



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

**Freihand-Zeichnen in Verbindung mit einer  
Entwicklungslehre der Raumformen für bautechnische  
Berufe**

**Schirmer, A.**

**Stuttgart, [1927]**

Entwicklungslehre der Raumformen für bautechnische Berufe.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-98340](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-98340)

# Entwicklungslehre der Raumformen für bautechnische Berufe.

## Allgemeines<sup>1</sup>.

Zur Behandlung kommen folgende Körper:

- Tafel 20—25: Der Würfel.  
Tafel 26—29: Die senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche.  
Tafel 30—32: Das senkrechte regelmäßige achtsseitige Prisma.  
Tafel 33—34: Die senkrechte Pyramide mit regelmäßigem Achteck als Grundfläche und das auf derselben Grundfläche aufgebaute senkrechte Prismatoid.  
Tafel 35—45: Der senkrechte Kreiszylinder.  
Tafel 46—47: Der senkrechte Kreiskegel.  
Tafel 48: Die Kugel.  
Tafel 49—52: Prismatische Körper in Anwendungen auf Dachformen und Dachladen.  
Tafel 53—60: Verbindungen der aufgeführten Grundkörper.

Die Abbildungen jeder einzelnen Tafel gliedern sich wiederum in vier Gruppen, die im Text mit a, b, c und d bezeichnet sind und deren Reihenfolge auf den Tafeln so gedacht ist, daß a, und b durchweg oben, c und d unten liegen.

Die Tafeln 61—64 zeigen Würfel mit Teilungen, Erweiterungen derselben und Ableitungen verwandter Grundformen. Sie kommen als Unterlagen, und zwar jede derselben für eine ganze Reihe von Aufgaben, in Betracht. Bureaunklammern halten sie unter dem durchsichtigen Papier, auf welches gezeichnet wird, fest. Mit ihren Teilungen ermöglichen sie

<sup>1</sup> Siehe auch das unter: Allgemeines zur Charakterisierung der Unterrichtsweise Absatz f. Gefagte.

es, dem in der Vorstellung zunächst nur in ganz allgemeinen Umrissen gedachten Bild die im einzelnen verlangten Verhältnisse, wie sie die Projektionen zeigen, zu geben. Auch der perspektivische Verlauf von Kanten ergibt sich aus der Unterlage. So soll der mechanische Teil der Arbeit wesentlich abgekürzt werden, damit der Zeichnende seine ganze Kraft auf das Wesentliche, auf das Auffinden der neuen Formen, verwenden kann. Wie es zum Wesen eines vollkommenen Vorstellungsbildes gehört, daß über sämtliche Kanten und Flächen der Hauptformen Klarheit herrscht, daß der Körper gleichsam durchsichtig gedacht wird, so sollen auch auf dem Papier sämtliche Kanten und Flächen des darzustellenden Körpers entwickelt werden (die dem Beschauer zugewendeten werden der besseren Übersicht halber von Anfang an in der Linie etwas stärker betont).

Im vorliegenden Lehrgang sind alle Grundkörper zunächst zum Würfel und mittels desselben auch untereinander in Beziehung gebracht. Dieses Verfahren verschafft Einblicke in die Zusammenhänge und ermöglicht es, immer wieder auf früher gelöste Aufgaben Bezug zu nehmen und dieselben als Unterlagen für spätere Aufgaben zu benützen. Zum Schluß empfiehlt es sich, zusammenhängende Formgruppen, wie zum Beispiel alle Tafeln mit Treppenformen oder alle mit Rinnenkesseln, Toren, Postamenten, fensterartigen Öffnungen zusammenzulegen, um dieselben im Zusammenhang überblicken zu können.

Der Verfasser war bemüht (trotz des wegen der hohen Kosten nötigen Verzichtes auf Verwendung farbiger Hilfslinien) eine Darstellungsart zu finden, welche den Weg zur Lösung ohne viel erklärende Worte aus der Zeichnung selbst erkennen läßt. Auch die vielfach angewendeten punktierten Flächen wollen diesem Zweck dienen.

## Zu den einzelnen Tafeln.

**Tafel 20 Gruppe a—d:** Der Würfel als Ganzes und geschnitten durch Ebenen, welche parallel zu den Würfelkanten gehen oder schief zu denselben liegen.

Die dargestellten Formen dienen vor allem der Besprechung. Der Lernende soll einen lebhaften Eindruck davon bekommen, wie neue Körperformen aus dem Würfel herausgeschnitten werden können. Ist das Würfelmodell ein Drahtkörper, so lassen sich die schneidenden Ebenen durch Papierstücke veranschaulichen. Bei Würfeln aus Ton oder Plastilin werden die Schnitte durchgeführt. Auch Abfälle von Balkenköpfen auf dem Zimmerplatz lassen sich für solche Zwecke verwenden.

**Tafel 21 Gruppe a—d:** Horizontale und vertikale Ebenen, welche durch die Hälfte, Viertel oder Achtel der Würfelkanten gehen, schneiden den Würfel. Unterlage Tafel 61 Abb. 1.

Die Aufgabenstellung erfolgt bei diesen Aufgaben entweder durch beschreibende Worte oder durch die in kleinem Maßstab beigegebenen Projektionen. Soweit als möglich soll die Richtigkeit der Zeichnungen durch Kontrolllinien geprüft werden. In den Aufgaben Tafel 21 Gruppe d treten zu den mit Würfeloberflächen parallel gehenden Schnittebenen noch solche lotrechte, die mit Würfelkanten Winkel von 45° bilden.

**Tafel 22 Gruppe a—c:** Mit Hilfe der Drei-, Sechs- und Zwölftteilung der Würfelkanten und der durch diese Teilpunkte gelegten horizontalen und vertikalen Ebenen werden neue Körperformen gewonnen. Unterlage: Tafel 61 Abb. 2.

**Tafel 22 Gruppe d:** Quadratische Öffnungen an erkerartig ausgeschnittenen Würfelteilen. (Schemen für Erkerfenster.)

Man denke sich die Fenster bis auf die Grundfläche des Würfels heruntergehend und zeichne zunächst einen perspektivischen Grundriß. Die aus demselben aufsteigenden lotrechten Leibungsflächen bringe man zum

Schnitt mit den durch den zweiten und fünften Teilpunkt der Sechsteilung gelegten horizontalen Ebenen.

**Tafel 23:** Unterlage Tafel 61 Abb. 1. (Bei Verwendung dieses Schemas zu Darstellungen über dem Horizont ist die Zeichnung so zu drehen, daß die Deckfläche zur Grundfläche wird.)

**Tafel 23 Gruppe a:** Schematische Darstellung von Gesimsecken über dem Horizont, der Ecke eines Gehweges unter dem Horizont.

Die in Wirklichkeit gleich breiten Streifen erscheinen im perspektivischen Bild ungleich, und zwar breiter, wenn sie auf den Beschauer zukommen; vergl. Tafel 1 Gruppe c.

**Tafel 23 Gruppe b:** Eisenstäbe mit quadratischen Querschnitten einzeln und in Durchdringungen.

Wie ergibt sich eine Lösung derselben Aufgabe in einer Lage über dem Horizont?

**Tafel 23 Gruppe c und d:** Abschneiden eines Würfelstückes durch eine lotrechte Ebene, welche durch die Mitten zweier angrenzender horizontaler Würfelkanten geht. Aufsetzen neuer Formen, deren Kanten auf der Schnittfläche senkrecht stehen.

Hilfslinien, welche zur Entwicklung dienen, werden zunächst im geometrischen Grundriß aufgesucht und dann in Perspektive überseht.

**Tafel 24:** Schematische Darstellungen von Treppenformen. Unterlage: Tafel 61 Abb. 1.

**Tafel 24 Gruppe a:** Treppenformen von einer Seite zugänglich. Die Wangen sind verschieden ausgebildet.

**Tafel 24 Gruppe b:** Treppen von zwei Seiten zugänglich.

Hier ist zunächst die Zwischenaufgabe zu lösen: Wie kann an einen gegebenen Würfel ein zweiter von gleicher Größe angefügt werden? Siehe Tafel 2 Gruppe b und Unterlage Tafel 62 Abb. 5.

**Tafel 24 Gruppe c und d:** Treppenläufe in verschiedener Anordnung.

**Tafel 25:** Um- und Anbauten an den Würfel oder an einen Teil desselben. Unterlagen: **Tafel 61 Abb. 1** für Gruppe a—c, **Tafel 61 Abb. 2** für Gruppe d.

**Tafel 25 Gruppe a:** Ein lotrecht stehender Würfelabschnitt (Stärke desselben ein Viertel der Würfeltiefe) wird seitlich und nach oben erweitert in Lagen über und unter dem Horizont. (Schemen für Fenster- und Türumrahmungen.)

Die verlangten Punkte suche man zunächst im geometrischen Aufriss oder Grundriss zu gewinnen und übersehe das gefundene Liniensystem auch in Perspektive.

**Tafel 25 Gruppe b:** Die unterste von vier gleich starken horizontalen Schichten, in die ein Würfel geteilt ist, soll auf allen vier Seiten gleichmäßig erbreitert werden. (Streifenbreite gleich einem Viertel der Würfelkante.) Der so erhaltene Körper wird durch eine lotrechte Ebene in zwei gleiche Hälften gespalten und der Sockel (die Erbreiterung) der schneidenden Ebene entlang weitergeführt als Wiederkehr.

**Tafel 25 Gruppe c:** Erweiterungen am Würfel, die von bestimmten Flächen, welche innerhalb der Oberflächenquadrate liegen, ausgehen. (Schemen für Blumenbretter, Blossen, Teile von Kaminköpfen.) Immer wieder sollen schon vorhandene Punkte so verbunden, vorhandene Linien so verlängert werden, daß sich in den Schnittpunkten die gesuchten Punkte zunächst im geometrischen, dann auch im perspektivischen Bilde ergeben.

**Tafel 25 Gruppe d:** Schematischer Aufbau von Hauswänden mit fensterartigen Ausschnitten in verschiedener Höhe und Tiefe. Wandstärke (also auch Leibungsstärke) ein Sechstel der Würfeltiefe. Bei sämtlichen Fensteröffnungen sollen auch die verdeckten Leibungsflächen gezeichnet werden, da diese Grenzlinien für das Einzeichnen der Fenster unumgänglich nötig sind. Die Hauswände bilden mit der Bildfläche verschiedene Winkel; an welcher Wand erscheinen die Fensteröffnungen schmaler, die senkrechten Leibungsflächen breiter, an derjenigen, die mit der Bildfläche den kleineren oder mit ihr den größeren Winkel bildet? Welche der senkrechten Leibungsflächen nehmen noch etwas an Breite zu, obwohl sie sich von der Glastafel entfernen? Welche der horizontalen Leibungen erscheinen als Linien? Wann sind sie von unten, wann von oben sichtbar?

**Tafel 26:** Senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche durch Ebenen geschnitten, in Verbindungen und Durchdringungen mit ebensolchen Pyramiden und mit vierseitigen Prismen. Die senkrechte Pyramide ist in einen Würfel so eingebettet gedacht, daß ihre Grundfläche sich mit einer Fläche des Würfels deckt, ihre Spitze in der dieser gegenüberliegenden Würfelfläche oder in bestimmten Teilpunkten der lotrechten Achse liegt.

**Tafel 26 Gruppe a 1. Reihe:** Verschiedene Lagen der Pyramidenachsen.

2. und 3. Reihe: Schnitte der Pyramide durch lotrechte Ebenen, welche parallel zu Würfelseiten liegen oder welche durch zwei einander diagonal gegenüberliegende Würfelkanten oder endlich parallel zu diesen Ebenen durch Mitten der horizontalen Würfelkanten gehen.

**Tafel 26 Gruppe b 1. Reihe:** Schnitte der Pyramide durch horizontale Ebenen in halber und viertel Höhe der Würfelkanten werden zum Aufbau neuer Körper benützt.

2. Reihe: Durchdringungen von Pyramiden mit gleichen Grundflächen und zusammenfallenden Achsen, wobei sich ebenfalls horizontale Schnittflächen ergeben.

3. Reihe: Horizontale Schnitte durch ein Drittel und zwei Drittel der Würfelkanten. Aufbau weiterer Pyramiden.

**Tafel 26 Gruppe c:** Schnitte der Pyramiden durch schiefe Ebenen (Dachflächen).

1. und 2. Reihe: Zur Lösung der Aufgaben sind die Seitenflächen der Pyramide, welche geschnitten werden, zunächst zu erbreitern, bis sie die Würfelflächen schneiden (Parallele zur Grundkante der betreffenden Pyramidenfläche durch die Pyramiden Spitze). Da in denselben Würfelflächen auch die Schnittlinien der schneidenden Dachfläche liegen, treffen sich beide Schnittlinien. Die Verbindungslinie ihrer Schnittpunkte schneidet die Pyramidenkanten in den gesuchten Punkten. Warum ergeben sich in der

2. und 3. Reihe die Schnittpunkte auch unmittelbar mit Hilfe der Diagonalen der schneidenden Ebene?

**Tafel 26 Gruppe d:** Verbindungen und Durchdringungen von Würfel, Pyramide und Pyramidenstumpf. (Die Körper sind durchweg über dem Horizont gedacht.)

**Tafel 27:** Senkrechte Pyramiden und prismatische Körper in Verbindungen.

**Tafel 27 Gruppe a obere Zeichnung:** Der Würfel ist durch horizontale Ebenen in drei gleich starke Teile geschnitten. Auf das untere Prisma wird eine senkrechte Pyramide gesetzt, deren Spitze in der Mitte der zweiten schneidenden Ebene liegt. Die Kanten des mittleren Würfelstückes werden wiederum in drei gleiche Teile geteilt, durch die ersten Teilpunkte eine horizontale Ebene gelegt und auf die Schnittfläche dieser Ebene mit der Pyramide ein neues Prisma gesetzt, das bis zur Deckfläche des Würfels reicht.

Untere Zeichnung: Der so entstandene Körper wird durch eine lotrechte Ebene in zwei gleiche Hälften geteilt, diese in der Richtung der geschnittenen Grundkanten so weit auseinandergezogen, bis im Grundriss ein neues Rechteck gleich dem halben Quadrat der Grundfläche entsteht. Die Pyramide ist jetzt in einen Walm auseinandergezogen. Die Verbindungslinie der beiden Spitzen gibt den Walmfirst, in dessen Endpunkten sich je zwei der Gratlinien des Walms (die früheren Pyramidenkanten) treffen. Was wäre der Fall (siehe Nebenzeichnung), wenn man den Walm durch eine Pyramide mit derselben Grundfläche, die Spitze derselben in der Mitte des Walmfirstes ersehe und diese Pyramide ebenfalls durch eine horizontale Ebene schneiden würde? Wären dann die von der Pyramide abgeschnittenen Streifen ebenfalls gleich breit? Hätten die Seitenflächen dieser Pyramide gleiche Neigung zur Grundfläche?

**Tafel 27 Gruppe b:** Ein ähnlicher Körper wie das Postament in Gruppe a wird in gestürzter Form über dem Horizont aufgestellt gedacht und von dem durch eine lotrechte Ebene in zwei gleiche Hälften geteilten Körper die vordere dargestellt.

In der unteren Figur ist dieses geteilte Pilasterkapitäl an einer Wand aufgestellt gedacht, Pyramide und Platte als Wiederkehr an derselben weitergeführt.

**Tafel 27 Gruppe c:** An Stelle der Platte in Gruppe b tritt ein Pyramidenstumpf von der Größe des darunter befindlichen, dessen Ecken also mit den oberen Würfelcken zusammenfallen. Der Würfel selbst wird noch weitergeführt, so daß oben eine neue Platte entsteht. In der unteren Zeichnung ist derselbe Körper mit Wiederkehr ausgebildet.

**Tafel 27 Gruppe d:** Teil einer aufgedoppelten Türe. (Siehe auch **Tafel 11 Gruppe a.**)

Von sechs Würfeln, welche auf- und nebeneinandergestellt den Grundkörper bilden, wird eine Schichte (Stärke gleich ein Viertel der Würfeltiefe) abgeschnitten und diese Schichte wieder gespalten für die beiden Bretterschichten, aus welchen die Türe zusammengefaßt ist. Um die perspektivische Form der einzelnen Füllungs Bretterchen zu erhalten, beginnt man am besten mit der Zeichnung ihrer gleichschenkligen Dreiecksausschnitte an den Rändern und in der Mitte. Unten entsteht ein Feld mit einem über Eck gestellten Quadrat als Grundfläche und einem darauf aufgebauten niederen Pyramidenstumpf. Wo liegt die Spitze desselben?

**Tafel 28:** Anwendungen von Pyramide und Walm. Unterlage **Tafel 64 Abb. 9** (aber über dem Horizont).

**Tafel 28 Gruppe a obere Zeichnung:** Walm aufgesetzt auf der lotrechten Fläche eines prismatischen Körpers.

Untere Zeichnung: Walm durch lotrechte Ebene in der Mitte zwischen First und Grundfläche geschnitten.

**Tafel 28 Gruppe b:** Treppen von drei Seiten zugänglich, oben aus zwei, unten aus zweieinhalb Würfeln ausgeschnitten. Unterlage **Tafel 62 Abb. 5.**

Die über die Treppenkanten gelegten Flächen ergeben in der oberen Zeichnung eine Pyramide, in der unteren ein halbes Walmdach (First gleich der halben Würfelkante).

**Tafel 28 Gruppe c** oben: Treppe von drei Seiten zugänglich, aus drei Würfeln ausgeschnitten (First des halben Walmdaches gleich einer Würfelkante).

Unten: Treppe von zwei Seiten zugänglich, an der dritten Seite durch eine senkrechte Wand abgeschlossen, die auch das Walmdach senkrecht abschneidet.

**Tafel 28 Gruppe d:** Reichere Treppenanlagen. Eine Zusammenfassung der schon gelösten Aufgaben.

**Tafel 29:** Weitere Anwendungen von Pyramide und Walm. Unterlage Tafel 61 Abb. 1 über und unter dem Horizont.

**Tafel 29 Gruppe a:** Quadratische Öffnung und Tor je mit schiefer Leibung über und unter dem Horizont. Ein Stück eines Walms ist hier in den Hohlraum eines stehenden Doppelwürfels eingebaut. Die Grundfläche desselben fällt mit der vorderen lotrechten Würfelachse, der First des Walms mit der Würfelachse zusammen. Tiefe der schiefen Leibungsfläche ein Achtel, der ganzen Leibung ein Viertel der Würfelhöhe.

**Tafel 29 Gruppe b:** Ineinandergeschobene, ein Holzgitter bildende Stäbe mit quadratischen und halbkreisförmigen, über Eck gestellten Querschnitten.

Es entstehen vier Pyramiden beziehungsweise Pyramidenstümpfe. Die Verbindungslinien der Pyramidenhöhen bilden ein Quadrat, die lotrechten Quadratseiten mit den Würfelachsen eine Gerade.

Nebenan ist noch ein Stück Stabverbindung gezeigt, bei welcher an Stelle des quadratischen ein achteckiger Querschnitt tritt. (Schema für Fensterrahmen.)

**Tafel 29 Gruppe c:** Schematische Darstellung von Rinnenkesseln unter und über dem Horizont. Unterlage Tafel 61 Abb. 2. Die Pyramide mit nach unten gerichteter Spitze tritt in zwei verschiedenen Größen auf.

**Tafel 29 Gruppe d:** Gebäudegruppe mit quadratischer Grundfläche, einem quadratischen Hof und vier in der Richtung der Quadratdiagonalen leicht vorspringenden Ecktürmen. Unterlage Tafel 61 Abb. 12 (mit Viertelteilung). Man beginne mit dem die Außenwände des quadratischen Hauptgebäudes berührenden Würfel, schneide von der Grundfläche desselben die Fläche des quadratischen Hofes aus, baue über den restlichen äußeren Streifen die Stockwerke in ein Achtel Würfelhöhe und darüber die Satteldächer in zwei Achtel Höhe auf. Die Türme (Würfel mit aufgesetzter Pyramide, beide gleich hoch, je ein Viertel der Würfelhöhe) sind um ein Sechzehntel der Würfelbreite in der Richtung der Diagonalen nach außen verschoben. Man suche ihre Anschnitte mit dem Hauptgebäude. Zu beachten wären ferner zwei große Pyramiden, welche in dem die Turmspitzen verbindenden Quadrat eine gemeinsame Grundfläche haben. Ihre Höhen sind gleich der Länge der Grundkanten der Pyramide. Die äußeren Gratlinien der Turmspitzen fallen mit den Kanten der nach oben gehenden Pyramide, die inneren Gratlinien und Kehlen der Dächer mit den Kanten der mit der Spitze nach unten gerichteten Pyramide zusammen.

**Tafel 30—32.** Prismatische Körper, deren Grundfläche ein Achteck ist, und zwar entweder ein regelmäßiges Achteck oder ein Achteck, das nur je vier gleiche Seiten hat und in unserem Falle dadurch entsteht, daß man an den Ecken des Quadrats gleichschenklige Dreiecke, die Schenkel je ein Fünftel der Quadratseiten, abschneidet. (In den folgenden Aufgaben wird es als unregelmäßiges achteckiges Prisma bezeichnet.)

**Tafel 30 Gruppe a:** Entwicklung des achteckigen Prismas aus dem Würfel. Unterlage Tafel 62 Abb. 3. Vorausgesetzt wird die Entwicklung des regelmäßigen Achtecks aus dem Quadrat. (Siehe die Erklärung zu Tafel 3 und die Konstruktionen in den Ecken links oben.) Sucht man auf den vier lotrechten Kanten des perspektivischen Würfels die Teilpunkte für die Achteckseiten, so lassen sich die erhaltenen Strecken mit Hilfe der Würfelachsen auch auf die horizontalen Würfelkanten übertragen. (Siehe die Zeichnung unten links.) Auf diese Weise kann in jede Würfelachse ein regelmäßiges Achteck eingezeichnet werden, das mit ihr gleiche Breite hat. Aus dem Würfel mit den aufgetragenen regelmäßigen Achtecken lassen sich drei regelmäßige achteckige Prismen herausziehen, eines mit lotrechten, zwei mit horizontal liegenden Achsen.

**Tafel 30 Gruppe b:** Übergänge vom vierseitigen zum achteckigen Prisma. Unterlage Tafel 62 Abb. 3 und 4. Im vierten Beispiel tritt an die Stelle des regelmäßigen Prismas ein unregelmäßiges.

**Tafel 30 Gruppe c:** Bauten um das regelmäßige achteckige Prisma und Erweiterung derselben entsprechend der Aufgabe Tafel 25 Gruppe b beim vierseitigen Prisma, in welches das achteckige eingebettet zu denken ist.

**Tafel 30 Gruppe d:** Treppenformen. Sie werden aus den Lösungen auf Tafel 28 Gruppe b herausgeholt. Unterlage Tafel 62 Abb. 5 zeigt, wie die Achteckabschnitte, die einem doppelt so hohen Würfel als dem Grundwürfel angehören, gefunden werden. Man beachte die durch die Kontrolllinien entstehenden Dachformen: halbes Zeltdach und halbes Walmdach mit abgeschägten Ecken. (Siehe auch Tafel 14 Gruppe d.)

**Tafel 31:** Wagrechte, lotrechte und schiefe Schnitte durch achteckige Prismen.

**Tafel 31 Gruppe a** obere Reihe: Von einem regelmäßigen achteckigen, einem Würfel eingebetteten Prisma mit horizontal liegender Achse wird eine Scheibe in einer Stärke gleich einem Fünftel der Würfelhöhe abgeschnitten und als Hohlform ausgebildet. Breite des Rahmens ebenfalls ein Fünftel der Würfelhöhe. Es folgt dieselbe Entwicklung am unregelmäßigen achteckigen Prisma. Während sich bei den regelmäßigen Achtecken die Halbierungslinien der Vieleckwinkel im Mittelpunkt des Achtecks treffen, ist dies beim unregelmäßigen Achteck nicht mehr der Fall. Die Winkelhalbierenden laufen, wenn man sich beide Achteckformen aufeinandergelegt denkt (siehe Grundriß in der Ecke rechts oben), wohl noch parallel miteinander, aber im unregelmäßigen Achteck treffen sich diejenigen derselben, welche die kürzeren Seiten einschließen, früher und zwar je zwei in einem Punkte der Würfelachsen. Durch Verbindung dieser Treffpunkte entsteht ein Quadrat.

**Tafel 31 Gruppe a** untere Reihe: Von einem regelmäßigen achteckigen, einem Würfel eingebetteten Prisma ist unten eine Schicht, gleich ein Fünftel der Würfelhöhe, abgeschnitten und darauf ein zweites um zwei Fünftel schmäleres Prisma von gleicher Höhe gesetzt. (Schematische Bank.) Daneben ist ein ähnlicher Aufbau, nur mit anderen Höhenmaßen, am unregelmäßigen Achteck entwickelt.

**Tafel 31 Gruppe b:** Lotrechte Schnitte durch ein stehendes regelmäßiges achteckiges Prisma, das zunächst massiv gedacht, dann als Hohlkörper ausgebildet und, von außen und von innen gesehen, mit fensterartigen Öffnungen dargestellt ist. (Höhenmaße: Brüstungshöhe zwei Teile, Fensterhöhe drei Teile, Rest oben ein Teil.) Entwicklung wie auf Tafel 22 Gruppe d.

**Tafel 31 Gruppe c:** Schiefe Schnitte durch ein regelmäßiges achteckiges Prisma. Ein Würfel wird in seinem oberen Teil als achteckiges Prisma mit horizontal liegender Achse ausgebildet, sodann durch eine von vorn nach hinten ansteigende Diagonalebene geschnitten. (Schema für Dachladen.)

Ein regelmäßiges achteckiges Prisma mit stehender Achse wird in seiner unteren Hälfte durch zwei gegeneinander gelagerte Diagonalebenen geschnitten. Schnittpunkte ergeben sich immer dann, wenn die Schnittlinie zwischen der schneidenden Ebene und einer Würfelachse, das heißt in unserem Falle die Diagonale derselben zugleich Kanten des achteckigen Prismas, welche in derselben Würfelachse liegen, trifft. (Schematischer Turm als Dachreiter auf rechtwinkligem Satteldache aufragend.) Die letzte Zeichnung ist als Abschluß an einem regelmäßigen achteckigen Holzpfosten gedacht.

**Tafel 31 Gruppe d:** Schiefe Schnitte am unregelmäßigen achteckigen Prisma.

**Tafel 32:** Regelmäßige achteckige prismatische Körper in Durchdringungen als Voll- und Hohlkörper.

**Tafel 32 Gruppe a:** Ein regelmäßiges achteckiges Prisma mit lotrecht stehender Achse wird von einem gleichen Prisma, aber mit horizontal liegender Achse so durchdrungen, daß die sich schneidenden Achsen beider Körper senkrecht aufeinanderstehen. (Schema für Durchdringungen von Profilstäben.) Unterlage Tafel 62 Abb. 3. Beide achteckige Prismen sind

je in zwei Würfel eingebettet gedacht, so daß diese und die folgende Aufgabe zurückgeführt werden auf die einfachere, daß zwei Prismen mit quadratischem Querschnitt sich in derselben Weise treffen.

**Tafel 32 Gruppe b:** Zu den beiden prismatischen Körpern in Gruppe a tritt ein ebensolcher dritter. Die Achsen aller drei Körper treffen sich in einem Punkt unter rechten Winkeln. Entwicklung wie bei Gruppe a. Ein geschnittenes Prismastück ist herausgeholt.

**Tafel 32 Gruppe c** untere Reihe: Ein Würfel wird in seinem oberen Teil so ausgebildet, wie sich zwei ihm eingebaute regelmäßige achtsseitige Prismen mit in gleicher Höhe horizontal liegenden, sich unter rechten Winkeln treffenden Achsen in der Durchdringung darstellen. Derselbe Körper wird als Hohlkörper ausgebildet. Man zeichne zunächst den perspektivischen Grundriß.

Die beiden oberen Zeichnungen stellen Teile dieser Durchdringungen an dem als Vollkörper gedachten regelmäßigen und am unregelmäßigen achtsseitigen Prisma dar.

**Tafel 32 Gruppe d:** Öffnungen mit schiefer Leibung. Sie bilden schon den Übergang zur nächsten Körpergruppe, den achtsseitigen Pyramiden. (Vergl. auch Tafel 29 Gruppe a am vierseitigen Prisma.)

**Tafel 33 und 34:** Achtsseitige senkrechte Pyramiden durch Ebenen geschnitten und in Verbindung mit prismatischen Körpern gebracht. Die Pyramide ist einem Würfel eingebettet, die Grundfläche aus der Würfelgrundfläche ausgeschnitten, die Spitze in der Mitte der Deckfläche liegend.

**Tafel 33 Gruppe a:** Regelmäßige achtsseitige Pyramide mit lotrechter Achse als ganzer Körper, durch Achsenschnitte zerlegt und in Verbindung gebracht mit dreiseitigen Prismen.

**Tafel 33 Gruppe b:** Regelmäßige achtsseitige Pyramide geschnitten erstens durch horizontale Ebenen und die Schnittfigur zum Aufbau weiterer achtsseitiger Pyramiden benötigt; zweitens durch schiefe Ebenen (Dachanschnitte an Turmhelmen). Die schneidende Ebene (Dachfläche) geht durch die Kante der Deckfläche des Würfels und entweder durch die Mitte der Grundfläche oder durch die vordere Kante derselben (letzte Aufgabe). Die Lösung wird entsprechend derjenigen bei schiefen Schnitten durch die senkrechte Pyramide mit quadratischer Grundfläche ausgeführt. (Siehe Tafel 26 c.) Man verbinde dementsprechend zunächst die Ecken der Grundfläche der Pyramide durch Parallele mit derjenigen Würfelkante, durch welche die schneidende Ebene geht. Diese Verbindungslinien bilden zusammen mit den zugehörigen Kanten der Pyramide Ebenen innerhalb derselben. Diese Ebenen denke man sich erweitert bis sie die Würfelflächen schneiden. Ihre Schnitte mit diesen begegnen sich (innerhalb derselben Würfelflächen) mit Schnittlinien der schneidenden Dachfläche. Die Verbindungslinie solcher einander gegenüberliegender Schnittpunkte schneidet die Pyramidenkanten in den gesuchten Punkten.

**Tafel 33 Gruppe c:** Verbindungen regelmäßiger achtsseitiger Pyramiden mit ebensolchen achtsseitigen Prismen (Schemen für Rinnenkeessel).

**Tafel 33 Gruppe d:** Dieselbe Aufgabe gelöst an der unregelmäßigen achtsseitigen Pyramide in Verbindung mit dem unregelmäßigen achtsseitigen Prisma, welches dieselbe Grundfläche zeigt.

**Tafel 34:** Achtsseitige Pyramiden und Prismatoide als Verbindungsglieder zwischen achtsseitigen Prismen; Anwendungen bei Sockel- und Dachformen und als Steinpfosten.

**Tafel 34 Gruppe a:** Einem regelmäßigen achtsseitigen Prisma (Höhe desselben ein Drittel der Würfelhöhe) wird eine Pyramide mit derselben Höhe aufgesetzt, die Pyramide in ein Drittel ihrer Höhe durch eine horizontale Ebene geschnitten und auf die so erhaltene Schnittfläche wiederum ein achtsseitiges Prisma gesetzt, dessen Deckfläche mit der Deckfläche des Würfels zusammenfällt.

Diese Körpergruppe wird durch einen Achsenschnitt, welcher zwei Seiten des prismatischen Körpers in der Mitte durchschneidet in gleiche Hälften geteilt, diese sodann auseinandergezogen bis zwischen beiden Hälften die Grundfläche eines halben Grundwürfels Platz hat und die Körpergruppe wieder geschlossen. (Schemen für Sockelformen.)

**Tafel 34 Gruppe b:** Dieselbe Aufgabe wie in Gruppe a wird mit einem unregelmäßigen achtsseitigen Prisma durchgeführt, wobei zu beachten ist,

daß der dem unregelmäßigen achtsseitigen Prisma aufgesetzte Körper nicht eine abgestumpfte Pyramide, sondern ein senkrechtcs Prismatoid ist, dessen Deckfläche zunächst entwickelt wird. (Schematische Sockelform.)

**Tafel 34 Gruppe c:** Dachlösungen: Mansarddach über rechteckigem ( $1\frac{1}{2}$  Quadrate) und achteckigem Grundriß. (Siehe auch Tafel 14 Gruppe d.)

**Tafel 34 Gruppe d:** Steinpfosten in der Form eines an den Ecken abgestuften Pyramidenstumpfes. Unterlage: Doppelwürfel mit Vier- und Achteilung.

Aus dem Doppelwürfel wird zunächst der vierseitige Pyramidenstumpf ausgeschnitten. Die oberen Ecken rücken in der Richtung der Diagonalen der Deckfläche um ein Achtel herein. Die Kanten für die Abfasung könnten leicht erhalten werden, wenn die Spitze der Pyramide zugänglich wäre. So müssen die Kanten der neuen kleineren Deckfläche ebenfalls wieder in acht Teile geteilt und mit den entsprechenden Achtern der Grundfläche verbunden werden (Proportionallehre). Die Höhe, in welcher die Abfasung beginnt (vier Achtel und fünf Achtel) wird zunächst auf den Würfelkanten ab- und von da auf die Kanten der Pyramide übertragen. (Pyramidenkanten und Kanten für die Abfasung sind auf der Zeichnung zur besseren Übersicht über die Deckfläche hinaus noch verlängert.) Die horizontale Abfasung an der Deckfläche wird ebenfalls mit Hilfe der Einteilung der Kanten der Deckfläche in acht Teile durchgeführt. Die Deckfläche ergibt sich ohne weiteres durch Verbindung der einander gegenüberliegenden Achtelabschnitte.

**Tafel 35—45:** Kreiszylinder eingebettet gedacht in regelmäßige achtsseitige Prismen und über diese hinweg in einen Würfel; aufgesetzt als Ganzes und durch Ebenen geschnitten; Zylinder mit Zylindern und mit anderen Körpern verbunden; Achsen lot- und wagrecht liegend.

**Tafel 35:** Zylinder mit lotrechten Achsen.

**Tafel 35 Gruppe a:** Entwicklungen von Voll- und Halbzylindern aus regelmäßigen achtsseitigen prismatischen Körpern.

**Tafel 35 Gruppe b:** Die obere Reihe zeigt die horizontalen und vertikalen Ebenen der in der zweiten und dritten Reihe geschnittenen Körper.

**Tafel 35 Gruppe c** obere Aufgabe: Erweiterung des Zylinders in seinem unteren Viertel durch eine zylindrische Platte. (Vergl. Tafel 30 Gruppe c.)

Untere Aufgabe: Schneiden dieses Körpers durch eine lotrechte Ebene parallel zu den Würfelseiten, Einschieben eines halben Würfels zwischen beide Hälften und Ergänzung der Erweiterung. Als Unterlage lassen sich die auf Tafel 30 Gruppe c am achtsseitigen Prisma entwickelten Formen verwenden, es brauchen nur die berührenden Curven gezogen zu werden.

**Tafel 35 Gruppe d:** Runde Treppenformen, die sich ebenfalls unmittelbar aus den auf Tafel 30 Gruppe d entwickelten Formen ableiten lassen.

**Tafel 36:** Halb- und Viertelzylinder und Anwendungen derselben.

**Tafel 36 Gruppe a:** Halbzylinder auf Würfelflächen aufgesetzt und aus Würfeln ausgeschnitten. (Vergl. auch Tafel 23 Gruppe c.) Soll ein Viertelkreis perspektivisch ohne Hilfe der Achteckseiten in ein Quadrat gezeichnet werden, so beobachte man zunächst am geometrisch gezeichneten Quadrat, in welches man die Diagonalen und einen Viertelkreis mit einer Quadratseite als Halbmesser gezeichnet hat, daß dieser Viertelkreis die Diagonale etwa in der Mitte zwischen Quadratecke und Quadratmittelpunkt und zwar ein wenig näher an diesem schneidet. Diese Beobachtung wäre auf das perspektivisch gezeichnete Quadrat zu übertragen.

Wir beachten ferner, wie die perspektivischen Kreise durch die Mittellinien der ihnen umschriebenen Quadrate durchaus nicht in der Richtung der großen Achse der Ellipsen, also nicht in symmetrische Hälften geteilt werden und ferner wie die Halbzylinder die Würfelflächen, auf welche sie aufgesetzt sind, überschneiden.

**Tafel 36 Gruppe b:** Halbzylinder massiv und hohl und mit Fensterabschnitten versehen. (Siehe Tafel 31 Gruppe b.)

**Tafel 36 Gruppe c:** Abgerundete Hausecke mit abgerundetem Hauptgesims und einer balkonartigen Ausladung. Für die Darstellung der Viertelkreise gilt das unter Gruppe a Gesagte.

**Tafel 36 Gruppe d** oben: Viertelkreise in einer solchen Verbindung miteinander, daß sie die in Wirklichkeit gleiche in der perspektivischen Zeichnung stark wechselnde Breite eines gewundenen Weges darstellen.

Unten: Viertelkreise an den Gehwegen einer Straßenkreuzung. Der vorderste und der hinterste Viertelskreis erscheinen gedrückt, die seitlichen stark vorspringend.

**Tafel 37:** Cylinder, deren Achsen horizontal liegen und welche durch lotrechte und horizontal liegende Ebenen geschnitten werden. Unterlage Tafel 62 Abb. 3.

**Tafel 37 Gruppe a:** Cylindrische Röhren, voll und hohl gezeichnet mit Hilfe des dem Würfel einbeschriebenen achtsseitigen Prismas. Die Ellipsen der Grund- und Deckfläche berühren die acht Seiten des Prismas und damit auch die vier Würfelkanten in ihren perspektivischen Mitten. Der Mittelpunkt der oberen Würfelkante ist aber noch nicht der höchste Punkt der Ellipse. Sie kann noch höher steigen, weil auch die Würfelkante noch steigt. Pausiert man sich eine der Ellipsen heraus und faltet sie der Länge nach so zusammen, daß die beiden Hälften sich decken, so erhält man in der Bruchstelle die große Achse der Ellipse, das heißt diejenige Linie, welche die größte Ausdehnung der Ellipse angibt. Zieht man perspektivisch parallel zu ihr durch die perspektivische Mitte des Quadrats eine weitere Linie, so ist dies die perspektivische Achse der Grundfläche des Cylinders. Sie ist ein wenig kürzer als die große Achse. (Vergleiche das bei Tafel 3 Gruppe d über denselben Fall Gesagte.) Verbindet man die beiden perspektivischen Mitten der Quadrate, welche der Grund- und Deckfläche des Cylinders umschrieben sind, so erhält man die Achse des Cylinders. Vergleicht man die Lage der perspektivischen Achsen der Grund- und Deckfläche des Cylinders mit der Lage der Cylinderachse, so findet man, daß beide Linien annähernd senkrecht aufeinander stehen. Das ist wesentlich für das Zeichnen aus der Vorstellung.

Bei den Hohlkörpern suche man die Stelle, an welcher die Wandstärken in der Zeichnung am breitesten erscheinen. Welche Linie bezeichnet diese Stelle?

**Tafel 37 Gruppe b:** Vollcylinder werden durch lotrechte und horizontale Ebenen geschnitten. In die Augen fällt auch hier wie auf Tafel 36 Gruppe a die unsymmetrische Aufteilung der Ellipsen.

**Tafel 37 Gruppe c:** Hohlzylinder werden ebenso durch lotrechte und horizontale Ebenen geschnitten.

**Tafel 37 Gruppe d** obere Zeichnung: Anwendung von Halbzylindern mit horizontal liegenden Achsen als schematische Fensteröffnungen. (Besättigung des oben bei Gruppe a gefundenen Gesetzes.)

Untere Zeichnung: In den bisherigen Fällen bildeten die Cylinderachsen mit der Glastafel (Zeichenfläche) einen Winkel. Es ist noch nötig, diejenigen Fälle ins Auge zu fassen, bei welchen die Cylinderachsen mit der Glastafel parallel liegen. Befinden sich drei Cylinder mit lotrechten Achsen nebeneinander unter dem Horizont und stellt sich der Beschauer vor dem mittleren Cylinder auf, so wird er die Achse der Deckfläche desselben als horizontale Linie empfinden, die Achsen der beiden seitlichen Deckflächen aber als schief liegende gegen die Mitte ansteigende Linien. Liegen drei Cylinder mit wagrechten, zur Glastafel parallelen Achsen senkrecht übereinander und befindet sich das Auge des Beschauers seitlich davon in der Höhe der Cylinderachse des mittleren Cylinders, so wird ihm die Achse der Deckfläche desselben als lotrechte Linie erscheinen. Die Lagen der Achsen der Deckflächen des darüber und darunter liegenden Cylinders entsprechen genau denjenigen im vorhergehenden Fall. Man braucht also nur die untere Zeichnung aus der wagrechten in die zu ihr senkrechte Lage zu bringen, die perspektivisch laufenden Linien nach innen gerichtet. Klappt man die untere Zeichnung nach oben um, so erhält man Bilder für die Achsenlagen von Cylindergrundflächen über dem Horizont, wenn die Cylinderachsen lotrecht, also parallel zur Glastafel stehen. Man beachte solche Erscheinungen auch an Innenräumen mit Galerien, die sich gegen den Hauptraum in Bogenstellungen öffnen oder an Gebäuden mit runden Ecktürmen, an Säulenstellungen sowie an Photographien von solchen Bauten und Bauteilen.

**Tafel 38:** Schiefe Schnitte durch Cylinder. Die schneidenden Ebenen werden bezeichnet mit Hilfe der Würfel, in welche die Cylinder eingebettet zu denken sind.

**Tafel 38 Gruppe a:** Die Cylinderachse steht lotrecht. Werden die Aufgaben mit Hilfe derselben Schnitte durch das achtsseitige Prisma gelöst (vergl. Tafel 31 Gruppe c), so sind nur an die dort gefundenen Schnittlinien berührende Curven zu ziehen. Will man die Aufgabe ohne Hilfe des achtsseitigen Prismas lösen (siehe letzte Aufgabe), so benütze man Hilfsebenen, welche auf der Grund- und Deckfläche senkrecht stehend parallel zu den Würfelflächen liegen, zwischen welchen die schneidende Ebene (Dachfläche) verläuft. Diese Hilfsebenen schneiden den Grundkreis und ergeben senkrecht darüber Punkte der Schnittlinien. In der Zeichnung ist auch noch eine andere Lösung angedeutet.

**Tafel 38 Gruppe b:** Die Cylinderachsen liegen wagrecht.

Zieht man in einem Quadrat mit einbeschriebenem Kreis die Diagonalen und durch die Schnittpunkte derselben mit dem Kreis Parallele zu den Quadratseiten, so entstehen auf den Ecken kleinere Quadrate. Überträgt man diese Quadrate auf die perspektivische Zeichnung, so erhält man Punkte des perspektivischen Kreises. Legt man durch diese kleinen Quadratseiten lotrechte und wagrechte Ebenen und bestimmt deren Schnittlinien mit der schneidenden Dachfläche, so erhält man Punkte der Schnittlinie zwischen Cylinder und Dachfläche (Controlle durch Diagonalen der Schnittflächen). Die Entwicklung ist dieselbe, auch wenn an Stelle des Halbkreises ein Stichtbogen tritt.

**Tafel 38 Gruppe c:** Die Cylinderachsen liegen teils wagrecht, teils lotrecht und treffen sich unter rechten Winkeln.

Um die Cylinder sind noch Prismen mit quadratischem Querschnitt (Teile des Würfels) gelegt. Diese Prismen stoßen in den Gehrungsschnitten aufeinander; in den diesen Rechtecken einbeschriebenen Ellipsen treffen sich die Cylinder. Einzelne Punkte der Ellipsen ergeben sich in den Stöpfungspunkten gleichgelagerter Mantellinien der Cylinder.

**Tafel 38 Gruppe d:** Die in Tafel 38 Gruppe a entwickelten Schnitte am Cylinder werden im Zusammenhang mit einer Dachform durchgeführt und dabei die ganze Entwicklung gezeigt vom Prisma mit quadratischem zu dem mit achteckigem Querschnitt und zum Cylinder, der dem achtsseitigen Prisma einbeschrieben ist. Alle drei Körper sind als Dachreiter auffühend auf einem und auf zwei sich rechtwinklig schneidenden Satteldächern gedacht.

Benützt werden Hilfsebenen parallel zu den Giebelflächen oder solche, welche durch die Körperachsen in beliebiger Richtung gelegt werden.

**Tafel 39:** Cylinderflächen in Verbindung mit prismatischen und Umdrehungskörpern.

**Tafel 39 Gruppe a:** An die Stelle der Würfelkanten treten Viertelcylinder, deren Querschnitte Viertelkreise mit Radien gleich einem Viertel der Würfelhöhe zeigen. Man zeichnet die Curven mit Hilfe kleiner Eckquadrate und bei Cylinderdurchdringungen mit Hilfe von Eckwürfeln.

**Tafel 39 Gruppe b:** Cylinderflächen in Verbindung mit einem Prisma von quadratischem Querschnitt. (Schema für Rinnenkessel.) Unterlage Tafel 61 Abb. 2. (Vergl. auch Tafel 29 Gruppe c und Tafel 39 Gruppe a.)

Bei der Zeichnung unter dem Horizont entstehen neue Umrißlinien sowohl am umgeschlagenen neuen oberen Cylinderrand, dessen Flächen teils von innen, teils von außen gesehen werden sowie auch unten als Abgrenzung der Viertelcylinder.

**Tafel 39 Gruppe c:** Cylinderflächen in Verbindung mit einem regelmäßigen achtsseitigen Prisma. (Schema für Rinnenkessel.) Unterlage Tafel 61 Abb. 2 und Tafel 62 Abb. 3. (Vergl. auch Aufgabe 33 c.)

**Tafel 39 Gruppe d:** Cylinderflächen in Verbindung mit Umdrehungskörpern. (Schema für Rinnenkessel.) Man benütze zur Lösung die Abbildungen in Gruppe c. Sollen die Mantellinien des Prismas zu Mantellinien des Cylinders werden, so lege man durch die Ecken der Grund- und Deckfläche des Prismas umbeschriebene Kreise. Die Kanten vom Prisma und die Gehrungslinien der Cylinderflächen in Gruppe c bilden Oberflächenlinien der Umdrehungskörper.

**Tafel 40:** Cylinderstücke mit gleichen Radien in Verbindungen und Durchdringungen.

Ein Cylinder, dessen Höhe gleich dem Durchmesser des Grundkreises ist, wird durch einen Achsenschnitt halbiert, jede Hälfte wieder durch zwei

Diagonalschnitte in vier gleiche Teile geteilt. Diejenigen Teile, welche nicht einen Halbkreis als Grundfläche haben, die Wangenteile, werden in ihren lotrechten Kanten sich berührend zusammengeschoben, sie bilden den Körper für Gruppe a; die übrigen vier mit Kappen, ebenso zusammengeschoben, bilden den Körper für Gruppe b.

**Tafel 40 Gruppe a:** Wangenabschnitte des Cylinders bilden ein Klostergewölbe. Darstellung über und unter dem Horizont. Unterlage Tafel 61 Abb. 12 (aber nur mit halbem Würfel). Die Gratlinien ziehen durch die unteren inneren Ecken von kleinen Würfeln, deren Kantenlänge man findet, wenn man — zunächst in der Projektion — die Höhe des Schnittes der Würfel diagonale mit dem Bogenstück bestimmt und diese Höhe auch auf die perspektivischen Würfelkanten (auf der vorderen in wirklicher Größe) überträgt.

**Tafel 40 Gruppe b:** Zwei gleich große hohle Halbcylinder, auf eine quadratische Grundlage gesetzt, durchdringen sich in einem Kreuzgewölbe. Unterlage Tafel 61 Abb. 12.

Die Kehlen hier sind dieselben Linien wie die Gratlinien in Aufgabe a, nur werden die Kehlen teilweise verdeckt durch Mantellinien der Cylinderteile. Die Linien, welche die sichtbaren Teile der einzelnen Cylindersstücke abgrenzen, setzen sich also aus ihnen und aus Mantellinien zusammen.

**Tafel 40 Gruppe c:** Cylinderabschnitte ein Muldengewölbe und einen Erkerabschluß bildend. Unterlage Tafel 64 Abb. 9.

Oberer Aufsatz: Schneidet man zunächst das Walmdach aus, legt durch die Firstenden lotrechte, zum First senkrecht stehende Ebenen, so erhält man links und rechts wieder halbe Würfel und kann wie in Gruppe a weiterarbeiten. Ob das Bogenstück einen Viertelskreis darstellt oder nicht, ist unwesentlich. Die Erkerendigung kann ebenso entwickelt werden. Unsere Zeichnung zeigt eine etwas andere Lösung.

**Tafel 40 Gruppe d:** Zwei gleich große Hohlzylinder durchdringen sich. Unterlage Tafel 61 Abb. 12.

Man zeichne zunächst auf allen Seiten des Würfels die Kreisringe mit Hilfe der Achtecke. Der Horizontalschnitt durch die Mitte des Würfels, ebenso horizontale Ebenen durch die Schnittpunkte der Würfel diagonalen mit den kleineren Kreisen geben weitere Punkte der Durchdringungscuren.

**Tafel 41:** Durchdringungen von Cylindern. Achsen horizontal und vertikal in rechten Winkeln zueinander stehend.

**Tafel 41 Gruppe a:** Zwei gleich große hohle Halbcylinder, einer mit liegender, der andere mit stehender Achse, die sich unter rechten Winkeln schneiden, durchdringen sich. Die Hohlseite ist dem Beschauer zugewendet. Unterlage Tafel 62 Abb. 3. (Der Grundwürfel wird nach rechts und links je um einen halben Würfel erweitert.)

**Tafel 41 Gruppe b:** Zwei gleich große Vollcylinder durchdringen sich wie in Gruppe a.

Man mache sich zunächst wieder klar, wie sich zwei Prismen mit quadratischen Querschnitten, die um die Cylinder gelegt sind, durchdringen würden. (Vergl. auch Tafel 32 Gruppe a, mit deren Hilfe die Aufgabe ohne weiteres gelöst werden kann.) Auch gleichgelagerte Mantellinien ergeben in ihren Treffpunkten Punkte der Schnittcurve.

**Tafel 41 Gruppe c:** Drei gleich große Cylinder, einer mit lotrechter Achse, zwei mit horizontal liegenden sich in einem Punkt unter rechten Winkeln schneidenden Achsen durchdringen sich. (Vergl. auch Tafel 32 Gruppe b.)

**Tafel 41 Gruppe d:** Cylinder, deren horizontal liegende Achsen zugleich in lotrechten, senkrecht zueinander stehenden Ebenen liegen, durchdringen sich. In der einen Aufgabe haben die Cylinder gleiche, in der anderen verschiedene Durchmesser.

Horizontale Ebenen, durch leicht bestimmbare Punkte der Würfelkanten gehend, ergeben Punkte der Durchdringungscuren.

**Tafel 42—45:** Viertelrundstab, Viertelhohlkehle, Sima, Karnies, Hohlkehle und Rundstab in Verbindung mit prismatischen und cylindrischen Formen.

**Tafel 42:** Viertelhohlkehle, Viertelrundstab, Sima und Karnies werden zu quadratischen und achteckigen Rahmen verbunden und als Umdrehungskörper um cylindrische Formen gelegt. Die Profilstücke sind in Stäbe

mit quadratischen Querschnitten (Quadratseite ein Sechstel der Würfelkante von 12 cm Länge) eingebettet gedacht. Unterlage Tafel 63 Abb. 8.

**Tafel 42 Gruppe a:** Viertelhohlkehle und Viertelrundstab werden mit Profilen nach innen zu quadratischen und regelmäßig achteckigen Rahmen zusammengestoßen. Man schneide die Profile aus den rechteckigen Gebrungsschnitten, in welchen sich die Stäbe mit quadratischem Querschnitt treffen, und achte darauf, welche der Rechteckseiten vorn und welche hinten liegen, ob die Profile zunächst der vorderen Rechteckseite näher bleiben sollen (vergl. Rundstab) oder rascher zur hinteren weggehen (vergl. Hohlkehle). Dieselben Profile werden auch zu regelmäßigen achteckigen Rahmen ausgebildet.

**Tafel 42 Gruppe b:** Dieselben Rahmen wie in Gruppe a sind so gedacht, daß der schmalere Teil der Öffnung dem Beschauer zugewendet ist.

**Tafel 42 Gruppe c:** Sima und Karnies werden zur Bildung von quadratischen und achteckigen Rahmen mit den Profilen nach innen benützt.

**Tafel 42 Gruppe d:** Kreisrunde Rahmen mit Viertelhohlkehlen und Viertelrundstäben im Querschnitt, zunächst mit dem engeren Teil der Öffnung dem Beschauer zugewendet, dann mit dem weiteren (untere Abbildung). Zur Gewinnung der runden Platten werden zunächst um die achteckigen die umbeschriebenen Kreise gezeichnet.

**Tafel 43:** Liegende quadratische und rechteckige Platten (Stärke derselben ein Sechstel des Würfels mit 12 cm langen Kanten) erhalten nach außen Viertelrundstab und ebensolche Hohlkehle als Profile. Unterlage Tafel 63 Abb. 6 (aber von der inneren kleineren quadratischen Platte ausgehen).

**Tafel 43 Gruppe a:** Eine quadratische über dem Horizont liegende Platte wird zunächst nur auf zwei, dann auf allen vier Seiten durch Rundstäbe und Hohlkehlen erweitert und das Ganze als Hohlform ausgebildet. Controllinien!

**Tafel 43 Gruppe b:** Die in Gruppe a dargestellten Körper, bei welchen die Profile rings um den Körper gelegt sind, werden durch eine lotrechte Ebene in zwei gleiche Hälften geteilt, die vordere Hälfte an eine Wand anstoßend gedacht und Viertelstab und Viertelhohlkehle an derselben als Wiederkehr weitergeführt.

**Tafel 43 Gruppe c:** Dieselben Formen wie in Gruppe a unter dem Horizont als Hohlformen gedacht.

**Tafel 43 Gruppe d:** Dreieckiger Stab, Viertelrundstab und Viertelhohlkehle sind als Abschluß einer Platte, welche dieselbe Stärke wie die bisherigen aufweist, deren Grundfläche aber nicht quadratisch, sondern rechteckig ist (anderthalb Quadrate), gedacht.

Die Unterlage Tafel 63 Abb. 6 ist zunächst zu anderthalb Quadraten zu erweitern. Die Grundlage für die Lösung bietet der Walm. Die unterste Zeichnung zeigt auch, wie zu verfahren ist, wenn der Körper nicht nach allen Seiten gleichmäßig ausladet, sondern an der Rückseite als an einer Wand anstehend senkrecht abgeschnitten ist. Der Walm muß dann zunächst bis an diese Wand zurückgeschoben werden, damit die Controllinien wiederum auf seine Endpunkte zulaufen. (Vergl. auch Tafel 12 Gruppe c.)

**Tafel 44:** Rundstab, Hohlkehle, Sima und Karnies in Verbindung mit prismatischen Körpern. Unterlage für Gruppe a und b Tafel 63 Abb. 7 (aber über dem Horizont gedacht).

**Tafel 44 Gruppe a:** Der Rundstab (Höhe ein Drittel der Würfelhöhe) wird zunächst an zwei Seiten des Prismas mit quadratischer Grundfläche, sodann an allen vier Seiten, aber nur bis zur halben Tiefe des Prismas, angebracht. Dieser Körper wird an einer Wand aufgestellt gedacht und der Rundstab an derselben weitergeführt. Welche der Profilschnitte gehen jetzt miteinander parallel? Warum ist das bei der mittleren Zeichnung nicht der Fall?

**Tafel 44 Gruppe b:** An Stelle des Rundstabes tritt eine halbkreisförmige Hohlkehle.

**Tafel 44 Gruppe c:** Sima zusammengefaßt aus zwei Viertelskreisen, wird zunächst an zwei, dann an allen vier Seiten einer quadratischen Platte ausgechnitten, wieder durch eine lotrechte Ebene geteilt, an einer Wand aufgestellt gedacht und die Sima weitergeführt. Unterlage Tafel 63 Abb. 6 über dem Horizont.

**Tafel 44 Gruppe d:** An Stelle der Sima tritt ein Karnies.

**Tafel 45:** Viertelstab und Viertelhohlkehle, Rundstab und Hohlkehle werden aus einem regelmäßigen achteitigen Prisma und aus einem cylindrischen Kern ausgeschnitten. Unterlage Tafel 63 Abb. 7.

Wie die Aufgaben der Gruppe b mit Hilfe der Aufgaben in Gruppe a gelöst werden, so die Aufgaben der Gruppe d mit Hilfe derjenigen in Gruppe c. Um die regelmäßigen Achtecke werden die umschriebenen Kreise gezeichnet. Die Formen am achteitigen Prisma gehen damit in Umdrehungskörper über. Die Kanten des achteitigen Prismas werden zu Mantellinien am Cylinder, die Gehrungslinien der Rundstäbe am achteitigen Prisma zu Oberflächenkurven auf dem Umdrehungskörper. An dieselben ist noch eine den kreisrunden Wulst nach außen abschließende Berührungscurve zu ziehen. Diese Curve bedeckt an der Vorderseite einen Teil der cylindrischen Platte (man beobachte dieselbe Überschneidung am achteitigen Prisma Tafel 45 Gruppe c), andererseits würde an der Rückseite oben, wenn man sich die kreisrunde Platte wegdenkt, noch ein schmaler Streifen am kreisrunden Wulst sichtbar sein.

Bei der kreisrunden Hohlkehle sind zwei den Abschluß derselben bildende, in einer durch die perspektivische Mitte des Körpers gelegten lotrechten Ebene liegenden Hilfskurven einzuzichnen. Diese Curven (Halbkreise) kommen aber in unserer Annahme kaum zur Geltung.

**Tafel 46:** Senkrechter Kreiskegel in einen Würfel eingebettet gedacht, geschnitten durch Ebenen, in Verbindungen und Durchdringungen.

**Tafel 46 Gruppe a:** Kegel als Ganzes und durch lotrechte Ebenen geschnitten. Die äußersten Mantellinien, welche beim Cylinder an den Enden der großen Achse einsetzen, rücken beim Kegel näher zusammen, und zwar um so mehr, je niedriger der Kegel ist.

**Tafel 46 Gruppe b:** Wagrechte, schiefe und senkrechte Schnitte (Parabel und Hyperbel). Bei den schiefen und senkrechten Schnitten kann die Entwicklung der Schnittfigur entsprechend den Lösungen bei schiefen Schnitten durch die achteitige Pyramide erfolgen. Andere Lösungen zeigen die beiden Figuren auf der rechten Blathälfte.

**Tafel 46 Gruppe c:** Schiefer Schnitt durch ein achteitiges Prisma mit aufgesetzter achteitiger Pyramide sowie durch den dem achteitigen Prisma und der achteitigen Pyramide eingeschriebenen Cylinder und Kegel als Anwendung einer Aufgabe aus Gruppe b.

**Tafel 46 Gruppe d:** Verbindungen und Durchdringungen von Kegeln. Die ineinandergeschobenen Kegel gleicher Größe geben, wenn man nur die vordere Hälfte ins Auge faßt, zugleich eine richtige Vorstellung, wie steil aufsteigende Gratziegel sich ineinanderschieben. Die letzte Figur zeigt die schematische Darstellung eines Oberlichtes unter Abhaltung von direktem Sonnenlicht (angewandt am neuen Kunsthause in Stuttgart).

**Tafel 47:** Senkrechter Kreiskegel in Verbindung mit senkrechten Kreiscylindern.

**Tafel 47 Gruppe a** obere Aufgabe: Kegel eingeschaltet zwischen zwei Cylinder. Höhe des unteren Cylinders sowie des daraufgesetzten Kegels je gleich ein Drittel der Würfelhöhe; der Kegel wird in einem Drittel seiner Höhe durch eine horizontale Ebene geschnitten und auf die Schnittfläche ein zweiter Cylinder gesetzt.

Untere Aufgabe: Eine lotrechte Ebene teilt diese Körpergruppe in zwei gleiche Hälften. Sie werden auseinandergezogen, bis zwischen ihnen die Grundfläche eines halben Grundwürfels Platz hat, und sodann die Körpergruppe wieder geschlossen. (Vergl. auch Tafel 34 Gruppe a, die als Unterlage benützt werden kann.)

**Tafel 47 Gruppe b:** Öffnungen mit schiefer Leibung. Wird Tafel 32 d als Unterlage benützt, so brauchen an die Achteckseiten nur die berührenden Curven gezogen zu werden. Der halbe achteitige Pyramidenstumpf geht dann über in einen halben Kegeltumpf.

**Tafel 47 Gruppe c:** Zwei gleich große Kegeltümpfe mit gemeinsamer Grundfläche und aufgesetzten niederen Cylindern. Unterlage Tafel 61 Abb. 2.

Vom Grundwürfel schneide man oben und unten eine Platte (Stärke ein Sechstel der Würfelhöhe) ab, fache die Kegelspitzen (Erhöhung der Würfelachse je um ein Drittel der selben) und das der gemeinsamen Kegelfundfläche umschriebene Quadrat beziehungsweise das aus demselben ausgeschnittene Achteck zu gewinnen. (Linien von den Kegelspitzen durch

die Enden der oberen Sechstel der Würfelkanten gehen zu den Ecken des großen Quadrates.) In der unteren Zeichnung wird derselbe Körper durch eine lotrechte Ebene in zwei gleiche Hälften geteilt und auf dieser schneidenden Ebene das Profil des Kegeltumpfes (gleichschenkliges Dreieck mit Basis vier Sechstel, Höhe zwei Sechstel der Würfelkante) weitergeführt.

**Tafel 47 Gruppe d:** Kegel und Cylinder in Verbindungen. (Schema für Rinnenkegel vergl. Tafel 33 Gruppe c.)

**Tafel 48:** Kugel in den Würfel eingebettet gedacht als Ganzes und in Verbindung mit quadratischer Pyramide und Cylinder.

**Tafel 48 Gruppe a und b:** Denkt man sich von dem Auge Strahlen zum Kugelumfang gehend, so bilden dieselben einen Kegel. Wird dieser parallel zur Glastafel geschnitten, so ergibt sich als Schnittfigur nur dann ein Kreis, wenn sich das Auge (die Kegelspitze) mit dem Kugelmittelpunkt in gleicher Höhe befindet. Der Kugelumfang erscheint in diesem Falle als Kreis. Bei allen anderen Lagen des Auges ist der zur Glastafel parallel liegende Schnitt durch den Strahlenkegel eine Ellipse, der Kugelumfang nimmt eine elliptische Form an. Wir entwickeln den Kugelumriß mit Hilfe von Meridianen, deren zwei die Mitten der Würfelachsen berühren, während die beiden anderen in Ebenen liegen, welche durch die Würfelachse und durch lotrechte Würfelkanten gehen. Perspektivische Kreise gewinnen wir am leichtesten mit Hilfe von perspektivisch dargestellten regelmäßigen Achtecken, denen wir sie einbeschreiben. Wir zeichnen also auf die seitlichen Würfelachsen regelmäßige Achtecke und denken uns dieselben bis zur Würfelmitte parallel verschoben. In diese Achtecke können wir die beiden Meridiane zeichnen, welche die Mitten der Würfelachsen berühren. Es folgen diejenigen Meridiane, welche in den Diagonalebene liegen. Diese vier Meridiane schneiden sich in den beiden Polen, von welchen aber nur der obere sichtbar ist. Eine die Meridiane berührende Curve gibt den Kugelumfang. In unserem Bilde sind außerdem noch der Äquator und zwei parallel zu ihm liegende Kreise gezeichnet, welche durch leicht zugängliche Punkte gehen. Unterlage Tafel 61 Abb. 12.

**Tafel 48 Gruppe c:** In die Kugel dringt von unten eine Pyramide ein, welche die Würfelbasis zur Grundfläche hat, deren Achse mit Würfel- und Kugelachse zusammenfällt und deren Spitze im Kugelmittelpunkt liegt.

Da die in die Kugel eindringenden Kanten mit Meridiankreisen in gleichen Ebenen liegen, so ergeben sich vier Schnittpunkte unmittelbar; weitere vier erhält man, wenn die Pyramide durch Achsenschnitte, welche durch die Mitten der Kanten der Grundfläche gehen, geteilt wird. Auch diese neuen Schnittlinien an der Pyramide liegen mit Meridianen in gleichen Ebenen.

**Tafel 48 Gruppe d:** Durchdringung von Kugel und Kreiscylinder, deren lotrecht stehende Achsen zusammenfallen. (Schema für Presssteine.)

Der Grundkreis des Cylinders soll die Seiten des in die Würfelgrundfläche gezeichneten Quadrates über Eck berühren. Zeichnet man auf die Oberfläche des Cylinders Mantellinien, welche mit den Kugelmeridianen in gleichen Ebenen liegen, so erhält man unmittelbar Schnittpunkte. Die Höhe des Cylinders ergibt sich also von selbst. Die Durchdringungscurve zwischen beiden Körpern ist ein Kreis.

**Tafel 49:** Prismatische Körper als Dachformen. Unterlage Tafel 64 Abb. 9. Größenmaße der Gebäude: Länge 12 Teile, Breite 6 Teile, Höhe 8 Teile.

**Tafel 49 Gruppe a:** Satteldach und Satteldach mit Krüppelwalm.

**Tafel 49 Gruppe b:** Walmdach mit gleicher Neigung der Dachflächen, Mansarddach mit Giebel.

**Tafel 49 Gruppe c:** Mansarddach mit Krüppelwalm, Mansardwalmdach. Für die schematisch gezeichneten Sparren, die zugleich senkrechte Schnitte zum First darstellen, ist das Dach in acht gleiche Teile geteilt.

**Tafel 49 Gruppe d:** Satteldach mit Leistbruch und aufgesetzten Dachläden. Der Teil des Daches, welcher unterhalb des Bruches liegt, wird ebenfalls zu einem Satteldach ergänzt, so daß sich zwei Satteldächer in der Bruchstelle durchdringen. Beide Dächer werden durch Ebenen, welche parallel mit den Giebelflächen auf dem Hauptfirst senkrecht stehend durch die Seitenflächen der Dachläden gehen, geschnitten.

**Tafel 50:** Prismatische Körper als Dachläden.

**Tafel 50 Gruppe a:** Drei- und fünfseitige Prismen werden von einer schiefen Ebene (Dachfläche) geschnitten. In der dritten Aufgabe wird der Giebel des Dachladens parallel zur schneidenden Ebene abgewalmt, in der vierten das Satteldach mit Leistbruch versehen. Den unterhalb desselben befindlichen Teil des Daches ergänze man ebenfalls zu einem Satteldach, suche den neuen Hilfsfirst und bestimme, wo derselbe auf das Hauptdach stößt.

**Tafel 50 Gruppe b:** Fünfseitige Prismen als Dachladen verwendet. Sie sind einem Krüppelwalm entweder so aufgesetzt, daß der Dachladen ganz innerhalb desselben liegt oder daß die vordere lotrechte Fläche des Dachladens die Giebelwand des Hauses fortsetzt. In beiden Fällen bildet der First des Dachladens die Fortsetzung des Firstes vom Hauptdach, wie die seitlichen Dachflächen des Dachladens das Hauptdach fortsetzen. Die Dachladen sind abgewalmt, und zwar gleichlaufend mit der Dachneigung des Krüppelwalms am Hauptdach.

**Tafel 50 Gruppe c:** Ein Walmdach mit Leistbruch einen Turm als Dachreiter und einen Dachladen tragend. Die Breitenausdehnung beider ist gleich der Firstlänge des Walmes. Unterlage Tafel 61 Abb. 2, nur ist der Horizont nicht über dem Würfel, sondern innerhalb desselben in ein Viertel Höhe der Würfelkanten angenommen. (In welcher Weise der Horizont verlegt werden kann, ist in kleinen Figuren angedeutet.) Der Grundwürfel ist seitlich noch um einen halben Würfel zu verbreitern (siehe Aufsicht).

Ebenen durch die Seitenflächen des Dachreiters beziehungsweise durch diejenigen des Dachladens schneiden den First des Hauptdaches senkrecht. Punkte am Satteldach, welche in diesen Ebenen liegen, sind in der perspektivischen Zeichnung schon vorhanden, sie brauchen nur verbunden zu werden.

**Tafel 50 Gruppe d:** Dachladen mit Kasten- und Gesims unter und über dem Horizont. Unterlage Tafel 61 Abb. 1 (anderthalb Würfel). Man zeichne zuerst den Diagonalschnitt am Würfel, baue den vorderen Giebel auf, suche den Punkt, in welchem der First des Dachladens das Hauptdach trifft und die Anschnitte des Gesimses am Hauptdach.

**Tafel 51:** Weitere Dachladenformen. Soweit Gesimse an denselben in Betracht kommen, ist es wichtig, zu bestimmen, wo sich die Verlängerungen der Anschnitte derselben am Hauptdach sowie die Verlängerungen der an den Ecken entstehenden Gehrungslinien treffen.

**Tafel 51 Gruppe a:** Dachladen mit schrägem Gesims zunächst nur an den Seitenflächen (Wangen) desselben, dann auch an seiner Vorderseite durchlaufend.

Oberer Zeichnung: Der eine Dachfläche darstellende Diagonalschnitt am Würfel wird gezeichnet und der Punkt gesucht, in welchem der First des Dachladens das Hauptdach trifft. (Lotrechte Ebene durch denselben.) Auf der Schnittlinie dieser Ebene mit dem Hauptdach liegt auch der Punkt, in welchem sich die Verlängerungen der Anschnitte des Dachladengesimses an dem Hauptdach treffen. Zusammen mit den Verlängerungen der vorderen Gesimsabschnitte (die mit der Vorderfläche des Dachladens bündig sind) bilden dieselben einen Walm mit dem First nach unten. Dieser Walm wird somit durch die Vorderfläche des Dachladens senkrecht zu seinem First, durch das Hauptdach schief zu demselben geschnitten.

Untere Zeichnung: Das Gesims an den Seitenflächen läuft auch um die Vorderseite des Dachladens, was ein Vorziehen des Daches nötig macht. Der Anschnitt des Gesimses am Hauptdach sowie die Linie, auf welcher sich die Verlängerungen der an den Ecken neu entstehenden Gehrungslinien treffen, sind dieselben wie in der oberen Aufgabe, der Schnittpunkt liegt aber etwas weiter zurück.

**Tafel 51 Gruppe b:** Dachladen mit schrägem Gesims an den Seitenflächen und dem Giebel dreieck entlang laufend. Unterlage Tafel 61 Abb. 1 und 2. Für die Höhenmaße ist die Viertelteilung, für die Tiefenmaße die Sechstheilung des Würfels angewandt. Die Verlängerungen der auf der Dachfläche entstehenden Gesimsabschnitte treffen sich bei diesen Annahmen senkrecht unter der inneren Giebelspitze, in derselben Höhe, nur weiter hinten im Dachraum die Verlängerungen der an den Ecken entstehenden Gehrungslinien.

**Tafel 51 Gruppe c:** Dachladen mit Stichbogen und schrägem Gesims an den Seiten. Die Giebelfläche bleibt glatt. Die Kreisteile sind mit Hilfe eines Achtecks gezeichnet. Auch hier bilden die Verlängerungen der verschiedenen Schnittlinien einen Walm mit dem First nach unten.

**Tafel 51 Gruppe d:** Dieselbe Annahme wie in Gruppe c, nur läuft das Gesims auch über die Vorderseite des Dachladens und verlangt ein Vorziehen des Daches. Die Annahmen sind jetzt so, daß sich die Verlängerungen der verschiedenen Schnittlinien in einem Punkt schneiden, der Walm also in eine Pyramide übergeht.

**Tafel 52:** Prismen als Gebäudeformen in Durchdringungen. Unterlage wie in Aufgabe 50 Gruppe c.

**Tafel 52 Gruppe a:** Zwei Gebäude mit Satteldächern, deren Firste und Trauslinien je in verschiedenen Höhen liegen, stoßen rechtwinklig aufeinander.

**Tafel 52 Gruppe b:** Das höhere von beiden Satteldächern erhält einen Leistbruch.

**Tafel 52 Gruppe c:** Die Satteldächer beider Gebäude erhalten Leistbrücke. Der Anschnitt des kleinen Gebäudes am größeren setzt sich auf jeder Seite aus sieben Strecken zusammen, deren Verlauf zu entwickeln ist. (Siehe auch Tafel 16 Gruppe a—c.)

**Tafel 52 Gruppe d:** Ein Gebäude mit Satteldach trifft rechtwinklig auf ein solches mit Mansarddach. First und Trauslinie beider Gebäude haben im ersten Beispiel gleiche, im zweiten verschiedene Höhe. Man ergänze den unteren Teil des Mansarddaches ebenfalls zu einem Satteldach und schneide dasselbe durch eine lotrechte Ebene, welche durch den First des Anbaues geht. Andere Lösungen sind angedeutet.

**Tafel 53—60:** Verbindungen von senkrechten Prismen, Pyramiden, Cylindern und Kegeln in der Art, daß die Achsen dieser Körper zusammenfallen oder parallel zueinander liegen.

Unterlagen: Tafel 64 Abbildung 10 und 11. (Schnittdreiecke, welche die Lösung andeuten, sind punktiert.)

**Tafel 53:** Verbindungen von Prismen mit quadratischen Querschnitten untereinander und mit Pyramiden über quadratischen Grundflächen. Ebenfalls Verbindungen von Prismen mit achteckigen Querschnitten und von Pyramiden mit regelmäßigen Achtecken als Grundfläche. Die horizontalen Kanten der Körper liegen parallel zueinander. (Schemen für Postamente und Turmformen.)

**Tafel 53 Gruppe a:** Prismen mit ungleichen quadratischen Querschnitten stumpf aufeinander gesetzt oder durch Pyramiden verbunden.

**Tafel 53 Gruppe b:** Auf einem Prisma mit quadratischem Querschnitt sitzt eine Pyramide mit kleinerer quadratischer Grundfläche entweder stumpf auf oder ist mit derselben durch eine zweite Pyramide verbunden.

**Tafel 53 Gruppe c und d:** An Stelle der Prismen mit quadratischen Querschnitten in Gruppe a und b treten solche mit regelmäßig achteckigen, an Stelle der Pyramiden mit quadratischen Grundflächen solche mit regelmäßig achteckigen.

**Tafel 54:** Die Körper sind dieselben wie auf Tafel 53, nur liegen die horizontalen Kanten nicht mehr parallel zueinander.

**Tafel 54 Gruppe a und b:** Die Kanten der Deckfläche des unteren Prismas bilden mit denjenigen der Grundfläche des aufgesetzten Körpers Winkel von  $45^\circ$  und zwar so, daß die lotrechten Kanten des aufgesetzten Körpers aus den Mitten der Kanten der Deckfläche des Grundkörpers aufsteigen.

**Tafel 54 Gruppe c und d:** Die Körper dieser Gruppe entsprechen denjenigen der Gruppe a und b dieser Tafel, nur sind die Ecken der Grundflächen der aufgesetzten Körper gegen die Mitte der Grundfläche verschoben.

**Tafel 55:** Verbindungen von regelmäßigen achteckigen Prismen mit solchen und mit Pyramiden, deren Grundfläche ein regelmäßiges Achteck ist.

**Tafel 55 Gruppe a:** Die lotrechten Kanten des aufgesetzten, regelmäßigen achteckigen Prismas steigen aus den Mitten der Deckflächenkanten des unteren achteckigen Prismas auf; beide Körper sitzen entweder stumpf aufeinander oder sind durch eine achteckige Pyramide miteinander verbunden.

**Tafel 55 Gruppe b:** An Stelle der Prismen in Gruppe a treten Pyramiden.

**Tafel 55 Gruppe c und d:** Die Körper dieser Gruppe entsprechen denjenigen der Gruppe a und b derselben Tafel, nur sind die Ecken der Grundfläche des aufgesetzten Prismas beziehungsweise der Pyramide um ein Achtel der halben Breite des Grundkörpers gegen die Körperachse hereingeschoben. Die Körper sitzen entweder stumpf aufeinander oder sind durch eine achtfache Pyramide verbunden.

**Tafel 56:** Verbindungen von regelmäßigen vierseitigen mit achtfachen Prismen und Pyramiden.

**Tafel 56 Gruppe a:** Regelmäßiges achtfaches Prisma, stumpf aufstehend auf einem ebensolchen vierseitigen oder mit demselben durch eine Pyramide verbunden.

**Tafel 56 Gruppe b:** An Stelle des Prismas und der Pyramide mit regelmäßigen achtfachen Grundflächen treten Körper mit unregelmäßiger achtfacher Grundfläche (je ein Fünftel der Quadratseite fällt an den Ecken ab).

**Tafel 56 Gruppe c:** Weitere Lösungen zum Übergang vom regelmäßigen vierseitigen Prisma zum achtfachen beziehungsweise zur achtfachen Pyramide. Im ersten Falle verbindet die beiden Prismen ein senkrecht regelmäßigen Achteckes? (Vergl. auch Tafel 5 Gruppe d und Tafel 9 Gruppe b.) Bei dem Übergang in die regelmäßige achtfache Pyramide bestimmt man entweder die Höhe, in welcher diese beginnen soll (die Verbindung zwischen vierseitigem Prisma und achtfacher Pyramide bildet ebenfalls ein Prisma), oder man gibt an welche Breite die achteckige Grundfläche erhalten soll (in unserer Zeichnung drei Viertel von der Breite des Quadrates). In beiden Fällen benützt man auch die Kanten der von der quadratischen Deckfläche aufsteigenden vierseitigen Pyramide. (Vergl. auch Tafel 9 Gruppe a.)

**Tafel 56 Gruppe d:** Dieselben Aufgaben wie in c, nur treten an Stelle der regelmäßigen achtfachen Grundflächen solche, bei welchen nur je vier Seiten gleich sind.

**Tafel 57:** Weitere Verbindungen von regelmäßigen vierseitigen Prismen mit regelmäßigen achtfachen und ebensolchen Pyramiden.

**Tafel 57 Gruppe a:** Sie unterscheidet sich von Gruppe 56a nur dadurch, daß die Grundflächen der aufgesetzten achtfachen Prismen nicht aus dem Quadrat der Deckfläche des vierseitigen Prismas, sondern aus einem etwas kleineren Quadrat herausgeschnitten werden.

**Tafel 57 Gruppe b:** Denselben Grundflächen wie in Gruppe a werden Pyramiden aufgesetzt.

**Tafel 57 Gruppe c:** Von den acht Ecken der Grundfläche des aufgesetzten regelmäßigen achtfachen Prismas bzw. der achtfachen Pyramide liegen vier auf den Mitten der Deckflächenkanten des vierseitigen Prismas.

**Tafel 57 Gruppe d:** Die Kanten des in Gruppe c aufgesetzten achtfachen Prismas bzw. die der achtfachen Pyramide werden gegen den Mittelpunkt hereingeschoben. Als Verbindung beider Körper dienen je vierseitige Pyramiden.

**Tafel 58:** Weitere Turmformen aufgebaut mit Hilfe von senkrechten Prismatoiden.

**Tafel 58 Gruppe a:** Die vier Ecken der Grundfläche eines Würfels werden mit den Mitten der Quadratseiten der Deckfläche desselben verbunden. Die Achse des so entstandenen Prismatoids wird um sich selbst verlängert und der Endpunkt mit den Ecken der Deckfläche des Prismatoids verbunden. Welche Flächen dieser Turmform schließen sich mit den Flächen des Prismatoids zu einer Ebene zusammen und warum?

**Tafel 58 Gruppe b:** Dieselben Unterlagen wie in a, nur wird die Achse des Prismatoids nicht nur um sich selbst, sondern um fünf Viertel ihrer Höhe verlängert und der Endpunkt wieder mit den Ecken der Deckfläche verbunden. Welche Änderungen treten jetzt gegenüber dem Turm in Gruppe a ein? In der zweiten Aufgabe (oben) wird das Prismatoid durch eine horizontale Ebene in solcher Höhe geschnitten, daß die Schnittfigur ein regelmäßiges Achteck darstellt. Von der Höhe der Turmspitze hängt es ab, ob die Pyramidenflächen mit den Flächen des Prismatoids gleiche Neigung haben, also mit denselben eine Fläche bilden, oder nicht.

**Tafel 58 Gruppe c:** Einem halben Würfel wird ein Prisma mit eingelegt, dessen Deckfläche ein regelmäßiges Achteck darstellt, aber nicht aus dem Deckquadrat des Würfels selbst, sondern aus einem (um zwei Achtel) schmälere Quadrat ausgeschnitten ist. Dieser Grundfläche wird eine regelmäßige achtfache Pyramide aufgesetzt.

In der oberen Zeichnung werden den Seitenflächen des achtfachen Prismas gleichschenklige Dreiecke aufgesetzt (Höhe derselben gleich einer halben Würfelhöhe) und sämtliche Ecken mit dem Endpunkt der Achse (fünf Viertel der Würfelhöhe) verbunden.

**Tafel 58 Gruppe d:** Wie in Gruppe c werden sämtlichen Achteckseiten zunächst gleichschenklige Dreiecke aufgesetzt (Höhe derselben gleich ein Drittel der Würfelhöhe) und nun die aufeinanderfolgenden Spitzen dieser Dreiecke verbunden oder (wie in der oberen Aufgabe) je eine Ecke übersprungen. Auf den neu entstandenen Grundflächen (regelmäßiges Achteck und achteckiger Stern) werden neue prismatische Körper aufgebaut.

**Tafel 59 Gruppe a:** Durchdringungen von vierseitigen Pyramiden und Prismen (vergl. auch Tafel 53 Gruppe a, Tafel 54 Gruppe a und c).

**Tafel 59 Gruppe b:** Eine regelmäßige achtfache Pyramide wird durchdrungen von einem kleineren vierseitigen Prisma und die Schnittfigur als Erkeranschnitt verwendet sowie auf die Durchdringung von Regel und vierseitigem Prisma übertragen.

**Tafel 59 Gruppe c:** Über ein quadratisches Prisma mit aufgesetzter Pyramide wird ein Zylinder, ebenso über einen Kreiszylinder mit aufgesetztem Regel ein regelmäßiges achtfaches Prisma so gestülpt, daß die Achsen der Körper sich decken.

**Tafel 59 Gruppe d:** Auf die Deckfläche eines halben Würfels wird ein Quadrat mit senkrechten Seiten aufgestellt und über denselben ein Zylinder mit kleinerem Durchmesser geschoben. Die zweite Aufgabe zeigt Zylinder mit zwei sich durchdringenden Regeln. Die Achsen sämtlicher Körper liegen in einer Geraden.

**Tafel 60 Gruppe a:** Über einer gemeinsamen quadratischen Grundfläche stoßen zwei gleich große Satteldächer zusammen. Grat und Kehle, in welchen sie sich durchdringen, fallen somit im Grundriß auf die Diagonale, ihre Firmlinien auf die Mittellinien des Quadrates. An Stelle des Grates tritt ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Grundlinie eine der Seiten des dem Grundquadrat einbeschriebenen regelmäßigen Achteckes ist und dessen Spitze mit dem oberen Ende des Grates zusammenfällt. In beide Satteldächer schneiden die Seitenflächen eines regelmäßigen achtfachen Prismas ein. Seine Achse steigt aus der Mitte des Grundflächenquadrates auf, Grund- und Deckfläche werden einem Quadrat ausgeschnitten, dessen Seiten halb so lang sind als die Seiten des Grundquadrates.

**Tafel 60 Gruppe b:** Dieselbe Körpergruppe in anderer Stellung.

**Tafel 60 Gruppe c:** Dieselbe Annahme wie in Gruppe a und b, nur wird die Ecke, in welcher beide Satteldächer zusammenstoßen nicht bloß abgeflacht sondern abgerundet (ein Viertelkegel eingeschoben) und das achtfache Prisma durch einen Zylinder ersetzt.

**Tafel 60 Gruppe d:** Dieselbe Aufgabe wie in Gruppe c, nur in anderer Stellung. Wie die Aufgabe in Gruppe c aus Gruppe a, so kann die Aufgabe in Gruppe d aus der in Gruppe a entwickelt werden.

