rechts: MF13)

Mit dem in Kapitel 3.3 vorgestellten dynamischen Messverfahren können keine Partikelrotationen erfasst werden. Die Startbedingungen für die numerische Berechnung der Partikeltrajektorien unterliegen daher der Approximation $\Omega_{start} = 0 \text{ 1/s}$, was nur bei kleinen Partikelrotationen zu kleinen Fehlern führt. Im Fall der Partikel-Wand-Kollision kommt es allerdings zu hohen Partikelrotationen (Ebrahimi et al. 2014), welche schließlich zu hohen Magnuskräften führen. Die Zuführreinheit des Versuchsstands ist daher in der Weise konstruiert, dass die Partikel ohne vorherige Partikel-Wand Kollision an die MS1 gefördert werden. In Abbildung 84 ist die experimentell ermittelte, normierte Partikelverteilung an der MS1, als Funktion der axialen Partikelgeschwindigkeit und der radialen Partikelposition dargestellt. Die Partikelhäufigkeit ist im Rohrzentrum am größten und nimmt mit r stark ab, sodass im Bereich $r/(D/2) > 0,5$ schließlich kaum Partikeln vorhanden sind. Außerdem ist die Verteilung der axialen Partikelgeschwindigkeit für eine gegebene radiale Position sehr gering. Partikelrotationen würden zu einer Zunahme der radialen Partikelstreuung durch radialen Queraustausch führen. Außerdem wäre die axiale Geschwindigkeitsverteilung durch die gleichzeitige Präsenz von Partikeln ohne und mit Wand-Kollisionen breit verteilt. Insgesamt wird daher angenommen, dass die Partikeln an MS1 keine Rotationsgeschwindigkeiten aufweisen.

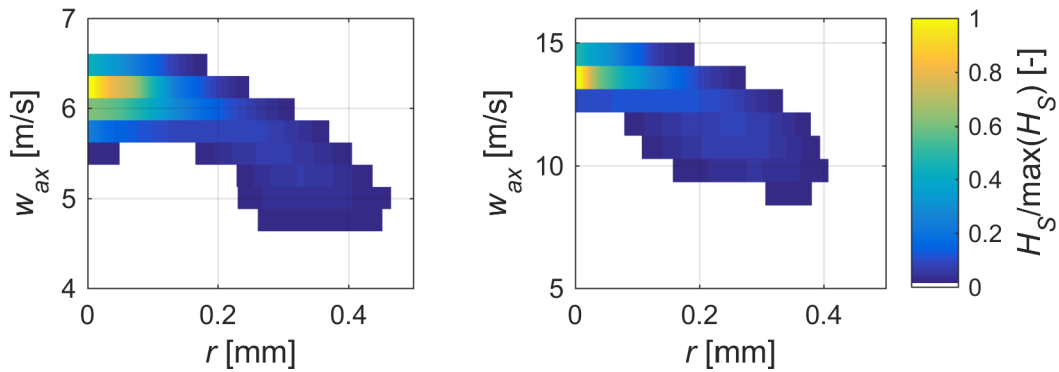


Abbildung 84: Häufigkeitsverteilungen $H_S(w_{ax}, r)$ an MS1 für MF05 (links) und MF13 (rechts)

Zusammenfassend werden die Startbedingung der Partikeln mit Hilfe einer zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung $H_S(X_{rad,start}, w_{ax,start})$ sowie einer Häufigkeitsverteilung $H_S(\alpha_{vel,start})$ unter der Annahme $\Omega_{start} = 0$ 1/s vorgegeben. Statt die Häufigkeiten der unterschiedlichen Startbedingungen über die Anzahl individueller Partikeltrajektorien bei identischen Startbedingungen abzubilden, wird eine Repräsentationszahl RZ definiert. Die Repräsentationszahl entspricht der Kombination der Einzelhäufigkeitsverteilungen der Startbedingungen:

$$RZ = H_S(X_{rad,start}, w_{ax,start}) \cdot H_S(\alpha_{vel,start}). \quad (4-18)$$

Das Ergebnis einer individuellen Partikel einer Simulation wird über die Repräsentationszahl gewichtet und ist daher Repräsentant vieler Partikeln. Zur Berechnung der Repräsentationszahl werden die Häufigkeiten der Partikeln für diskrete Werte der Startbedingungen $X_{rad,start}$, $w_{ax,start}$ und $\alpha_{vel,start}$ bestimmt:

- $X_{p,rad,start}$: [0 – 0,5 mm], gleichmäßig in sechs Bereiche aufgeteilt,
- $w_{ax,start}$: [$w_{ax,min}$ – $w_{ax,max}$], gleichmäßig in 13 Bereiche aufgeteilt,
- $\alpha_{vel,start}$: Bereichsgrenzen $\pm[0^\circ; 0,25^\circ; 0,5^\circ; 0,75^\circ; 1^\circ; 1,5^\circ; 2^\circ; 3^\circ]$.

Eine Simulation mit feiner aufgelösten Startbedingungen ($X_{p,rad,start}$: 10 Bereiche, $w_{ax,start}$: 20 Bereiche, $\alpha_{vel,start}$: 28 Bereiche) ergibt für den Anteil der Gruppe ① an MS2 nach Gl. (3-12) für T21 und MF087 eine Abweichung von weniger als 1 % zu jenem Anteil auf Basis der größeren Diskretisierungen. Die zuvor genannten Auflösungen der Startbedingungen sind daher angemessen.

Falls die Partikeln mit der Wand kollidieren, werden die Kollisionsparameter statistisch über das entsprechende Kollisionsmodell (siehe Kapitel 4.2.3) bestimmt. In diesem Fall wird die

Partikeltrajektorie über vier Trajektorien (mit geviertelter Repräsentationszahl) abgebildet. Andernfalls wird jede Kombination der diskreten Startbedingungen über eine repräsentative Trajektorie bestimmt.

Die simulierten Anteile der Gruppe ① an MS2 nach Gl. (3-12) für T21 und MF087, bei denen jeweils vier Trajektorien (mit geviertelter Repräsentationszahl) für den Fall der Wandkollision verwendet werden, weisen eine Standardabweichung von 0,4 % auf (Stichprobe: fünf Simulationen). Die Anzahl von vier Trajektorien kollidierter Partikel ist daher angemessen.

Für die experimentellen Untersuchungen wurde eine Partikelgrößenverteilung mit $20 \mu\text{m} \leq d_p \leq 40 \mu\text{m}$ verwendet. Zur Validierung wird das Euler-Lagrange-Verfahren daher jeweils für die Partikelgrößen $20 \mu\text{m}$, $30 \mu\text{m}$ und $40 \mu\text{m}$ angewandt. Die Ergebnisse der Simulationen (Anteil der Partikel der Gruppen ① und ② nach Gl. (3-12) werden anschließend über die Partikelgrößenverteilung zu einem gewichteten Gesamtergebnis kombiniert.

4.3.3 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse in Bezug auf die Validierung dargestellt. In Abbildung 85 sind die Fluideigenschaften der Validierungsfälle im Rohrzentrum zu sehen. Die Fluidtemperatur im Rohrzentrum steigt in den Fällen T250 innerhalb eines kurzen Rohrabchnittes auf T_W an, sodass die permanente Steigerung der Fluidströmung auf den Druckabfall im Kapillarrohr zurückzuführen ist. Der gemessene Referenzdruck entspricht in guter Näherung dem Druck am Einlass des Kapillarrohres. Da der Druckabfall in der Zuführeinheit bis zum Rohreinlass im Verhältnis zum Druckverlust im Kapillarrohr nur gering ist, ist dies eine erste Validierung in Bezug auf die Fluidströmung.

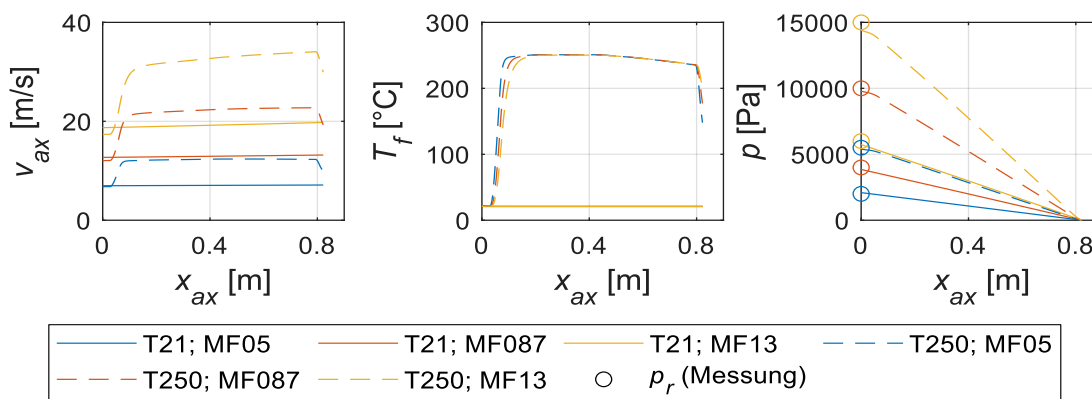


Abbildung 85: Fluideigenschaften der Validierungsfälle im Rohrzentrum

Die Anteile der Partikel der Gruppe ① an MS2 nach Gl. (3-12) sind in Abbildung 86 (links) dargestellt. Die simulativ ermittelten Anteile stimmen mit Ausnahme der Faktorstufenkombina-

tion T21 und MF05 mit den Messergebnissen überein. Die Anteile zeigen sowohl in den Experimenten als auch in den Simulationen einen höheren Anteil der Gruppe ① für T250 als für T21. Außerdem ergibt sich in beiden Fällen ein fallender Trend der Anteile mit dem Gasmassenstrom.

Die Abweichung der Faktorstufenkombination T21 und MF05 zwischen Experiment und Simulation kann im Rahmen dieser Arbeit nicht final geklärt werden. Möglich ist jedoch, dass der Partikelmassenstrom der Experimente das Ergebnis dieser Faktorstufenkombination beeinflusst hat. Der Einfluss des Partikelmassenflusses konnte zuvor in Kapitel 3.3.3 nur für diese Faktorstufenkombination nicht ausgeschlossen werden.

Die indirekte Validierung des Interpolationsmodells M1 zur Vorhersage der Partikelkräfte im Euler-Lagrange-Verfahren wird im Folgenden näher betrachtet. Hierzu werden die Anteile der Partikeln der Gruppen ① an MS2 nach Gl. (3-12) auf Basis eines modifizierten Simulationsmodells erneut simulativ bestimmt. Bei diesem modifizierten Simulationsmodell wird ausschließlich die rotationsinduzierte Auftriebskraft über Gl. (2-10) berücksichtigt. Die Modellierung der Widerstandskraft in radialer Richtung bleibt unverändert. Die Widerstandskraft in axialer Richtung wird über Gl. (2-14) sowie der Korrekturen (2-15), (2-16) und (2-17) berechnet. Die Ergebnisse der Anteile sind in Abbildung 86 (rechts) dargestellt. Es ist zu sehen, dass die Anteile in keiner Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sind. Dies beweist, dass die Anteile nur über die Berücksichtigung der scherinduzierten und wandinduzierten Partikelauftriebskraft korrekt reproduziert werden können.

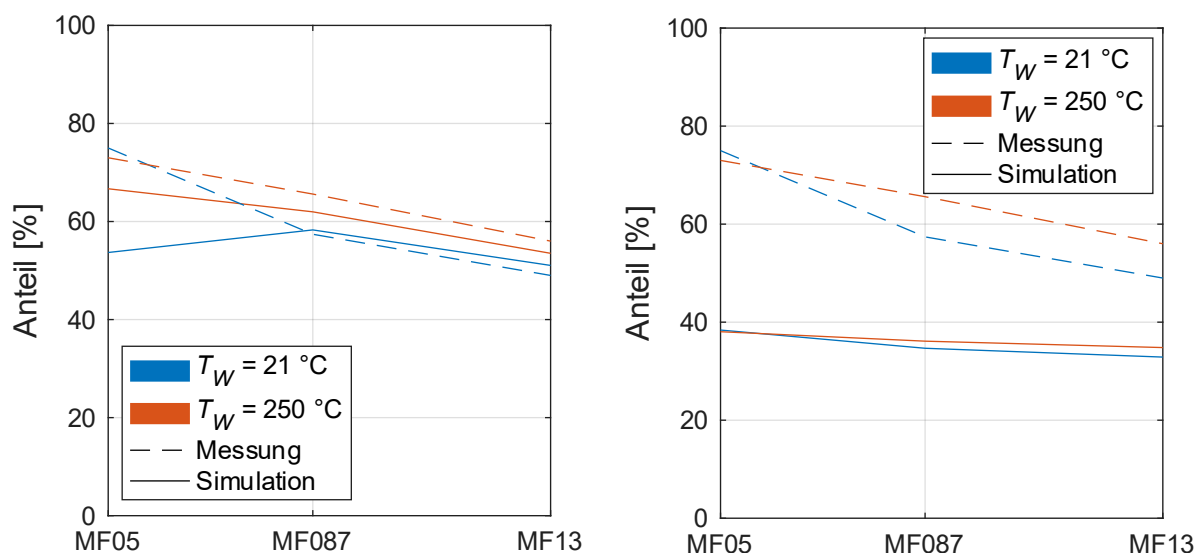


Abbildung 86: Anteile der Gruppe ① an MS2 nach Gl. (3-12). Validierung der Simulationsergebnisse anhand von Messergebnissen an der MS2 (links), Simulationsergebnisse ohne scherinduzierter Partikelauftriebskraft (rechts).

4.4 Verfahrensanalyse

Im Folgenden wird das Euler-Lagrange-Verfahren zur Analyse vom Partikelverhalten in einem (erhitzten) Kapillarrohr verwendet. Hierbei wird zwischen zwei Phasen unterschieden. Nachdem die Partikeln der Strömung hinzugegeben werden, befinden sich diese in der Phase des Ungleichgewichtes. Diese Phase ist im Wesentlichen durch die Eingangsparameter der Partikeln beeinflusst und die Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid ist nicht konstant. Dieser Phase schließt sich eine Phase im Gleichgewicht an. Hierbei bewegt sich die Partikel mit einer konstanten Relativgeschwindigkeit nach Gl. (2-34) auf einer stabilen Trajektorie im Bereich des Rohrzentrums durch das Kapillarrohr. In diesem Kapitel wird das Verhalten individueller Partikeln während dieser beiden Phasen sowie nach einer Wandkollision betrachtet.

4.4.1 Phase des Ungleichgewichtes

Die Phase des Ungleichgewichtes wird exemplarisch mit Hilfe von Partikeln innerhalb eines Kapillarrohres mit $D = 1$ mm und einer Länge von $S = 1$ m bei einer konstanten Fluidtemperatur von $T_f = 250$ °C untersucht. Die Partikeln weisen zu Beginn keine Rotation oder radiale Geschwindigkeit auf. Die axiale Partikelgeschwindigkeit zu Beginn beträgt 60 % der Fluidgeschwindigkeit im Rohrzentrum (v_{max}) am Rohrauslass. In Abbildung 87 sind die entsprechenden Partikeltrajektorien und axialen (Relativ-)geschwindigkeiten von Partikeln unterschiedlicher Startpositionen für $Re_L = 500$ und $d_p = 40$ µm dargestellt. Die Trajektorien werden bis zum Rohrauslass oder der Kollision mit der Rohrwand berechnet.

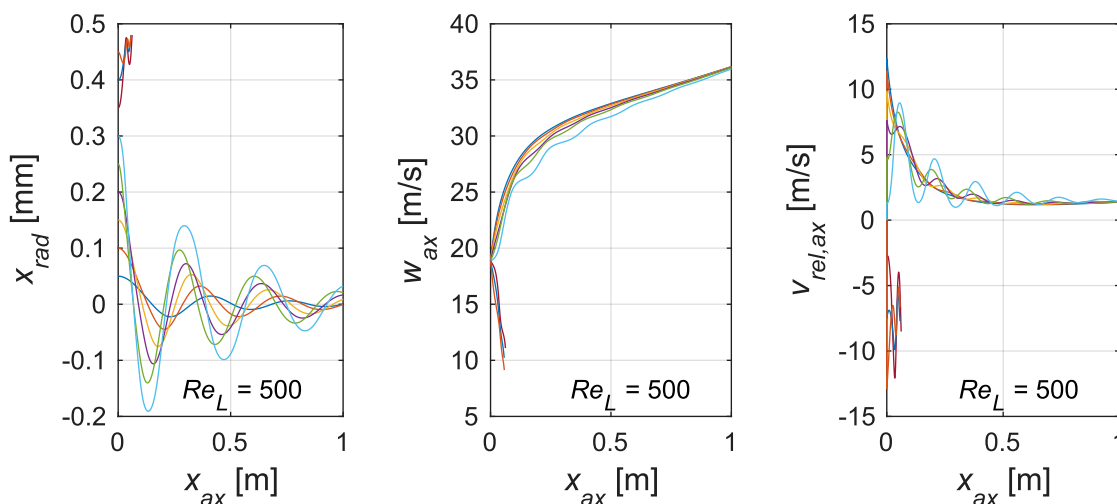


Abbildung 87: Eigenschaften individueller Partikeln ($Re_L = 500$, $T_f = 250$ °C)

Partikeln größerer radialer Startpositionen ($X_{rad,start} > 0,3$ mm) werden durch die scherinduzierte Partikelautriebskraft in Richtung der Rohrwand transportiert, was im Anschluss zu einer Kollision mit der Rohrwand führt. Partikeln geringerer radialer Startpositionen

($X_{rad,start} \leq 0,3$ mm) werden hingegen in Richtung des Rohrzentrums beschleunigt. Die Rotationssymmetrie der Fluidströmung bewirkt eine oszillierende Bewegung der Partikeln um das Rohrzentrum. Bedingt durch die radiale Widerstandskraft reduzieren sich die Amplituden der Schwingungen mit x_{ax} . Die axiale Relativgeschwindigkeit $v_{rel,ax}$ stabilisiert sich nach einiger Zeit auf einen konstanten Wert, was den Bereich der Phase im Gleichgewicht kennzeichnet. Unter äquivalenten Bedingungen werden Partikeltrajektorien innerhalb einer Rohrströmung mit $Re_L = 150$ berechnet. Die entsprechenden Partikeleigenschaften sind in Abbildung 88 zu sehen. In Übereinstimmung zum vorherigen Fallbeispiel werden die Partikeln geringerer radialer Positionen zu Beginn in Richtung des Rohrzentrums beschleunigt. Im weiteren Verlauf reduziert sich die axiale Relativgeschwindigkeit, bis die Partikelgeschwindigkeit die axiale Fluidgeschwindigkeit aufgrund der Gravitation übersteigt. Dies ist auf den geringen Druckverlust der Strömung mit $Re_L = 150$ zurückzuführen, welcher in einer geringeren Fluidbeschleunigung als im Fallbeispiel mit $Re_L = 500$ resultiert. Die negative Relativgeschwindigkeit $v_{rel,ax}$ bewirkt eine defokussierende Wirkung der scherinduzierten Partikelautriebskraft. Daher werden die Partikeln im weiteren Verlauf nicht in Richtung des Rohrzentrums, sondern in Richtung der Rohrwand beschleunigt. Ein stabiler Gleichgewichtszustand mit $v_{rel,ax} \approx \text{konst.}$ wird nicht erreicht.

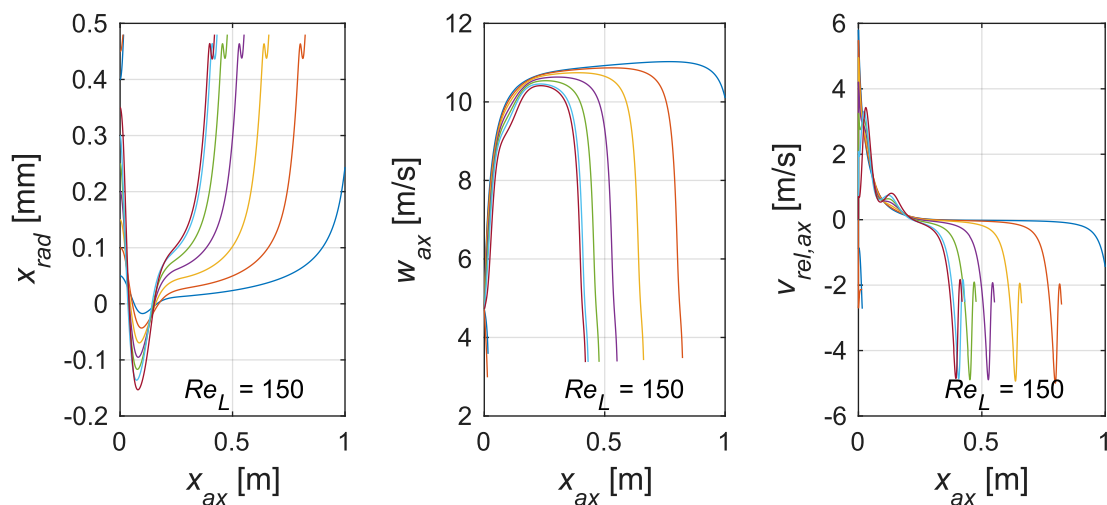


Abbildung 88: Eigenschaften individueller Partikeln ($Re_L = 150, T_f = 250$ °C)

Der Einfluss der Partikelgröße und der Partikelrotation auf die Partikeltrajektorien ist für $Re_L = 500$ in Abbildung 89 zu sehen. Die Amplituden der Schwingungen um die Rohrachse sind für kleinere Partikelgrößen aufgrund der geringeren Partikelträgheit kleiner.

Die Rotationsträgheit im Verhältnis zum wirkenden Moment ist so gering, dass die Partikeln der Rotationsrichtung während der Schwingungen folgen. Dies hat zur Folge, dass die Partikelautriebskraft durch die scherinduzierte Partikelrotation verstärkt wird. Die Amplituden der Schwingungen sind durch die Bedingungen $\Omega = 0$ 1/s somit reduziert.

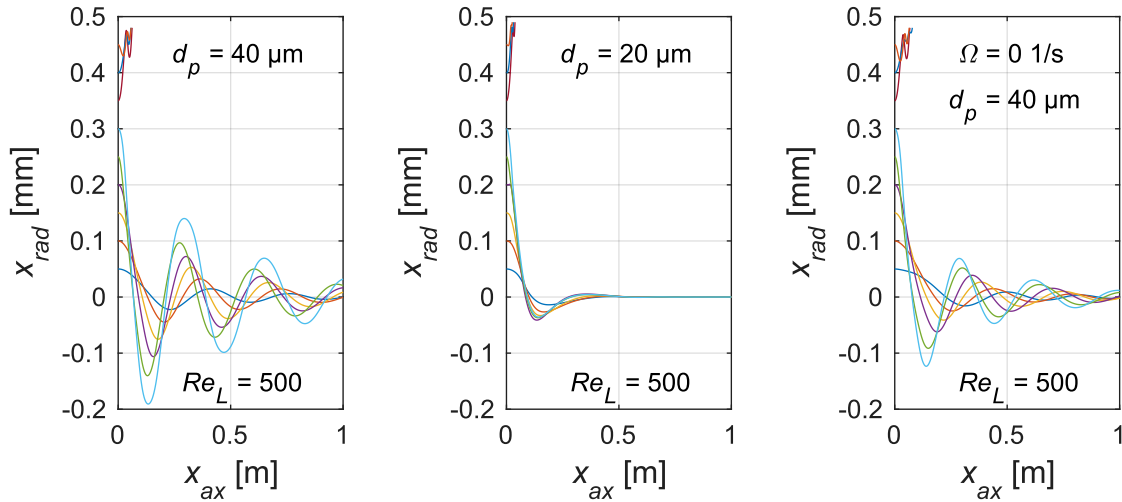


Abbildung 89: Partikeltrajektorien unterschiedlicher Größe und Rotationsbedingungen für $Re_L = 500$ und $T_f = 250\text{ °C}$

4.4.2 Phase des Gleichgewichtes

In der Phase des Gleichgewichtes bewegen sich die Partikel mit $v_{rel,ax} \approx \text{konst.}$, $w_{rad} \approx 0\text{ m/s}$ und $X_{rad} \approx 0\text{ mm}$ innerhalb der laminaren Rohrströmung durch das Kapillarrohr. Eine notwendige Bedingung für die Stabilität des Gleichgewichtszustands ist allgemein $v_{rel,ax} > 0\text{ m/s}$.

Die Partikel weisen im Gleichgewichtszustand nahe des Rohrzentrums eine hohe axiale Geschwindigkeit auf, da die Fluidgeschwindigkeit bei einer laminaren Rohrströmung im Rohrzentrum am größten ist und radial nach außen geringer ist. Eine radiale Auslenkung der Partikel durch eine Störung führt dazu, dass diese Partikel mit hoher Axialgeschwindigkeit in Regionen geringerer Fluidgeschwindigkeit außerhalb des Rohrzentrums gelangen. Ab einer gewissen Intensität der Auslenkung der Partikel führt dies zu dem Zustand $v_{rel,ax} < 0\text{ m/s}$, sodass die Partikel durch scherinduzierte Partikelautriebskraft nicht zurück in das Rohrzentrum fokussiert werden, sondern in Richtung der Rohrwandungen abgelenkt werden. Im Folgenden werden Partikel in der Gleichgewichtsphase gezielt gestört, um die Stabilität des Gleichgewichtszustandes bei unterschiedlichen Werten von d_p , T_f und Re_L zu analysieren.

Die radiale Auslenkung der Partikel wird in dieser Betrachtung entweder durch einen einmaligen Störimpuls ($w_{rad,Start}$) oder eine dauerhafte radiale Beschleunigung ($a_{rad,Störung}$) umgesetzt. Beide Störungen wirken erst, nachdem die Partikel die Phase des Gleichgewichtes erreicht haben. Im Anschluss werden die Trajektorien der Partikel mit dem Euler-Lagrange-Verfahren innerhalb eines Kapillarrohres mit einer Länge von $S = 1\text{ m}$ berechnet. Jeweils eine

stabile und eine nicht stabile Partikeltrajektorie für den Fall eines Störimpulses (links) und den Fall einer radialen Beschleunigung (rechts) sind in Abbildung 90 illustriert. Die stabile Trajektorie bei radialer Beschleunigung weist eine Schwingung um eine radiale Position außerhalb des Rohrzentrums auf, während die stabile Trajektorie nach einem einmaligen radialen Störimpuls um das Rohrzentrum schwingt. Eine Steigerung der Störung führt in beiden Fällen zu einer instabilen Trajektorie, welche aufgrund der zuvor beschriebenen Vorgänge Richtung Rohrwand divergiert.

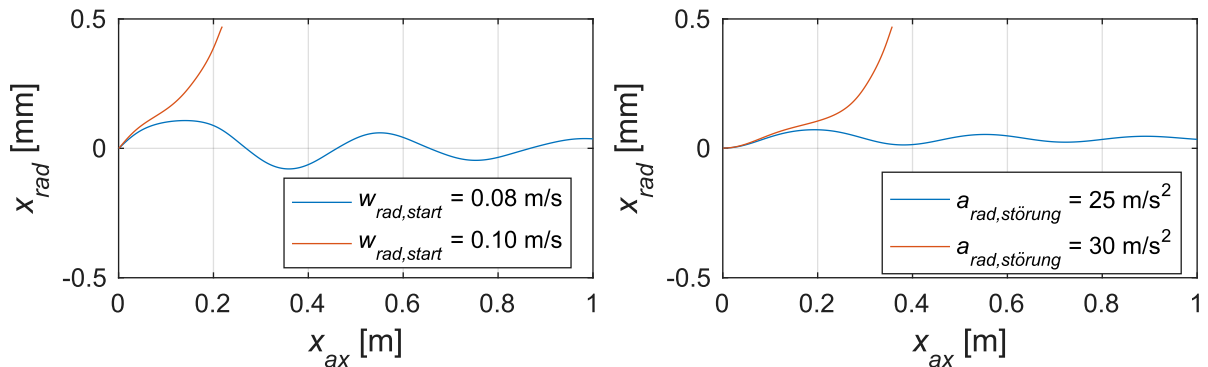


Abbildung 90: (In-)stabile Trajektorien nach Störimpuls (links) und bei radialer Beschleunigung (rechts) mit $Re_L = 800$, $T_f = 250$ °C und $d_p = 40$ μ m

Eine Kombination aus d_p , T_f und Re_L wird im Folgenden als stabil definiert, sofern die entsprechende Trajektorie bis zum Verlassen des Rohres innerhalb einer definierten radialen Position $x_{rad,grenze}$ verbleibt. Die Grenzen einer radialen Startgeschwindigkeit $w_{rad,start}$ (Störimpuls) und der radialen Beschleunigung, bei der die Partikel trotz Störung im Bereich $x_{rad,grenze} = D/4$ verbleiben, sind in Abbildung 91 zu sehen.

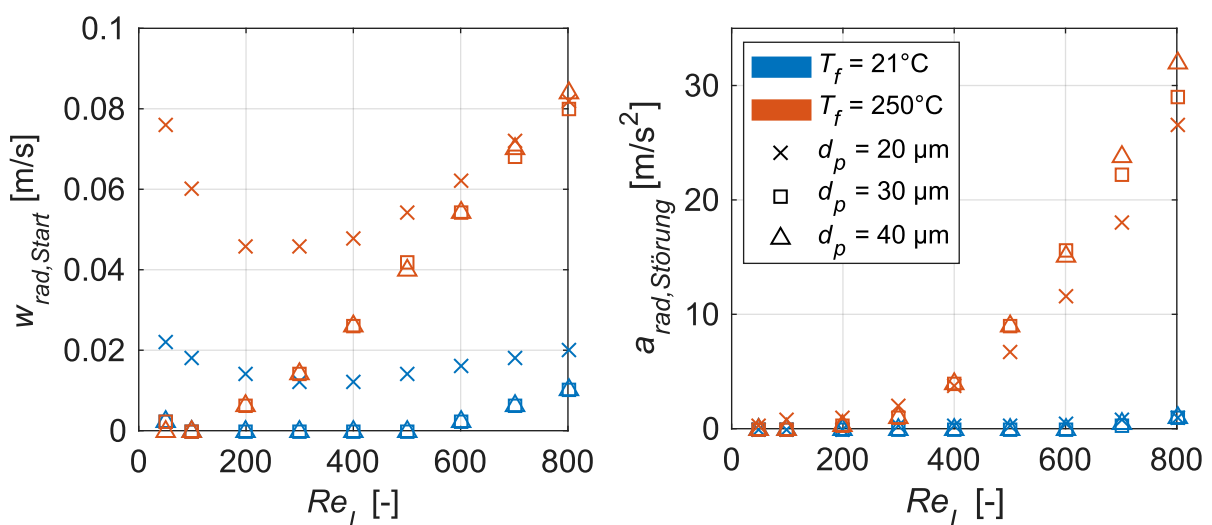


Abbildung 91: Stabilitätsgrenzen bei Störimpuls (links) und radialer Beschleunigung (rechts).

Für $Re_L > 200$ steigen die ermittelten Stabilitätsgrenzen mit Re_L . Außerdem sind die Grenzen für $T_f = 250 \text{ °C}$ im allgemeinen höher als für $T_f = 21 \text{ °C}$. Diese beiden Beobachtungen sind auf folgenden Sachverhalt zurückzuführen: Der Druckabfall – und damit die Fluidbeschleunigung – steigt mit Re_L und T_f . Dies führt zur Steigerung der Partikel-Reynoldszahl $Re_{p,s}$ im Gleichgewichtszustand und damit zu einer höheren Partikelauftriebskraft zur Stabilisierung der Partikelflugbahn im Fall einer Störung. Die Steigerung der scherinduzierten Partikelauftriebskraft mit $Re_{p,s}$ wurde in den Simulationen des Kapitels 2.3.6 bis zu einer Partikel-Reynoldszahl $Re_{p,s}$ von ca. 2 – 5 bestätigt (Abbildung 15). Da $Re_{p,s}$ in der vorliegenden Untersuchung unterhalb von 2 liegt, steigt die stabilisierende scherinduzierte Partikelauftriebskraft mit $Re_{p,s}$, was zur Steigerung der Stabilitätsgrenzen mit wachsenden Werten von Re_L und T_f führt.

Der Störimpuls steigt bei gleicher radialer Partikelgeschwindigkeit ($w_{rad,start}$) mit der Partikelmasse ($\sim d_p^3$). Außerdem steigt die radiale Kraft bei gleicher radialer Beschleunigung ($a_{rad,störung}$) mit der Partikelmasse ($\sim d_p^3$). Die stabilisierende, scherinduzierte Partikelauftriebskraft wirkt an der Partikeloberfläche ($\sim d_p^2$). Das Verhältnis aus der Zunahme der Partikeloberfläche zu der Zunahme der Störungen verringert sich daher mit steigender Partikelgröße, was die Stabilisierung größerer Partikeln bei sonst gleichen Bedingungen mittels Oberflächenkräften erschwert. Jedoch ist in Abbildung 91 zu sehen, dass die Stabilitätsgrenzen größerer Partikeln nicht systematisch geringer als jene kleinerer Partikeln sind. Darüber hinaus sind die Stabilitätsgrenzen für den Störfall der radialen Beschleunigung mit $Re_L > 600$ für $d_p = 40 \text{ }\mu\text{m}$ sogar größer als für $d_p = 20 \text{ }\mu\text{m}, 30 \text{ }\mu\text{m}$. Dies ist auf folgenden Sachverhalt zurückzuführen: Die Relativgeschwindigkeit $v_{rel,ax}$ steigt im Gleichgewichtszustand mit d_p^2 (zuvor in Kapitel 2.2 hergeleitet, Gl. (2-34)). Die stabilisierende, scherinduzierte Partikelauftriebskraft ist gleichzeitig für $Re_{p,s} < 2$ in Näherung proportional zu $Re_{p,s}$ (siehe Abbildung 15) und damit proportional zu $v_{rel,ax}$. Die Auftriebskraft steigt daher durch diesen Effekt zusätzlich mit d_p^2 . Die Zunahme der Störkräfte/Störimpulse mit d_p^3 wird durch diesen Sachverhalt in Verbindung mit der gleichzeitigen Zunahme der Partikeloberfläche ($\sim d_p^2$) kompensiert.

Im Fall des einmaligen radialen Störimpulses sinken die ermittelten Grenzen des Störimpulses für $d_p = 20 \text{ }\mu\text{m}$ mit Re_L für $Re_L < 200$. Dies lässt sich mit Hilfe der in Abbildung 92 dargestellten Trajektorien für unterschiedliche Partikelgrößen ($Re_L = 50, T_f = 250 \text{ °C}$), bei einer störenden radialen Geschwindigkeit von $w_{rad,störung} = 0,05 \text{ m/s}$, erklären. Zu sehen ist, dass sich alle Partikeln stetig in Richtung der Rohrwand bewegen. Die Partikel mit $d_p = 20 \text{ }\mu\text{m}$ verbleibt jedoch bis zum Verlassen des Rohres innerhalb der definierten Grenze $x_{rad,grenze} = D/4$ und

werden somit als stabil erfasst, obwohl die Trajektorie keine Fokussierung zeigt. Im Vergleich dazu steigen die Grenzen des radialen Störimpulses für $d_p = 20 \mu\text{m}$ mit Re_L für $Re_L > 200$, da die Trajektorien ohne Fokussierung noch vor Verlassen des Rohres den Bereich $x_{rad,grenze} = D/4$ verlassen.

Für $200 < Re_L < 700$ und $T_f = 250 \text{ °C}$ bzw. $Re_L > 200$ und $T_f = 21 \text{ °C}$ sind die Stabilitätsgrenzen für den einmaligen radialen Störimpuls $w_{rad,störung}$ der Partikeln mit $d_p = 20 \mu\text{m}$ größer als jene größerer Partikeln. Dies ist auf den zusätzlichen Effekt zurückzuführen, dass der einmalige Störimpuls bei kleineren Partikeln stärker durch die radiale Widerstandskraft abgebremst wird.

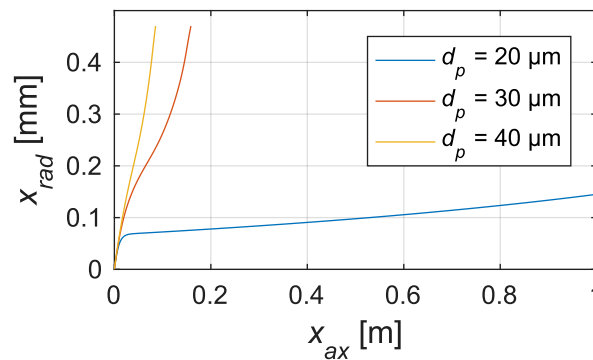


Abbildung 92: Partikeltrajektorien für $w_{rad,störung} = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $T_f = 250 \text{ °C}$ und $Re_L = 50$

4.4.3 Partikelverhalten bei Wandkollision

Die experimentellen Ergebnisse des Kapitels 3.3.3 zeigten an Messtelle MS2, dass die Partikeln zwei Gruppen zugeordnet werden können. Die Partikeln der Gruppe ① weisen eine hohe axiale Geschwindigkeit auf und verlassen das Rohr in der Nähe des Rohrzentrums. Partikeln der Gruppe ② sind hingegen über den gesamten Rohrquerschnitt verteilt und weisen eine geringere Axialgeschwindigkeit auf. Die Tatsachen, dass die Rauheit der Wand bei einer Partikel-Wand Kollision zu einem erhöhten radialen Impuls der Partikel führen kann (Sommerfeld 1992) und außerdem bei einer Kollision hohe Magnus-Kräfte entstehen (Ebrahimi et al. 2014), deuten darauf hin, dass die Partikeln der Gruppe ② im Kapillarrohr mit der Wand kollidiert sind und Partikeln der Gruppe ① ohne Kollision durch das Rohr transportiert worden sind. In diesem Kapitel wird mit Hilfe des Simulationsmodells auf Basis des Euler-Lagrange-Verfahrens ein näherer Einblick in das Partikelverhalten in Folge einer Partikel-Wand-Kollision gegeben, um die Ursachen und Zusammenhänge der beobachteten Partikeleigenschaften der Gruppen ① und ② zu verstehen und die genannten Hypothesen zu überprüfen.

In Abbildung 93 ist das exemplarische Verhalten einer Partikel gezeigt, welche sich nach einer Kollision durch das Kapillarrohr bewegt. Im grünen Bereich kollidiert die Partikel abwechselnd

mit den beiden gegenüberliegenden Rohrwänden. Die zufälligen Wandwinkel γ weisen hier bei jeder Kollision entgegengesetzte Vorzeichen zu dem Einfallswinkel der Partikel auf.¹⁹ Dadurch wird der axiale Impuls der Partikel nach einer Kollision in radialer Richtung übertragen. Dies führt zu erhöhten radialen Geschwindigkeiten w_{rad} der Partikel zwischen jeder Kollision. Die Partikel wird aufgrund der hohen radialen Geschwindigkeit nur wenig in axialer Richtung beschleunigt ($w_{ax} < 10$ m/s), da die Aufenthaltszeit im Rohrzentrum nur kurz ist. Die Dämpfung der Radialgeschwindigkeit durch die radiale Widerstandskraft ist gleichzeitig gering. Daher wird der radiale Impuls der Partikel mit jeder Kollision aufrecht erhalten. Die geringe Axialgeschwindigkeit und die Verteilung der Partikel über den gesamten Rohrdurchmesser stimmt mit den experimentellen Beobachtungen der Partikel der Gruppe ② überein.

Wie bei den Kollisionen k_n bzw. k_{n-2} zu sehen ist, kann die radiale Partikelgeschwindigkeit jedoch auch durch entsprechende Wandwinkel reduziert werden. Hierbei ist das Vorzeichen des Wandwinkels γ und des Einfallswinkels der Partikel gleich, wodurch die radiale Partikelgeschwindigkeit nach der Kollision reduziert ist. Eine Fokussierung wird jedoch nur in Folge der Kollision k_n beobachtet. Dieser Sachverhalt kann mit den auf die Partikel wirkenden Kräften erklärt werden. Hierzu sind die radialen Kräfte in die Anteile $F_{D,rad}$ und $F_L - F_{D,rad}$ separat in Abbildung 93 dargestellt.

Im Fall der k_{n-2} wirkt die Widerstandskraft $F_{D,rad}$ zwar entgegen der radialen Partikelbewegung, die Auftriebskraft $F_L - F_{D,rad}$ wirkt jedoch in Richtung der radialen Partikelbewegung, da die Rotationsrichtung der Partikel nach der Kollision eine rotationsinduzierte Auftriebskraft in Richtung w_{rad} bewirkt. Die Wirkrichtung dieser Auftriebskraft ist zum überwiegenden Anteil entlang der Partikeltrajektorie zwischen zwei Partikel-Wand-Stößen gleich, da die Relativgeschwindigkeit durch die geringe axiale Geschwindigkeit der Partikel mit Ausnahme der äußeren Wandbereiche kleiner null ist.

Eine äquivalente Situation ergibt sich durch die Kollision k_n bei gleichzeitig anderer Rotationsrichtung. In diesem Fall wirkt die rotationsinduzierte Auftriebskraft und die Widerstandskraft $F_{D,rad}$ entgegen der radialen Partikelbewegung. Dies führt zu einer ausreichenden Verzögerung der Partikel in radialer Richtung, was die anschließende Fokussierung auf das Rohrzentrum ermöglicht. Zur gleichen Zeit verringert sich die Rotationsgeschwindigkeit, sodass eine erneute Kollision mit der gleichen Wand durch die rotationsinduzierte Auftriebskraft nicht resultiert.

Dieses Beispiel demonstriert, dass eine vorherige Partikel-Wand-Kollision der Partikel der Gruppe ① nicht ausgeschlossen werden kann.

¹⁹ Mehrfache Partikel-Wand-Kollisionen, wie sie in Abbildung 73 dargestellt sind, erfolgen aufgrund großer Einfalls- und Ausfallswinkel in diesem Beispiel nicht.

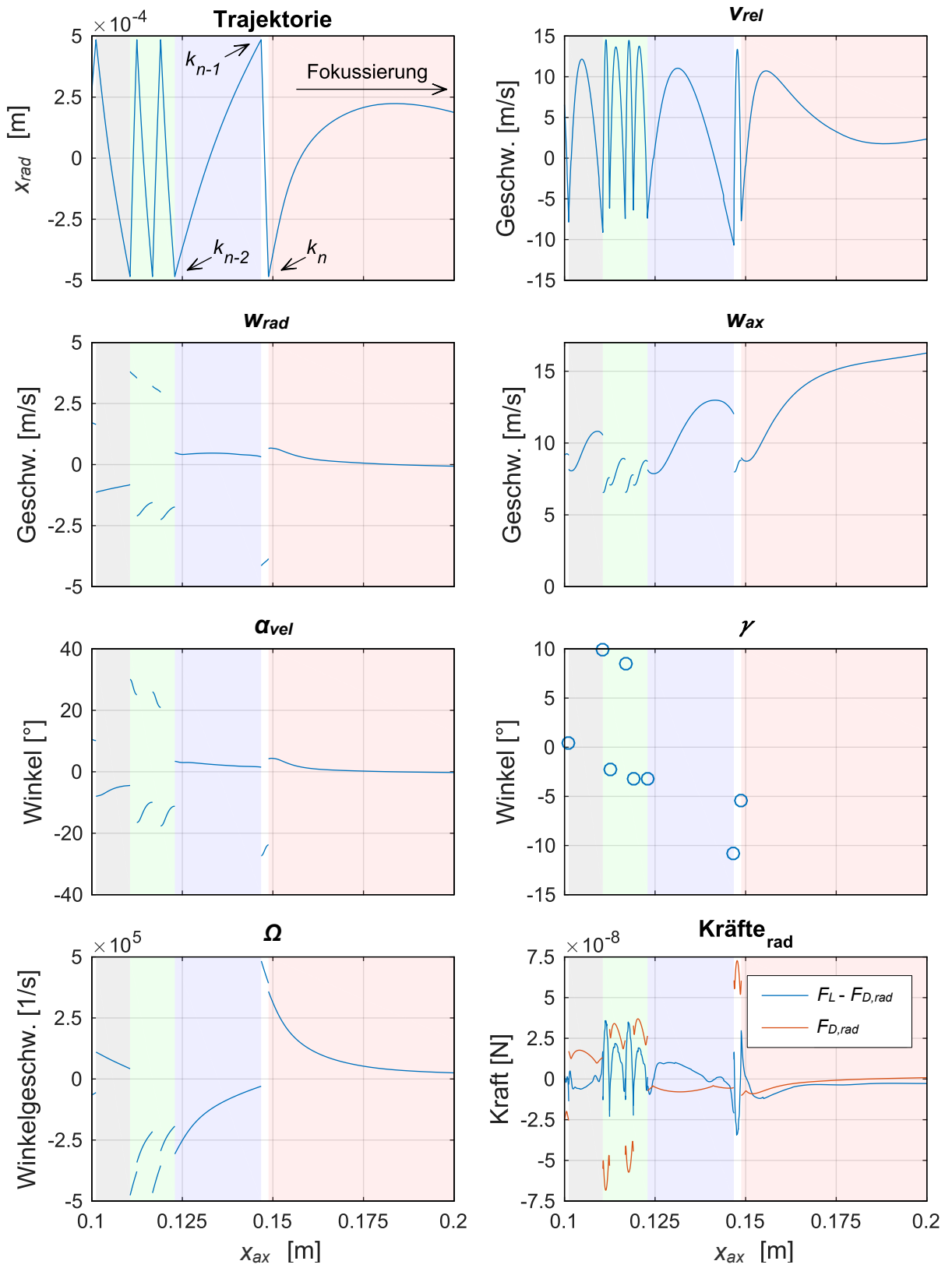


Abbildung 93: Exemplarisches Partikelverhalten nach Partikel-Wand-Kollisionen

Im Folgenden wird die Wahrscheinlichkeit einer Fokussierung der Partikeln nach vorheriger Kollision mit einer Rohrwand für die Faktorstufen T21, T250, MF05, MF087 und MF13 für $d_p = 20 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}, 40 \mu\text{m}$ abgeschätzt. Dazu werden jeweils acht Partikeln mit den Startbedingungen $w_{ax,start} = 10 \text{ m/s}, 20 \text{ m/s}$; $\alpha_{start} = -5^\circ, -10^\circ$; $X_{rad} = -0,4 \text{ mm}$ am Einlass des Rohres in Kollision mit dem Rohr gebracht. Anschließend wird der Anteil der fokussierten Partikeln entlang des Rohres bis zum Rohrauslass für alle Startbedingungen gemittelt und ausgewertet. Als fokussiert gilt eine Partikel bei dieser Analyse unter den Bedingungen $w_{ax} > 0,75 v_{ax,max}$ sowie $|X_{rad}| \leq 0,2 \text{ mm}$. Der Anteil wird anhand der Partikeleigenschaften innerhalb endlicher Rohrabchnitte berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 94 dargestellt.

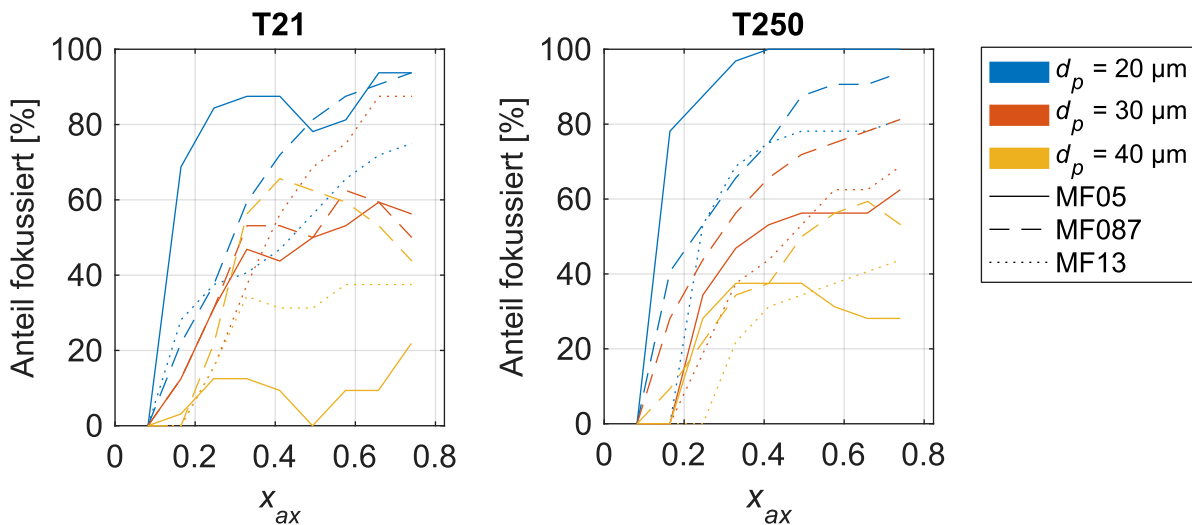


Abbildung 94: Anteil fokussierter Partikeln nach vorheriger Kollision mit einer Wand

Der Anteil fokussierter Partikeln sinkt mit steigender Partikelgröße. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die radiale Geschwindigkeit sowie die Rotation kleiner Partikeln stärker durch das Fluid abgebremst werden. Der Anteil fokussierter Partikeln steigt außerdem qualitativ mit x_{ax} , weil die Anzahl der Partikel-Wand-Kollisionen mit x_{ax} zunimmt und die Wahrscheinlichkeit eines zur Fokussierung passenden Wandwinkels mit der Anzahl an Kollisionen steigt.

Die Wahrscheinlichkeit einer Defokussierung nach vorheriger Fokussierung ist in Tabelle 10 zusammengefasst. Diese Defokussierung kann – auch ohne radialen Störeinfluss – zustande kommen, wenn eine Partikel kurzzeitig die Eigenschaften $w_{ax} > 0,75 v_{ax,max}$ sowie $|X_{rad}| \leq 0,2 \text{ mm}$ erfüllt, den fokussierten Bereich aufgrund verbleibender Impulse und Partikelrotationen jedoch wieder verlässt. Aufgrund der steigenden stabilisierenden Wirkung der Partikelautriebskraft mit dem Gasmassenstrom und der Fluidtemperatur sinkt die Wahrscheinlichkeit einer erneuten Defokussierung mit dem Gasmassenstrom und der Fluidtemperatur.

Der Einfluss möglicher radialer Störungen auf die Fokussierung der Partikeln ist Teil des folgenden Kapitels 4.5.

Tabelle 10: Anteil defokussierter Partikeln nach vorheriger Fokussierung

	MF05	MF087	MF13
T21	28 %	21 %	8 %
T250	13 %	4 %	1 %

Insgesamt zeigen die Ergebnisse mit Blick auf die experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit, dass die Partikeln der Gruppe ① vor Verlassen des Rohres mit der Wand kollidiert sein können. Da die Fokussierung der Partikeln nach vorheriger Wandkollision von der Partikelauftriebskraft abhängig ist, bleibt die Validierung des Simulationsmodells und der experimentelle Nachweis einer stärkeren Partikelfokussierung durch die Erhitzung des Kapillarrohres nach wie vor korrekt. Die Hypothese „Die Partikeln der Gruppe ① haben das Rohr ohne Kollision in den experimentellen Untersuchungen passiert“ (Kapitel 3.3.3) muss jedoch verworfen werden.

4.5 Verfahrensanalyse mit Blick auf ein additives Fertigungsverfahren

Die bisherigen Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass nicht neutrale Partikeln mit Hilfe einer beschleunigten Rohrströmung entlang einer stabilen Trajektorie durch ein Kapillarrohr transportiert und fokussiert werden können. Die Stabilität der Trajektorien kann dabei entweder durch den Gasmassenstrom oder die Fluidtemperatur erhöht werden. Zusätzlich bewirkt die beschleunigte und erhitzte Rohrströmung neben der Fokussierung der Partikeln eine Beschleunigung und gleichzeitige Erhitzung der Partikeln im Rohr. Insgesamt bieten diese Zusammenhänge daher Potential, das vorliegende Verfahren als additives Fertigungsverfahren einzusetzen, denn durch ausreichende Partikelbeschleunigung und -erhitzung kann grundsätzlich ein Materialauftrag auf einem Substrat realisiert werden.

Das Verfahrenskonzept als additives Fertigungsverfahren wurde erstmals in den Publikationen von Lensker und Apmann (2021) sowie Lensker und Peterseim (2021) beschrieben. Das Verfahren kann gemäß der Terminologienorm DIN EN ISO/ASTM 52900 der Prozesskategorie „Freistrahlmateriale Auftrag (MJT)“ zugeordnet werden. Gegenstand der Prozesse dieser Kategorie ist das gezielte Auftragen von Ausgangsmaterial in Tropfenform (ISO/ASTM52900-15). Alternative Verfahren dieser Prozesskategorie zum Auftrag von Metall sind beispielsweise Aerosoldruckverfahren, bei denen metallische Partikeln zusammen mit einer Flüssigkeit zerstäubt und anschließend in Form eines Aerosols auf eine Unterlage aufgetragen werden

(Gebhardt und Hötter 2016). Diese Verfahren sind im Vergleich zum hier vorgestellten Konzept meist mehrstufige Prozesse, da im Anschluss eine Wärmebehandlung zum Versintern der metallischen Partikeln notwendig ist (Gebhardt und Hötter 2016).

Aktuelle Verfahren zum direkten Druck von flüssigem Metall können der Arbeit von Ansell (2021) entnommen werden. Diese unterscheiden sich von dem Verfahrenskonzept dieses Beitrags durch die Art und Weise der Materialerhitzung und des Partikel-/Tropfentransports bis zum Substrat.

Ziel dieses Kapitels ist das Ableiten von Richtlinien zum Einsatz der erhitzten Kapillarrohrströmung in einem additiven Fertigungsverfahren. Diese Richtlinien beziehen sich auf die Partikeleigenschaften am Einlass und Auslass des Rohres bei unterschiedlichen Kapillarrohrströmungen. Am Auslass ist hierbei eine gewisse Partikeltemperatur und -geschwindigkeit zielführend. Am Einlass sind die Partikeleigenschaften so zu wählen, dass die Partikeln ohne Kollision mit den Rohrwandungen durch das Kapillarrohr transportiert werden. Zur Untersuchung wird das zuvor beschriebene Euler-Lagrange-Verfahren verwendet.

4.5.1 Betrachtete Strömungsbedingungen

Die unterschiedlichen Strömungsbedingungen im Kapillarrohr werden durch die maximale Temperatur der Kapillarrohrwand T_W und den Fluidmassenstrom \dot{m}_f definiert. Die Kapillarrohrgeometrie entspricht der Geometrie der experimentellen Untersuchungen ($D = 1$ mm, $S = 822$ mm, siehe Kapitel 3.2). Die Fluid- und Partikeltemperatur am Rohreinlass beträgt 21 °C. Der Anstieg der Rohrtemperatur auf T_W wird über zwei unterschiedliche Fälle realisiert. Im Fall L wird die Temperatur der Kapillarrohrwand linear über die gesamte Rohrlänge bis zum Rohrauslass erhöht. Im Fall K wird diese Temperatur in einem kurzen Rohrabschnitt linear auf T_W erhöht, sodass die Kapillarrohrtemperatur im Wesentlichen konstant T_W beträgt. Insgesamt werden die folgenden Faktorstufen in einem vollfaktoriellen Versuchsplan betrachtet:

- \dot{m}_f : {0,5; 1; 1,5} * 10^{-5} [kg/s]
- T_W : {21; 250; 600; 1000} [°C]
- Fall: {K; L}

Der Fall K ist durch einen linearen Anstieg der Wandtemperatur auf einer Länge von 50 mm im Einlassbereich des Rohres definiert. Im Vergleich zu einem sprunghaften Anstieg der Wandtemperatur führt dies – neben der praktischen Realisierbarkeit – zu einem Vorteil: Ein sprunghafter Anstieg der Wandtemperatur führt zu einem Bereich, indem die maximale Strömungsgeschwindigkeit nicht im Rohrzentrum liegt, da das Fluid in Wandnähe durch die Erhitzung stark beschleunigt wird. Hierdurch ist die fokussierende Wirkung der scherinduzierten

Partikelauftriebskraft nicht gegeben, da die Scherrate ω des Geschwindigkeitsprofils nicht stetig in radialer Richtung zunimmt (siehe Abbildung 95, links). Dies wird im Fall K durch den linearen Anstieg der Wandtemperatur vermieden (siehe Abbildung 95, rechts).

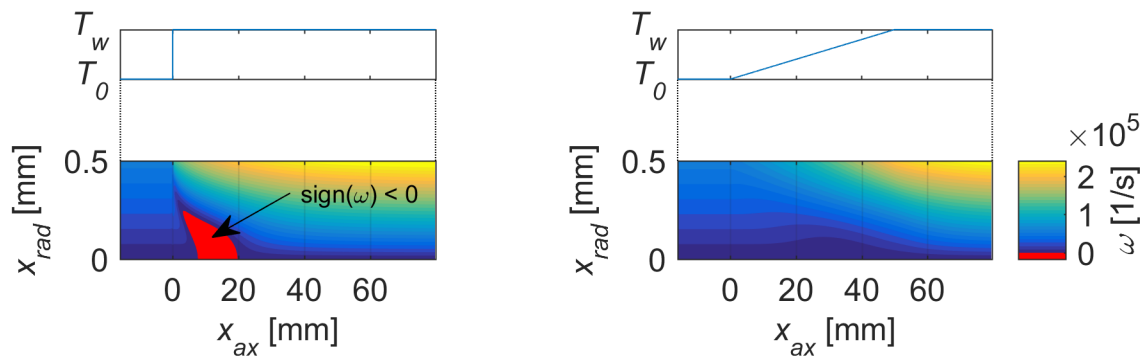


Abbildung 95: Fluidrotation ω im Einlassbereich des Rohres im Fall eines sprunghaften Anstiegs der Wandtemperatur (links) und dem Fall K (rechts) mit $T_W = 1000\text{ °C}$, MF15

Das Geschwindigkeitsprofil ist für den Fall K an unterschiedlichen axialen Positionen x_{ax} im Einlassbereich in Abbildung 96 dargestellt. Die Abweichungen zu einem laminaren Strömungsprofil nach Hagen-Poiseuille mit gleichem Volumenstrom sind lokal begrenzt. Die Interpolationsmethodik zur Bestimmung der Partikelkräfte sind somit ebenfalls im Einlassbereich anwendbar.

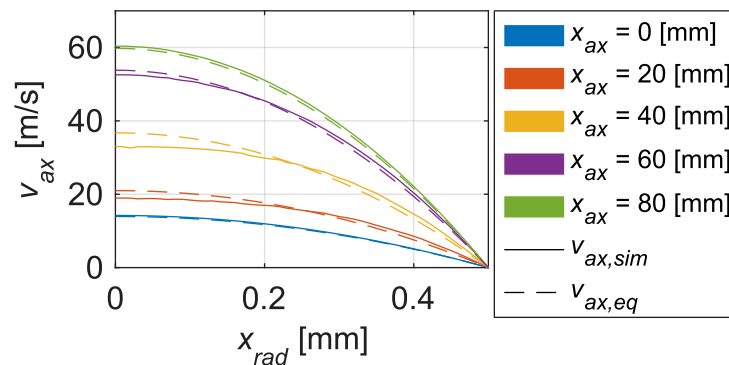


Abbildung 96: Geschwindigkeitsprofil im Einlassbereich für den Fall K mit $T_W = 1000\text{ °C}$, MF15

Die zuvor beschriebenen Eigenschaften des Falls K gelten ebenso für den Fall L, da der Temperaturanstieg im Fall L auf die gesamte Rohrlänge ausgeweitet ist. Die Fluideigenschaften v_{ax} und T_f sowie der stationäre Druck p sind entlang der gesamten Rohrlänge im Rohrzentrum ($x_{rad} = 0\text{ mm}$) in Abbildung 97 für den Fall K (oben) und den Fall L (unten) dargestellt. Die Fluidbeschleunigung durch den Temperaturanstieg ist im Fall K auf den Einlassbereich begrenzt. Eine weitere Fluidbeschleunigung resultiert ausschließlich durch den Druckverlust im

Kapillarrohr bei konstanter Temperatur. Im Fall L wird das Fluid durch den Druckverlust und den stetigen Temperaturanstieg beschleunigt.

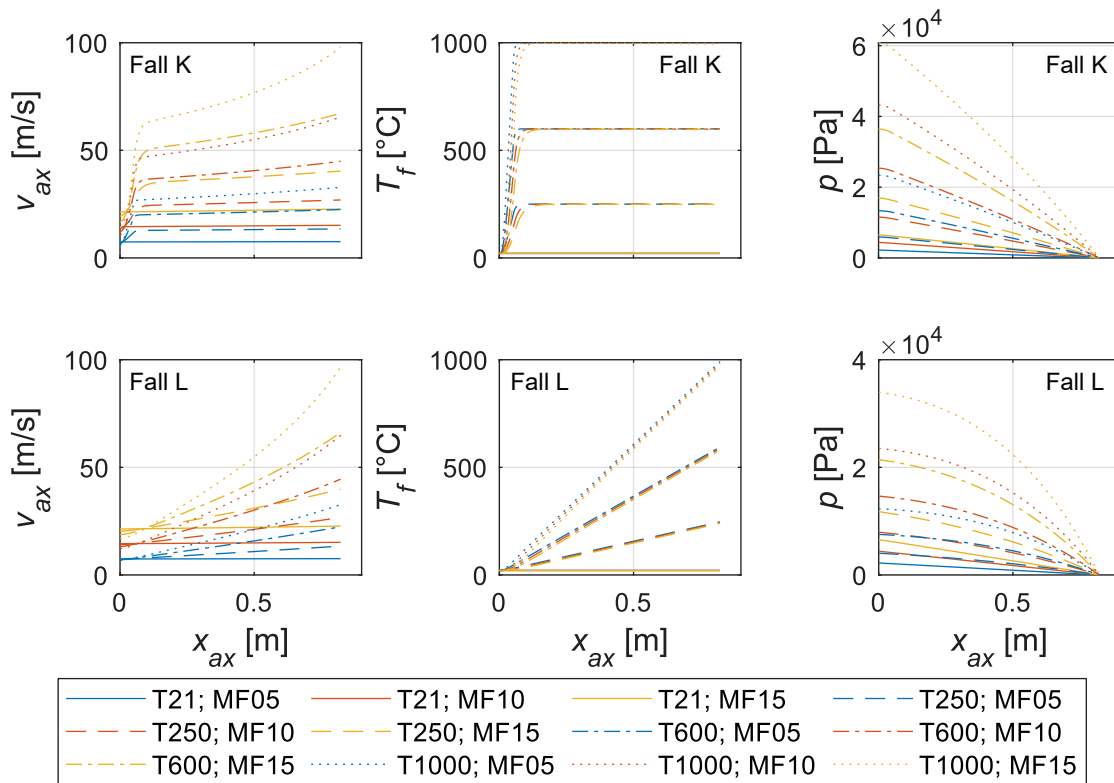


Abbildung 97: Fluideigenschaften im Rohrzentrum

Der lineare Temperaturanstieg führt zu dem Nachteil, dass die Partikel langsamer erhitzt werden. Der Temperaturanstieg bietet jedoch den potenziellen Vorteil, dass das Verfahren durch die stärkere Beschleunigung des Fluides stabiler gegenüber Störeinflüssen ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Relativgeschwindigkeit v_{rel} zwischen Partikel und Fluid durch die Fluidbeschleunigung ansteigt und die scherinduzierte Partikelautriebskraft mit v_{rel} zunimmt (Voraussetzung: $Re_{p,s} < 2 - 5$, siehe Abbildung 15). Zur Prüfung dieses hypothetischen Vorteils werden die Stabilitätsgrenzen von Partikeln im Gleichgewichtszustand an der Position $x_{ax} = S/2$ für einen radialen Störimpuls und eine radiale Beschleunigung bestimmt. Wie in Abbildung 98 zu sehen ist, sind die Stabilitätsgrenzen allgemein im Fall L höher als im Fall K, was die genannte Hypothese bestätigt. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Kapitel 4.4.2 steigt die Stabilitätsgrenze mit der Temperatur und der Gasgeschwindigkeit im Kapillarrohr.

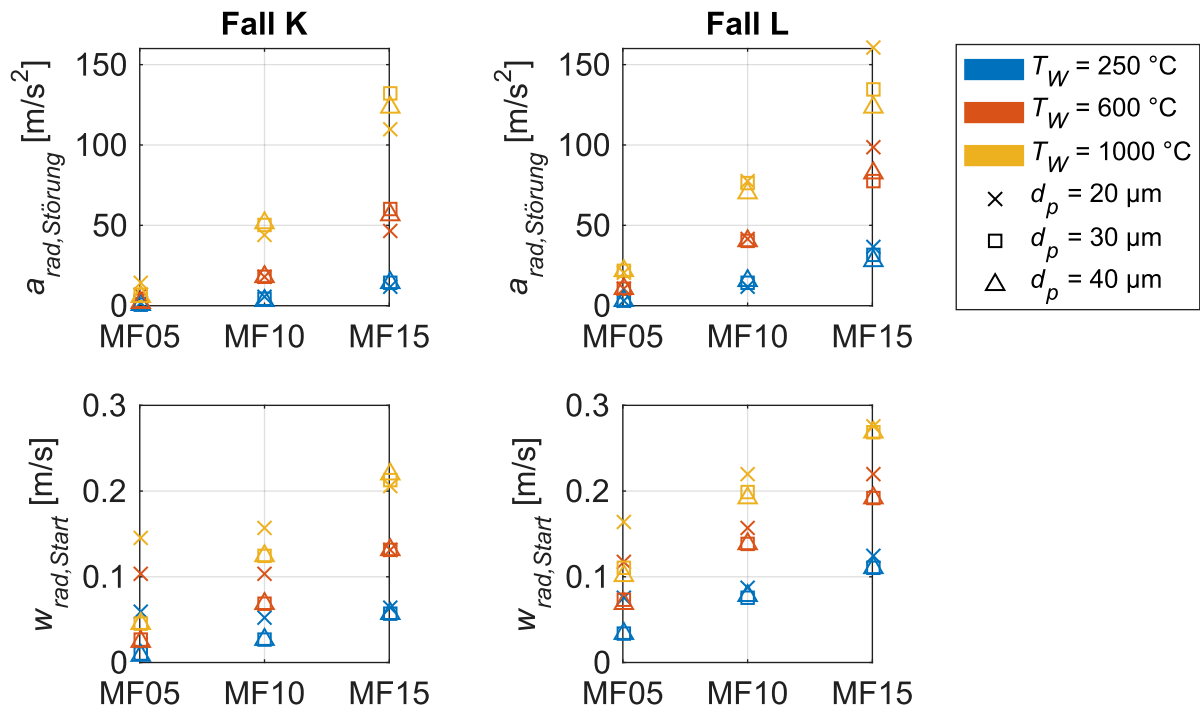


Abbildung 98: Stabilitätsgrenzen bei Störimpuls (unten) und radialer Beschleunigung (oben)

4.5.2 Partikeleigenschaften am Einlass

Die Partikeleigenschaften am Einlass werden durch die radiale Startposition $X_{rad,start}$, die Rotationsgeschwindigkeit Ω_{start} , die axiale Partikelgeschwindigkeit $w_{ax,start}$ und einem Winkel $\alpha_{vel,start}$ zwischen radialer und axialer Geschwindigkeit am Einlass definiert. Für diese Parameter werden die Grenzwerte ermittelt, bei denen unter den jeweiligen Strömungsbedingungen keine Kollision mit den Rohrwandungen resultiert. Hierzu wird für jede Strömungsbedingung ein vollfaktorierter Versuchsplan aus den Faktorstufen der Parameter $X_{rad,start}$, Ω_{start} , $w_{ax,start}$ und $\alpha_{vel,start}$ erstellt. Die Faktorstufen der Parameter sind in Tabelle 11 zusammengefasst. Insgesamt ergeben sich 388.773 Faktorstufenkombinationen, wobei die Anzahl berechneter Trajektorien aus Symmetriegründen um 5/9 reduziert werden kann.

Tabelle 11: Faktorstufen in Bezug auf die disperse und kontinuierliche Phase

Parameter	Faktorstufe	Anzahl (Simulation)	Anzahl (Auswertung)
$X_{rad,start}$	$\pm\{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$ [mm]	5	9
Ω_{start}	$\pm\{0; 5; 15; 35; 60; 100; 200; 500; 1000\} * 10^3$ [1/s]	17	17
$w_{ax,start}$	$\{0; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 10; 12; 15; 20\}$ [m/s]	11	11
$\alpha_{vel,start}$	$\pm\{0; 0,5; 1; 1,5; 2; 3\}$ [°]	11	11
\dot{m}_f	$\{0,5; 1; 1,5\} * 10^{-5}$ [kg/s]	3	3
T_W	$\{21; 250; 600; 1000\}$ [°C]	4	4
Fall	{K; L}	2	2

Im Folgenden werden Faktorstufenkombinationen, bei denen keine Kollision mit einer Rohrwand resultiert, weiter betrachtet und Kombinationen mit Kollision verworfen. Eine Faktorstufenkombination wird genau dann als „Lösung“ definiert, sofern alle Faktorstufenkombinationen mit geringeren Beträgen der Faktoren ebenso zu keiner Kollision führen.

Die Lösung mit Beträgen eines oder mehrerer Faktoren, welche von keiner anderen Lösung mit sonst gleichen Faktorstufen betragslich „dominiert“ wird, wird im Folgenden als „Grenzlösung“ bezeichnet. Da jede Grenzlösung die Lösungen der „dominierten“ Lösungen enthält, kann eine Grenzlösung als obere Grenze der Partikeleigenschaften betrachtet werden, bei der die Partikeln bei dem Transport durch das Kapillarrohr nicht mit der Rohrwand kollidieren.

Diese Grenzlösungen sind in Tabelle 12 für den Fall K und in Tabelle 13 für den Fall L für die unterschiedlichen Strömungsbedingungen und Partikelgrößen zusammengetragen. Die angegebenen Werte einer Grenzlösung entsprechen der Anzahl an Faktorstufen des jeweiligen Parameters, welche von der jeweiligen Grenzlösung einbezogen werden, beginnend vom kleinsten zum größten Betrag der Faktorstufen. Faktorstufen mit gleichem Betrag aber unterschiedlichem Vorzeichen werden hierbei aus Symmetriegründen in den Tabellen nur einmal gezählt. Konkrete Parameterwerte einer Grenzlösung können mit Hilfe der Legende und der Faktorstufen aus Tabelle 11 ermittelt werden. Beispiel: „3“ in den Tabellen der Grenzlösungen für den Faktor $X_{rad,start}$ bedeutet, dass die Faktorstufen $\{0; \pm 0,1; \pm 0,2\}$ mm in der entsprechenden Lösung enthalten sind.

Anhand dieser Tabellen kann zukünftig ein Injektor ausgelegt werden, mit welchem gemäß einer Grenzlösung Partikeleigenschaften am Rohreingang realisiert werden.

- Die mittleren Faktorstufen Ω_{start} und $\alpha_{vel,start}$ sinken mit d_p ,
- die mittleren Faktorstufen $w_{ax,start}$ und $\alpha_{vel,start}$ steigen mit \dot{m}_f ,
- die mittlere Faktorstufe Ω_{start} sinkt mit \dot{m}_f ,
- die mittleren Faktorstufe Ω_{start} steigt im Fall K mit T_W ,
- allgemein wenige Grenzlösungen für $T_W = 21\text{ °C}$,
- allgemein geringe Abhängigkeit der mittleren Faktorstufen von dem Fall (K bzw. L), da T_W kaum Einfluss auf die mittleren Faktorstufen hat,
- die mittlere Faktorstufe Ω_{start} ist im Fall K höher, da diese im Fall K mit T_W steigt.

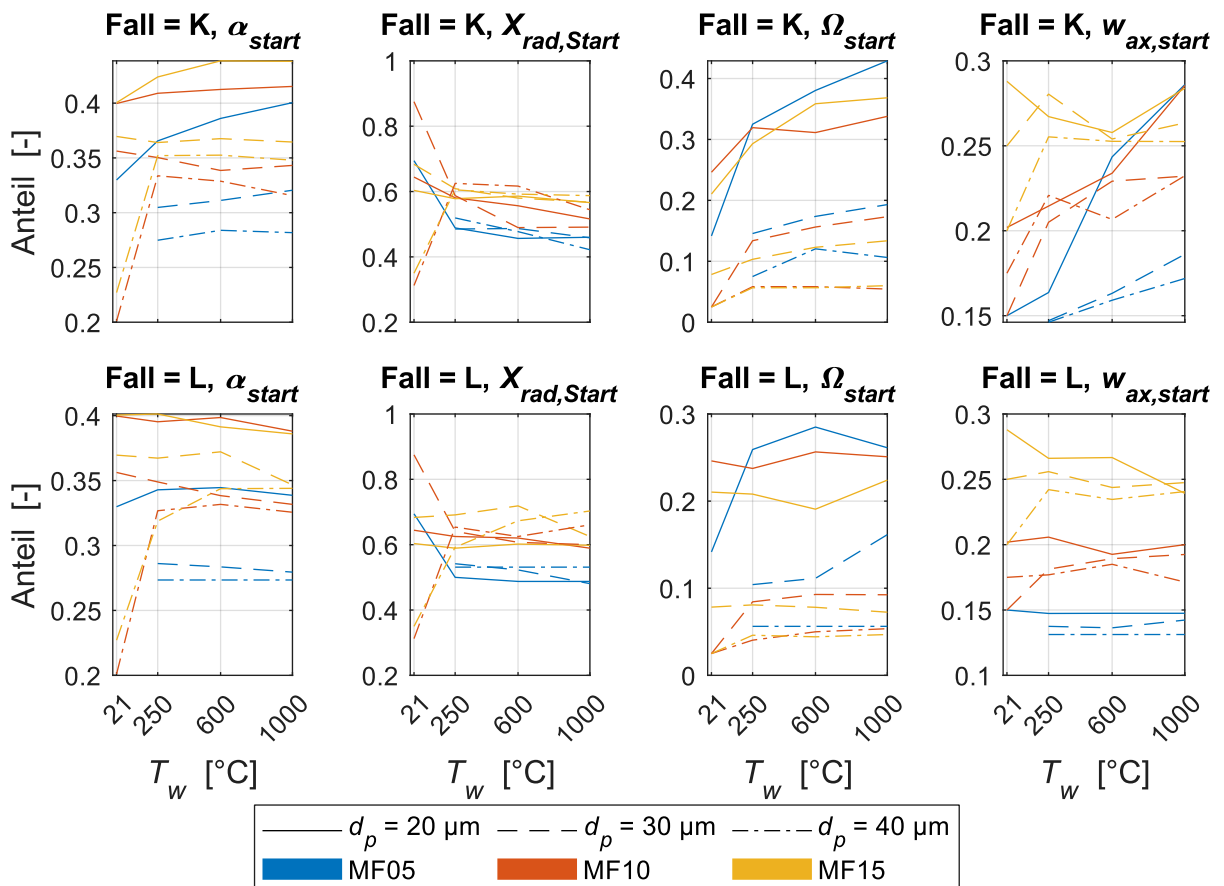


Abbildung 99: Mittlere Faktorstufen der Grenzlösungen für Partikeleigenschaften am Eintritt

Durch die Aufheizung der Partikeln kommt es durch die thermische Partikelträgheit zu nicht isothermen Bedingungen, bei denen die Partikeltemperatur T_p unterhalb der Fluidtemperatur T_f liegt. In Kapitel 2.4 wurde der Einfluss nicht isothermer Bedingungen auf die Partikelkräfte untersucht. Es konnte anhand von exemplarischen Simulationen eine Reduktion der Widerstandskraft im Extremfall mit $T_f = 1000\text{ °C}$ und $T_p = 21\text{ °C}$ um bis zu 30 % und der scherinduzierten Auftriebskraft um bis zu 50 % beobachtet werden. Im Fall mit $T_f = 1000\text{ °C}$ und

$T_p = 550 \text{ °C}$ war dieser Effekt bereits deutlich reduziert. In Kombination mit der Aufheizzeit der Partikeln wurde abgeleitet, dass der hohe Einfluss nicht isothermer Bedingungen mit $T_f - T_p > 550 \text{ °C}$ maximal in den ersten 130 mm auftritt.

Diese Ergebnisse zeigen, dass nicht isotherme Effekte im Fall K mit $T_w = 1000 \text{ °C}$ bei der Herleitung von Startbedingungen einen Einfluss haben können, da die Partikeln im Rohreinlass mit $T_p = 21 \text{ °C}$ in ein heißes Fluid geleitet werden. Der Einfluss nicht isothermer Effekte auf die Grenzlösungen der Startbedingungen wird daher im Folgenden für diesen Fall untersucht. Dazu werden die Grenzlösungen mit einer um 50 % reduzierten scherinduzierten Auftriebskraft und einer um 30 % reduzierten Widerstandskraft erneut bestimmt. Die Änderung um 50 % bzw. 30 % entspricht den zuvor maximal beobachteten Abweichungen durch nicht-isotherme Bedingungen (siehe Kapitel 2.4.3). Die Reduktion der Kräfte wird realisiert, indem zuerst die Kräfte ohne Rotation bestimmt werden und anschließend 30 % bzw. 50 % dieser Kräfte von den Kräften mit Rotation abgezogen werden. Die Grenzlösungen (GRL) der Tabelle 12 werden anschließend mit den resultierenden Grenzlösungen (GRLR) (siehe Tabelle 14, Anhang) verglichen.

Für einen übersichtlichen Vergleich wird für jede GRL geprüft, ob eine oder mehrere GRLR existieren, bei denen alle Faktorstufen $X_{rad,start}$, Ω_{start} , $w_{ax,start}$ und $\alpha_{vel,start}$ entweder unverändert und größer oder unverändert und kleiner sind. Für eine GRL, bei der dies der Fall ist, wird die Summe der Differenz (Diff.) der Faktorstufen zwischen der GRL und der jeweiligen GRLR gebildet. Da dies bei einer GRL für mehrere GRLR der Fall sein kann, wird die maximal resultierende Summe der Differenzen einer GRL in Abbildung 100 dargestellt (Positive Differenz: Faktorstufen der GRL sind größer als jene der GRLR. NaN: Keine GRLR gefunden, bei der alle Faktorstufen entweder unverändert und größer oder unverändert und kleiner sind). Die Reihenfolge der GRL entspricht der in Tabelle 12.

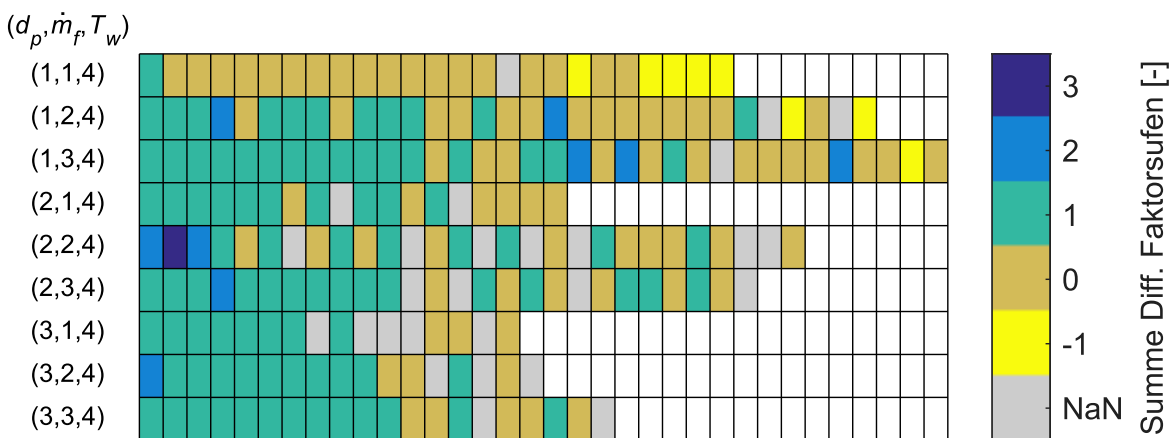


Abbildung 100: Variation der summierten Startbedingungen durch Temperaturdifferenzen zwischen Partikel und Fluid ($T_w = 1000 \text{ °C}$, Fall K)

Die summierten Differenzen sind zum überwiegenden Anteil positiv, da die Fokussierung der Partikeln mit reduzierten Kräften in radialer Richtung weniger wirksam ist. Die summierten Differenzen betragen häufig 0 oder 1, was bedeutet, dass eine Faktorstufe um eine bzw. keine Stufe reduziert werden muss, um die Partikeln mit reduzierten Kräften zu fokussieren. Der Einfluss nicht isothermer Bedingung auf die Grenzlösungen ist somit gering.

4.5.3 Partikeleigenschaften am Auslass

Bei Verfahren der Prozesskategorie „Freistrahlmateriale Auftrag (MJT)“ sind die Partikeleigenschaften beim Auftreffen auf das Substrat wichtige Parameter für einen erfolgreichen Materiale Auftrag. Im Folgenden werden daher Partikeleigenschaften aus verwandten Verfahren abgeleitet. Danach wird untersucht, ob diese Partikeleigenschaften mit dem Verfahrenskonzept dieser Arbeit realisiert werden können. Die wesentlichen Parameter hierbei sind die Partikeltemperatur und -geschwindigkeit beim Auftreffen auf das Substrat.

Partikeltemperatur

Himmel (2020) analysierte das Materialstrahlverfahren für Aluminium. Der Autor zeigte, dass der erfolgreiche Auftrag metallischer Aluminiumtropfen von der Oxidschichtstärke der Aluminiumtropfen abhängig ist. Er variierte die Oxidschichtstärke über die Sauerstoffkonzentration in der Apparatur. Der Schmelzpunkt der Aluminiumoxidhaut liegt deutlich oberhalb der Schmelztemperatur von Aluminium. Der Autor beobachtete für geringe Sauerstoffkonzentrationen, dass die dünne Aluminiumoxidhaut beim Aufprall auf das Substrat aufbricht und das flüssige Aluminium des Tropfens eine feste Verbindung mit dem festen Substrat eingehen kann.

Aus den Ergebnissen der Arbeit von Himmel (2020) lässt sich ableiten, dass die Funktionsfähigkeit des Verfahrenskonzeptes dieser Arbeit vom Aufbrechen der Oxidschichten der Aluminiumpartikel abhängig ist. Ein Vermeiden der Oxidschicht ist nicht möglich, da die Partikeln herstellungsbedingt bereits eine Oxidschicht aufweisen. In der Arbeit von Hasani et al. (2012) wurde demonstriert, dass die Oxidschicht von reinen Aluminiumpartikeln aufbricht, sofern eine kritische Temperatur T_{krit} von 900 °C überschritten wird. Die Autoren zeigten, dass der höhere Ausdehnungskoeffizient des flüssigen Aluminiums einen Innendruck innerhalb der geschlossenen Oxidhaut erzeugt, sodass die Oxidhaut aufbricht und das flüssige Aluminium entweicht. Die Zieltemperatur zum Auftrag der flüssigen Partikeln entspricht für das Verfahrenskonzept dieser Arbeit dementsprechend $T_{krit} = 900$ °C. Mit Austreten des flüssigen Aluminiums bildet sich keine erneute Oxidhaut, da bei dem Verfahrenskonzept dieser Arbeit Argon verwendet wird.

Die minimale Temperatur aller Partikeln gemäß des Versuchsplans der Tabelle 11, welche ohne Wandkollision durch das Kapillarrohr transportiert werden, ist in Abbildung 101, in Abhängigkeit der unterschiedlichen Strömungsbedingungen, dargestellt. Im Fall K ist die Differenz zwischen T_W und der Partikeltemperatur $T_{p,Austritt}$ im allgemeinen geringer als im Fall L. Die Differenz steigt in beiden Fällen mit T_W , \dot{m}_f und d_p . Dies ist auf die sinkende Aufenthaltszeit der Partikeln im Rohr mit steigender Gasgeschwindigkeit (induziert durch hohe Werte von T_W und \dot{m}_f) bzw. einer steigenden thermischen Relaxationszeit mit d_p zurückzuführen. Ein Vergleich der Ergebnisse mit $\epsilon = 0$ und $\epsilon = 1$ verdeutlicht den geringen Einfluss der Strahlung auf die Partikeltemperatur.

Im Fall K wird die für einen Materialauftrag notwendige Partikeltemperatur $T_{krit} = 900 \text{ °C}$ bei einer Wandtemperatur von $T_W = 1000 \text{ °C}$ für den Großteil aller untersuchten Gasmassenströme \dot{m}_f und Partikeldurchmesser d_p überschritten. Die Ausnahme bildet hier die Faktorstufenkombination aus $d_p = 40 \text{ }\mu\text{m}$ und MF15 mit $T_{p,Austritt} \approx 850 \text{ °C}$.

Im Fall L wird T_{krit} bei einer Wandtemperatur von $T_W = 1000 \text{ °C}$ nur für den geringsten Massenstrom dieser Untersuchung (MF05) und für die kleinste Partikelgröße ($d_p = 20 \text{ }\mu\text{m}$) erreicht. Insgesamt ist der Fall K daher in Bezug auf die Partikeltemperatur am Rohraustritt dem Fall L vorzuziehen, da die Partikelerhitzung im Fall K deutlich stärker ist und daher geringere Rohrlängen bzw. Wandtemperaturen zum Erhitzen der Partikeln nötig sind.

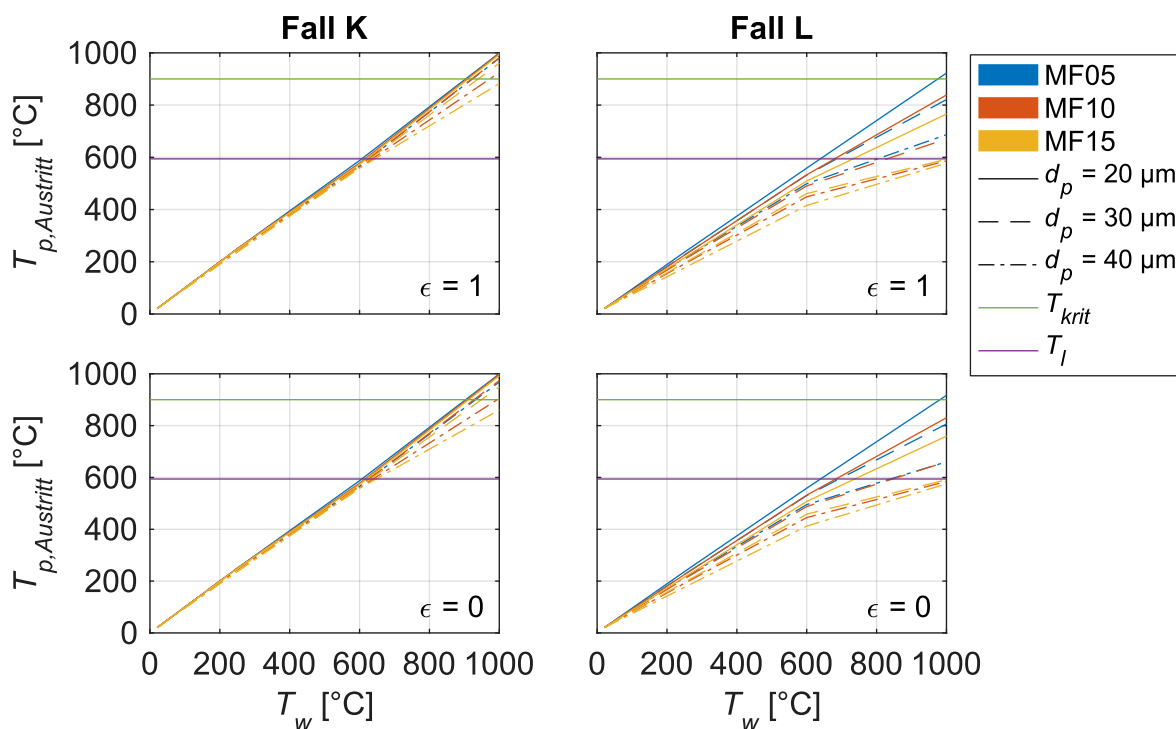


Abbildung 101: Min. Partikeltemperatur am Rohraustritt

Partikelgeschwindigkeit

Für das Materialstrahlverfahren zeigte Himmel (2020) für Aluminium, dass die Dichte additiv gefertigter Strukturen abnimmt, sofern eine gewisse Tropfengeschwindigkeit beim Auftreffen auf das Substrat unterschritten wird. Beim Pulverflammspritzen wird metallisches Pulver in einer Flamme erhitzt/aufgeschmolzen und anschließend auf einer Unterlage aufgetragen. Die Partikelgeschwindigkeit beträgt bei diesem Verfahren typischerweise 40 – 100 m/s (Dorfman 2012).

In Abbildung 102 sind die minimalen Geschwindigkeiten aller Partikel gemäß des Versuchsplans der Tabelle 11, welche ohne Wandkollision durch das Kapillarrohr transportiert worden sind, in Abhängigkeit der unterschiedlichen Strömungsbedingungen, dargestellt. Die Partikelgeschwindigkeit am Rohrauslass steigt mit T_W und \dot{m}_f sowie geringfügig mit d_p . Im Vergleich zur Partikeltemperatur sind die Unterschiede zwischen dem Fall K und dem Fall L gering. Ab einer Temperatur T_W von ca. 600 °C und einem Massenstrom von mindestens MF10 liegen die minimalen Partikelgeschwindigkeiten innerhalb des Temperatur-Prozessfensters beim Pulverflammspritzen (40 – 100 m/s).

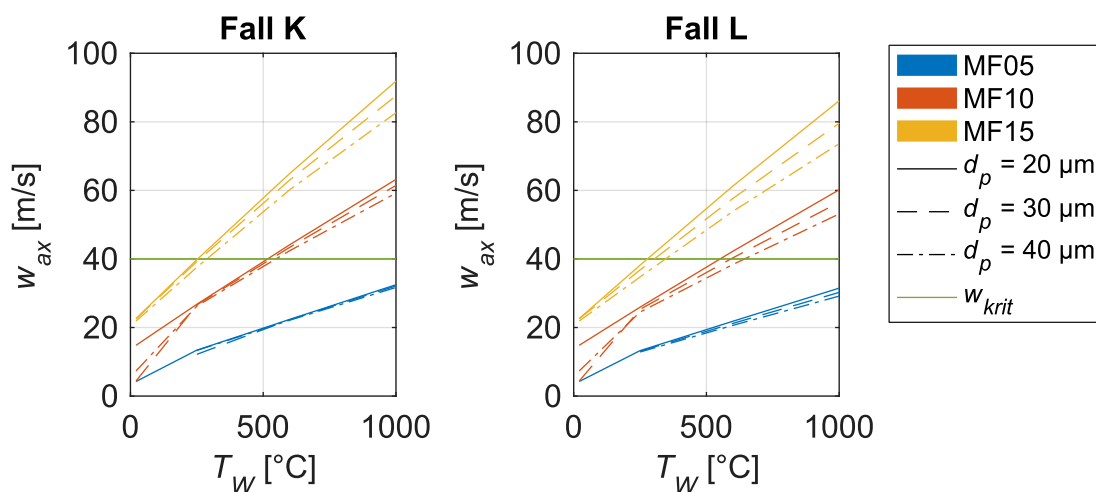


Abbildung 102: Min. Partikelgeschwindigkeiten am Rohraustritt

Partikelposition

Beim Auftrag der Partikel auf ein Substrat ist die Positionierbarkeit der Partikel von Bedeutung. Die Positionierbarkeit wird durch die radiale Streuung der Partikel um das Rohrzentrum beeinflusst.

Radial ausgelenkte Partikel werden im Fall der fokussierenden Wirkung der Auftriebskraft zurück auf das Rohrzentrum beschleunigt, sodass eine durch die radiale Widerstandskraft gedämpfte Schwingung um das Rohrzentrum resultiert, bis die Partikel das Rohr am Ausgang

verlassen (Abbildung 87). In Abbildung 103 sind die maximalen, radialen Auslenkungen der Partikeln am Rohrauslass aufgrund der Partikeleigenschaften am Rohreinlass dargestellt. Die Auslenkung sinkt im Allgemeinen mit T_W . Sie liegt für $T_W \geq 600$ °C für alle untersuchten Gas-massenströme und Partikelgrößen unterhalb von 0,1 mm. Die größten maximalen Auslenkungen resultieren in diesem Bereich für $d_p = 40$ μm . Wie zuvor in Abbildung 89 illustriert, ist dies auf die erhöhte Partikelträgheit und die geringere Dämpfung der Schwingung um das Rohr-zentrum zurückzuführen.

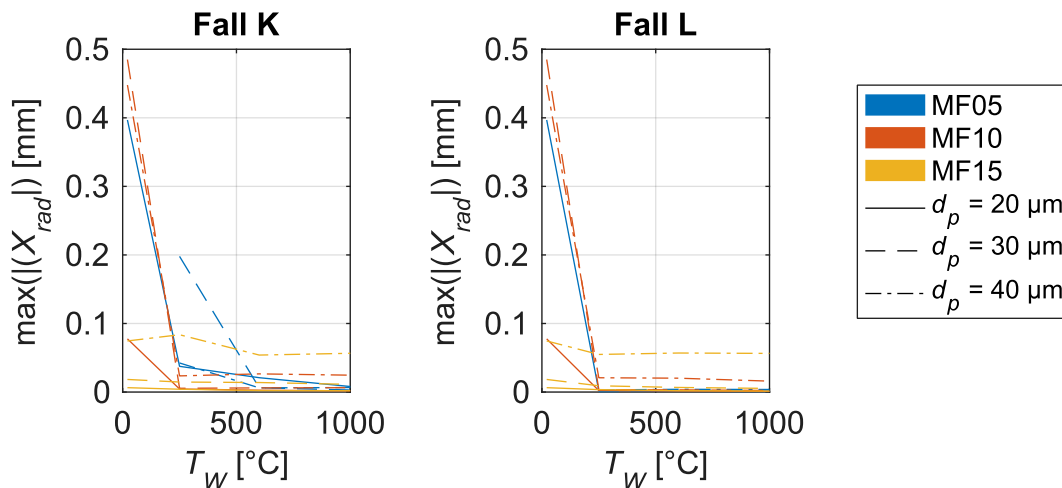


Abbildung 103: Max. radiale Partikelpositionen am Rohrauslass

Neben der Streuung der Partikeln durch die Partikeleigenschaften am Rohreinlass ist eine Streuung ebenfalls durch eine radiale Störung der Partikeln innerhalb des Rohres möglich. Wie zuvor in Kapitel 4.5.1 gezeigt, kann eine Störung der Partikeln bis zu einer gewissen Intensität durch die fokussierende Wirkung der Partikelauftriebskraft kompensiert werden. Untersucht wurden hierbei Störungen in Form eines einmaligen radialen Impulses und einer dauerhaften radialen Beschleunigung. Die maximale radiale Auslenkung der Partikeln, welche im Zuge einer Störung in der Untersuchung nicht defokussiert werden, ist in Abbildung 104 dargestellt. Da eine Störung zu jeder Zeit im Rohr auftreten kann, wird hierbei die maximale Auslenkung der gesamten Partikeltrajektorie – unabhängig von der axialen Position – betrachtet. Die maximale radiale Auslenkung liegt im Fall L unterhalb von ca. 0,3 mm. Im Fall K sinkt die Auslenkung qualitativ mit dem Gasmassenstrom. Für $T_W = 1000$ °C beträgt die maximale Auslenkung im Fall K für MF05 ca. 0,5 mm, für MF10 ca. 0,3 mm und für MF15 ca. 0,2 mm.

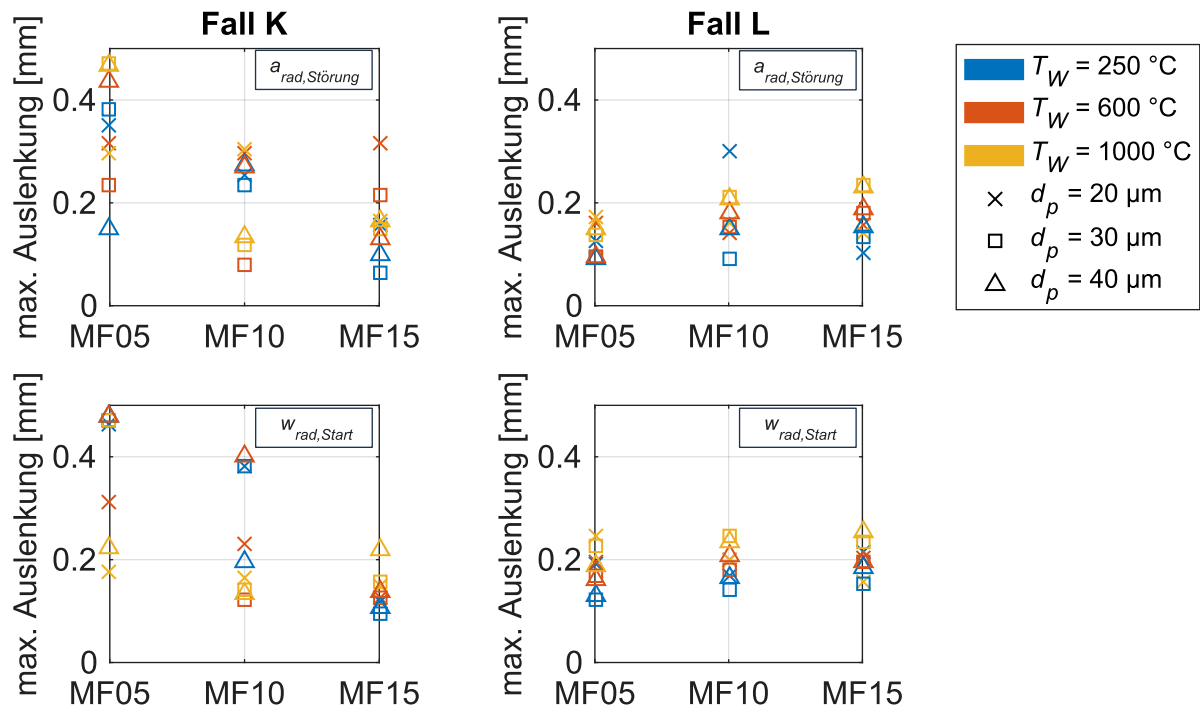


Abbildung 104: Max. Auslenkung der Partikeln (ohne Wandkollision) durch eine radiale Störung

Übergang vom Rohraustritt zum Substrat

In Kapitel 3.4 wurde das Substrat im Abstand $G = 1,7 \cdot D$ zum Rohr positioniert, da sonst von einem Einfluss des Substrates auf die Strömungsbedingungen im Rohr auszugehen ist. Da die Partikeleigenschaften mit dem Euler-Lagrange-Verfahren zwischen dem Rohreinlass und dem Rohrauslass berechnet werden, wird nachfolgend untersucht, inwiefern sich die Partikeleigenschaften von dem Rohrausgang bis zum Substartauftrag verändern.

Hierzu werden Partikeltrajektorien eindimensional innerhalb eines ruhenden Fluids (Argon) der Temperatur 21 °C berechnet, bis diese eine Strecke von $G = 1,7 \cdot D$ überwunden haben und sich an der Position des Substrates befinden. Zum Zeitpunkt $t = 0\text{ s}$ weisen die Partikeln vereinfachend die Temperaturen T_W bzw. Geschwindigkeiten gemäß der Abbildung 102 auf. Der strahlungsinduzierte Wärmeübergang wird hierbei mit einer Umgebungstemperatur von 21 °C und $\epsilon = 1$ berechnet. Im Unterschied zur bisherigen Modellierung der Widerstandskraft über das Interpolationsmodell des Kapitels 2.3.7, wird die Widerstandskraft über die Korr. nach Schiller und Naumann (1933) bestimmt. Da die Widerstandskraft ansteigt, sofern sich eine Partikel senkrecht in Richtung einer Wand bewegt, wird jene Korr. nach Schiller und Naumann

(1933) mit einem Faktor nach Wu und Lee (1998) korrigiert²⁰. Weitere Infos zur Modellierung sind dem Kapiteln 4.2.2 und 4.2.1 zu entnehmen.

Die gesamte Verzögerung und Abkühlung der Partikeln entlang der Trajektorien sind in Abbildung 105 für unterschiedliche Strömungsbedingungen und Partikelgrößen illustriert. Aufgrund der niedrigeren Partikel-Relaxationszeit kleinerer Partikeln sinkt die Abkühlung und Verzögerung mit d_p . Insgesamt sind die Abkühlungen und die Verzögerungen jedoch gering. In der Realität ist die Abkühlung und Verzögerung außerdem durch den heißen Freistrah der Rohrströmung reduziert.

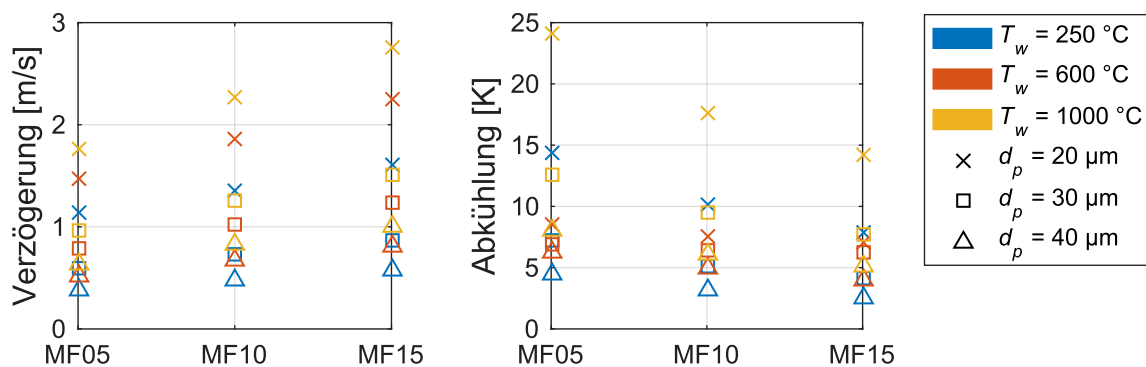


Abbildung 105: Verzögerung (links) und Abkühlung (rechts) der Partikeln zwischen dem Rohraustritt und dem Substrat

Das auf das Substrat auftreffende Fluid bildet einen Prallstrahl, der sich radial vom Rohrzentrum nach außen ausbreitet (Jeffers et al. 2016). Die Interaktion der Partikeln mit der radialen Strömungskomponente des Prallstrahls kann daher zu einem radialen Transport der Partikeln weg vom Rohrzentrum führen. Im Folgenden wird daher der Einfluss der radialen Fluidgeschwindigkeit zwischen dem Rohrausgang und dem Substrat auf die fokussierten Partikeln

²⁰ Die Autoren gaben Korrekturfaktoren im Bereich von $0 \leq Re_{p,s} \leq 40$ und Partikel-Wand-Abständen L im Bereich $0,7 \leq d_p/L \leq 20$ an. Für $Re_{p,s} > 40$ bzw. $d_p/L > 20$ werden die Korrekturfaktoren für $Re_{p,s} = 40$ bzw. $d_p/L = 20$ verwendet. Da der Korrekturfaktor mit $Re_{p,s}$ bzw. d_p/L sinkt, führt dies zu einem konservativen Ergebnis, da die Partikeln unter dieser Annahme stärker abgebremst werden. Für $d_p/L < 0,7$ wird der Korrekturfaktor für $d_p/L = 0,7$ gewählt. Da der Kontakt zur Wand bereits bei $d_p/L = 0,5$ besteht, gilt diese Approximation in einem kleinen Bereich und führt zu geringen Fehlern.

untersucht. Hierzu wird die radial zurückgelegte Strecke der Partikeln durch eine radiale Fluidströmung auf der Strecke $G = 1,7 \cdot D$ numerisch berechnet. Die Zeit, in der die Partikeln diese Strecke zurücklegen, ergibt sich aus w_{ax}/G . Hierbei wird angenommen, dass $w_{ax} = v_{max} = \text{konst.}$ gilt und die Partikeln zu Beginn keine radiale Geschwindigkeit aufweisen. In der Betrachtung wirkt auf die Partikeln eine radiale Widerstandskraft nach Schiller und Naumann (1933). Diese radiale Kraft ergibt sich vereinfachend im Rahmen einer konservativen Abschätzung aus der radialen Fluidgeschwindigkeit $v_{rad} = v_{max} = \text{konst.}$ und der radialen Partikelgeschwindigkeit zum jeweiligen Zeitpunkt t .

Die radial zurückgelegte Strecke bzw. die radiale Auslenkung der Partikeln durch einen radialen Fluidstrom zwischen dem Rohrausgang und dem Substrat ist in Abbildung 106 zu sehen. Die Auslenkung fällt mit der Partikelgröße, dem Gasstrom und der Temperatur. Die Auslenkung liegt allgemein unterhalb von 0,1 mm, für $T_w = 1000 \text{ °C}$ und MF10 bzw. MF15 unterhalb von 0,03 mm.

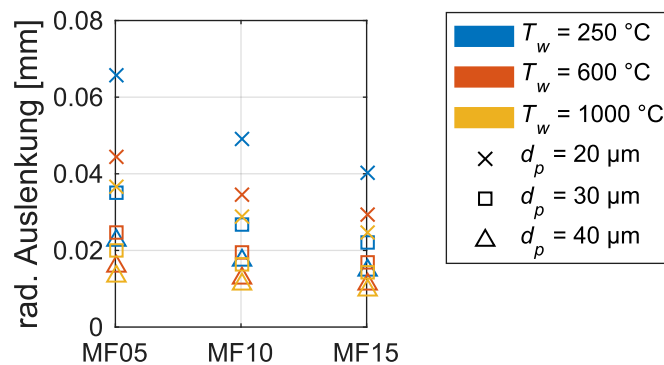


Abbildung 106: Radiale Auslenkung der Partikeln durch radiale Fluidströmung zwischen dem Rohrauslass und dem Substrat

4.5.4 Fazit zum Einsatz des Verfahrens als additives Fertigungsverfahren

Die Ergebnisse der vorherigen Kapitel 4.5.1, 4.5.2 und 4.5.3 werden in diesem Kapitel mit Blick auf den Einsatz eines erhitzten Kapillarrohres in einem additiven Fertigungsverfahren für das Material AlSi10Mg in Beziehung zueinander gesetzt.

Zum Materialauftrag ist grundsätzlich eine Kombination aus Partikelgeschwindigkeit und -temperatur nötig. Die Partikeltemperaturen sind am Rohrausgang für den Gasmassenstrom MF10 und für $T_w = 1000 \text{ °C}$ im Fall K für alle Partikelgrößen der Untersuchung oberhalb der in Kapitel 4.5.3 definierten Temperatur $T_{krit} = 900 \text{ °C}$. Zwar wurde in Kapitel 4.5.1 gezeigt, dass das Verfahren im Fall L allgemein stabiler gegenüber radialer Störungen ist, jedoch ist die Aufheizrate deutlich reduziert ($T_{p,Auslass}(d_p = 40 \text{ µm}, T_w = 1000 \text{ °C}, \text{MF10}) \approx 600 \text{ °C} \ll T_{krit}$).

Gleichzeitig liegen die Partikelgeschwindigkeiten für die gleichen Strömungsbedingungen im Fall K innerhalb des Temperatur-Prozessfensters des Pulverflammspritzens (40 – 100 m/s).

Die Abkühlungen bzw. Verzögerungen der Partikeln zwischen dem Rohrausgang und dem Substrat sind hierbei für $d_p = 20 \mu\text{m}$ unterhalb von 20 K bzw. 3 m/s. Für $d_p = 40 \mu\text{m}$ liegen die Abkühlungen unterhalb von 7 K und die Verzögerungen unterhalb von 1 m/s. Die Kombination

- Gasmassenstrom $\dot{m}_f = 1,0 * 10^{-5} \text{ kg/s}$ (Argon),
- Temperaturverlauf an der Rohrwand: $T_W = 1000 \text{ °C}$, Fall K,
- Partikeldurchmesser $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ (AlSi10Mg),
- Rohrlänge $S = 822 \text{ mm}$,
- Rohrdurchmesser $D = 1 \text{ mm}$,
- Substratabstand $G = 1,7 \text{ mm}$

ist dementsprechend für einen Materialauftrag aussichtsreich.

Die maximalen radialen Auslenkungen aufgrund der Partikelgeschwindigkeiten bzw. -rotationen am Rohreinlass liegen bei dieser Kombination unterhalb von 0,04 mm (Abbildung 103). Die Auslenkungen aufgrund von radialen Störungen betragen maximal 0,3 mm (Abbildung 104). Auslenkungen durch Interaktionen mit dem Prallstrahl zwischen Rohrausgang und Substrat wurden auf 0,03 mm geschätzt (Abbildung 106). Somit ist von einer maximalen Partikelstreuung auf dem Substrat mit einem Durchmesser von $2 \cdot (0,3 + 0,04 + 0,03) \text{ mm} = 0,74 \text{ mm}$ auszugehen.

Die Partikeleigenschaften am Einlass des Rohres, bei denen keine Kollision mit einer Rohrwand resultiert, können für die vorliegende Parameterkombination der Tabelle 14 entnommen werden. Da die Startbedingungen gleichzeitig für die Partikelgrößen $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ eingehalten werden müssen, ergeben sich kombinierte Grenzen der Startbedingungen, bei welchen keine der unterschiedlichen Partikelgrößen mit den Rohrwandungen kollidiert. Diese kombinierten Grenzen entsprechen den Grenzen der Partikel mit $d_p = 40 \mu\text{m}$, was auf die größere Trägheit dieser Partikeln zurückzuführen ist. Unter Einhaltung dieser Grenzen beschleunigen und erhitzen sich die Partikeln der Pulverfraktion mit $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ im Kapillarrohr derart, dass ein Materialauftrag auf einem Substrat mit einer maximalen Streuung von 0,74 mm ermöglicht wird.

Eine Eingrenzung des Partikeldurchmessers d_p auf den Bereich $30 - 40 \mu\text{m}$ bei sonst gleichen Prozessbedingungen resultiert in einer maximalen radialen Auslenkung der Partikeln von 0,2 mm durch radiale Störungen (Abbildung 104). Die radiale Auslenkung durch Interaktion mit dem Freistrahle zwischen dem Rohrauslass und dem Substrat ist ebenso leicht reduziert (Abbildung 106). Dies führt insgesamt zu einer maximalen radialen Auslenkung der Partikeln auf dem Substrat in einem Durchmesser von $2 \cdot (0,2 + 0,04 + 0,02) \text{ mm} = 0,52 \text{ mm}$. Die Stabili-

tätsgrenze gegenüber einer Störung in Form einer radialen Beschleunigung ist für diese Pulverfraktion außerdem leicht erhöht (Abbildung 98). Die kombinierten Grenzen der Startbedingungen sind im Vergleich zur Pulverfraktion mit $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$ unverändert.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist ein Verfahrenskonzept, bei dem Partikeln durch eine laminare Rohrströmung geleitet werden. Die permanente Beschleunigung der Gasströmung führt hierbei zur Stabilisierung und Fokussierung der Partikelflugbahnen innerhalb des Rohres. Eine gleichzeitige Erhitzung des Kapillarrohres geht mit einer Partikelerhitzung und -beschleunigung einher, sodass die Partikeln bei Verlassen des Rohres prinzipiell auf einem Substrat additiv aufgetragen werden können.

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, ein grundlegendes Verständnis zum Partikelverhalten im Kontext des Verfahrenskonzeptes aufzubauen, die prinzipielle Funktionsweise nachzuweisen und Richtlinien zum Einsatz des Verfahrens als additives Fertigungsverfahren abzuleiten.

Zur Erreichung dieser Ziele wurde ein methodischer Ansatz gewählt, welcher auf einer Kombination aus experimentellen Untersuchungen und numerischen Simulationen basiert.

Die Wirkweise von Partikelkräften und Momenten ist für das Verfahrenskonzept elementar. Daher wurde in einem ersten Schritt (Kapitel 2) der Stand der Forschung zur Vorhersage jener Kräfte und Momente im Kontext einer Partikel innerhalb einer wandbegrenzten Scherströmung dargestellt. Durch die Literaturrecherche konnten aussichtsreiche Parameterbereiche für den Gasmassenstrom, die Partikelgröße und eine Rohrgeometrie für die Untersuchungen dieser Arbeit hergeleitet werden.

Die Literaturrecherche zeigte ebenfalls die Forschungslücken im Bereich der Vorhersage von Partikelkräften innerhalb einer laminaren Rohrströmung auf, sofern die Kräfte gleichzeitig durch mehrere Effekte erzeugt werden (scher-, wand-, rotationsinduzierte Partikelkraft). Da keine adäquaten allgemeingültigen Korrelationen zur Vorhersage der Kräfte bekannt sind, wurde in dieser Arbeit ein Modell zur Vorhersage der Partikelkräfte für den zuvor hergeleiteten Parameterbereich entwickelt. Die deutliche Reduktion der Vorhersagefehler durch dieses Modell wurde im Vergleich zu alternativen Korrelationen erfolgreich demonstriert und bildete daher die Basis für die Berechnung individueller Partikelbahnen in den dargestellten simulativen Untersuchungen zur Analyse des Verfahrenskonzeptes.

Auf Basis der zuvor hergeleiteten Verfahrensparameter wurden in Kapitel 3 experimentelle Untersuchungen im Temperaturbereich zwischen 21 °C und 250 °C durchgeführt. Grundlage hierfür war zunächst die Entwicklung eines Versuchsstands sowie zweier Messverfahren.

Bei dem „dynamischen“ Messverfahren wurden die Partikeln beim Verlassen des Rohres im Flug erfasst, um Partikelverteilungen und -geschwindigkeiten auszuwerten. Hierbei wurden die Partikeln mittels Partikelschattenmessung von einer Highspeed-Kamera aufgezeichnet und mit Hilfe eines PTV-Algorithmus zu Partikeleigenschaften am Rohreingang und -ausgang weiterverarbeitet.

Bei dem „statischen“ Messverfahren wurden die Partikeln beim Verlassen des Rohres entlang einer linearen Bahn auf einem Substrat fixiert. Diese Bahnen wurden anschließend in hoher Auflösung abgelichtet, was die Untersuchung des Einflusses von der Partikelform und -größe auf die Partikelverteilung ermöglichte.

Die experimentellen Ergebnisse der Partikeleigenschaften am Rohrauslass zeigen, dass ein Teil der Partikeln das Rohr fokussiert verlässt und ein Teil breit über den Rohrquerschnitt verteilt ist. Die breit verteilten Partikeln wiesen eine geringere Axialgeschwindigkeit und einen größeren Winkel α_{vel} als die fokussierten Partikeln auf.

Der Anteil fokussierter Partikeln konnte durch die Erhitzung des Kapillarrohres erhöht werden. Dies ist in Übereinstimmung mit den theoretischen Grundlagen, da die Beschleunigung des Gases durch die Erhitzung gesteigert wird, was mit einer größeren scherinduzierten Auftriebskraft zur Fokussierung der Partikeln verbunden ist.

Die Pulverfraktion (AlSi10Mg, $d_p = 20 - 40 \mu\text{m}$) der experimentellen Untersuchungen ist Teil eines gasverdünnten Pulvers, welches üblicherweise in der additiven Fertigung für das Verfahren „selektives Laserschmelzen“ eingesetzt wird. Durch die Analyse der Partikelform und -größe am Rohrauslass stellte sich heraus, dass der Anteil fokussierter Partikeln von der Partikelgröße, jedoch nicht von der Partikelform der Pulverfraktion abhängig ist. Die fokussierten Partikeln waren durchschnittlich kleiner, als nicht fokussierte Partikeln.

Aufgrund der Konstruktion der Zuführeinheit war die Partikelverteilung am Rohreinlass in den experimentellen Untersuchungen nicht beliebig variierbar und auf einen Temperaturbereich bis 250 °C beschränkt. Daher wurde in Kapitel 4 ein Simulationsmodell auf Basis des Euler-Lagrange-Verfahrens implementiert, mit welchem die Partikeltrajektorien innerhalb des Kapillarrohres berechnet werden konnten.

Hierbei kam insbesondere das in Kapitel 2 erarbeitete Modell zur Vorhersage der Partikelkräfte zum Einsatz.

Da in den experimentellen Ergebnissen ein (kein) Zusammenhang zwischen der Partikelgröße (Partikelform) und der Fokussierung der Partikeln gefunden wurde, wurden zur Simulation ideal sphärische Partikeln unterschiedlicher Größe betrachtet.

Die Berücksichtigung von Partikel-Wand-Kollisionen wurde durch den Einsatz eines statistischen Kollisionsmodells ermöglicht, dessen Parameter zuvor messtechnisch ermittelt wurden.

Mit dem Simulationsmodell konnten die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 3 erfolgreich nachgebildet werden. Es konnte nachgewiesen werden, dass die geringere Axialgeschwindigkeit und der größere Winkel α_{vel} der nicht fokussierten Partikeln auf vorherige Wandkollisionen zurückzuführen ist.

Außerdem wurde das Partikelverhalten individueller Partikelbahnen innerhalb der Rohrströmung bei Temperaturen bis 1000 °C mit dem Simulationsmodell analysiert. Hierbei wurden Grenzwerte für radiale Störungen in Form von Beschleunigungen und Impulsen abgeleitet. Zusätzlich wurde das Partikelverhalten in Folge von Partikel-Wand-Kollisionen und unterschiedlichen Partikeleigenschaften am Rohreinlass betrachtet. Hierbei konnte gezeigt werden, dass eine Fokussierung von Partikeln nach vorheriger Wandkollision möglich ist.

Abschließend wurde das Simulationsmodell verwendet, um Richtlinien für das Verfahrenskonzept im Kontext eines additiven Fertigungsverfahrens am Beispiel der vorliegenden Pulverfraktion herzuleiten. Die Zielgrößen waren hierbei die Partikeltemperatur, -geschwindigkeit und -streuung am Rohrauslass, mit denen ein Materialauftrag auf einem Substrat mit Blick auf verwandte Verfahren aussichtsreich ist.

Außerdem wurden Grenzwerte ermittelt, bei denen die Partikeln am Rohreinlass bis zum Verlassen des Rohres am Rohrausgang nicht mit den Rohrwandungen kollidieren. Letzteres ist für das Verfahren Grundvoraussetzung, da die Kollisionen aufgeschmolzener Partikeln mit der Rohrwand zur Verstopfung des Rohres führen können.

Ausblick

In den experimentellen Ergebnissen dieser Arbeit konnten Partikel-Wand-Kollisionen aufgrund der nicht idealen Partikelzufuhr nicht ausgeschlossen werden. In zukünftige Arbeiten sollte daher zunächst die Entwicklung einer alternativen Zuführeinheit im Vordergrund stehen, bei der die Partikeleigenschaften am Rohreinlass die in dieser Arbeit simulativ ermittelten Grenzwerte einhalten und daher keine Partikel-Wand-Kollision resultiert.

In einem weiteren Schritt ist ein experimenteller Aufbau von Interesse, bei dem die in dieser Arbeit hergeleiteten Richtlinien (Rohrtemperatur, Rohrgeometrie, Gasmassenstrom, ...) praktisch umgesetzt werden und so ein additiver Materialauftrag auf einem Substrat realisiert werden kann.

Mit dem entwickelten Modell zur Vorhersage der Widerstands- und Auftriebskraft können in Zukunft alternative Mehrphasenströmungen berechnet werden, bei denen nicht neutral strömende Partikeln innerhalb einer laminaren Rohrströmung zum Einsatz kommen. Insbesondere das in dieser Arbeit untersuchte Verfahren kann mit Hilfe dieses Modells für alternative (nicht metallische) Materialien ausgelegt werden, da die Strömungskräfte unabhängig von der Dichte des Partikelmaterials sind. Konkret könnte beispielsweise das Kunststoff-Pulver „EOS PEEK HP3“ der Firma EOS GmbH verwendet werden, welches in der additiven Fertigung Verwendung findet und in einer ähnlichen Partikelgrößenordnung auf dem Markt erhältlich ist.

6 Anhang

A.1 Weitere Messergebnisse

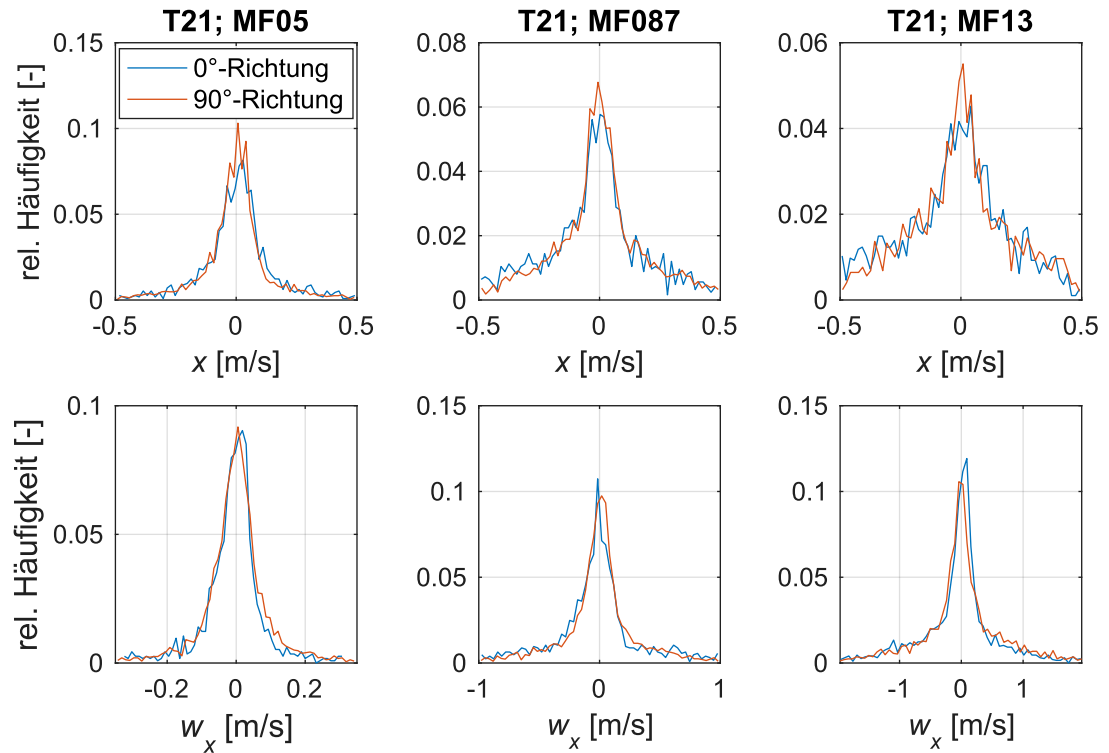


Abbildung 107: Partikelverteilung (bezogen auf x und w_x) an MS2 zweier 90° zueinander versetzten Projektionsrichtungen für die Faktorstufe T21 (dynamisches Messverfahren)

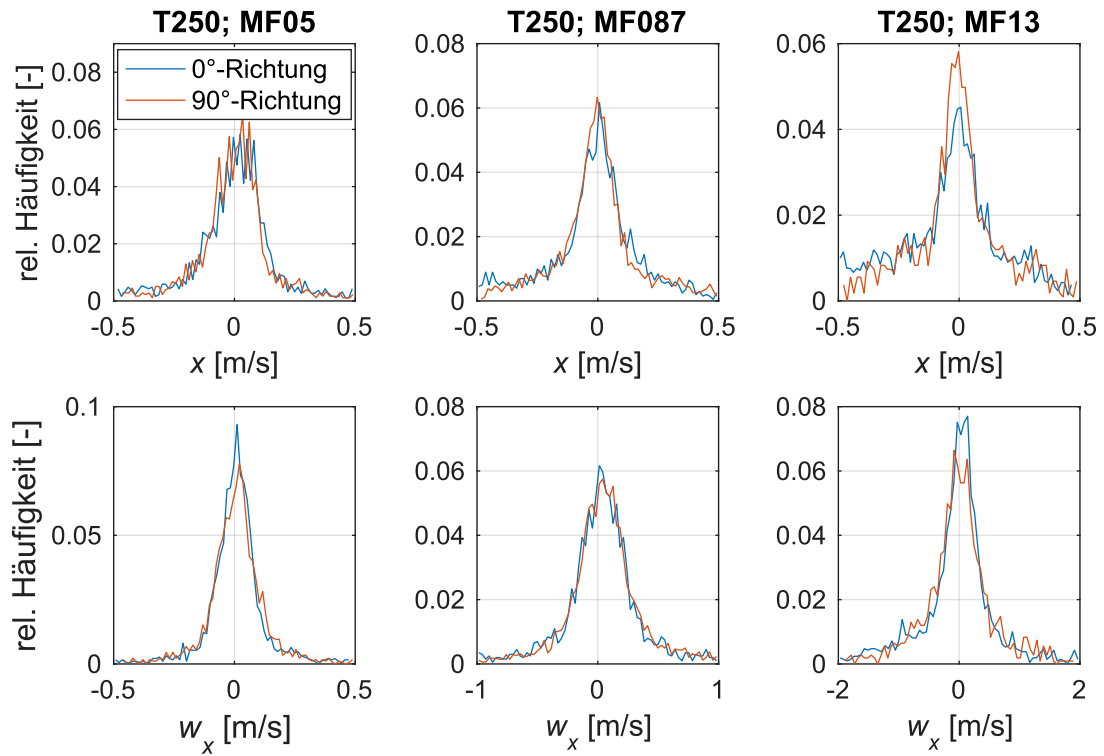


Abbildung 108: Partikelverteilung (bezogen auf x und w_x) an MS2 zweier 90° zueinander versetzten Projektionsrichtungen für die Faktorstufe T250 (dynamisches Messverfahren)

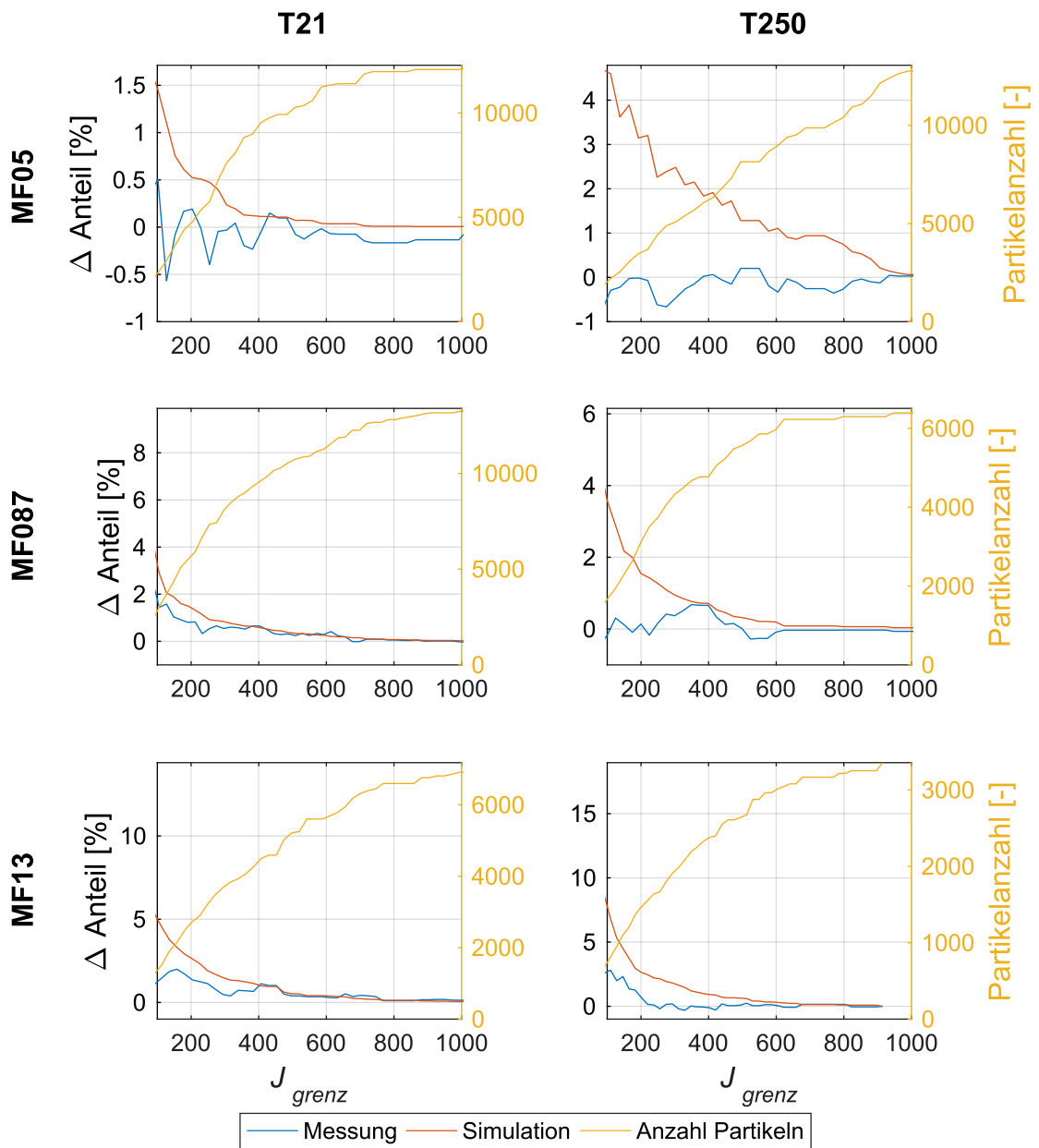


Abbildung 109: Messgrößenabhängigkeit vom Partikelstrom ($t_m = t_{\text{löschen}}$)

A.2 Weitere Simulationsergebnisse

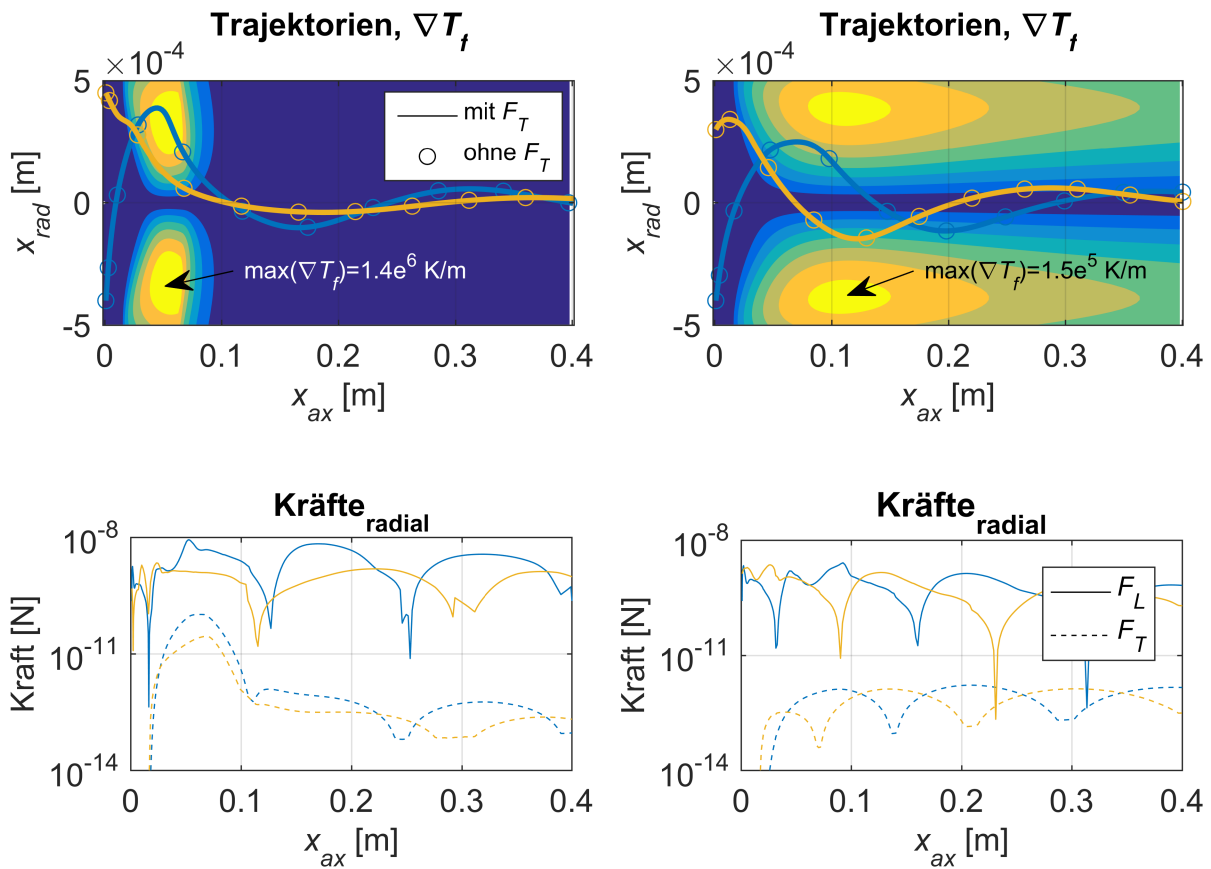


Abbildung 110: Einfluss von Thermophorese auf die Partikeltrajektorien ($d_p = 20 \mu\text{m}$) für MF15 im Fall K (konstante Wandtemperatur, links) und im Fall L (linear ansteigende Wandtemperatur von $21 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, rechts)

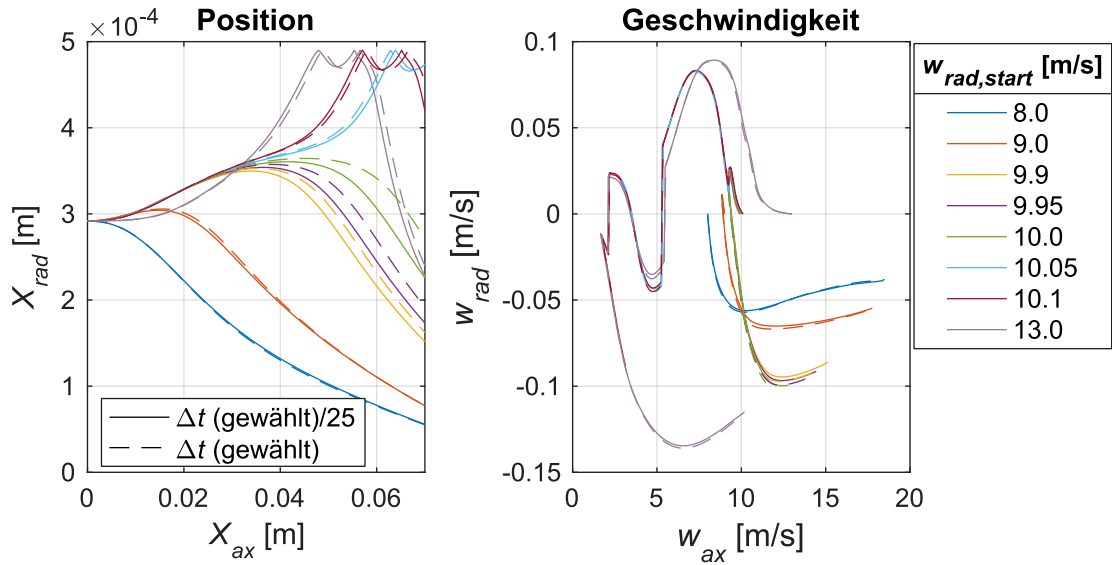


Abbildung 111: Partikeltrajektorien und -geschwindigkeiten bei unterschiedlichen Zeitdiskretisierungen und radialen Partikelstartgeschwindigkeiten $w_{x,rad}$ ($w_{ax,start} = 8$ m/s, $\alpha_{vel} = 0^\circ$, T250, MF087)

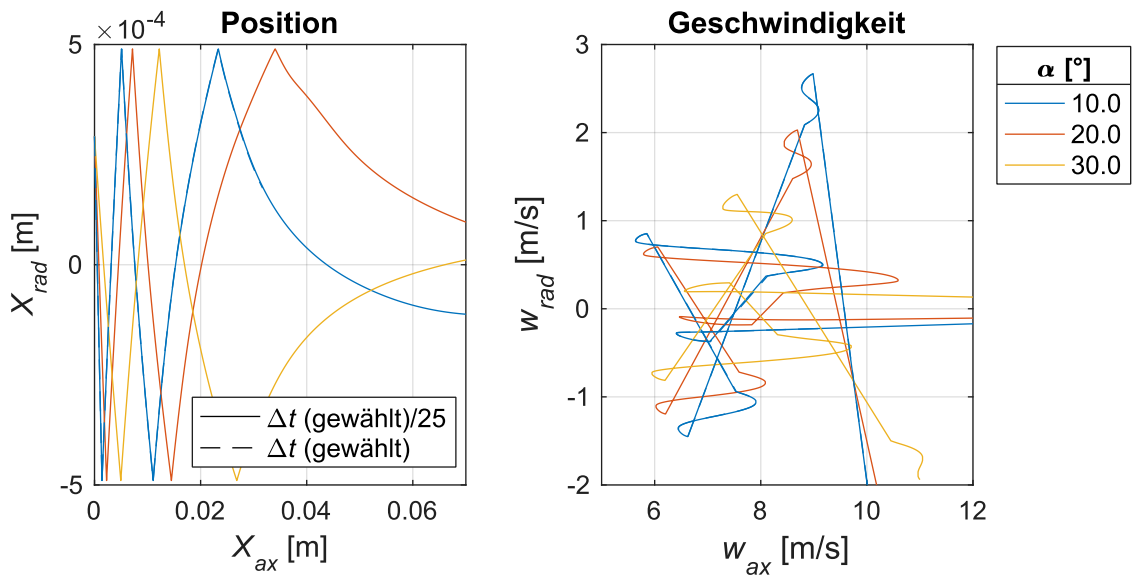


Abbildung 112: Partikeltrajektorien und -geschwindigkeiten bei unterschiedlichen Zeitdiskretisierungen und Startwinkeln $\alpha_{vel,start}$ ($w_{ax,start} = 11$ m/s, T250, MF087, $\gamma = 0^\circ$)

7 Literaturverzeichnis

- Alexander, R.; Leahy, B.; Manoharan, V. N. (2020): Precise measurements in digital holographic microscopy by modeling the optical train. In: *Journal of Applied Physics* 128 (6), S. 60902. DOI: 10.1063/5.0015976.
- Anderson, J. D. (1992): Governing Equations of Fluid Dynamics. In: *John F. Wendt (Hg.): Computational Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 15-51. DOI: 10.1007/978-3-662-11350-9_2.
- Ansell, T. Y. (2021): Current Status of Liquid Metal Printing. In: *Journal of Manufacturing and Materials Processing* 5 (2), S. 31. DOI: 10.3390/jmmp5020031.
- Antoine, P. (2016): PTVlab (Particle Tracking Velocimetry - lab). Online verfügbar unter <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/41235-ptvlab-particle-tracking-velocimetry-lab>, zuletzt geprüft am 06.12.2025.
- Aoki, H.; Kurosak, Y.; Anzai, H. (1979): Study on the Tubular Pinch Effect in a Pipe Flow: I. Lateral migration of a single particle in laminar poiseuille flow: I. Lateral migration of a single particle in laminar poiseuille flow. In: *Japan Society of Mechanical Engineers* (22 164), S. 206-212. DOI: 10.1299/jsme1958.22.206.
- Asmolov, E. S. (1991): Dynamics of a spherical particle in a laminar boundary layer. In: *Fluid Dynamics* 25 (6), S. 886-890. DOI: 10.1007/BF01049699.
- Asmolov, E. S. (1999): The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 381, S. 63-87. DOI: 10.1017/S0022112098003474.
- Bagchi, P.; Balachandar, S. (2002): Effect of free rotation on the motion of a solid sphere in linear shear flow at moderate Re. In: *Physics of Fluids* 14 (8), S. 2719-2737. DOI: 10.1063/1.1487378.
- Berghaus, M.; (Betreuer: Lensker, M.; Apmann, H. (2020): Optimierung und Analyse eines Auswerteverfahrens auf Basis der inversen Abel-Transformation, Fachhochschule Münster, Fachbereich Maschinenbau, unveröffentlichte Masterarbeit.
- Bretherton, F. P. (1962): The motion of rigid particles in a shear flow at low Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 14 (2), S. 284-304. DOI: 10.1017/S002211206200124X.
- Brock, J. R. (1962): On the theory of thermal forces acting on aerosol particles. In: *Journal of Colloid Science* 17 (8), S. 768-780. DOI: 10.1016/0095-8522(62)90051-X.

- Brunner, E.; Munzel, U. (2000): The Nonparametric Behrens-Fisher Problem: Asymptotic Theory and a Small-Sample Approximation. In: *Biometrical Journal* 42 (1), S. 17-25. DOI: 10.1002/(SICI)1521-4036(200001)42:1<17::AID-BIMJ17>3.0.CO;2-U.
- Changfu, Y.; Haiying, Q.; Xuchang, X. (2003): Lift force on rotating sphere at low Reynolds numbers and high rotational speeds. In: *Acta Mechanica Sinica* 19 (4), S. 300-307. DOI: 10.1007/BF02487805.
- Cherukat, P.; McLaughlin, J. B. (1994): The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall. In: *Journal of Fluid Mechanics* 263, S. 1-18. DOI: 10.1017/S0022112094004015.
- Cherukat, P.; McLaughlin, J. B.; Dandy, D. S. (1999): A computational study of the inertial lift on a sphere in a linear shear flow field. In: *International Journal of Multiphase Flow* 25 (1), S. 15-33. DOI: 10.1016/S0301-9322(98)00034-2.
- Cherukat, P.; McLaughlin, J. B.; Graham, A. L. (1994): The inertial lift on a rigid sphere translating in a linear shear flow field. In: *International Journal of Multiphase Flow* 20 (2), S. 339-353. DOI: 10.1016/0301-9322(94)90086-8.
- Cox, R. G.; Hsu, S. K. (1977): The lateral migration of solid particles in a laminar flow near a plane. In: *International Journal of Multiphase Flow* 3 (3), S. 201-222. DOI: 10.1016/0301-9322(77)90001-5.
- Crowe, C. T.; Schwarzkopf, J. D.; Sommerfeld, M.; Tsuji, Y. (2012): Multiphase flows with droplets and particles. 2. Auflage. Boca Raton, Fla.: CRC Press. DOI: 10.1201/b11103.
- Dandy, D. S.; Dwyer, H. A. (1990): A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer. In: *Journal of Fluid Mechanics* 216, S. 381-410. DOI: 10.1017/S0022112090000477.
- Davies, C. N. (1945): Definitive equations for the fluid resistance of spheres. In: *Proceedings of the Physical Society* 57 (4), S. 259-270. DOI: 10.1088/0959-5309/57/4/301.
- Dennis, S. C. R.; Singh, S. N.; Ingham, D. B. (1980): The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. In: *Journal of Fluid Mechanics* 101 (2), S. 257-279. DOI: 10.1017/S0022112080001656.
- Dewangan, S. K.; Naik, M. P. K.; Deshmukh, V. (2020): Parametric study of the non-premixed coal combustion in furnace for heat transfer and emission characteristics. In: *Journal of Thermal Engineering* 6 (6), S. 323-353. DOI: 10.18186/thermal.833556.

- Dobson, J.; Ooi, A.; Poon, E. (2014): The flow structures of a transversely rotating sphere at high rotation rates. In: *Computers & Fluids* 102, S. 170-181. DOI: 10.1016/j.compfluid.2014.07.001.
- Donges, F.; (Betreuer: Lensker, M.; Apmann, H. (2021): Die Produktentstehung eines Kinematiksystems zur messtechnischen Analyse additiv aufgetragener Partikel, Fachhochschule Münster, Fachbereich Maschinenbau, unveröffentlichte Bachelorarbeit.
- Dorfman, M. R. (2012): Thermal Spray Coatings. In: *William Andrew (Hg.): Handbook of environmental degradation of materials*. 2. Auflage. Amsterdam: Elsevier, S. 569-596. DOI: 10.1016/B978-1-4377-3455-3.00019-5.
- Ebrahimi, M.; Crapper, M.; Ooi, J. Y. (2014): Experimental and Simulation Studies of Dilute Horizontal Pneumatic Conveying. In: *Particulate Science and Technology* 32 (2), S. 206-213. DOI: 10.1080/02726351.2013.851133.
- Elghobashi, S. (1994): On predicting particle-laden turbulent flows. In: *Applied Scientific Research* 52 (4), S. 309-329. DOI: 10.1007/BF00936835.
- Estevadeordal, J.; Goss, L. (2005): PIV with LED: Particle Shadow Velocimetry (PSV) Technique. In: *43rd American Institute of Aeronautics and Astronautics Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. DOI: 10.2514/6.2005-37.
- Feng, J.; Hu, H. H.; Joseph, D. D. (1994): Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. Part 2. Couette and Poiseuille flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 277, S. 271-301. DOI: 10.1017/S0022112094002764.
- Fitzgerald, J. A.; Garimella, S. V. (1998): A study of the flow field of a confined and submerged impinging jet. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 41 (8-9), S. 1025-1034. DOI: 10.1016/S0017-9310(97)00205-6.
- Gardon, R.; Akfirat, J. (1965): The role of turbulence in determining the heat-transfer characteristics of impinging jets. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 8 (10), S. 1261-1272. DOI: 10.1016/0017-9310(65)90054-2.
- Gebhardt, A.; Hötter, J.-S. (2016): Additive manufacturing. 3D printing for prototyping and manufacturing. München: Hanser. ISBN: 978-1-56990-582-1.
- Giacobello, M.; Ooi, A.; Balachandar, S. (2009): Wake structure of a transversely rotating sphere at moderate Reynolds numbers. In: *Journal of Fluid Mechanics* 621, S. 103-130. DOI: 10.1017/S0022112008004655.
- Goodman, J. W. (1996): Introduction to Fourier optics. 2. Auflage. New York, London: McGraw-Hill (Electromagnetics). ISBN: 978-0-07-024254-8.

Hadzic, H. (2006): Development and application of finite volume method for the computation of flows around moving bodies on unstructured, overlapping grids. Dissertation. Technische Universität Hamburg-Harburg. DOI: 10.15480/882.231.

Hasani, S.; Panjepour, M.; Shamanian, M. (2012): The Oxidation Mechanism of Pure Aluminum Powder Particles. In: *Oxidation of Metals* 78 (3-4), S. 179-195. DOI: 10.1007/s11085-012-9299-1.

Hessenkemper, H.; Ziegenhein, T. (2018): Particle Shadow Velocimetry (PSV) in bubbly flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 106, S. 268-279. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.04.015.

Hilsenrath, J.; Beckett, C. W.; Benedict, W. S.; Fano, L.; Hoge, H. J.; Masi, J. F. Nuttall, R. L. et al. (1955): Tables of Thermal Properties of Gases. National Bureau of Standards Circular 564. In: *Journal of The Electrochemical Society* 103 (5), 124C. DOI: 10.1149/1.2430297.

Himmel, B. (2020): Material jetting of aluminium. Dissertation. Technische Universität München. DOI: 10.14459/2020md1488686.

Hogg, A. J. (1994): The inertial migration of non-neutrally buoyant spherical particles in two-dimensional shear flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 272 (272), S. 285-318. DOI: 10.1017/S0022112094004477.

Hölzer, A.; Sommerfeld, M. (2009): Lattice Boltzmann simulations to determine drag, lift and torque acting on non-spherical particles. In: *Computers & Fluids* 38 (3), S. 572-589. DOI: 10.1016/j.compfluid.2008.06.001.

Hood, K.; Lee, S.; Roper, M. (2015): Inertial migration of a rigid sphere in three-dimensional Poiseuille flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 765, S. 452-479. DOI: 10.1017/jfm.2014.739.

Hu, H.; Argyropoulos, S. A. (1996): Mathematical modelling of solidification and melting: a review. In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 4 (4), S. 371-396. DOI: 10.1088/0965-0393/4/4/004.

Huber, N.; Sommerfeld, M. (1994): Characterization of the cross-sectional particle concentration distribution in pneumatic conveying systems. In: *Powder Technology* 79 (3), S. 191-210. DOI: 10.1016/0032-5910(94)02823-0.

Huck, P.; Machicoane, N.; Volk, R. (2017): A Cost-efficient Shadow Particle Tracking Velocimetry Setup Suitable for Tracking Small Objects in a Large Volume. In: *Procedia International Union of Theoretical and Applied Mechanics* 20, S. 175-182. DOI: 10.1016/j.piutam.2017.03.024.

- Idelčik, I. E. (1986): Handbook of hydraulic resistance. 2. Auflage. Washington: Hemisphere Publishing Corp. ISBN: 3-540-15962-2.
- Jablonka, K. M. (2017): Ideales Gas. In: *Kevin Maik Jablonka (Hg.): Grundlagen der Thermodynamik für Studierende der Chemie*. Wiesbaden: Springer Fachmedien, S. 49-58. DOI: 10.1007/978-3-658-17021-9_8.
- Jeffers, N.; Stafford, J.; Conway, C.; Punch, J.; Walsh, E. (2016): The influence of the stagnation zone on the fluid dynamics at the nozzle exit of a confined and submerged impinging jet. In: *Experiments in Fluids* 57 (2). DOI: 10.1007/s00348-015-2092-6.
- Jeffrey, R. C.; Pearson, J. R. A. (1965): Particle motion in laminar vertical tube flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 22 (04), S. 721. DOI: 10.1017/S0022112065001106.
- Johnson, T. A.; Patel, V. C. (1999): Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. In: *Journal of Fluid Mechanics* 378, S. 19-70. DOI: 10.1017/S0022112098003206.
- Karnis, A.; Goldsmith, H. L.; Mason, S. G. (1966): The flow of suspensions through tubes: V. Inertial effects. In: *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 44 (4), S. 181-193. DOI: 10.1002/cjce.5450440401.
- Khare, K. (2015): Fourier optics and computational imaging. Chichester, West Sussex, United Kingdom: Wiley. DOI: 10.1002/9781118900352.
- Khodaparast, S.; Borhani, N.; Thome, J. R. (2014): Application of micro particle shadow velocimetry μ PSV to two-phase flows in microchannels. In: *International Journal of Multiphase Flow* 62, S. 123-133. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2014.02.005.
- Killer, C. (2016): Abel Inversion Algorithm. Online verfügbar unter <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/43639-abel-inversion-algorithm>, zuletzt geprüft am 06.12.2025.
- Kim, D. (2009): Laminar flow past a sphere rotating in the transverse direction. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 23 (2), S. 578-589. DOI: 10.1007/s12206-008-1001-9.
- Kim, I.; Elghobashi, S.; Sirignano, W. A. (1993): Three-dimensional flow over two spheres placed side by side. In: *Journal of Fluid Mechanics* 246, S. 465-488. DOI: 10.1017/S0022112093000229.
- Kim, Y. W.; Yoo, J. Y. (2009a): Axisymmetric flow focusing of particles in a single microchannel. In: *Lab on a chip* 9 (8), S. 1043-1045. DOI: 10.1039/b815286a.

- Kim, Y. W.; Yoo, J. Y. (2009b): Three-dimensional focusing of red blood cells in microchannel flows for bio-sensing applications. In: *Biosensors & bioelectronics* 24 (12), S. 3677-3682. DOI: 10.1016/j.bios.2009.05.037.
- Kirby, B. J. (2012): Unidirectional Flow. In: *Brian J. Kirby (Hg.): Micro- and Nanoscale Fluid Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, S. 41-59. DOI: 10.1017/CBO9780511760723.004.
- Kleppmann, W. (2013): *Versuchsplanung. Produkte und Prozesse optimieren*. 8. Auflage. München: Hanser (Praxisreihe Qualitätswissen). ISBN: 978-3-446-43752-4.
- Kolhe, P. S.; Agrawal, A. K. (2009): Abel inversion of deflectometric data: comparison of accuracy and noise propagation of existing techniques. In: *Applied optics* 48 (20), S. 3894-3902. DOI: 10.1364/ao.48.003894.
- Konan, N. A.; Kannengieser, O.; Simonin, O. (2009): Stochastic modeling of the multiple rebound effects for particle-rough wall collisions. In: *International Journal of Multiphase Flow* 35 (10), S. 933-945. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2009.05.006.
- Kraume, M. (2020): Strömungen in Rohrleitungen. In: *Matthias Kraume (Hg.): Transportvorgänge in der Verfahrenstechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, S. 135-179. DOI: 10.1007/978-3-662-60393-2_5.
- Krishnan, G. P.; Leighton, D. T. (1995): Inertial lift on a moving sphere in contact with a plane wall in a shear flow. In: *Physics of Fluids* 7 (11), S. 2538-2545. DOI: 10.1063/1.868755.
- Kuglin, C. D.; Hines, D. C. (1975): The phase correlation image alignment method. In: *Proceedings of the IEEE, International Conference on Cybernetics and Society*, S. 163-165.
- Kurose, R.; Komori, S. (1999): Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 384, S. 183-206. DOI: 10.1017/S0022112099004164.
- Kussin, J.; Sommerfeld, M. (2002): Experimental studies on particle behaviour and turbulence modification in horizontal channel flow with different wall roughness. In: *Experiments in Fluids* 33 (1), S. 143-159. DOI: 10.1007/s00348-002-0485-9.
- Lathrop, K. D.; Carlson, B. G. (1964): Discrete ordinates angular quadrature of the neutron transport equation. Los Alamos National Lab. (LANL), Los Alamos, NM (United States).
- Latychevskaia, T.; Fink, H.-W. (2015): Practical algorithms for simulation and reconstruction of digital in-line holograms. In: *Applied optics* 54 (9), S. 2424-2434. DOI: 10.1364/AO.54.002424.

- Lee, H.; Balachandar, S. (2010): Drag and lift forces on a spherical particle moving on a wall in a shear flow at finite Re. In: *Journal of Fluid Mechanics* 657, S. 89-125. DOI: 10.1017/S0022112010001382.
- Lee, S.-H.; Roichman, Y.; Yi, G.-R.; Kim, S.-H.; Yang, S.-M.; van Blaaderen, A. et al. (2007): Characterizing and tracking single colloidal particles with video holographic microscopy. In: *Optics express* 15 (26), S. 18275-18282. DOI: 10.1364/oe.15.018275.
- Legendre, D.; Magnaudet, J. (1998): The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 368 (368), S. 81-126. DOI: 10.1017/S0022112098001621.
- Lensker, M.; Apmann, H. (2021): Verfahrenskonzept zum Auftrag metallischer Partikel/Process specification for depositing metallic particles. In: *wt Werkstattstechnik online* 111 (06), S. 385-389. DOI: 10.37544/1436-4980-2021-06-29.
- Lensker, M.; Peterseim, J. (2021): Verfahren zum Aufbringen von Partikeln auf ein Substrat. Offenlegungsschrift DE102020103232A1, veröffentlicht am 12.08.2021. Patentanmeldung am 01.09.2023 zurückgenommen.
- Lipatov, G. N.; Grinshpun, S. A.; Semenyuk, T. I. (1989): Properties of crosswise migration of particles in ducts and inner aerosol deposition. In: *Journal of Aerosol Science* 20 (8), S. 935-938. DOI: 10.1016/0021-8502(89)90730-1.
- Liu, C.; Xue, C.; Sun, J.; Hu, G. (2016): A generalized formula for inertial lift on a sphere in microchannels. In: *Lab on a chip* 16 (5), S. 884-892. DOI: 10.1039/C5LC01522G.
- Liu, L.; Yang, J.; Lu, H.; Tian, X.; Lu, W. (2019): Numerical simulations on the motion of a heavy sphere in upward Poiseuille flow. In: *Ocean Engineering* 172, S. 245-256. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2018.11.041.
- Loth, E. (2008): Lift of a Spherical Particle Subject to Vorticity and/or Spin. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 46 (4), S. 801-809. DOI: 10.2514/1.29159.
- Machicoane, N.; Bonaventure, J.; Volk, R. (2013): Melting dynamics of large ice balls in a turbulent swirling flow. In: *Physics of Fluids* 25 (12), S. 125101. DOI: 10.1063/1.4832515.
- Mallouppas, G.; van Wachem, B. (2013): Large Eddy Simulations of turbulent particle-laden channel flow. In: *International Journal of Multiphase Flow* 54, S. 65-75. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2013.02.007.
- Martin, H. (1977): Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces. In: *Advances in Heat Transfer* (13), S. 1-60. DOI: 10.1016/S0065-2717(08)70221-1.

- MATLAB (2016): Version R2016a. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- Matveev, I. B.; Serbin, S. I. (2007): Modeling of the Coal Gasification Processes in a Hybrid Plasma Torch. In: *IEEE Transactions on Plasma Science* 35 (6), S. 1639-1647. DOI: 10.1109/TPS.2007.910134.
- Maxey, M. R. (1983): Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. In: *Physics of Fluids* 26 (4), S. 883. DOI: 10.1063/1.864230.
- McLaughlin, J. B. (1991): Inertial migration of a small sphere in linear shear flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 224, S. 261-274. DOI: 10.1017/S0022112091001751.
- Mills, K. C. (2002): Recommended values of thermophysical properties for selected commercial alloys. Cambridge: Woodhead Publishing Ltd. ISBN: 0-87170-753-5.
- Modest, M. (2003): Radiative Heat Transfer. 2. Auflage. Amsterdam/Boston: Academic Press.
- Niazmand, H.; Renksizbulut, M. (2003): Surface effects on transient three-dimensional flows around rotating spheres at moderate Reynolds numbers. In: *Computers & Fluids* 32 (10), S. 1405-1433. DOI: 10.1016/S0045-7930(02)00115-9.
- Nouri, A.; Sola, A. (2019): Powder morphology in thermal spraying. In: *Journal of Advanced Manufacturing and Processing* 1 (3). DOI: 10.1002/amp2.10020.
- Oesterlé, B.; Dinh, T. B. (1998): Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers. In: *Experiments in Fluids* 25 (1), S. 16-22. DOI: 10.1007/s003480050203.
- Oliver, D. R. (1962): Influence of Particle Rotation on Radial Migration in the Poiseuille Flow of Suspensions. In: *Nature* 194 (4835), S. 1269-1271. DOI: 10.1038/1941269b0.
- Papula, L. (2011): Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3: Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung. 6. Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien. DOI: 10.1007/978-3-8348-8133-5.
- Poon, E. K.; Ooi, A. S.; Giacobello, M.; Cohen, R. C. (2010): Laminar flow structures from a rotating sphere: Effect of rotating axis angle. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31 (5), S. 961-972. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.04.005.
- Poon, E. K. W.; Ooi, A. S. H.; Giacobello, M.; Iaccarino, G.; Chung, D. (2014): Flow past a transversely rotating sphere at Reynolds numbers above the laminar regime. In: *Journal of Fluid Mechanics* 759, S. 751-781. DOI: 10.1017/jfm.2014.570.

- Poon, T.-C.; Kim, T. (2006): Engineering optics with MATLAB. New Jersey, NJ: World Scientific. ISBN: 981-256-872-7.
- Preibisch, S.; Saalfeld, S.; Tomancak, P. (2009): Globally optimal stitching of tiled 3D microscopic image acquisitions. In: *Bioinformatics (Oxford, England)* 25 (11), S. 1463-1465. DOI: 10.1093/bioinformatics/btp184.
- Pretzier, G. (1991): A New Method for Numerical Abel-Inversion. In: *Zeitschrift für Naturforschung A* 46 (7), S. 639-641. DOI: 10.1515/zna-1991-0715.
- Qin, Y.; Fan, L.-L.; Zhao, L. (2023): Efficient Focusing of Aerosol Particles in the Microchannel under Reverse External Force: A Numerical Simulation Study. In: *Micromachines* 14 (3). DOI: 10.3390/mi14030554.
- Rahul Krishna, H.; Issac, M. T.; Ebenezer, D. D. (2023): Numerical investigation of two-dimensional axisymmetric and three-dimensional flow simulations over a benchmark underwater vehicle. In: *Physics of Fluids* 35 (1), S. 15149. DOI: 10.1063/5.0134985.
- Ranz, W. E.; Marshall, W. R. (1952): Evaporation from drops: Parts 1 and 2. In: *Chemical Engineering Progress* (48), S. 141-146.
- Ratcliffe, J. A. (1956): Some Aspects of Diffraction Theory and their Application to the Ionosphere. In: *Reports on Progress in Physics* 19 (1), S. 188-267. DOI: 10.1088/0034-4885/19/1/306.
- Reinsch, C. H. (1967): Smoothing by spline functions. In: *Numerische Mathematik* 10 (3), S. 177-183. DOI: 10.1007/BF02162161.
- Repetti, R. V.; Leonard, E. F. (1964): Segré-Silberberg Annulus Formation : A Possible Explanation. In: *Nature* 203 (4952), S. 1346-1348. DOI: 10.1038/2031346a0.
- Rubinow, S. I.; Keller, J. B. (1961): The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid. In: *Journal of Fluid Mechanics* 11 (03), S. 447. DOI: 10.1017/S0022112061000640.
- Saffman, P. G. (1965): The lift on a small sphere in a slow shear flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 22 (2), S. 385-400. DOI: 10.1017/S0022112065000824.
- Sawatzki, O. (1970): Das Strömungsfeld um eine rotierende Kugel. In: *Acta Mechanica* 9 (3-4), S. 159-214. DOI: 10.1007/BF01179821.
- Schiller, L.; Naumann, A. (1933): Über die grundlegende Berechnung bei der Schwerkraftaufbereitung. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* (44), S. 318-320.

- Schneider, C. A.; Rasband, W. S.; Eliceiri, K. W. (2012): NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis. In: *Nature methods* 9 (7), S. 671-675. DOI: 10.1038/nmeth.2089.
- Shi, P.; Rzehak, R. (2019): Lift forces on solid spherical particles in unbounded flows. In: *Chemical Engineering Science* 208, S. 115145. DOI: 10.1016/j.ces.2019.08.003.
- Shi, P.; Rzehak, R. (2020): Lift forces on solid spherical particles in wall-bounded flows. In: *Chemical Engineering Science* 211, S. 115264. DOI: 10.1016/j.ces.2019.115264.
- Shi, P.; Rzehak, R.; Lucas, D.; Magnaudet, J. (2021): Drag and lift forces on a rigid sphere immersed in a wall-bounded linear shear flow. In: *Physical Review Fluids* 6 (10). DOI: 10.1103/PhysRevFluids.6.104309.
- Siegel, R.; Howell, J. R. (1992): Thermal Radiation Heat Transfer. 3. Auflage. Washington, DC: Hemisphere Publishing Corporation.
- Siemens Digital Industries Software (2018a): Simcenter STAR-CCM+ Dokumentation. Version 13.06. Siemens.
- Siemens Digital Industries Software (2018b): Simcenter STAR-CCM+. Version 13.06. Siemens.
- Sommerfeld, M. (1992): Modelling of particle-wall collisions in confined gas-particle flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 18 (6), S. 905-926. DOI: 10.1016/0301-9322(92)90067-Q.
- Sommerfeld, M. (1996): Modellierung und numerische Berechnung von partikelbeladenen turbulenten Strömungen mit Hilfe des Euler-Lagrange-Verfahrens. Aachen: Shaker. ISBN: 3-8265-1951-5.
- Sommerfeld, M. (2003): Analysis of collision effects for turbulent gas-particle flow in a horizontal channel: Part I. Particle transport. In: *International Journal of Multiphase Flow* 29 (4), S. 675-699. DOI: 10.1016/S0301-9322(03)00031-4.
- Sommerfeld, M. (2007): Application of Extended Imaging Techniques for Analyzing Elementary Processes in Multiphase Flow. In: *AIP Conference Proceedings. Multiphase Flow: The Ultimate Measurement Challenge*, S. 20-30. DOI: 10.1063/1.2747409.
- Sommerfeld, M.; Huber, N. (1995): A Laser Strobe Technique combined with Digital Image Analysis to Study Particle Wall Collisions. In: *Modern Measuring Techniques for Multiphase Flows. Proceedings of the International Symposium on Measurement Techniques for Multiphase Flows*, S. 428-440.

- Sommerfeld, M.; Huber, N. (1999): Experimental analysis and modelling of particle-wall collisions. In: *International Journal of Multiphase Flow* 25 (6-7), S. 1457-1489. DOI: 10.1016/S0301-9322(99)00047-6.
- Sommerfeld, M.; Kussin, J. (2004): Wall roughness effects on pneumatic conveying of spherical particles in a narrow horizontal channel. In: *Powder Technology* 142 (2-3), S. 180-192. DOI: 10.1016/j.powtec.2004.05.002.
- Sommerfeld, M.; Zivkovic, G. (1992): Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying through pipe systems. In: *Computational Methods in Applied Sciences*, S. 201-212.
- ISO/ASTM52900-15, 2015: Standard Terminology for Additive Manufacturing-General Principles-Terminology.
- Stoecklein, D.; Di Carlo, D. (2019): Nonlinear Microfluidics. In: *Analytical chemistry* 91 (1), S. 296-314. DOI: 10.1021/acs.analchem.8b05042.
- Stokes, G. G. (1851): On the effect of the internal friction of fluids on the motions of pendulums. In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, S. 8-23.
- Student (1908): The Probable Error of a Mean. In: *Biometrika* 6, S. 1-25. DOI: 10.2307/2331554.
- Subramaniam, S. (2013): Lagrangian-Eulerian methods for multiphase flows. In: *Progress in Energy and Combustion Science* 39 (2-3), S. 215-245. DOI: 10.1016/j.pecs.2012.10.003.
- Sutherland, W. (1893): LII. The viscosity of gases and molecular force. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 36 (223), S. 507-531. DOI: 10.1080/14786449308620508.
- Sydorenko, S. (2009): Verbesserung der Qualität von Gussstücken durch elektromagnetische Schmelzebehandlung. Dissertation. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.
- Tachibana, M. (1973): On the behaviour of a sphere in the laminar tube flows. In: *Rheologica Acta* 12 (1), S. 58-69. DOI: 10.1007/BF01526901.
- Takehara, K.; Etoh, T. (1999): A study on particle identification in PTV particle mask correlation method. In: *Journal of Visualization* 1 (3), S. 313-323. DOI: 10.1007/BF03181412.
- Takemura, F.; Magnaudet, J. (2003): The transverse force on clean and contaminated bubbles rising near a vertical wall at moderate Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 495, S. 235-253. DOI: 10.1017/S0022112003006232.

- Takemura, F.; Magnaudet, J.; Dimitrakopoulos, P. (2009): Migration and deformation of bubbles rising in a wall-bounded shear flow at finite Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 634 (634), S. 463-486. DOI: 10.1017/S0022112009007605.
- Talbot, L. (1981): Thermophoresis - A Review. In: S. S. Fisher (Hg.): *Rarefied Gas Dynamics*. New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, S. 467-488. DOI: 10.2514/5.9781600865480.0467.0488.
- The MathWorks Inc. (2022): MATLAB Dokumentation. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc. Online verfügbar unter <https://de.mathworks.com/help/matlab>, zuletzt geprüft am 06.12.2025.
- Tsuji, Y.; Morikawa, Y.; Mizuno, O. (1985): Experimental Measurement of the Magnus Force on a Rotating Sphere at Low Reynolds Numbers. In: *Journal of Fluids Engineering* 107 (4), S. 484-488. DOI: 10.1115/1.3242517.
- Tsuji, Y.; Morikawa, Y.; Tanaka, T.; Nakatsukasa, N.; Nakatani, M. (1987): Numerical simulation of gas-solid two-phase flow in a two-dimensional horizontal channel. In: *International Journal of Multiphase Flow* 13 (5), S. 671-684. DOI: 10.1016/0301-9322(87)90044-9.
- Tu, C.; Yin, Z.; Lin, J.; Bao, F. (2017): A Review of Experimental Techniques for Measuring Micro- to Nano-Particle-Laden Gas Flows. In: *Applied Sciences* 7 (2), S. 120. DOI: 10.3390/app7020120.
- Vasseur, P.; Cox, R. G. (1977): The lateral migration of spherical particles sedimenting in a stagnant bounded fluid. In: *Journal of Fluid Mechanics* 80 (03), S. 561. DOI: 10.1017/S0022112077001840.
- Vincent, L.; Soille, P. (1991): Watersheds in digital spaces: an efficient algorithm based on immersion simulations. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (6), S. 583-598. DOI: 10.1109/34.87344.
- Wang, L.; Yang, L.; Liu, J.; Wang, P. (2021): Study on Spectral Radiative Heat Transfer Characteristics of a Windowed Receiver with Particle Curtain. In: *Energies* 14 (10). DOI: 10.3390/en14102801.
- Wen, F.; Kamalu, N.; Chung, J. N.; Crowe, C. T.; Troutt, T. R. (1992): Particle Dispersion by Vortex Structures in Plane Mixing Layers. In: *Journal of Fluids Engineering* 114 (4), S. 657-666. DOI: 10.1115/1.2910082.

- Wereley, S. T.; Meinhart, C. D. (2010): Recent Advances in Micro-Particle Image Velocimetry. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 42 (1), S. 557-576. DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145427.
- Werner, M. (2021): Digitale Bildverarbeitung. Grundkurs mit neuronalen Netzen und MATLAB®-Praktikum. Wiesbaden: Springer Vieweg. ISBN: 978-3-658-22184-3.
- Wilcoxon, F. (1945): Individual Comparisons by Ranking Methods. In: *Biometrics Bulletin* 1 (6), S. 80. DOI: 10.2307/3001968.
- Wu, R. M.; Lee, D. J. (1998): Hydrodynamic drag force exerted on a highly porous sphere moving towards an impermeable plate. In: *Chemical Engineering Science* 53 (20), S. 3571-3578. DOI: 10.1016/S0009-2509(98)00172-9.
- Xuan, X.; Zhu, J.; Church, C. (2010): Particle focusing in microfluidic devices. In: *Microfluidics and Nanofluidics* 9 (1), S. 1-16. DOI: 10.1007/s10404-010-0602-7.
- Yu, Z.; Phan-Thien, N.; Tanner, R. I. (2004): Dynamic simulation of sphere motion in a vertical tube. In: *Journal of Fluid Mechanics* 518, S. 61-93. DOI: 10.1017/S0022112004000771.
- Zeng, L.; Balachandar, S.; Fischer, P. (2005): Wall-induced forces on a rigid sphere at finite Reynolds number. In: *Journal of Fluid Mechanics* 536, S. 1-25. DOI: 10.1017/S0022112005004738.
- Zeng, L.; Najjar, F.; Balachandar, S.; Fischer, P. (2009): Forces on a finite-sized particle located close to a wall in a linear shear flow. In: *Physics of Fluids* 21 (3), S. 33302. DOI: 10.1063/1.3082232.
- Zhang, A.; Li, Y. (2023): Thermal Conductivity of Aluminum Alloys-A Review. In: *Materials* 16 (8). DOI: 10.3390/ma16082972.
- Zhang, T.; Hong, Z.-Y.; Tang, S.-Y.; Li, W.; Inglis, D. W.; Hosokawa, Y. et al. (2020): Focusing of sub-micrometer particles in microfluidic devices. In: *Lab on a chip* 20 (1), S. 35-53. DOI: 10.1039/c9lc00785g.
- Zhou, Z.; Jin, G.; Tian, B.; Ren, J. (2017): Hydrodynamic force and torque models for a particle moving near a wall at finite particle Reynolds numbers. In: *International Journal of Multiphase Flow* 92, S. 1-19. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.01.018.

Erklärung zur Zitation von Inhalten aus studentischen Arbeiten

In Ergänzung zu meinem Antrag auf Zulassung zur Promotion in der Fakultät für Maschinenbau der Universität Paderborn erkläre ich gemäß §11 der Promotionsordnung und unter Beachtung der Regelung zur Zitation studentischer Arbeiten:

Die von mir vorgelegte Dissertation habe ich selbstständig verfasst, und ich habe keine anderen als die dort angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Es sind Inhalte studentischen Ursprungs (studentische Arbeiten) in dieser Dissertation enthalten.

Ich habe die verwendeten Arbeiten entsprechend der Regelung „Zitation aus studentischen Arbeiten in Dissertationen“ zitiert.

Ort, Datum:

Unterschrift: