

Sarah Knoop

Flachheitsbasierte Positionsregelungen für Parallelkinematiken am Beispiel eines hochdynamischen hydraulischen Hexapoden

Flatness based position control for parallel kinematic machines using the example of a hydraulically actuated hexapod

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Band 364 der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

© Heinz Nixdorf Institut, Universität Paderborn – Paderborn – Dezember 2016

ISSN (Print): 2195-5239
ISSN (Online): 2365-4422
ISBN: 978-3-942647-83-0

Das Werk einschließlich seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung der Herausgeber und des Verfassers unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigung, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Als elektronische Version frei verfügbar über die Digitalen Sammlungen der Universitätsbibliothek Paderborn.

Satz und Gestaltung: Sarah Knoop

Hersteller: readbox unipress in der readbox publishing GmbH
Münster

Printed in Germany

Flachheitsbasierte Positionsregelungen für Parallelkinematiken am Beispiel eines hochdynamischen hydraulischen Hexapoden

zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)
der Fakultät Maschinenbau
der Universität Paderborn

genehmigte
DISSERTATION

von
M. Sc. Sarah Knoop
aus Salzkotten

Tag des Kolloquiums: 5. Dezember 2016
Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Ansgar Trächtler
Koreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Roppenecker

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin in der Fachgruppe „Regelungstechnik und Mechatronik“ des Heinz Nixdorf Instituts der Universität Paderborn.

Zunächst möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler bedanken – dafür, dass ich die Möglichkeit bekam, im Projekt „Achsprüfstand“ von Beginn an eigene Ideen einbringen und umsetzen zu können und auch für die Betreuung meiner wissenschaftlichen Arbeit, deren Erkenntnisse letztlich zu dieser Dissertationsschrift und zur Promotion geführt haben.

Für die Übernahme des Koreferats und das Interesse an meiner Arbeit danke ich Prof. Dr.-Ing. Günter Roppenecker. Prof. Dr.-Ing. Walter Sextro und Prof. Dr.-Ing. Thomas Tröster sei für ihre Mitwirkung in der Promotionskommission gedankt.

Ich möchte mich auch bei allen Kollegen des Lehrstuhls für die gute Zusammenarbeit bedanken. Ein besonderer Dank gilt hier Dr.-Ing. Karl-Peter Jäker dafür, dass er mir mit seiner Erfahrung immer zur Seite stand und für seine großartige Unterstützung im Projekt, in der Lehre und bei der wissenschaftlichen Arbeit. Ganz besonders bedanke ich mich auch bei Tanja Frieben für die gute Zeit, die wir gemeinsam im „Damenbüro“ verbracht haben. Diese werde ich nie vergessen. Den Mitgliedern des Teams „Achsprüfstand“ danke ich für die gute und ergiebige Zusammenarbeit im Projekt. Ihr – Alexander Weisske, Andreas Kohlstedt, Robin Schütte, Simon Olma, Matthias Lochbichler, Martin Leibenger, Hubert Reelsen – habt stets mit Rat und Tat zur Seite gestanden und beim Aufbau und der Inbetriebnahme des Hexapoden Großartiges geleistet. Einige von Euch führen jetzt meine Arbeit fort – das freut mich ganz besonders.

Danken möchte ich auch allen, die mich im Rahmen studentischer Arbeiten unterstützt haben. Hier möchte ich im Besonderen Simon Olma, Markus Riepold und Robin Schütte nennen.

Für die sorgfältige Durchsicht des Manuskripts danke ich Andreas Kohlstedt, Simon Olma, Dr.-Ing. Karl-Peter Jäker, Tanja Frieben und Eva Graskamp sowie meiner Mutter, Bernadette Flottmeier.

Meinen Eltern, Meinolf und Bernadette Flottmeier, habe ich alle Fähigkeiten zu verdanken, die man für eine Promotion benötigt – vielen Dank dafür. Danke auch, dass ich mich immer auf Euren Rat und Eure Unterstützung verlassen konnte und immer noch kann. Meinem Mann Gerold danke ich dafür, dass er mir für die Promotion stets den Rücken freigehalten hat und für die vielen Dinge, die wir in dieser Zeit gemeinsam erlebt und geschafft haben.

Salzkotten, im Dezember 2016

Sarah Knoop

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird der Entwurf einer Positionsregelung für eine Parallelkinematik beschrieben, mit dem eine möglichst hohe Regelungsbandbreite erzielt werden soll. Dazu werden, nach einer Analyse des Stands der Technik, die Synthese verschiedener Regler- und Beobachterkonzepte erläutert sowie die Leistungsfähigkeit dieser Ansätze vor allem unter dem Aspekt der realen Umsetzung analysiert. Dabei erweist sich eine flachheitsbasierte Folgeregelung in globalen Koordinaten in der Kombination mit einem Sliding-Mode-Beobachter in lokalen Gelenkkoordinaten als besonders gut geeignet. Weiterhin wird eine Methode angewandt, mit der Solltrajektorien für Parallelkinematiken in Echtzeit so gefiltert werden können, dass die Stellgrößenbegrenzungen des realen Systems nicht erreicht werden. Auf diese Weise wird der Windup-Effekt, der typisch für Systeme mit Stellgrößenbegrenzung ist, vermieden. Es wird sichergestellt, dass stets die volle Leistungsfähigkeit des Systems ausgenutzt wird.

Für die Positionsregelung eines hydraulischen Hexapoden kann mit dem resultierenden Gesamtkonzept eine Bandbreite von bis zu 60 Hz nachgewiesen werden. Das stellt eine signifikante Erweiterung zum Stand der Technik dar, in dem für die Bewegungssimulation mit Parallelkinematiken bisher nur Anregungen im Bereich von wenigen Hertz betrachtet wurden.

Abstract

In this thesis the design of a position control concept for a parallel kinematic machine with focus on the closed loop control bandwidth is described. An analysis of the state of the art is followed by the discussion of the synthesis of different control and observer concepts. These are investigated, mainly considering their realization. The combination of a flatness based control in global coordinates with a sliding mode observer in local joint space coordinates turns out to be particularly suitable. Moreover, a method to filter the reference trajectory for parallel kinematics, in order to avoid input saturations, is applied. Proceeding in this manner, the windup effect, which is typical for systems with input saturations, is prevented and the best usage of the dynamic potential is ensured at all times.

For the motion control of a hydraulically actuated hexapod using the resulting control concept a closed loop bandwidth of 60 Hz can be proved. This represents a significant extension of the state of the art, in which for motion control systems with parallel kinematics only excitations in the range of few Hertz have been considered so far.

Flachheitsbasierte Positionsregelungen für Parallelkinematiken am Beispiel eines hochdynamischen hydraulischen Hexapoden

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	2
1.2 Zielsetzung	4
1.3 Aufbau der Arbeit	4
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Aufbau und Komponenten des hydraulischen Hexapoden	5
2.2 Modellbildung	6
2.2.1 Serielle Kinematiken	6
2.2.2 Parallele Kinematiken	7
2.2.3 Hydraulische Aktoren	11
2.2.4 Parameter des Zielsystems	15
2.3 Regelungstechnische Grundlagen	17
2.3.1 Zwei-Freiheitsgrade-Regelung und flachheitsbasiertes Entwurfskonzept	17
2.3.2 Zustandsbeobachtung	18
2.3.3 Lokale Kraftregelung hydraulischer Aktoren	19
3 Stand der Technik und Methoden zur Regelung von Parallelkinematiken	25
3.1 Regelungsansätze	25
3.1.1 Basisreglerstrukturen	26
3.1.2 Verschiedene Ansätze zur Reglersynthese für PKM	28
3.2 Lösung des direkten kinematischen Problems	33
3.2.1 Iterative Verfahren	33
3.2.2 Direkte Messung	34
3.2.3 Beobachtung aus den verfügbaren Messdaten	35
3.3 Tabellarische Übersicht	36
3.4 Handlungsbedarf	38
3.5 Themeneingrenzung und Zieldefinition	38
4 Reglersynthese für PKM mit endlicher Dynamik und Stellgrößenbegrenzungen	41
4.1 Flachheitsbasierte Steuerungen und Regelungen für PKM mit sechs FHG	41
4.1.1 Realisierung im OS	42

4.1.2 Realisierung im JS	43
4.2 Regelungsentwurf unter Berücksichtigung der Aktordynamik im Zeit- und Frequenzbereich	45
4.2.1 Vorgehensweise	46
4.2.2 Anwendung auf das Zielsystem	47
4.2.3 Zur Linearisierbarkeit der Regelstrecke	55
4.3 Filterung der Solltrajektorie zur Vermeidung von Windup-Effekten	58
4.3.1 Mehrgrößenzustandsfilter	60
4.3.2 Modellgestütztes nichtlineares Führungsfilter für PKM	63
4.4 Simulationsbasierter Vergleich der Regelungen	75
4.4.1 Streckenmodell und Simulationsnomenklatur	75
4.4.2 Simulationen und Analysen	76
4.4.3 Ergebnisse	85
5 Zustands- und Störbeobachtung für PKM	87
5.1 Beobachtbarkeit	87
5.1.1 Definitionen und Kriterien	87
5.1.2 Beobachtbarkeit von PKM für Beobachter im OS	89
5.1.3 Beobachtbarkeit von PKM für Beobachter im JS	90
5.2 Kalman-Bucy-Filter	91
5.2.1 Grundlagen	91
5.2.2 Zustands- und Störbeobachtung von PKM im OS	95
5.2.3 Zustands- und Störbeobachtung im JS	99
5.3 Sliding-Mode-Beobachter	101
5.3.1 Grundlagen	101
5.3.2 Zustands- und Störbeobachtung von PKM im OS	105
5.3.3 Zustands- und Störbeobachtung im JS	110
5.4 Simulationsbasierter Vergleich der Beobachter	111
5.4.1 Setup, Beobachtervarianten und Nomenklatur	112
5.4.2 Simulationen und Analysen	115
5.4.3 Ergebnisse	124
6 Beobachterbasierte Regelung	127
6.1 Simulationsbasierte Analyse	127
6.1.1 Ideales System ohne Modellabweichungen	127
6.1.2 System mit Modellabweichungen	129
6.1.3 Einfluss von Sensor- und Verzögerungseffekten	131
6.2 Validierung am Prüfstand	134
6.3 Ergebnisse	143
7 Zusammenfassung und Ausblick	145
Literaturverzeichnis	147

Abkürzungsverzeichnis

CFC	Computed Force Control
CTC	Computed Torque Control
DKP	Direktes Kinematisches Problem
DMS	Dehnungsmessstreifen
fb	feedback
ff	feed forward
FHG	Freigehheitsgrad/Freiheitsgrade
HiL	Hardware-in-the-Loop
IKP	Inverses Kinematisches Problem
JS	Joint Space
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MNF	Modellgestütztes Nichtlineares Führungsfilter
MZF	Mehrgrößenzustandsfilter
NL	Nichtlineares Übertragungsglied
OS	Operational Space
PKM	Parallelkinematische Maschine
SISO	Single Input Single Output
SMB	Sliding-Mode Beobachter
TCP	Tool Center Point

Symbolverzeichnis

A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
C_{CC}	Matrix der Coriolis- und Zentrifugalkräfte
C_H	hydraulische Kapazität
D	Lehrsches Dämpfungsmaß
d_{zyl}	Zylinderreibkoeffizient
e	Fehler bzw. Abweichung
$E'_{\dot{O}l}$	Ersatzkompressionsmodul
F	Kraft
f	Frequenz
G	Vektor der Gewichtskraft
$G(s)$	Übertragungsfunktion
H	Kinematikmatrix
h	Schrittweite
I	Einheitsmatrix
$I_{xx/yy/zz}$	Rotationsträgheiten
J	Jakobimatrix
J_G	Gütemaß
k	Korrekturgröße
K_G	Vektor der Gravitationsbeschleunigung
K_L	Leckagefaktor
K_V	Ventilverstärkung
L	Beobachtermatrix
l_0	Aktorlänge in Mittelstellung
M	Trägheitsmatrix
n	Systemordnung
P	Riccati-Matrix
p	Druck
Q	Gewichtungsmatrix
q	Vektor der Gelenkkoordinaten
$Q_{A/B/L/P/T}$	Volumenstrom
Q_B	Beobachtbarkeitsmatrix
R	Reglermatrix für Mehrgrößensysteme
r	Reglermatrix für Eingrößensysteme
$r_{B/E}$	Radius
S	Gewichtungsmatrix
s	Ersatzzustand (Eingrößenfall)
T	Transformationsmatrix

t	Zeit
u	Systemeingang
u_V	Ventilsteuerspannung
V	Volumen
v	Geschwindigkeitsvektor
$V(t)$	Gleitfunktionsvektor
w	Solltrajektorie
x	Positions- und Orientierungsvektor
y	Systemausgang
y_V	Ventilschieberposition
y_{zyl}	Zylinderhub
z	Zustandsvektor
Γ	Phasendifferenz
δ	Differenzordnung
δ_i	Genauigkeiten
ϵ	Genauigkeitsschranke
ζ	reduzierte Systemordnung
η	Anzahl Freiheitsgrade
Θ	Matrix (Verwendung in Newton-Verfahren)
θ	Gewichtungsfaktor
λ	Eigenwert
ν_i	Gleitfunktionen
ξ	Ersatzzustand (Mehrgrößenfall)
ρ	Matrix der Beobachterverstärkungen
σ	Varianz
τ_q	Kraftvektor in Gelenkkoordinaten
τ_x	Kraftvektor in globalen Koordinaten
v	Eingang für exakt linearisiertes System
ω_0	Eigenkreisfrequenz
$\omega_{x/y/z}$	Winkelgeschwindigkeiten

1 Einleitung

Am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik der Universität Paderborn wird derzeit eine Hardware-in-the-Loop (HiL)-Simulation für PKW-Achsen mit aktiven Komponenten, wie beispielsweise aktiver Federung, entwickelt. Ziel ist, das dynamische Modell eines PKW innerhalb einer Echtzeitsimulationsumgebung über eine virtuelle Straße fahren zu lassen. Die zu testende Achse ist nicht Teil des Echtzeitmodells, sondern als reales System im Prüfstand eingebunden. Über eine geeignete Prüfstandsaktorik werden die simulativ berechneten Schnittkräfte/-momente zwischen Reifen und Radträger bzw. die translatorischen und rotatorischen Bewegungen am Radträger der realen Achse aufgebracht. Die entsprechende Reaktion der Achse wird messtechnisch erfasst und an das Echtzeitmodell zurückgemeldet. Es ist vorgesehen, die Regelung der aktiven Komponenten ebenfalls auf der Echtzeithardware zu implementieren, wobei auch die Einbindung von realen Steuergeräten denkbar ist. Eine ausführliche Diskussion des Prüfstandskonzepts kann in [FJT14] nachgelesen werden.

Die Aktorik zur Realisierung des HiL-Konzepts muss fähig sein, die in der Echtzeitsimulation berechneten Schnittdaten mit ausreichender Bandbreite und Genauigkeit nachzubilden. Fahrzeughersteller fordern hierzu eine Bandbreite von 50 Hz im Kleinsignalbereich¹. Derzeit verfügbare Prüfstände für PKW-Achsen, die eine entsprechende Dynamik besitzen, werden eingelernt. Das bedeutet, dass mit Hilfe von zeit- und kostenaufwändigen Iterationsschleifen die Solltrajektorien für die Aktorik so verändert werden, dass der gewünschte Verlauf mit der geforderten Genauigkeit nachgefahren wird. Eine so ge-regelte bzw. gesteuerte Aktorik eignet sich prinzipiell nicht zur Einbindung in die HiL-Simulation von aktiven PKW-Achsen, denn hier werden die in der Simulation berechneten Kräfte und Momente, die in Echtzeit am Radträger aufzubringen sind, vom Verhalten der aktiv geregelten Komponenten beeinflusst. Diese wiederum reagieren auf das Verhalten der zu testenden Achse, welches mit dem Prüfstand untersucht werden soll und somit im Vorfeld nicht bekannt ist. Aus diesem Grund können keine Iterationen durchgeführt werden. Diese Problematik führt zu einer wichtigen Forschungsfrage, die zur Umsetzung des HiL-Konzepts für PKW-Achsen beantwortet werden muss: Die Auswahl, Dimensionierung und echtzeitfähige Regelung der Prüfstandsaktorik ohne die Notwendigkeit von Iterationen.

Aufgrund der systembedingten Vorteile, die im Verlauf dieser Arbeit noch erläutert werden, wurde zur Anregung des Achsprüflings eine parallelkinematische Aktorik in der Form eines hydraulischen Hexapoden ausgewählt. Ein solcher hydraulischer Hexapod wurde für die spezielle Anwendung im Achsprüfstand dimensioniert, aufgebaut und steht am Heinz Nixdorf Institut zur Erforschung geeigneter Regelungskonzepte zur Verfügung. Bild 1-1 zeigt eine Fotografie dieses Hexapoden.

Regelungskonzepte, die eine entsprechend breitbandige Echtzeitanregung der Achse erlauben, sind noch nicht Stand der Technik. Dies gilt sowohl für parallelkinematische Maschinen (PKM) im Allgemeinen als auch für Hexapoden im Speziellen und bezieht sich gleichermaßen auf freie Systeme, in denen eine PKM rein positionsgeregelt betrieben

¹Aussage aus Fachgesprächen mit Vertretern verschiedener Automobilhersteller und -zulieferer



Bild 1-1: Hydraulischer Hexapod als Teil eines Prüfstands zur HiL-Simulation von PKW-Achsen

wird, und gebundene Systeme, bei denen Kraft- oder Wegregelungen oder Kombinationen aus beiden zur Anwendung kommen.

Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zur Erforschung geeigneter Regelungskonzepte für hochdynamische PKM im Allgemeinen und für den Hexapoden zur Verwendung innerhalb des Achsprüfstands im Speziellen. Aufbauend auf flachheitsbasierten Konzepten zur Positionsregelung des freien Hexapoden schafft sie die Basis für weiterführende Arbeiten, welche die Regelung des im Prüfstand gebundenen Hexapoden betreffen.

Im Folgenden wird zunächst die spezifische Problematik, die mit der Regelung von allgemeinen PKM einhergeht, erläutert. Es folgt die Definition der Zielsetzung für die Arbeit, dieser schließt sich eine Erläuterung des Aufbaus an.

1.1 Problemstellung

PKM zeichnen sich gegenüber seriellen Kinematiken durch ihre vergleichsweise kleinen bewegten Massen aus. Dadurch bergen sie strukturbedingt ein großes Potenzial zur Erzeugung hochdynamischer Weg- und Kraftanregungen in mehreren Freiheitsgraden (FHG). Sie werden daher häufig im Laborbetrieb eingesetzt. Der strukturbedingte Vorteil von PKM kann jedoch laut [DGH04] nur mit einer adäquaten Regelungsstruktur nutzbar gemacht werden, welche die nichtlineare Verkopplung der Aktoren berücksichtigt. Dies ist beispielsweise durch die Verwendung modellbasierter Regelungsansätze möglich.

Bewegungs- oder Kraftvorgaben für den Endeffektor einer PKM erfolgen im Allgemeinen in globalen Koordinaten. Im Gegensatz dazu sind in der Regel nur die lokalen Gelenkkordinaten, beim Hexapod beispielsweise die Längen der einzelnen Aktoren, messbar. Für eine direkte Regelung der globalen Koordinaten ist demnach die Existenz einer entsprechenden Transformationsvorschrift erforderlich. Eine Herausforderung bei der Regelung von PKM ist, dass die Lösung dieses *Direkten Kinematischen Problems* (DKP) für PKM

(bis auf wenige Ausnahmen) nicht eindeutig analytisch möglich ist. In der Praxis werden daher häufig Sollpositionen mit Hilfe des *Inversen Kinematischen Problems* (IKP), welches für PKM eindeutig lösbar ist, in lokale Gelenkkoordinaten umgerechnet. Diese Sollgrößen können dann lokal eingeregelt werden. Bei dynamischen Sollvorgaben in mehreren FHG führt dieser Ansatz aufgrund der nichtlinearen Aktorkopplung schnell zu Oszillationen und Instabilitäten, die nur durch eine Reduktion der Reglerverstärkungen behoben werden können, vgl. [BOF08]. Das eigentliche Potenzial der PKM wird auf diese Weise nicht ausgeschöpft.

Die zuvor charakterisierte Problematik beschäftigt seit Beginn der 90er Jahre Wissenschaftler auf der ganzen Welt, wie durch eine Vielzahl von Publikationen dokumentiert wird. In [Mer02] wird festgestellt, dass die strukturbedingten Vorteile parallelkinematischer Strukturen bisher nur als Potenzial betrachtet werden können. Zur vollständigen Ausschöpfung desselben müssten alle verwendeten Komponenten optimiert werden. Dies beträfe sowohl den mechanischen Aufbau als auch die Regelung und Informationsverarbeitung. Laut [PAM09] bleibt unter dem Aspekt der Regelung noch ein großes Verbesserungspotenzial - dafür sollten die bisher verwendeten Regelungskonzepte noch einmal überdacht werden.

Kern der bisher publizierten fortgeschrittenen Regelungskonzepte für PKM ist die modellbasierte Kompensation der strukturbedingten Nichtlinearitäten in Kinematik und Dynamik. Eine solche Kompensation erfordert Kenntnisse über den aktuellen Systemzustand in globalen Koordinaten, welcher jedoch in der Regel nicht direkt messbar ist. In der Literatur existieren verschiedene Ansätze zur Lösung dieser Problemstellung. Weit verbreitet ist die Verwendung der Sollzustände zur Berechnung der Kompensationsterme. Auf diese Weise wird die Erforderlichkeit der Lösung des DKP umgangen. Nachteilig ist, dass zur Regelung weiterhin die lokalen Gelenkkoordinaten verwendet werden, sodass nicht die eigentliche Sollvorgabe geregelt wird.

Weniger zahlreich sind in der Literatur die Ansätze vertreten, die zur Kompensation der nichtlinearen Kopplung den Istzustand in globalen Koordinaten verwenden. Dabei vertreten mehrere Autoren, wie bspw. in [PAM09], die Hypothese, dass solche Regelungen zur Ausschöpfung des dynamischen Potenzials von PKM eigentlich die geeigneteren seien. Die entsprechenden Publikationen beschränken sich jedoch aufgrund der Problematik des nichtlösbarer DKP im Wesentlichen auf theoretische Arbeiten. Neben der verbreiteten iterativen Lösung des DKP wurden auch Ansätze zur direkten optischen Messung sowie die Nutzung redundanter Messgrößen vorgeschlagen. Vereinzelt finden sich auch Ansätze zur Beobachtung des Endeffektorzustands aus den verfügbaren Messdaten. Dieses Vorgehen erscheint insbesondere für den Regelungstechniker naheliegend, entsprechende Publikationen über den Einsatz von Beobachtern zur Realisierung möglichst breitbandiger Regelungen sind jedoch rar, wie in Abschnitt 3.2.3 dieser Arbeit erläutert wird.

Regelungen für PKM, welche die nichtlineare Dynamik und Kinematik exakt kompensieren, können als flachheitsbasierte Zustandsregelungen charakterisiert werden. Mit ihnen geht eine Zustandsentkopplung einher, die solche Ansätze prädestiniert für die Regelung von PKM erscheinen lassen. Durch ihre verkoppelte Kinematik sind in der Regel alle Aktoren an einer Bewegung in eine Raumrichtung beteiligt, wodurch eine entsprechende Zustandsentkopplung besonders reizvoll wird. Der Einsatz von Zustandsbeobachtern macht auch die Verwendung von geschätzten Istzuständen anstelle von Sollzuständen zur Kompensation der nichtlinearen Dynamik möglich.

1.2 Zielsetzung

Konzepte zur flachheitsbasierten Positionsregelung von PKM sind Stand der Technik, ihre beobachterbasierte Realisierung mit hoher Dynamik, wie für den Hexapoden im Achsprüfstand gefordert, jedoch nicht. Ziel dieser Arbeit ist die Beantwortung folgender Fragen:

- Welche Form der Realisierung ist generell geeignet für die hochdynamische Regelung von PKM?
- Welche Form der Zustandsschätzung ist sinnvoll?
- Welche Maßnahmen können zur Optimierung der Regelgüte in realen Systemen mit Stellgrößenbegrenzungen und realer Sensorik ergriffen werden?
- Welches ist die unter diesen Gesichtspunkten optimale Regelstrategie für das Ziel-
system?

1.3 Aufbau der Arbeit

Das nachfolgende Kapitel 2 enthält theoretische Grundlagen, die zum Verständnis der Arbeit unerlässlich sind. Nach einer kurzen Vorstellung des Zielsystems wird die dynamische Modellierung von seriellen und parallelen Kinematiken im Allgemeinen sowie der im Zielsystem vorhandenen hydraulischen Aktoren erläutert. Weiterhin werden Regelungstechnische Grundlagen erörtert, welche die Zwei-Freiheitsgrade-Regelung, das flachheitsbasierte Entwurfskonzept, die Zustandsschätzung und die Regelung von hydraulischen Aktoren umfassen.

In Kapitel 3 wird der für die Zielsetzung dieser Arbeit relevante Stand der Technik vorgestellt. Es werden schwerpunktmäßig Lösungsverfahren für das DKP sowie Regelungsansätze für PKM behandelt. Das Kapitel schließt mit der Identifikation offener Fragen und eines Handlungsbedarfs sowie der Themeneingrenzung und Zieldefinition.

In Kapitel 4 wird die Auslegung flachheitsbasierter Regelungen für PKM mit endlicher Dynamik und Stellgrößenbegrenzungen diskutiert. Dazu werden zunächst die Gleichungen für verschiedene Realisierungsformen sowie eine geeignete Methode zur Synthese erläutert und auf das Zielsystem angewendet. Es folgt ein Abschnitt zur Filterung der Solltrajektorie zur Vermeidung von Windup-Effekten, die durch Stellgrößenbegrenzungen hervorgerufen werden und praktisch in jedem realen System auftreten. Schließlich werden die betrachteten Konzepte simulationsbasiert analysiert.

Kapitel 5 ist der Zustands- und Störbeobachtung von PKM gewidmet. Nach der Klärung der Beobachtbarkeit werden verschiedene Realisierungsformen eines Kalman-Bucy-Filters und eines Sliding-Mode-Beobachters für PKM diskutiert. Das Kapitel schließt ebenfalls mit der modellbasierten Analyse der Konzepte.

In Kapitel 6 werden die Konzepte und Erkenntnisse aus den Kapiteln 4 und 5 zusammengeführt: Es wird das Verhalten beobachterbasierter Regelungen für PKM betrachtet. Diese werden simulationsbasiert und auf Basis von realen Prüfstandsergebnissen analysiert.

Kapitel 7 enthält eine Zusammenfassung der Arbeit sowie einen Ausblick auf weiterführende Fragestellungen.

2 Theoretische Grundlagen

PKM in der Form von Hexapoden werden bereits seit den 1940er Jahren im Bereich der Fahrzeugentwicklung eingesetzt. Zunächst wurden sie für Reifentests verwendet, vgl. [Mer06, S. 5 f.], später im Bereich der Fahrsimulation, vgl. [Zee10], und Fahrwerksprüfung, vgl. [SDM⁺05]. Hexapoden sind die populärste und meistverbreitete Form von PKM, im Laufe der Zeit wurden jedoch auch alternative Formen von PKM konzipiert und umgesetzt. Eine ausführliche Erörterung dieser Thematik ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit, sondern es wird auf das Buch [Mer06] von *Jean-Pierre Merlet* verwiesen.

Die in den nachfolgenden Abschnitten diskutierten Aspekte legen die Basis zum Verständnis der Arbeit. Dabei werden zunächst der Aufbau und die Komponenten des Zielsystems erläutert, gefolgt von Ausführungen zur Modellierung und zu regelungstechnischen Grundlagen.

2.1 Aufbau und Komponenten des hydraulischen Hexapoden

Der hydraulische Hexapod, der als Zielsystem für diese Arbeit dient und im Rahmen des Prüfstands zur HiL-Simulation von PKW-Achsen eingesetzt werden soll, wurde bereits in der Auslegungsphase im Hinblick auf die geplante Anwendung und mögliche Regelungskonzepte optimiert - ganz nach der bereits in Abschnitt 1.1 erwähnten Empfehlung aus [Mer02], wo zur Ausschöpfung des strukturbedingten Potenzials einer PKM die Optimierung aller beteiligten Komponenten gefordert wird. Bild 2-1 zeigt den Hexapoden. Er besteht im Wesentlichen aus sechs hydraulischen Aktoren, die über Kardangelenke mit

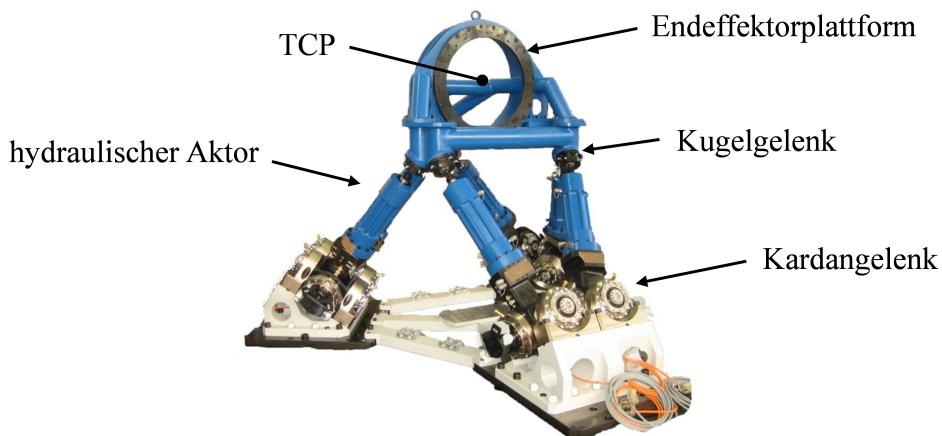


Bild 2-1: Hydraulischer Hexapod (Zielsystem)

der Aufspannplatte und über Kugelgelenke mit der Endeffektorplattform verbunden sind. Die Gelenke sind, wie es für Hexapoden charakteristisch ist, symmetrisch auf einem virtuellen Kreis angeordnet. An der Endeffektorplattform wird im späteren Prüfbetrieb eine Messnabe zur Erfassung der Kräfte und Momente, die am Radträger wirken, befestigt. Ihr Messpunkt dient als virtueller Tool Center Point (TCP), der als Bezugspunkt für die in dieser Arbeit betrachteten Positionsvorgaben und -regelungen gilt.

Die hydraulischen Aktoren sind als Gleichlaufzylinder mit hydrostatischer Lagerung ausgeführt. Sie werden durch je zwei hochdynamische Servoventile gesteuert. Die Verwendung von je zwei parallelen Servoventilen ist notwendig, um den hohen Volumenstrombedarf der Zylinder zu stellen. Zur Modellbildung können beide Servoventile zu einem zusammengefasst werden. Die Ölzufluss zu den Zylindern ist in die Kardangelenke integriert, die Zufuhr von den Ventilen zur oberen Zylinderkammer erfolgt über Kanäle, die in die Zylindergehäuse integriert sind. Diese Ausführung ist optimiert für den hochdynamischen Betrieb, da sie die Anzahl flexibler Schläuche reduziert. Der Hexapod ist so konstruiert, dass die maximal möglichen Zylinderhübe voll ausgenutzt werden können.

Die Messsignale zur Regelung des Systems werden durch Sensoren erzeugt, die in die Zylinder integriert sind. Wegsensoren messen die translatorische Bewegung der Zylinderkolben, Differenzdrucksensoren die Druckdifferenz zwischen den einzelnen Zylinderkammern. Alle Sensoren wurden hinsichtlich ihrer Bandbreite optimiert. Die Wegsensoren liefern ein digitales Signal mit einer Abtastfrequenz von 10 kHz. Die Differenzdrucksensoren arbeiten nach dem DMS-Prinzip und werden analog verstärkt, mit einer Bandbreite von 10 kHz.

Zur Realisierung der Regelungen steht ein leistungsfähiges Echtzeitsystem mit vier Prozessorkernen zur Verfügung. Es ist in der Lage, alle Ein- und Ausgangsdaten sowie die Algorithmen zur Regelung mit einer Abtastfrequenz von bis zu 10 kHz abzuarbeiten.

2.2 Modellbildung

Um die Besonderheiten parallelkinematischer Strukturen im Gegensatz zu ihrem seriell-kinematischen Pendant zu verdeutlichen, wird im Folgenden kurz die dynamische Modellierung von seriellen Kinematiken thematisiert. Es folgt eine Beschreibung der Dynamik von Parallelkinematiken mit der abschließenden Überführung in eine nichtlineare, eingangsaffine Zustandsraumdarstellung. Diese bildet die Basis für die Betrachtungen zur Regelungs- und Beobachtersynthese in den nachfolgenden Kapiteln. Die Gleichungen sind zunächst allgemein gehalten und gelten für alle voll aktuierten Systeme mit $\eta = 2 \dots 6$ Aktoren und η FHG, d. h. es werden keine über- oder unteraktuierten Strukturen betrachtet. Der letzte Abschnitt dieses Unterkapitels ist der Modellierung servohydraulischer Aktoren gewidmet.

2.2.1 Serielle Kinematiken

Allgemeine seriellkinematische Strukturen bestehen aus einer offenen kinematischen Kette mit mehreren translatorischen und/oder rotatorischen Aktoren, an deren Ende sich der Endeffektor mit dem körperfesten Koordinatensystem E befindet, wie Bild 2-2 beispielhaft zeigt. Die Dynamik einer solchen Struktur kann mit Hilfe der Gelenkkoordinaten $q \in \mathbb{R}^\eta$ und ihrer zeitlichen Ableitungen vollständig und eindeutig beschrieben werden. Eine klassische Formulierung ergibt sich aus der Anwendung des *Lagrange Formulismus*. Die entsprechende Bewegungsgleichung lautet, vgl. [WSB96, S. 22]:

$$M(q)\ddot{q} + C_{CC}(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau_q. \quad (2-1)$$

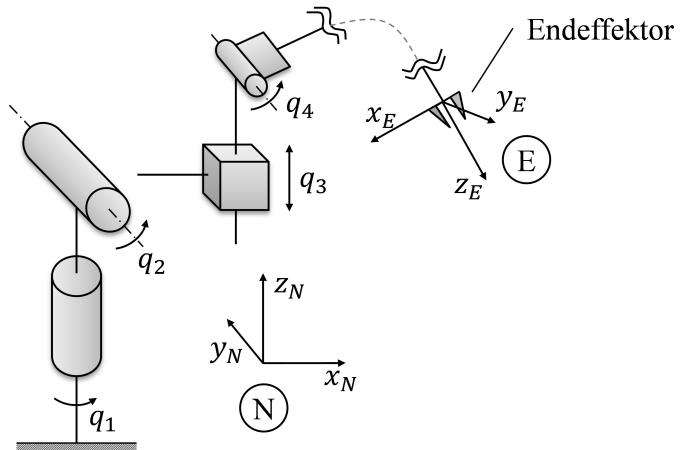


Bild 2-2: Serielle Kinematik (nach [WSB96, S. 5])

Dabei ist $M(q) \in \mathbb{R}^{\eta \times \eta}$ die symmetrische und positiv definite Trägheitsmatrix der Struktur. $\tau_q \in \mathbb{R}^\eta$ bezeichnet den Vektor der Aktorkräfte in Gelenkkoordinaten, wobei τ_{q_i} der Kraft bzw. dem Moment am Gelenk i entspricht. Je nachdem, ob es sich um ein translatorisches oder rotatorisches Gelenk handelt, ist der Eintrag τ_{q_i} eine Kraft oder ein Moment. Weiterhin bezeichnet $G(q) \in \mathbb{R}^\eta$ den Vektor der Gewichtskräfte und $C_{CC}(q, \dot{q}) \dot{q} \in \mathbb{R}^\eta$ den Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. -momente (im Folgenden stets vereinfachend „Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte“ genannt).

Da für serielle Kinematiken die Dynamik des Systems explizit analytisch durch die Gelenkkoordinaten beschreibbar ist, kann eine modellbasierte Regelung direkt in diesen erfolgen. Die erforderlichen Größen sind einfach detektierbar, bspw. durch den Einsatz von Inkrementalenkodern oder die Messung der Motorströme bei elektrischen Aktoren, vgl. [AH10].

2.2.2 Parallele Kinematiken

Bei Parallelkinematiken wird der Endeffektor durch eine geschlossene kinematische Struktur aus mehreren Aktoren bewegt. Bild 2-3 zeigt dies am Beispiel eines Hexapoden, einer parallelkinematischen Struktur mit $\eta = 6$ translatorischen Aktoren. Der Zustand einer solchen Struktur kann im Allgemeinen nur durch die Lage und Orientierung $x \in \mathbb{R}^\eta$ des

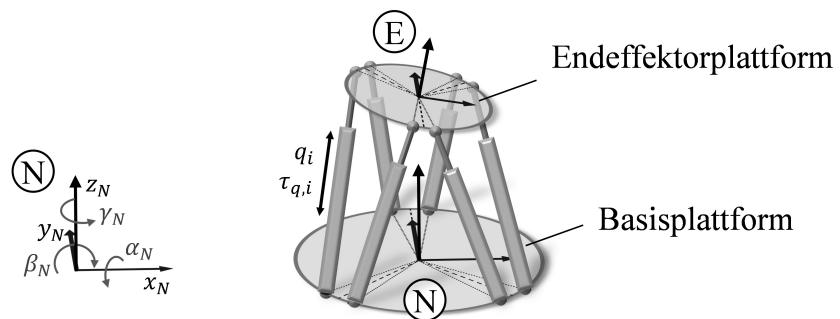


Bild 2-3: Parallele Kinematik - Hexapod

Endeffektorschwerpunkts bzw. seines lokalen Koordinatensystems E in einem globalen Koordinatensystem und dem entsprechenden Vektor der Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten $v \in \mathbb{R}^7$ eindeutig beschrieben werden. Grundsätzlich sind Art und Ort des globalen Koordinatensystems frei wählbar, in Bild 2-3 ist exemplarisch ein kartesisches Koordinatensystem N eingezeichnet, wie es auch zur Modellierung des Zielsystems verwendet wird.

Die Lage des Endeffektorschwerpunkts in N sei durch die Koordinaten p_x in x_N , p_y in y_N und p_z in z_N beschrieben, die Orientierung des lokalen Koordinatensystems E in N durch die Winkel α_N um x_N , β_N um y_N und γ_N um z_N . Entsprechend sind die Vektoren x und v wie folgt definiert:

$$x = [p_x \ p_y \ p_z \ \alpha_N \ \beta_N \ \gamma_N]^T, \\ v = [\dot{p}_x \ \dot{p}_y \ \dot{p}_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T = [v_x \ v_y \ v_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T.$$

Für die Modellierung ist zudem die zeitliche Ableitung des Positions- und Orientierungsvektors \dot{x} , mit

$$\dot{x} = [v_x \ v_y \ v_z \ \dot{\alpha}_N \ \dot{\beta}_N \ \dot{\gamma}_N]^T,$$

relevant, der im Gegensatz zu v die zeitlichen Ableitungen der Winkel anstatt der Winkelgeschwindigkeiten enthält.

Bei der Verwendung der Endeffektorkoordinaten und -geschwindigkeiten für allgemeine parallele Strukturen mit η Aktoren und η FHG lautet die (2-1) entsprechende Bewegungsgleichung gemäß [AH10]

$$M(x) \dot{v} + C_{CC}(x, v) v + G = \tau_x. \quad (2-2)$$

$\tau_x \in \mathbb{R}^7$ bezeichnet den Vektor der Kräfte und Momente, die am Endeffektorschwerpunkt angreifen und aus den Aktorkräften bzw. -momenten resultieren, in globalen Koordinaten. Die Trägheitsmatrix $M(x) \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ und der Coriolis- und Zentrifugalterm $C_{CC}(x, v) v \in \mathbb{R}^7$ sind Funktionen von x bzw. x und v . Da die Wirkrichtung der Gravitationskraft in globalen Koordinaten konstant ist, bleibt auch der Vektor der Gewichtskräfte in (2-2) konstant und ist damit unabhängig von x .

Die Struktur einer PKM erlaubt nur das Aufbringen von Kräften und Momenten in Richtung der Gelenkkoordinaten q , beschrieben durch den Vektor $\tau_q \in \mathbb{R}^7$. Die Modellierung und Simulation der Bewegung des Endeffektors erfordert demnach eine Umrechnung in globale Koordinaten, resultierend in τ_x . Der entsprechende Zusammenhang ist durch die inverse Transponierte der Jakobimatrix, $J^{-T}(x)$, gegeben, welche für PKM eine Funktion der Position und Orientierung des Endeffektors x ist:

$$\tau_x = J^{-T}(x) \tau_q, \quad (2-3)$$

vgl. [AH10]. Mit (2-2) und (2-3) kann die Dynamik der Endeffektorplattform in Abhängigkeit von τ_q beschrieben werden:

$$M(x) \dot{v} + C_{CC}(x, v) v + G = J^{-T}(x) \tau_q. \quad (2-4)$$

Die Jakobimatrix $J(x)$ stellt auch den Zusammenhang zwischen den zeitlichen Ableitungen der Gelenkkoordinaten und dem Vektor der globalen Geschwindigkeiten des Endeffektors her,

$$v = J(x) \dot{q}, \quad (2-5)$$

vgl. [AH10]. Aufgrund des strukturellen Aufbaus ist die Beziehung zwischen der Position und Orientierung x und den entsprechenden Gelenkkoordinaten q , das IKP, bei PKM eindeutig lösbar, im Gegensatz zu seriellen Kinematiken. Sie wird durch die Funktion $q(x)$ beschrieben:

$$q = q(x). \quad (2-6)$$

Zur Berechnung des IKP für PKM können geometrische Zusammenhänge genutzt werden.

Die Inversion von (2-6) ist für parallele Kinematiken im Allgemeinen nicht eindeutig analytisch möglich. Es existiert kein eindeutiger Zusammenhang, der die Ermittlung der Position und Orientierung des Endeffektors x aus den Gelenkkoordinaten q und damit die Lösung des DKP erlaubt. In [Mer06, Kap. 4] wird für verschiedene parallelkinematische Strukturen die Anzahl der Lösungen aufgeführt. Zudem werden verschiedene Quellen genannt, in denen mit unterschiedlichen Methoden übereinstimmend gezeigt wird, dass für das DKP einer allgemeinen PKM mit sechs translatorischen Aktoren insgesamt 40 Lösungen existieren. Der erste Beweis dazu wurde demnach im Jahre 1992 in [RV92] geführt. Laut [Mer06, S. 105] existiert kein bekannter Algorithmus zur Ermittlung der aktuell richtigen Lösung unter den möglichen Lösungen.

Zur Bestimmung der Jakobimatrix in Abhängigkeit der aktuellen Position und Orientierung x genügt die Lösung des IKP. Durch partielle Ableitung von (2-6) ergibt sich der Zusammenhang zwischen den zeitlichen Ableitungen von q und x :

$$\dot{q}(x, \dot{x}) = \frac{\partial q(x)}{\partial x} \cdot \dot{x}. \quad (2-7)$$

Bei mehr als einem rotatorischen FHG muss für die Berechnung von v aus \dot{x} die gewählte Rotationsreihenfolge berücksichtigt werden. Die entsprechende Abhängigkeit wird durch die Kinematikmatrix $H(x) \in \mathbb{R}^{\eta \times \eta}$ beschrieben,

$$v = H(x) \dot{x}, \quad (2-8)$$

die wie folgt definiert ist:

$$H(x) = \frac{\partial v}{\partial \dot{x}} = J(x) \cdot \frac{\partial q}{\partial x}. \quad (2-9)$$

$H(x)$ kann aus der schiefsymmetrischen Matrix ${}^N\tilde{\omega}_{NE}$ der Winkelgeschwindigkeiten im globalen Koordinatensystem N für die Bewegung des Endeffektors in demselben berechnet werden. Für allgemeine Drehungen im Raum gilt dabei, vgl. [RS88, S. 81]:

$${}^N\tilde{\omega}_{NE} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{T}_{NE} \cdot T_{NE}^T. \quad (2-10)$$

Die Einträge ω_x , ω_y und ω_z sind die Winkelgeschwindigkeiten um die x -, y - und z -Achse des kartesischen Koordinatensystems N . Die gewählte Drehreihenfolge wird durch die Rotationsmatrix T_{NE} berücksichtigt, mit der beliebige Vektoren vom körperfesten Endeffektorkoordinatensystem E , z. B. ${}^E r$, in N überführt werden können, z. B. ${}^N r = T_{NE} \cdot {}^E r$. Die Orientierung des Endeffektors im globalen Koordinatensystem ist in x enthalten, T_{NE} und \dot{T}_{NE} sind daher Funktionen von x und \dot{x} :

$$T_{NE} = T_{NE}(x), \quad (2-11)$$

$$\dot{T}_{NE} = \dot{T}_{NE}(x, \dot{x}). \quad (2-12)$$

Die Winkelgeschwindigkeiten entsprechen einzelnen Einträgen des Geschwindigkeitsvektors v . $H(x)$ kann daher durch partielle Differentiation gemäß (2-9) und einem Koeffizientenvergleich aus (2-10) ermittelt werden. Dadurch bleibt $H(x)$ unabhängig von \dot{x} , das ist auch in (2-9) erkennbar.

Die inverse Jakobimatrix $J^{-1}(x)$ lässt sich dann aus (2-7) und (2-8) so berechnen, dass sie (2-5) genügt:

$$\begin{aligned} \dot{q}(x, v) &= \frac{\partial q(x)}{\partial x} \cdot \dot{x} = \underbrace{\frac{\partial q(x)}{\partial x}}_{J^{-1}(x)} \cdot H^{-1}(x) \cdot v \\ \Rightarrow J^{-1}(x) &= \frac{\partial q(x)}{\partial x} \cdot H^{-1}(x). \end{aligned} \quad (2-13)$$

Zum Zwecke der numerischen Simulation kann die analytische Darstellung der inversen Jakobimatrix verwendet werden. Die (direkte) Jakobimatrix kann numerisch durch Inversion berechnet werden. Inversionsschwierigkeiten ergeben sich in der Nähe von Singularitäten, die innerhalb des Arbeitsraums der betrachteten Struktur jedoch nicht auftreten.

Für die Regler- und Beobachtersynthese wird vielfach eine Zustandsraumdarstellung der Bewegungsgleichung (2-4) benötigt. Die Systemdynamik kann für allgemeine PKM als nichtlineares, eingangsaffines MIMO-System (Multiple Input Multiple Output) wie folgt formuliert werden:

$$\dot{z} = f(z, u) = f_a(z) + f_b(z)u \quad (2-14)$$

$$y = g(z). \quad (2-15)$$

Dabei bezeichnet z ,

$$z = \begin{bmatrix} x^T & v^T \end{bmatrix}^T, \quad (2-16)$$

den n -dimensionalen Zustandsvektor, $n = 2 \cdot \eta$, der sich aus dem Positions- und Geschwindigkeitsvektor zusammensetzt. Der Eingangsvektor $u \in \mathbb{R}^\eta$ entspricht dem Vektor der Aktorkräfte in Gelenkkoordinaten,

$$u = \tau_q, \quad (2-17)$$

also den Stellgrößen im Falle einer Regelung. Die in der Regel messbaren Gelenkkoordinaten formen den Ausgangsvektor $y \in \mathbb{R}^\eta$:

$$y = g(z) = q(x). \quad (2-18)$$

Mit (2-4) und (2-8) können die Funktionen $f_a(z)$ und $f_b(z)$ aus (2-14) wie folgt angegeben werden:

$$f_a(z) = \begin{bmatrix} 0 & H^{-1}(x) \\ 0 & -M^{-1}(x)C_{CC}(x, v) \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}(x)G \end{bmatrix}, \quad (2-19)$$

$$f_b(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(x)J^{-T}(x) \end{bmatrix}. \quad (2-20)$$

Die Orientierung des Endeffektors beeinflusst nur diejenigen Einträge der Trägheitsmatrix $M(x)$, die mit rotatorischen Freiheitsgraden verknüpft sind. Die Gewichtskraft wirkt jedoch nur in eine translatorische Richtung – das Produkt aus $M^{-1}(x)$ und G ist somit konstant und der zweite Term in $f_a(z)$ unabhängig vom Zustandsvektor z :

$$f_a(z) = \begin{bmatrix} 0 & H^{-1}(x) \\ 0 & -M^{-1}(x)C_{CC}(x, v) \end{bmatrix} z + K_G. \quad (2-21)$$

Der Vektor $K_G \in \mathbb{R}^n$ entspricht damit dem Vektor der Gravitationsbeschleunigung im gewählten globalen Koordinatensystem.

2.2.3 Hydraulische Aktoren

Im Folgenden wird die Modellierung der zur Reglersynthese wesentlichen Charakteristika von hydraulischen Servoaktoren in der Form von Gleichlaufzylindern, wie sie im Zielsystem verbaut sind, beschrieben. Je Zylinder werden zwei parallel angeordnete Servoventile verwendet, die für die Modellbildung zu einem Ventil mit zweifach nominaler Volumenstromverstärkung zusammengefasst werden können. Bild 2-4 zeigt die Funktionsweise eines hydraulischen Aktors anhand einer Prinzipskizze mit allen relevanten Größen. Das Servoventil stellt die Volumenströme Q_A und Q_B , die in bzw. aus den Kammern A und B des Zylinders fließen. Am Ventil liegen dabei der Versorgungsdruck p_P und der Tankdruck p_T an. In den Zylinderkammern stellen sich die Kammerdrücke p_A und p_B ein.

Modellierung der Kolbenbewegung

Der auf die Kolbenfläche wirkende Differenzdruck Δp ,

$$\Delta p = p_A - p_B, \quad (2-22)$$

erzeugt eine Kraft, die eine Bewegung des Zylinderkolbens (y_{zyl}) gegen die extern wirkende Kraft F_{ext} und die geschwindigkeits- bzw. richtungsabhängigen Reibkräfte F_d und F_R bewirkt. Durch die hydrostatische Lagerung entsteht ein Leckagevolumenstrom Q_L , der von der Kammer mit höherem Druckniveau in die Kammer mit niedrigerem Druckniveau fließt.

Die Bewegungsgleichung für den Zylinderkolben lautet

$$m_K \cdot \ddot{y}_{zyl} = A_{zyl} \Delta p - F_R - F_d - F_{ext}, \quad (2-23)$$

mit

$$F_R = F_{R0} \cdot \text{sign}(\dot{y}_{zyl}), \quad (2-24)$$

$$F_d = d_{zyl} \dot{y}_{zyl}. \quad (2-25)$$

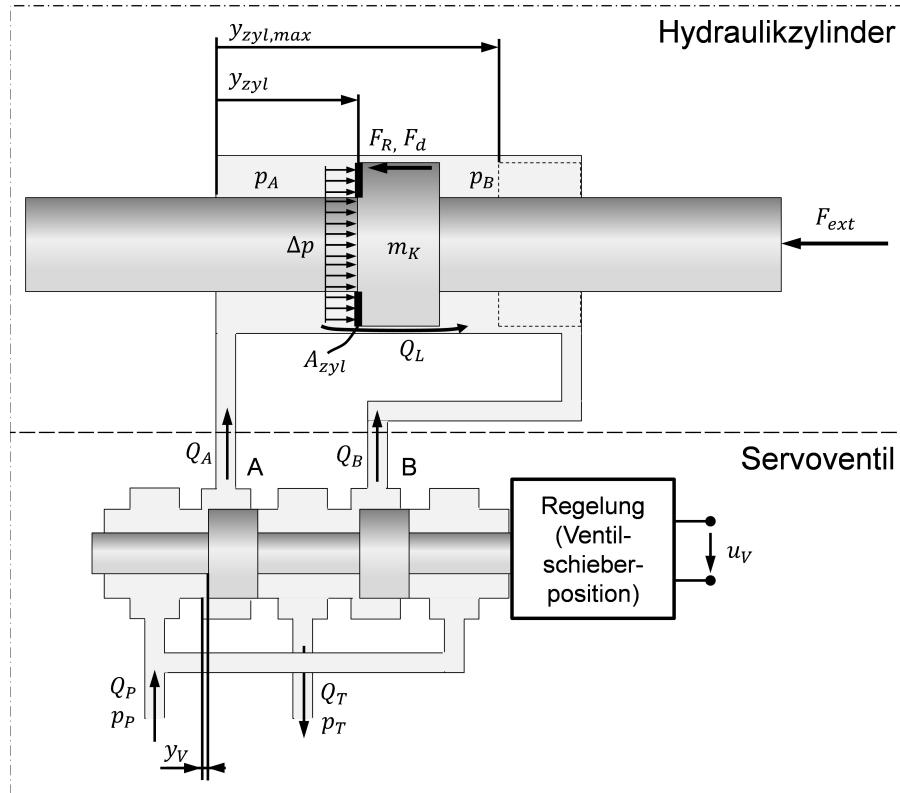


Bild 2-4: Hydraulischer Aktor (schematisch)

Die extern wirkende Kraft F_{ext} entspricht bei der Modellierung des Gesamtsystems einer einzelnen Aktorkraft $\tau_{q,i}$,

$$F_{ext} = \tau_{q,i}. \quad (2-26)$$

Modellierung des Servoventils

Die Vorgabe der Steuerschieberposition y_V erfolgt über die Ventilsteuerspannung u_V . Eine interne Regelung sorgt mit Hilfe eines Torquemotors, eines Düse-Prallplatten-Verstärkers und einer internen Wegsensorik (alle in Bild 2-4 nicht dargestellt) für die Einregelung der vorgegebenen Sollposition. Diese Aktorik ist komplex und ihr dynamisches Verhalten kann prinzipiell durch eine Reihe nichtlinearer Differentialgleichungen beschrieben werden. Detaillierte Informationen zu Aufbau und Funktionsweise finden sich bspw. in [Fin06, S. 622 ff.] oder [MR11, S. 125]. Für die Verwendung des Servoventils in einer übergeordneten Regelung genügt jedoch die Beschreibung des geschlossenen Schieberpositionsregelkreises als lineares Übertragungsglied zweiter Ordnung mit der Übertragungsfunktion $G_V(s)$,

$$G_V(s) = \frac{Y_V(s)}{U_V(s)} = \frac{K_V}{\frac{1}{4\pi^2 f_{0,V}^2} s^2 + \frac{2D_V}{2\pi f_{0,V}} s + 1}, \quad (2-27)$$

wobei $f_{0,V}$ die Ventileckfrequenz und D_V die Lehrsche Dämpfung beschreibt. Ventilhersteller geben in der Regel amplitudenabhängige Frequenzkennlinien an, die eine Abschätzung dieser Parameter erlauben. Die Amplitudenabhängigkeit resultiert aus den begrenzten Kräften, die zur Positionierung des Ventilschiebers zur Verfügung stehen. Daher sind

in der Regel im Kleinsignalbereich wesentlich höhere Eckfrequenzen erreichbar als bei Vollaussteuerung. Für die Modellierung eines Servoventils innerhalb einer Druckregelung können die höheren Eckfrequenzen aus dem Kleinsignalbereich verwendet werden, da größere Volumenströme nur zur Kompensation von Volumenänderungen benötigt werden, die in der Regel erheblich langsamer sind als der Druckaufbau.

Die Ventilschieberposition wird als auf ± 1 normierter Wert vorgegeben, dabei entspricht eine Ansteuerung von $u_V = u_{V,max}$ dem maximalen Ventilschieberweg in positiver Richtung, entsprechend gilt für $u_V = u_{V,min}$ der Wert $y_V = -1$. Die Verstärkung K_V ergibt sich zu

$$K_V = \frac{1}{u_{V,max}}. \quad (2-28)$$

Der Volumenstrom über eine voll geöffnete Steuerkante des Ventils kann in Abhängigkeit der anliegenden Druckdifferenz Δp_S durch die Blendengleichung

$$Q_{max} = Q_{nenn} \sqrt{\frac{\Delta p_S}{\Delta p_{nenn}}} \quad (2-29)$$

beschrieben werden, vgl. [Fin06, S. 603]. Dabei bezeichnet Q_{nenn} den Volumenstrom über eine Steuerkante des Ventils, der sich bei Nenndruckdifferenz Δp_{nenn} und Nennansteuerung $u_{V,nenn} = u_{V,max}$ einstellt. Diese Größen werden in der Regel vom Ventilhersteller als Kenngrößen angegeben.

Der Volumenstrom über eine nur teilweise geöffnete Steuerkante eines Servoventils ist proportional zur normierten Ventilschieberposition y_V . Es gilt demnach mit (2-29):

$$Q(y_V, \Delta p_S) = y_V Q_{nenn} \sqrt{\frac{\Delta p_S}{\Delta p_{nenn}}}. \quad (2-30)$$

Der Volumenstrom ist also zudem abhängig von der aktuell an der betrachteten Steuerkante anliegenden Druckdifferenz Δp_S . Bei dem in Bild 2-4 dargestellten Ventil handelt es sich um ein 4/3-Wegeventil, bei dem jeweils zwei Steuerkanten zur Steuerung der Volumenströme Q_A und Q_B vorhanden sind (jeweils die Verbindung der Arbeitsanschlüsse A und B zur Versorgung mit Q_P und p_P und zum Tank mit Q_T und p_T). Laut [Fin06, S. 601] gilt im statischen Fall für die Druckdifferenz über eine Steuerkante eines solchen symmetrischen Ventils bei gleichflächigen Zylindern

$$\Delta p_S = \begin{cases} p_P - p_A = p_B - p_T & \text{für } y_V > 0 \\ p_P - p_B = p_A - p_T & \text{für } y_V \leq 0 \end{cases}, \quad (2-31)$$

bzw. zusammengefasst

$$\Delta p_S = \frac{p_P - p_T - (p_A - p_B)\text{sign}(y_V)}{2}. \quad (2-32)$$

Mit (2-30) ergibt sich für die einzelnen Ventilvolumenströme:

$$\begin{bmatrix} Q_A \\ Q_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} y_V \cdot Q_{nenn} \sqrt{\frac{\Delta p_S}{\Delta p_{nenn}}}. \quad (2-33)$$

Modellierung des Zylinders

Bei der Modellierung eines Zylinders als hydraulischer Aktor eines Hexapoden ist die Beschreibung der Dynamik der Kammerdrücke p_A und p_B entscheidend. Die daraus resultierende Druckdifferenz Δp bestimmt die hydraulische Kraft, die, unter Vernachlässigung der als Störkräfte zu betrachtenden Reibkräfte und der Trägheit des Zylinderkolbens, direkt der Aktorkraft $\tau_{q,i}$ in Gelenkkoordinaten entspricht. Zur Regelung des Zielsystems sind diese Vereinfachungen sinnvoll, da die Masse eines Zylinderkolbens (ca. 6 kg) im Verhältnis zur Masse der Endeffektorplattform (ca. 200 kg) klein ist. Die Kolbenmassen $m_{K,i}$ werden für die Modellierung (vgl. Abschnitt 2.2.2) des Hexapoden der Masse des Endeffektors zugeschlagen, es resultiert die Ersatzmasse m_E . Auch das Vernachlässigen der Reibkräfte zur Reglersynthese ist zulässig, da die Zylinder des Zielsystems über eine hydrostatische Lagerung verfügen und die Reibkräfte demnach klein sind, vgl. [Sch14]. Unter diesen Voraussetzungen wird aus (2-23)

$$F_{ext} = \tau_{q,i} = A_{zyl} \cdot \Delta p. \quad (2-34)$$

Für den Druckaufbau in einer beliebigen hydraulischen Kapazität C_H gilt gemäß [Mur01, S. 71]

$$\dot{p} = \frac{1}{C_H} \cdot \sum_i Q_i. \quad (2-35)$$

Die zeitliche Änderung des Drucks ist demnach proportional zur Summe aller zufließenden Volumenströme. Die hydraulische Kapazität ist definiert als Quotient aus dem ursprünglichen Volumen V_0 (vor der Kompression) und dem Ersatzkompressionsmodul $E'_{öl}$:

$$C_H = \frac{V_0}{E'_{öl}}. \quad (2-36)$$

In dem Ersatzkompressionsmodul $E'_{öl}$ werden alle beteiligten Elastizitäten, z. B. des Öls und der Wandung, berücksichtigt, vgl. [Mur01, S. 53]. Für die Summe der zufließenden Volumenströme gilt für die Kammern A und B gemäß Bild 2-4:

$$\sum_i Q_{i,A} = Q_A - A_{zyl} \dot{y}_{zyl} - Q_L \quad (2-37)$$

$$\sum_i Q_{i,B} = Q_B + A_{zyl} \dot{y}_{zyl} + Q_L. \quad (2-38)$$

Der Leckagevolumenstrom Q_L ist mit dem Faktor K_L proportional zur Druckdifferenz:

$$Q_L = K_L \Delta p. \quad (2-39)$$

Die Ausgangsvolumina der Kammern A und B setzen sich aus den jeweiligen Totvolumina V_{tot} und den positionsabhängigen Verdrängungsvolumina zusammen:

$$V_{0,A} = V_{tot,A} + A_{zyl} y_{zyl} \quad (2-40)$$

$$V_{0,B} = V_{tot,B} + A_{zyl} (y_{zyl,max} - y_{zyl}). \quad (2-41)$$

Aus (2-35)-(2-41) resultieren die Differentialgleichungen für das dynamische Verhalten der Kammerdrücke p_A und p_B :

$$\dot{p}_A = \frac{E'_{\text{öl}}}{V_{\text{tot},A} + A_{\text{zyl}}y_{\text{zyl}}} (Q_A - A_{\text{zyl}}\dot{y}_{\text{zyl}} - K_L\Delta p) \quad (2-42)$$

$$\dot{p}_B = \frac{E'_{\text{öl}}}{V_{\text{tot},B} + A_{\text{zyl}}(y_{\text{zyl},\text{max}} - y_{\text{zyl}})} (Q_B + A_{\text{zyl}}\dot{y}_{\text{zyl}} + K_L\Delta p). \quad (2-43)$$

Im Zielsystemkontext entspricht die Zylinderbeschwindigkeit $\dot{y}_{\text{zyl},i}$ der Geschwindigkeit \dot{q}_i des betrachteten Aktors i in Gelenkkoordinaten. Die entsprechende Aktorlänge q_i resultiert aus der Aktorlänge l_0 in Mittelstellung des Zylinders ($y_{\text{zyl},0} = 0,5 \cdot y_{\text{zyl},\text{max}}$), sowie der aktuellen Kolbenposition. Es gilt:

$$q_i = l_0 - \frac{1}{2} \cdot y_{\text{zyl},\text{max}} + y_{\text{zyl},i}. \quad (2-44)$$

2.2.4 Parameter des Zielsystems

In Tabelle 2-1 sind alle wesentlichen Parameter zur Modellierung des Zielsystems aufgelistet. Es handelt sich dabei vorwiegend um Daten, die aus Konstruktionsunterlagen und Datenblättern extrahiert wurden. Die Parameter K_L , d_{zyl} und F_R wurden in [Sch14] experimentell für einen Zylinder ermittelt, der nahezu baugleich zu den im Zielsystem verbauten Aktoren ist.

Zur Modellierung des Zielsystems gemäß (2-4) werden alle bewegten Massen zu einer Ersatzmasse m_E zusammengefasst, deren Schwerpunkt mit dem der Endeffektorplattform zusammenfällt. Die angegebenen Rotationsträgheiten gelten für die Ersatzmasse und sind definiert um den Schwerpunkt im lokalen Endeffektorkoordinatensystem E (vgl. Bild 2-3). Der Einfluss der Gelenke und Kolbenstangen auf die Rotationsträgheiten wird vernachlässigt und wirkt am realen System als Parameterunsicherheit, die von der Regelung ausgeglichen werden muss.

Tabelle 2-1: Parameter des Zielsystems

Ersatzmasse (Endeffektor + Kolbenmassen)	m_E	216,9 kg
Rotationsträgheit der Ersatzmasse um x_E^*	I_{xx}	23,3 kgm^2
Rotationsträgheit der Ersatzmasse um y_E^*	I_{yy}	17,2 kgm^2
Rotationsträgheit der Ersatzmasse um z_E^*	I_{zz}	19,9 kgm^2
Radius der Bodenplattform	r_B	0,75 m
Radius der Endeffektorplattform	r_E	0,45 m
Vektor vom Mittelpunkt des Endeffektororgelenkkreises zum Endeffektorschwerpunkt in E*	${}^E p_{ME,SP}$	$\begin{bmatrix} 0,000 \\ -0,028 \\ 0,211 \end{bmatrix}$ m
Länge der Aktoren in Mittelstellung	l_0	0,9 m
max. Hub der Aktoren	$y_{zyl,max}$	0,23 m
Kolbenfläche der Zylinder	A_{zyl}	7,424 cm^2
Ersatzkompressionsmodul	$E'_{\text{Öl}}$	$1,8 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
Ventileckfrequenz	$f_{0,V}$	350 Hz
Ventildämpfung (Lehrsches Dämpfungsmaß)	D_V	0,7
Nennvolumenstrom je Servoventil	$Q_{nenn,SV}$	38 l/min
Nenndruckdifferenz je Ventilsteuerkante	Δp_{nenn}	35 bar
Pumpendruck	p_P	280 bar
Tankdruck	p_T	3 bar
Ventilverstärkung	K_V	$0,1 \text{ V}^{-1}$
Totvolumen Kammer A	$V_{tot,A}$	$79 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
Totvolumen Kammer B	$V_{tot,B}$	$115 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
Leckagefaktor	K_L	$1,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}^5/\text{Ns}$
Reibkoeffizient	d_{zyl}	108 Ns/m
Coulombsche Reibkraft	F_R	51 N

*E: lokales Endeffektorkoordinatensystem, vgl. Bild 2-3

2.3 Regelungstechnische Grundlagen

Die nachfolgenden Abschnitte behandeln Regelungstechnische Grundlagen, die im Kontext der Arbeit relevant sind. Es werden zunächst Regler- und Beobachterkonzepte in ihrer grundlegenden Funktionsweise erläutert, gefolgt von einem Abschnitt zur lokalen Differenzdruckregelung hydraulischer Servoaktoren.

2.3.1 Zwei-Freiheitsgrade-Regelung und flachheitsbasiertes Entwurfskonzept

Die Kombination aus Steuerung und Regelung wird als *Zwei-Freiheitsgrade-Regelung* bezeichnet und wurde bereits in den 1960er Jahren in [Hor63] eingeführt (zit. in [Fö13, S. 9 ff.]). Die Grundidee dabei ist, der Regelstrecke durch eine Steuerung das gewünschte Führungsverhalten aufzuprägen und gleichzeitig Abweichungen davon durch einen Rückführzweig zu kompensieren. Dieses wird schematisch in Bild 2-5 gezeigt, dessen Grundstruktur aus [Fö13, S. 10] stammt.

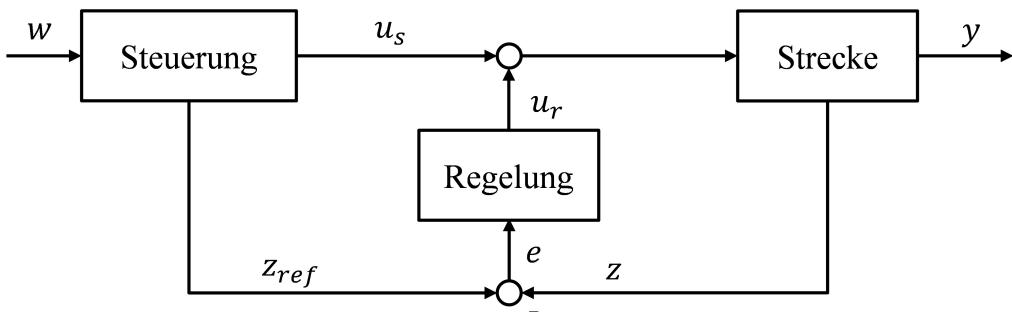


Bild 2-5: Blockschaltbild einer Zwei-Freiheitsgrade-Regelung [Fö13, S. 10]

Die Steuerung erzeugt modellbasiert eine Stellgröße u_s , die im idealen Fall (d. h. bei exakter Übereinstimmung von Modell und Strecke) genau den Sollverlauf w am Streckenausgang y herbeiführt. Da dieser Fall aufgrund von Modellgenauigkeiten und Störinflüssen in der Realität praktisch nicht auftritt, wird in einer weiteren Schleife ständig der von der Vorsteuerung berechnete Referenzzustand z_{ref} mit dem aktuellen Zustand z der Strecke verglichen und, im Falle einer Abweichung $|e| > 0$, vom Regler eine Korrekturgröße u_r berechnet. Steuerung und Regelung wirken dabei parallel und können im Fall linearer Systeme unabhängig voneinander entworfen werden. Aus diesen zwei Entwurfsfreiheitsgraden resultiert die Bezeichnung *Zwei-Freiheitsgrade-Struktur*.

Zur Auslegung von Steuerung und Regelung existiert eine Vielzahl von Entwurfsverfahren. Bei bekanntem Sollverhalten kann die Steuerung im Vorfeld offline berechnet werden – hier kommen häufig Optimierungsverfahren zum Einsatz, die sowohl eine optimale Stellgröße als auch den optimalen Referenzzustand für das gewünschte Regelziel berechnen. Dieses sog. *Optimalsteuerproblem* wurde z. B. in [Tim13] für ein Mehrfachpendel diskutiert.

In dieser Arbeit wird ein komplexes System betrachtet, dessen Solltrajektorie im Vorfeld nicht bekannt ist. Im linearen Fall können hier beispielsweise statische oder modellge-

stützt dynamische Vorsteuerungen verwendet werden, vgl. [Fö13, S. 322 ff.]. Für den Steuerungs- und Regelungsentwurf für nichtlineare Systeme wurde in [Fli92] das Konzept der Flachheit eingeführt (zit. in [RRZ97]). Die Haupteigenschaften flacher Systeme werden in [RRZ97] wie folgt beschrieben:

„Wesentliches Merkmal flacher Systeme ist die Existenz eines fiktiven Ausgangs y , der „flacher Ausgang“ genannt wird. Ein solcher Ausgang enthält ebensoviiele (differentiell) unabhängige Komponenten y_i , $i = 1, \dots, m$ wie der Eingang u und beschreibt das dynamische Verhalten des Systems im folgenden Sinne vollständig: Alle Zustände und Eingänge des Systems können als Funktion der y_i und einer endlichen Anzahl von Zeitableitungen $y_i^{(k)}$, $k \geq 1$ dargestellt werden. Aus der Kenntnis eines flachen Ausgangs kann direkt eine Steuerung für das nichtlineare System bestimmt werden.“

Als Beispiel wird die Steuerung eines seriellen Roboters genannt, bei der die zur Verfolgung einer Trajektorie erforderlichen Gelenkkkräfte τ_q durch Umstellen der Bewegungsgleichung (vgl. (2-1)) direkt aus den Gelenkkoordinaten q und den zeitlichen Ableitungen \dot{q} und \ddot{q} berechnet werden können. q stellt damit einen *flachen Ausgang* dar. Flache Systeme sind zudem exakt zustandslinearisierbar [RRZ97], sodass der Entwurf der Regelung auf Basis des exakt zustandslinearisierten Systems mit Hilfe linearer Methoden vergleichsweise einfach erfolgen kann.

Aufgrund dieser Eigenschaften ist das flachheitsbasierte Konzept ein mächtiges Werkzeug zum Entwurf von Zwei-Freiheitsgrade-Regelungen. In Analogie zum o. g. Beispiel lässt sich auch für vollständig aktuierte PKM ein flacher Ausgang definieren, sodass die Anwendung des Konzepts zur Regelung von PKM prädestiniert ist.

2.3.2 Zustandsbeobachtung

Der Entwurf von Zustandsbeobachtern für lineare und nichtlineare Systeme wurde bereits ausgiebig erforscht. Einen guten Überblick zur Beobachtersynthese für lineare Systeme bietet [Fö13], für nichtlineare Systeme [Ada09]. Auch zur Anwendung der bekannten Methoden für die Zustandsbeobachtung bei PKM existieren bereits einige Arbeiten. Grundsätzlich lassen sich dabei kontinuierliche (stetige) und diskontinuierliche (unstetige, schaltende) Ansätze unterscheiden.

Den meisten Ansätzen gemein ist die Nutzung einer Struktur, die derjenigen eines klassischen Luenberger-Beobachters entspricht (vgl. Bild 2-6): Ein (lineares oder nichtlineares) Modell der Strecke, das *Beobachtermodell*, wird mit der gleichen Stellgröße u beaufschlagt, die auch auf die Strecke wirkt. Der Ausgang des Beobachtermodells \hat{y} wird mit dem gemessenen Systemausgang y verglichen. Aus der entsprechenden Differenz, dem Ausgangsfehler e_y ,

$$e_y = y - \hat{y}, \quad (2-45)$$

wird dann eine Korrekturgröße k ermittelt, welche in das Beobachtermodell zurückgeführt wird. Die „Kunst“ des Beobachterentwurfs ist es, die Berechnungsvorschrift für die Ermittlung von k so zu wählen, dass der Schätzfehler e_z ,

$$e_z = z - \hat{z}, \quad (2-46)$$

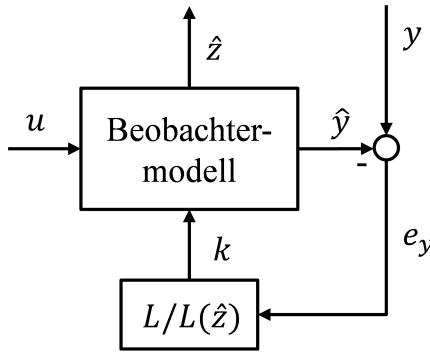


Bild 2-6: Allgemeine Beobachterstruktur

in einem zu definierenden Sinn möglichst klein wird. Im Falle einer kontinuierlichen Zustandsschätzung resultiert k aus dem Produkt der Beobachtermatrix L mit dem Ausgangsfehler:

$$k = L \cdot e_y. \quad (2-47)$$

Die Matrix L kann dabei konstant sein ($L = \text{const.}$) oder wird abhängig vom geschätzten Zustand zur Laufzeit berechnet ($L = L(\hat{z})$). Im Falle einer diskontinuierlichen Zustandschätzung mit sog. *Sliding-Mode Beobachtern* (SMB) enthält die Berechnungsvorschrift für k mindestens eine Schaltfunktion in Abhängigkeit von e_y :

$$k = k(\text{sign}(e_y)). \quad (2-48)$$

Bei hinreichender Beobachtergüte ist der resultierende Schätzfehler klein. Ist die Strecke zudem vollständig beobachtbar, so entsprechen die Zustände des Beobachtermodells in guter Näherung denen der Strecke und können zur Regelung verwendet werden.

2.3.3 Lokale Kraftregelung hydraulischer Aktoren

Die in Abschnitt 2.2.2 verwendete Art der Modellierung von PKM basiert auf der Annahme ideal kraftgeregelter Aktoren. Gleicher gilt für die Mehrheit der fortgeschrittenen und modellbasierten Regelungskonzepte, die in Kap. 3 vorgestellt werden. Zur Anwendung modellbasierter Regelungsansätze am Zielsystem muss demnach die hydraulische Aktorik lokal kraft- bzw. differenzdruckgeregelt werden. Dazu wird in dieser Arbeit der in [RSSS12] präsentierte Ansatz verwendet. In [DP07] und [KKL00a] finden sich ähnliche Ansätze zur lokalen Kraftregelung hydraulischer Aktoren in PKM, unlängst wurde das Konzept in [PA14] für zwei gekoppelte Zylinder behandelt.

Der nachfolgend geschilderte Regelungsansatz wurde bereits in [Sch14] erfolgreich an einem realen Teststand erprobt. Das Vorgehen entspricht prinzipiell einer *exakten Zustandslinearisierung*, vgl. [Ada09, S. 182], der hydraulischen Strecke, deren Modellierung bereits in Abschnitt 2.2.3 erläutert wurde. Für die dann als lineares System zu betrachtende Regelstrecke kann ein einfaches überlagertes Regelgesetz entworfen werden. Zur Durchführung der exakten Linearisierung wird das durch die Differentialgleichungen

(2-42) und (2-43) beschriebene hydraulische System zunächst als eingangsaffines System der Ordnung $n = 1$ und der Form

$$\begin{aligned}\dot{z} &= a(z) + b(z)u \\ y &= z\end{aligned}\tag{2-49}$$

dargestellt. Dazu sind folgende Annahmen notwendig:

- (i) Die Kolbenposition y_{zyl} und Kolbengeschwindigkeit \dot{y}_{zyl} ändern im Vergleich zu den Systemdrücken p_A und p_B nur langsam ihren Wert und können damit in (2-42) und (2-43) als konstante Parameter angenommen werden.
- (ii) Die Dynamik des Ventilschiebers, beschrieben durch (2-27), ist schneller als die Dynamik des Druckaufbaus und kann ebenfalls vernachlässigt werden. Es gilt demnach der stationäre Zusammenhang zwischen Eingangssignal und Ventilschieberposition.

Diese Annahmen wirken sich auf das erforderliche Design der Zylinder aus. Damit Annahme (i) gültig ist, müssen die Kolbenflächen und Volumina so dimensioniert sein, dass die Eigenfrequenzen, die aus der Lagerung der Endeffektorplattform auf den Ölfedern der einzelnen Zylinder resultieren, kleiner sind als die Dynamik der Druckänderungen und damit der auszulegenden Differenzdruckregelung. Zur Erfüllung von Annahme (ii) muss die Dynamik des Ventilschiebers deutlich schneller sein als die Dynamik der Differenzdruckregelung. Dies muss bei der Auswahl der Servoventile beachtet werden. Bei entsprechender Systemauslegung kann für die eingangsaffine Systemdarstellung (2-49) der Zustandsvektor z als

$$z = \Delta p\tag{2-50}$$

definiert werden. Die Eingangsgröße u entspricht der anliegenden Ventilspannung u_V . Mit (2-22), (2-42) und (2-43) kann folgende Zustandsgleichung angegeben werden:

$$\begin{aligned}\dot{\Delta p} &= \frac{E'_{\text{Öl}}}{V_{\text{tot},A} + A_{zyl}y_{zyl}} (Q_A - A_{zyl}\dot{y}_{zyl} - K_L\Delta p) \\ &\quad - \frac{E'_{\text{Öl}}}{V_{\text{tot},B} + A_{zyl}(y_{zyl,max} - y_{zyl})} (Q_B + A_{zyl}\dot{y}_{zyl} + K_L\Delta p).\end{aligned}\tag{2-51}$$

Die Ventilvolumenströme Q_A und Q_B lassen sich durch (2-33) angeben. Für die Druckdifferenz Δp_S über eine Steuerkante gilt mit (2-22) und (2-31)

$$\Delta p_S = \frac{p_P - p_T - \text{sign}(y_V)\Delta p}{2}.\tag{2-52}$$

Einsetzen in (2-51) liefert die Terme zur Formulierung der Systemdynamik als eingangs-

affines System gemäß (2-49),

$$a(z) = -E'_{\ddot{O}_l} (A_{zyl}\dot{y}_{zyl} + K_L \Delta p) \cdot \left(\frac{1}{V_{tot,A} + A_{zyl}y_{zyl}} + \frac{1}{V_{tot,B} + A_{zyl}(y_{zyl,max} - y_{zyl})} \right) \quad (2-53)$$

$$b(z) = E'_{\ddot{O}_l} K_V Q_{nenn} \sqrt{\frac{p_P - p_T - \text{sign}(y_V)\Delta p}{2\Delta p_{nenn}}} \cdot \left(\frac{1}{V_{tot,A} + A_{zyl}y_{zyl}} + \frac{1}{V_{tot,B} + A_{zyl}(y_{zyl,max} - y_{zyl})} \right), \quad (2-54)$$

wobei nach Annahme (ii) mit (2-27) gilt:

$$y_V = K_V \cdot u_V.$$

Zu beachten ist, dass für das Zielsystem aufgrund der Verwendung von zwei Ventilen pro Zylinder der in Tabelle 2-1 genannte Wert für die Verwendung in (2-54) verdoppelt werden muss. Es gilt:

$$Q_{nenn} = 2 \cdot Q_{nenn,SV}.$$

Der Zustand Δp des Systems (2-49) ist gleichzeitig sein Ausgang und die zu regelnde Größe. Damit wirkt der Eingang direkt auf die erste zeitliche Ableitung des Ausgangs und es handelt sich um ein System der Differenzordnung $\delta = 1$, die gleich der Systemordnung n ist. Laut [Ada09, S. 181 f.] ist ein System unter dieser Voraussetzung exakt zustandslinearisierbar. Dazu wird der Kompensationsansatz

$$u_V = \frac{1}{b(z)} \cdot (\nu - a(z)) \text{ mit } u = u_V \quad (2-55)$$

gewählt. Einsetzen von (2-55) in (2-49) liefert

$$\Delta \dot{p} = \nu. \quad (2-56)$$

Folglich hat das exakt linearisierte System mit dem neuen Eingang ν das lineare Verhalten eines einfachen Integrators.

Nach [RSSS12] kann zur Synthese der Differenzdruckregelung die linearisierte Strecke als Reihenschaltung aus der durch ein Übertragungsglied erster Ordnung approximierten Ventildynamik und Integrator betrachtet werden. Dann kann ein P-Regler mit der Methode des Betragsoptimums, vgl. z. B. [Föll13, S. 201], so ausgelegt werden, dass der geschlossene Regelkreis Oszillographendämpfung ($D = \sqrt{0,5}$) aufweist. Es gilt

$$K_P = \frac{\pi \cdot f_{0,V}}{2 \cdot D_V \cdot K_V}, \quad (2-57)$$

mit D_V , $f_{0,V}$ und K_V aus Tabelle 2-1.

Bild 2-7 zeigt ein Blockschaltbild der Differenzdruckregelung. Entgegen der Annahme (ii) ist die Dynamik des Ventils hier durch $G_V(s)$, vgl. (2-27), berücksichtigt. Handelte

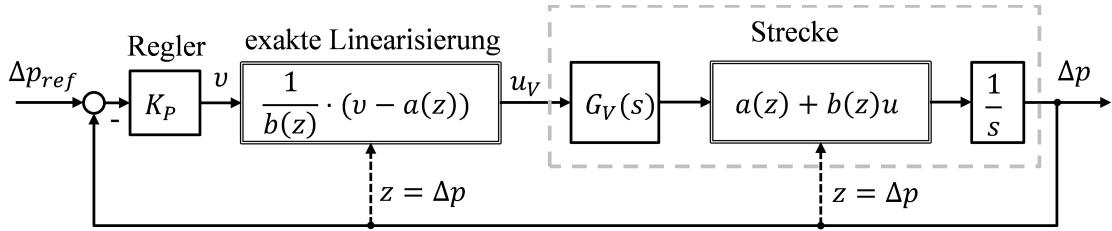


Bild 2-7: Blockschaltbild zur Differenzdruckregelung

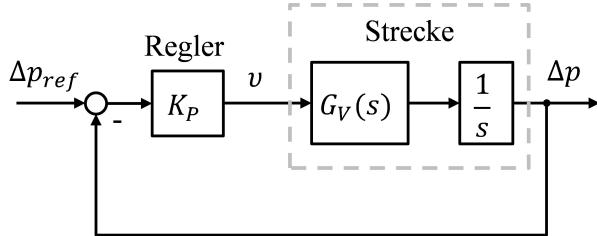


Bild 2-8: Vereinfachtes Blockschaltbild zur Differenzdruckregelung

es sich bei den nichtlinearen Übertragungsgliedern (gekennzeichnet durch doppelte Umrandung) um lineare Übertragungsglieder, so dürfte die Reihenfolge der Blöcke im Vorwärtszweig nach dem Prinzip der Vertauschbarkeit, vgl. [Fö13, S. 72], beliebig verändert werden. Die Nichtlinearitäten könnten gekürzt werden und es resultierte das in Bild 2-8 dargestellte vereinfachte Blockschaltbild. Das dynamische Verhalten der Differenzdruckregelung ließe sich dann durch die lineare Übertragungsfunktion dritter Ordnung $G_A(s)$,

$$G_A(s) = \frac{1}{\frac{1}{4\pi^2 f_{0,V}^2 K_P K_V} s^3 + \frac{D_V}{\pi f_{0,V} K_P K_V} s^2 + \frac{1}{K_P K_V} s + 1}, \quad (2-58)$$

beschreiben. Dass der Fehler, der durch diese Vereinfachung entsteht, gering ist, verdeutlichen die in Bild 2-9 gezeigten Simulationsergebnisse einer Sprungantwort für einen Sollsprung von 0 bar auf 26,9 bar (entspricht 2000 N) bei $t = 0,01$ s. Die hellgraue Linie visualisiert die Sprungantwort von $G_A(s)$, die dunkelgraue, gestrichelte Linie die eines differenzdruckgeregelten Streckenmodells, welches alle zuvor beschriebenen hydraulischen Nichtlinearitäten berücksichtigt. Die Kolbenstange wurde dazu virtuell in der Zylindermittelstellung fixiert. Es wird deutlich, dass sich beide Modelle sehr ähnlich verhalten. Die Differenzdruckregelung ist nicht stationär genau. Dies ist auf die Leckageverluste zurückzuführen, die durch die P-Regelung nicht vollständig kompensiert werden können. Diese relativ kleine statische Abweichung muss durch die übergeordnete Regelung ausgeglichen werden, ist jedoch unkritisch. Es ist demnach zulässig, die Dynamik der Aktoren zur Synthese der übergeordneten Positionsregelung durch $G_A(s)$ zu approximieren.

Für die Auslegung der übergeordneten Positionsregelung ist die Dynamik der Differenzdruckregelung von großem Interesse. Daher ist in Bild 2-10 der Frequenzgang von $G_A(s)$ dargestellt. Es ergibt sich eine (-3dB-)Bandbreite von 213 Hz. Die Eigenwerte lauten wie folgt:

$$\lambda_1 = -1540 \quad \lambda_{2/3} = -769 \pm 1369i.$$

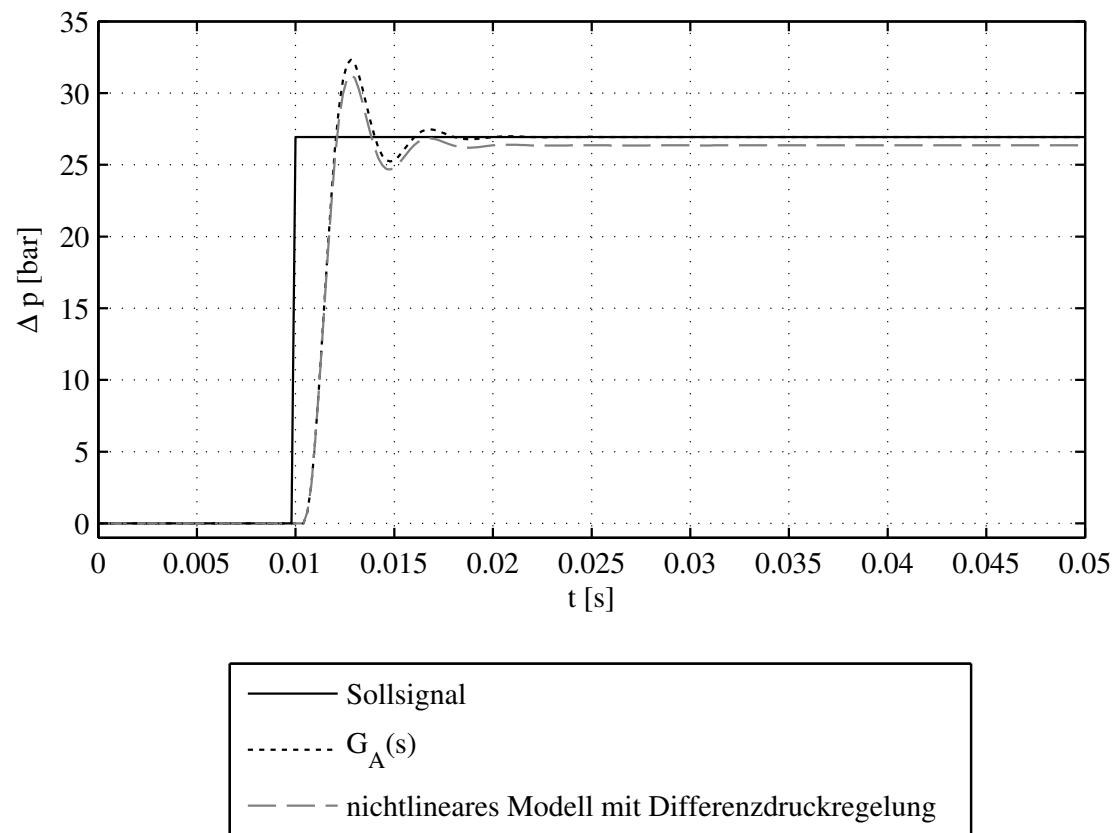


Bild 2-9: Simulationsergebnisse zum dynamischen Verhalten der Druckregelung

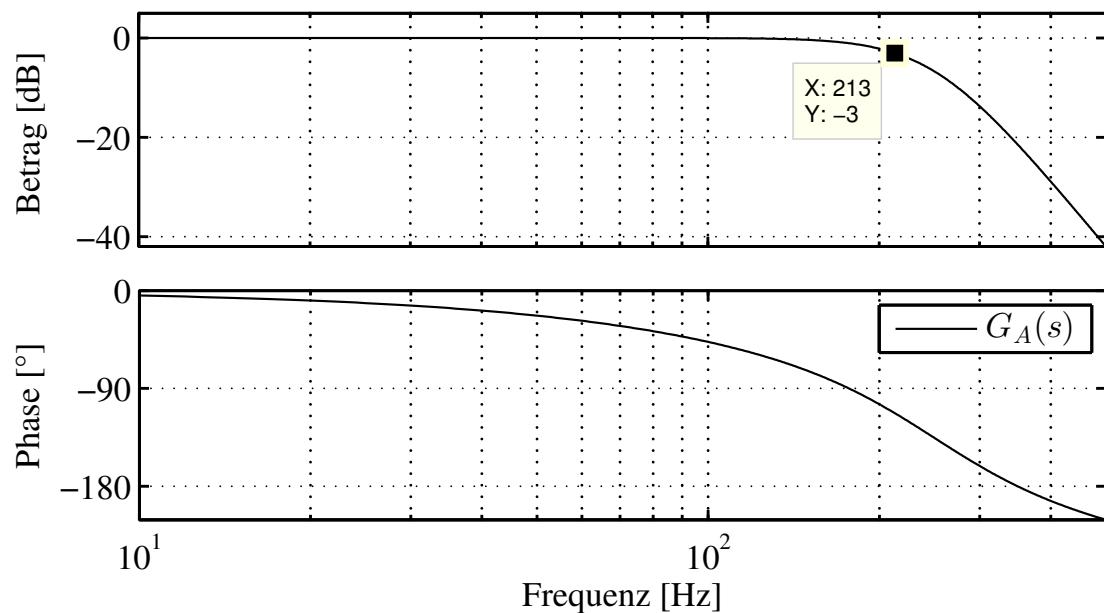


Bild 2-10: Frequenzgang der Differenzdruckregelung (idealisiert)

Die in Bild 2-7 dargestellte Strecke ließe sich auch unter Berücksichtigung der Ventildynamik exakt zustandslinearisieren (als System 3. Ordnung), da das Übertragungsverhalten die maximale Differenzordnung $\delta = 3$ besitzt. Dann müsste jedoch auf innere Zustände der Ventildynamik zurückgegriffen werden.

3 Stand der Technik und Methoden zur Regelung von Parallelkinematiken

Laut [AHK08] sind Beiträge zu Regelungen von Parallelkinematiken in der Literatur im Vergleich zu Regelungen von seriellen Kinematiken rar. Ein leistungsfähiges, überzeugendes und praktikables Regelungskonzept existiere noch nicht. Die Herausforderungen bei der Positionsregelung parallelkinematischer Strukturen lassen sich auf die bereits in Kap. 1 genannten zwei wesentlichen Punkte reduzieren: Die nicht eindeutige analytische Lösbarkeit des DKP sowie die nichtlineare Kinematik und Dynamik der Strukturen, welche in der Regelung zu berücksichtigen sind. Es folgt eine Analyse des Stands der Technik und Methoden zur Regelung von parallelen Kinematiken. Anschließend werden noch offene Fragen diskutiert und das Thema dieser Arbeit entsprechend eingeordnet und eingegrenzt.

3.1 Regelungsansätze

Grundsätzlich lassen sich Regelungen für parallelkinematische Strukturen nach der geregelten Größe in *Regelungen in Gelenkkoordinaten* (engl. „joint space“ (JS)) und *Regelungen in globalen Koordinaten* (engl. „operational space“, (OS)) einteilen, aus Gründen der Einfachheit im Folgenden als „Regelungen im JS“ und „Regelungen im OS“ bezeichnet. Für Regelungen im JS wird die Sollvorgabe für die Bewegung des Endeffektors, die im Allgemeinen in globalen Koordinaten erfolgt, durch die Lösung des IKP in Gelenkkoordinaten transformiert. Da die entsprechenden Istgrößen in der Regel direkt als Messgrößen zur Verfügung stehen, können die Aktoren im einfachsten Fall lokal mit einer Einzelaktorregelung geregelt werden. Wie jedoch bereits einleitend in Kap. 1 erläutert wurde, erfordert das Ausschöpfen des strukturbedingten Potenzials von PKM die Berücksichtigung der Systemdynamik innerhalb der Regelstruktur.

Die Autoren von [Neu06] gingen im Jahre 2006 dennoch davon aus, dass auch weiterhin die „konventionelle Einzelachsregelung zur Anwendung kommen“ wird, vgl. [Neu06, S. 85]. Zuvor (S. 84) wird zwar darauf hingewiesen, dass es zahlreiche Ansätze zur Mehrgrößenregelung gebe - deren „potentiellen Vorteilen“ stünden jedoch u. a. die „Latenzzeiten der derzeitig verwendbaren Kommunikationssysteme [...]“ gegenüber. Wie jedoch in [Neu06, S. 84] ebenfalls erwähnt wird, finden sich in der Literatur trotz der genannten Problematik zahlreiche Ansätze zur Mehrgrößenregelung für PKM, die eine modellbasierte Berücksichtigung der Gesamtsystemdynamik vorsehen. Mit dem Fortschritt, der durch Entwicklungen im Bereich der digitalen Rechentechnik seit 2006 erzielt wurde, ist deren Realisierung heutzutage durchaus mit vertretbarem Aufwand möglich.

Die nachfolgenden Ausführungen zur modellbasierten Regelung von PKM beschränken sich auf Regelungskonzepte, die im Hinblick auf die geplante Anwendung relevant und interessant sind, wobei kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben wird. Dazu gilt die Annahme, dass die Solltrajektorie vollständig durch x_{ref} , v_{ref} und \dot{v}_{ref} bzw. x_{ref} , \dot{x}_{ref} und \ddot{x}_{ref} spezifiziert, jedoch im Vorfeld nicht bekannt ist. Iterativ lernende oder adaptive Regelungskonzepte sind in diesem Kontext nicht anwendbar und werden nicht betrachtet.

3.1.1 Basisreglerstrukturen

Allen modellbasierten Regelungsansätzen für PKM gemein ist die Tatsache, dass die einzelnen Aktoren als lokal kraftgeregelt angenommen werden – die Ausgangsgröße der globalen Regelung entspricht demnach dem Vektor der Aktorkräfte in Gelenkkoordinaten, τ_q . Die Mehrheit dieser Ansätze kann grundsätzlich entweder als Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierter Vorsteuerung in Kombination mit einer nichtlinearen Regelung oder als flachheitsbasierte Folgeregelung interpretiert werden, vgl. [RRZ97] (s. a. Abschnitt 2.3.1).

Im Falle einer flachheitsbasierten Folgeregelung wird dem nichtlinearen System durch exakte Zustandslinearisierung ein lineares Verhalten aufgeprägt und der Reglerentwurf kann am vereinfachten, linearen System erfolgen. Zur Anwendung des Ansatzes für PKM muss die Bewegungsgleichung (2-4) zunächst in eine Systembeschreibung mit dem flachen Ausgang x überführt werden. Dies ist möglich, da sich die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen mit (2-8),

$$\dot{H} = \sum_i \frac{\partial H(x)}{\partial x_i} \dot{x}_i = \dot{H}(x, \dot{x}), \quad (3-1)$$

und

$$\dot{v} = \dot{H}(x, \dot{x})\dot{x} + H(x)\ddot{x} \quad (3-2)$$

durch x und seine zeitlichen Ableitungen ausdrücken lassen. Mit (2-4) ergibt sich die gesuchte Bewegungsgleichung zu

$$M(x)H(x)\ddot{x} + (M(x)\dot{H}(x, \dot{x}) + C_{CC}(x, \dot{x})H(x))\dot{x} + G = J^{-T}(x)\tau_q. \quad (3-3)$$

In Analogie zu der in [RRZ97] angegebenen Berechnungsvorschrift zur flachheitsbasierten Folgeregelung für serielle Kinematiken resultiert für PKM

$$\begin{aligned} u = \tau_{q,fb} = J^T(x) & \left(M(x)H(x)(\ddot{x}_{ref} + u_R) + \right. \\ & \left. (M(x)\dot{H}(x, \dot{x}) + C_{CC}(x, \dot{x})H(x))\dot{x} + G \right). \end{aligned} \quad (3-4)$$

Die Reglerausgangsgröße u_R kann als Beschleunigungsabweichung in globalen Koordinaten interpretiert werden. Sie wird, je nachdem, ob es sich um eine Regelung im JS oder im OS handelt, aus der Differenz der Soll- und Istgrößen in den entsprechenden Koordinaten berechnet. Bei der flachheitsbasierten Folgeregelung werden in der Regel die Koordinaten im OS verwendet, da die entsprechenden Istgrößen zur Realisierung der exakten Zustandslinearisierung ohnehin bekannt sein müssen. Aufgrund dieser Tatsache spricht man dabei auch von *feedback linearization* (im Folgenden: fb-Linearisierung), vgl. [KWR10].

Wegen der bereits genannten Problematik der analytisch nicht eindeutigen Lösbarkeit des DKP werden jedoch in der Praxis häufig die Sollwerte x_{ref} und \dot{x}_{ref} zur Berechnung der nichtlinearen Terme in (3-4) verwendet. Dann wird aus der flachheitsbasierten Folgeregelung eine klassische Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierter Vorsteuerung und nichtlinearer Regelung,

$$\begin{aligned} u = \tau_{q,ff} = J^T(x_{ref}) & \left(M(x_{ref})H(x_{ref})(\ddot{x}_{ref} + u_R) + (M(x_{ref})\dot{H}(x_{ref}, \dot{x}_{ref}) \right. \\ & \left. + C_{CC}(x_{ref}, \dot{x}_{ref})H(x_{ref}))\dot{x}_{ref} + G \right), \end{aligned} \quad (3-5)$$

deren Berechnungsvorschrift die Summe aus Steuerung

$$\begin{aligned}\tau_{qv,ff} = J^T(x_{ref}) & \left(M(x_{ref})H(x_{ref})\ddot{x}_{ref} + (M(x_{ref})\dot{H}(x_{ref}, \dot{x}_{ref}) \right. \\ & \left. + C_{CC}(x_{ref}, \dot{x}_{ref})H(x_{ref}))\dot{x}_{ref} + G \right)\end{aligned}\quad (3-6)$$

und Rückführung

$$\tau_{qr,ff} = J^T(x_{ref})M(x_{ref})H(x_{ref})u_R \quad (3-7)$$

ist. Gleichung (3-6) wird auch als *inverse Dynamik* bezeichnet. Diese Art der Regelung kann als Linearisierung auf Basis der Sollgrößen interpretiert werden, daher spricht man auch von *feed forward linearization* (im Folgenden: ff-Linearisierung) oder *computed torque control* (CTC), vgl. [KWRS10], bzw. *computed force control* (CFC), vgl. [AH10]. Die Berechnung von u_R erfolgt in diesem Fall meistens aus den Soll- und Istgrößen im JS, da so auf die Berechnung der Istgrößen im OS verzichtet werden kann.

Bild 3-1 zeigt die entsprechenden Arten der Linearisierung, jeweils mit der Art der Regelung (JS/OS), mit der sie in den meisten Fällen kombiniert werden. Der Block „Regler“ steht stellvertretend für mögliche Reglerstrukturen. Im Falle der Regelung im OS müssen x und v bzw. \dot{x} durch die Lösung des DKP berechnet oder mittels eines Zustandsbeobachters rekonstruiert werden; \dot{q} , die Geschwindigkeiten im JS, seien mess- oder mit einfachen Mitteln schätzbar. Im Folgenden werden die Regelstrategien vereinfacht als „Regelungen im JS“ oder „Regelungen im OS“ bezeichnet.

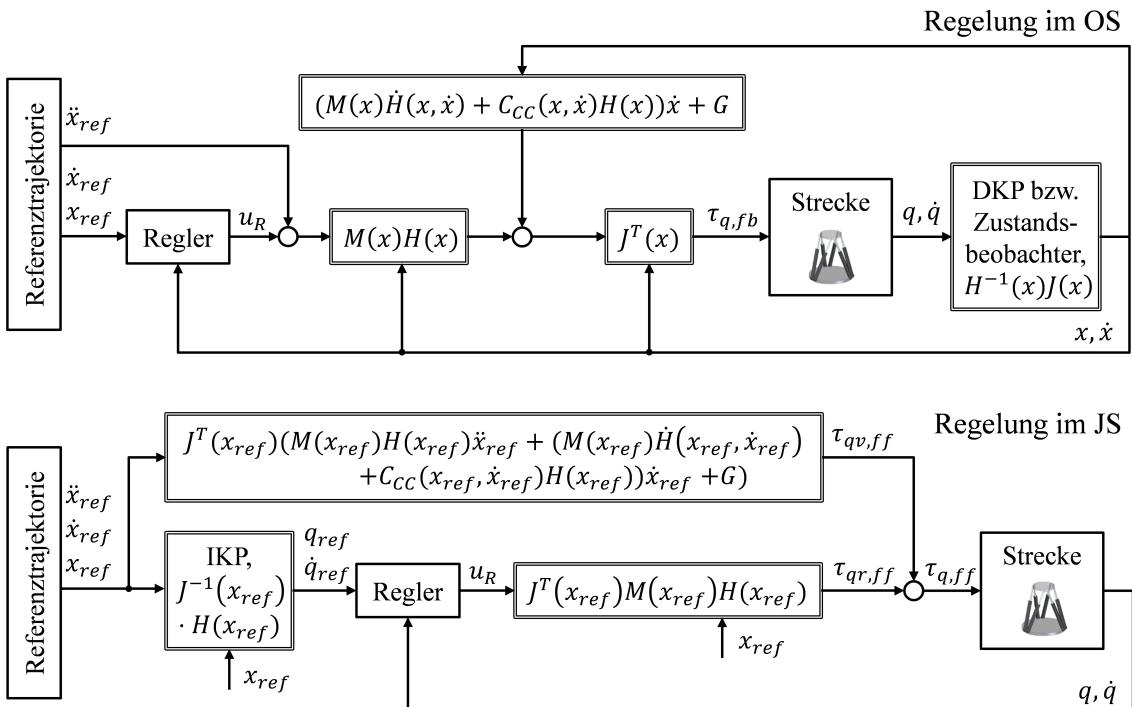


Bild 3-1: Basisreglerstrukturen (oben: Regelung im OS mit fb-Linearisierung, unten: Regelung im JS mit ff-Linearisierung)

In vielen Fällen beschränkt sich die Reglersynthese auf die Vorgabe einer Fehlerdynamik zweiter Ordnung für das exakt zustandslinearisierte System. Dies ist jedoch formal nur

für die fb-Linearisierung möglich, denn durch die Verwendung der Sollgrößen in der ff-Linearisierung entsteht ein Fehler. Dennoch wurden modellbasierte Regelungen im JS mit ff-Linearisierung vielfach theoretisch und praktisch umgesetzt, mit der Begründung, dass nur durch die Vermeidung der Lösung des DKP Echtzeitfähigkeit bei vertretbarem Rechenaufwand garantiert werden kann, vgl. z. B. [WKS08], [AH10], [WG06].

Ihnen gegenüber stehen die Regelungen im OS: Hier werden für die Berechnung der Terme zur exakten Zustandslinearisierung die tatsächlichen Istzustände verwendet. Eigenschaften einer solchen Regelung sind nach [WKS08] ein gutes Führungsverhalten, wobei die echtzeitfähige Lösung des DKP unerlässlich ist. Daher wurden solche Regelungen bisher zwar vielfach theoretisch betrachtet, jedoch selten praktisch umgesetzt, vgl. [PAM09]. Um die Lösung des DKP zu umgehen, können auch mittels Beobachtung geschätzte Zustände zur Regelung verwendet werden. Hierzu sei auf Abschnitt 3.2.3 verwiesen.

Laut [AM06] ist bereits in vielen theoretischen Arbeiten gezeigt worden, dass eine Regelung im OS sinnvoller ist. [PAM09] begründet dies wie folgt: Für serielle Kinematiken entspreche die Regelung im JS einer Zustandsregelung, da sich der Zustand einer seriellen Kinematik vollständig durch die Gelenkkoordinaten beschreiben lasse. Für PKM sei eine Regelung im JS hingegen eine „verzerrte Beobachterregelung“, wohingegen die Regelung im OS einer Zustandsregelung entspreche. „*As a conclusion, the joint space control seems to be inherently imperfect and unadapted for parallel kinematic machines. Since the latter are completely defined by their endeffector pose, improvements could be found in the Cartesian space (SE^3) control*“ [PAM09, S. 400].

3.1.2 Verschiedene Ansätze zur Reglersynthese für PKM

Regelungen, die auf einer exakten Zustandslinearisierung des Systems basieren, arbeiten bestmöglich, wenn Modell und Strecke exakt übereinstimmen. In vielen Fällen ist es jedoch weder möglich noch sinnvoll, die Modellierungstiefe der Modellrepräsentation entsprechend hoch zu wählen, denn dies erschwert für die modellbasierte Regelung die Inversion der Bewegungsgleichungen und ihre echtzeitfähige Berechnung. Stattdessen werden Modelle verwendet, die bestimmte Effekte bewusst idealisiert oder gar nicht abbilden, wie beispielsweise die Dynamik der einzelnen Aktoren oder die Reibung in Gelenken. Entsprechende Abweichungen müssen dann von der Regelung oder durch zusätzliche Elemente im Regelkreis kompensiert werden. In der Literatur finden sich mehrere Veröffentlichungen, in denen Reglerstrukturen und Verfahren zur Reglersynthese für PKM vorgestellt werden. Ziel ist es jeweils, das Verhalten des geregelten Systems trotz Modell- und Messunsicherheiten zu optimieren. Im Folgenden werden verschiedene Regelungsansätze vorgestellt.

TU Braunschweig - SFB 562

Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 562 (Robotersysteme für Handhabung und Montage, 2000-2010, TU Braunschweig) wurden Regelstrategien für PKM entwickelt. Als Beispielsystem diente der einfache Parallelroboter *FIVEBAR* mit zwei translatorischen FHG, der durch zwei rotatorische Gelenke elektrisch angetrieben wird, vgl. Bild 3-2. Im Gegensatz zu vielen PKM ist für dieses Beispielsystem die Lösung des DKP einfach, daher eignete es sich gut zur vergleichenden Untersuchung von Regelungen im



Bild 3-2: Parallelroboter FIVEBAR [Tec15]

JS und OS. In den Arbeiten [WKS08] und [KWR10] werden die entsprechenden Ergebnisse präsentiert. Zur Regelung wird eine Kaskade aus Geschwindigkeits- und Positionsregelung vorgeschlagen, jeweils in den entsprechenden Koordinaten im JS oder OS. Weiterhin sollen die Referenzsignale für die Soll-Istwertvergleiche durch Tiefpassfilter mit der Dynamik der Aktorik verzögert werden – ein Ansatz, der auch im Verlauf dieser Arbeit aufgegriffen wird, s. Abschnitt 4.3.

Zur Synthese der Positions- und Geschwindigkeitsregler sowie zur Filterung der Referenzsignale werden Verfahren und Berechnungsvorschriften empfohlen, welche die Systemdynamik sowie bekannte Modellunsicherheiten berücksichtigen. Zur Verbesserung des Störverhaltens wird der Einsatz eines Störbeobachters vorgeschlagen. Alternativ zur Kaskadenregelung im JS oder OS wird auch die Verwendung einer Sliding-Mode-Regelung im OS für das exakt linearisierte System diskutiert, welche die explizite Berücksichtigung von Modellunsicherheiten in der Entwurfsphase erlaube. Alle vorgeschlagenen Reglerstrukturen wurden experimentell untersucht, die Ergebnisse werden in [WKS08] präsentiert. Dabei kristallisierte sich die Sliding-Mode-Regelung als vielversprechende Alternative zu den „klassischen“ Regelungen heraus. Dennoch wird eine Kaskadenregelung im JS für Kinematiken mit komplexem DKP empfohlen, da diese Echtzeitfähigkeit garantiere und verrauchte Geschwindigkeitssignale durch die Vorsteuerung keinen Einfluss auf die exakte Linearisierung hätten. Regelungen im OS hingegen würden für gutes Führungsverhalten sorgen, während es ihnen jedoch an Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten bei der Anwendung einer Störgrößenkompensation fehle.

Die betrachteten Regelungskonzepte wurden anhand von sprungförmigen Solltrajektorien untersucht mit dem Ziel, ihre Eignung für Handling-Aufgaben zu analysieren.

Technische Universität Athen

An der Nationalen Technischen Universität Athen entstanden Arbeiten zur Positionsregelung eines hydraulischen Hexapoden, der als Bewegungssimulator zur Flugsimulation eingesetzt werden soll. Die Aktoren des Hexapoden bestehen jeweils aus einem Differentialzylinder, der durch ein Servoventil gesteuert wird. Eine Übersicht über die betrachteten Regelungskonzepte findet sich in [DP08]. Sie entsprechen im Wesentlichen den in Bild 3-1 gezeigten Basisreglerstrukturen. Zur Reglersynthese wird die Vorgabe einer Dynamik zweiter Ordnung für das linearisierte System vorgeschlagen, dies entspricht im Prinzip einer Polvorgaberegelung, vgl. [Fö13, S. 329 f.].

Für die Berechnung der Terme zur exakten Zustandslinearisierung wird ein vereinfachtes 6-FHG-Modell des Hexapoden verwendet, welches nur die Masse der Endeffektorplattform berücksichtigt und die Aktormassen vernachlässigt. Dabei werden immer (auch zur Regelung im JS) die aktuellen Werte von x und v verwendet, wodurch die Berechnung des DPK in jedem Fall erforderlich wird. Als Rechenzeit für die iterative Lösung des DPK werden 5 – 15 ms angegeben, dies genüge für die Echzeitimplementierung. Für Anwendungen, in denen eine schnellere Berechnung erforderlich ist, wird auf die Verwendung redundanter Messgrößen verwiesen. Da demnach eine Berechnung des DPK in jedem Fall erforderlich ist, wird die Regelung im OS favorisiert, da dort eine Lösung des IKP nicht erforderlich ist. Ein Konzept, das auf der direkten Messung der Endeffektorposition basiert, wird aufgrund der geringen Praxisrelevanz nicht weiter verfolgt. Die vorgeschlagene Regelung wird anhand von Simulationsdaten validiert. Dazu werden sinusförmige Sollvorgaben in allen FHG mit Frequenzen < 1 Hz betrachtet.

Zur Ansteuerung der hydraulischen Aktoren wird aus den Ausgangsgrößen der übergeordneten Regelung, die den Sollaktorkräften und damit den Sollgrößen für eine lokale Aktorsteuerung entsprechen, der Strom zur Ansteuerung der Servoventile berechnet. Nachdem in einer ersten Veröffentlichung in [DP07] ein ähnlicher Ansatz zur lokalen Kraftregelung verfolgt wird, wie er in Abschnitt 2.3.3 beschrieben ist, wird in [DP08] der Verzicht auf die Rückführung der aktuellen Kammerdrücke propagiert. Der gewünschte Differenzdruck wird demnach nicht explizit geregelt, sondern lediglich gesteuert.

Universität Hannover - DFG-Schwerpunktprogramm „Fertigungsmaschinen mit Parallelkinematiken“

Am Mechatronik-Zentrum der Leibniz Universität Hannover wurde im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms „Fertigungsmaschinen mit Parallelkinematiken“ von 2000-2006 der Versuchsstand PaLiDA (vgl. Bild 3-3) eingesetzt. Ziel des Projektes war die Erforschung der Kombination paralleler Konstruktionen mit hochdynamischen Antrieben, sowie ihre Untersuchung und Weiterentwicklung, vgl. [Mec15]. Die Handhabungs- und Fertigungsmaschine PaLiDA besitzt lineare Direktantriebe mit veränderlichen Längen. Laut [AH10] führt deren Integration in eine parallelkinematische Struktur zu einem großen dynamischen Potenzial.

Im Rahmen des o. g. Forschungsvorhabens und in der Folgezeit entstanden mehrere Arbeiten, u. a. zur Modellierung und Regelung von PaLiDA, bspw. die bereits zitierten Veröffentlichungen [AHK08], [DGH04], [DHA06]. In [AHK08] werden die wesentli-



Bild 3-3: Versuchsstand PaLiDA am Mechatronik-Zentrum Hannover [AHK08]

chen Erkenntnisse des Projektes zusammengefasst, im Fokus steht dabei die Präsentation einer praktikablen und recheneffizienten Reglerstruktur für dynamische parallelkinematische Systeme. Es wird die Verwendung einer modellbasierten Kompensation im Vorwärtszweig und einer Regelung im JS empfohlen. Die rechenintensiven Terme sollen auf den Vorwärtszweig beschränkt bleiben, während die Regelung möglichst einfach gehalten werden soll. Dabei wird auch die aus dieser Vorgehensweise resultierende Problematik diskutiert: Der Coriolis- und Zentrifugal-Term $C_{CC}(v, x)v$ zur Kompensation der nichtlinearen Dynamik wird für die „gewünschte“ Position x_{ref} und Geschwindigkeit v_{ref} berechnet – der entsprechende Fehler führt zu einer Verkleinerung des Stabilitätsgebiets. Die vorgeschlagenen Feedback-Terme zur Kompensation von Modell- und Messunsicherheiten berücksichtigen solche Modellunsicherheiten bereits in der Synthese. Sie bestehen aus zwei Teilen: Einem auf Basis passivitätsbasierter Methoden ausgelegten, kontinuierlichen Anteil und einem Sliding-Mode-Anteil.

Parallelkinematiken sind passiv von den Aktorkräften zu den Aktorgeschwindigkeiten. Die für die passivitätsbasierte Regelung erforderlichen Aktorgeschwindigkeiten \dot{q} können aus den gemessenen Aktorlängen mit Hilfe eines Beobachters geschätzt werden. Diese Tatsache wird dazu genutzt, um mit Hilfe einer Lyapunov-Funktion eine passivitätsbasierte Regelung unter der Berücksichtigung der Vorsteuerung sowie des Geschwindigkeitsbeobachters auszulegen. Eine zusätzliche Sliding-Mode-Regelung dient der Kompensation von nicht modellierten Reibkräften. Der vorgeschlagene Regelungsansatz wurde simulativ und experimentell untersucht. Als Vergleich diente eine „klassische“ CTC-Regelung nach [AGH05], die eine modellbasierte Vorsteuerung gemäß (3-6) mit einer PID-Einzelaktorregelung kombiniert. Deren Führungsverhalten bei kontinuierlichen und sprungförmigen Sollvorgaben erwies sich im Vergleich zur vorgeschlagenen passivitätsbasierten Regelung mit Sliding-Mode-Anteil als deutlich schlechter. Zur vergleichenden Analyse der betrachteten Regelungskonzepte wurden kreis- ($d = 20$ mm) und rechteckförmige ($a = 28$ mm) Solltrajektorien vorgegeben, die maximale Aktorgeschwindigkeit betrug 1,5 m/s.

Seoul National University of Technology

An der Seoul National University of Technology entstanden Arbeiten zur robusten Zustandsschätzung und Regelung von Hexapoden. In [KKL00b] wird eine robuste Regelung im JS beschrieben. Modellunsicherheiten werden explizit in der Reglersynthese berücksichtigt, deren Stabilität mit Hilfe von Lyapounov-Funktionen bewiesen wird. Der Ansatz wird mit Hilfe eines hydraulischen Hexapoden simulativ und experimentell für Anregungsfrequenzen < 5 Hz validiert.

In [KCL05] wird ein ähnlicher Ansatz zur Regelung im OS verwendet. Zur Lösung des DKP wird dort nicht der in [KKL00a] vorgeschlagene Zustandsbeobachter (vgl. Abschnitt 3.2.3) verwendet, sondern eine iterative Lösung mittels Newton-Raphson-Verfahren und alpha-beta-Tracker (vgl. Abschnitt 3.2.1) vorgeschlagen. Zur Verbesserung der Regelgüte wird ein Reibbeobachter genutzt, mit Hilfe dessen axial wirkende Reibkräfte direkt kompensiert werden. Der Ansatz wird simulativ und experimentell am Beispiel eines elektrisch aktuierten Hexapoden für sinusförmige Anregungssignale mit Frequenzen von 0,5 und 1 Hz untersucht.

National Taiwan University

In den Arbeiten [CF08], [CHF08] und [CF13], die in Taiwan entstanden, steht der Entwurf eines Zustandsbeobachters zur Realisierung einer Sliding-Mode-Regelung im OS mit fb-Linearisierung im Vordergrund. Als Beispielsystem dient ein Bewegungssimulator in Form eines hydraulischen Hexapoden, dessen Endeffektormasse mit 243 kg in etwa derjenigen des in dieser Arbeit verwendeten Zielsystems entspricht. Zur verwendeten Zustandsbeobachtung sei auf Abschnitt 3.2.3 verwiesen. In [CF08] wird die Synthese des Sliding-Mode-Reglers beschrieben, sowie seine beobachterbasierte Umsetzung auf Basis von Simulationsdaten für sinus- bzw. kreisförmige Sollvorgaben mit 7 rad/s (entspr. 1,1 Hz) validiert. Die Dynamik der Aktoren wurde in der Simulation vernachlässigt. Die erreichte Sprungantwortzeit beträgt für die translatorischen FHG 0,6 s, für die rotatorischen 0,5 s. In [CF13] werden experimentelle Ergebnisse für Anregungsfrequenzen < 1 Hz präsentiert.

Korea University

Ebenfalls in Seoul, an der privaten Korea University, entstanden weitere Arbeiten zur Regelung von Hexapoden, deren Ergebnisse in [LSCH03] präsentiert werden. Dort weicht der Ansatz von der klassischen Linearisierung ab, mit der Begründung, dass die konfigurationsabhängige Berechnung der dazu erforderlichen Terme äußerst rechenintensiv sei. Im Vergleich zu seriellen Kinematiken besäßen PKM jedoch einen beschränkten Arbeitsraum, sodass die entsprechenden konfigurationsabhängigen Matrizen durch konstante Matrizen angenähert werden könnten. Der vorgeschlagene Regelungsansatz behandelt die so entstandenen Fehler als Störungen und Unsicherheiten, zu deren Kompensation eine H_∞ -Regelung ausgelegt wird. Als Literaturquelle zur H_∞ -Regelung sei an dieser Stelle auf [Fö13, S. 380 ff.] verwiesen. Zum Verständnis soll hier die Aussage genügen, dass H_∞ -Regelungen so ausgelegt sind, dass sie gegenüber Unsicherheiten in gewissen, beschränkten Bereichen robust sind.

Die vorgeschlagene Regelungsstrategie entspricht einer Linearisierung unter der Verwendung von konstanten Termen in Kombination mit einer Regelung im OS, bei der für die einzelnen FHG PID-Regler vorgesehen sind. Diese Struktur wird gewissermaßen als modellgestützt dynamische Vorsteuerung, vgl. [Fö13, S. 326], verwendet. Die Fehler, die aus der Linearisierung resultieren, werden durch eine H_∞ -Regelung im OS kompensiert, bei deren Entwurf die Quantität möglicher Abweichungen in den Systemmatrizen explizit berücksichtigt wird. Das Problem der Nichtlösbarkeit des DPK wird nicht adressiert, die aktuelle Position werde mit einem „optical encoder“ gemessen. Die Leistungsfähigkeit der vorgeschlagenen Regelung wird anhand von Experimenten mit einem elektrisch aktuierten Hexapoden untersucht. Dessen Arbeitsfrequenz wird als „normalerweise unter 10 Hz“ angegeben. Zur Untersuchung werden horizontale Kreisfahrten mit 0,5 Hz und 2,5 Hz betrachtet.

L'Université Blaise Pascal-Clermont II

An der Blaise-Pascal Universität in Clermont-Ferrand, Frankreich, wurde in den vergangenen Jahren an der Modellierung und Regelung von PKM unter der Nutzung zusätzlicher Sensorik geforscht. Diese Thematik ist sehr eng mit dem DPK verbunden, dessen explizite Lösung damit überflüssig wird. In [ÖAM10] wird eine dynamische Modellierung und

Regelung von PKM mit Hilfe redundanter Messgrößen diskutiert. Diese erlauben eine lineare Formulierung der Modellgleichungen. Die vorgestellten Modelle nutzen nur lineare Algebra und die nicht-redundanten Variablen können durch Linearkombinationen der redundanten Variablen ausgedrückt werden. Auf diese Weise wird es möglich, die Dynamik des Systems linear zu beschreiben, und somit eine Regelung nur mit Hilfe linearer Algebra zu entwerfen. Redundante Messgrößen können z. B. die Neigungen der einzelnen Aktoren bei einem Hexapoden sein, welche zusätzlich zu den einzelnen Aktorlängen gemessen werden. Der in [ÖAM10] präsentierte Ansatz wurde in der Dissertation von *Erol Özgür* [Özg12] untersucht und lieferte vielversprechende Ergebnisse in Experimenten mit einem Delta-Roboter. Zur Analyse der Regelung wurden kreis- und rechteckförmige Solltrajektorien verwendet, was den Schluss nahelegt, dass der Fokus stärker auf der Durchführung von Handling-Aufgaben als im Bereich der Bewegungssimulation lag.

3.2 Lösung des direkten kinematischen Problems

Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 dargelegt wurde, existiert keine eindeutige analytische Lösung des DPK für PKM. In der Literatur finden sich verschiedene Ansätze, dennoch die Endeffektorposition einer PKM zu ermitteln, um sie für die Regelung zu verwenden. Generell lassen sich diese den folgenden drei Gruppen zuordnen:

- Iterative Verfahren
- Direkte Messung
- Schätzung aus den verfügbaren Messdaten

Im Folgenden wird der Stand der Wissenschaft für die einzelnen Verfahren aufgezeigt.

3.2.1 Iterative Verfahren

In [Mer06, S. 136 ff.] werden verschiedene iterative Verfahren zur Lösung des DPK vorgestellt. Allen gemein ist die Erforderlichkeit von *a priori* Kenntnissen, beispielsweise in Form einer Startposition, die durch den konstruktiven Aufbau des Mechanismus vorgegeben ist.

Weit verbreitet ist die Verwendung iterativer *Newton*-Verfahren in verschiedenen Ausprägungen. Generell ist die Funktionsweise dieser Verfahren wie folgt: Mit dem (z. B. aus einer Messung bekannten) Vektor der Gelenkkoordinaten q_m und dem gegebenen funktionalen Zusammenhang (2-6), $q = q(x)$, ergibt sich für die Iteration $i + 1$ der Wert

$$x_{i+1} = x_i + \Theta \cdot (q_m - q(x_i)). \quad (3-8)$$

Zu Beginn der Iteration ($i = 0$) muss der Zustand x_0 geschätzt und als Startwert vorgegeben werden. Das Iterationsverfahren endet, wenn $|q_m - q(x_i)| < \epsilon$ für eine zuvor definierte Schranke ϵ gilt. Die verschiedenen Varianten der *Newton*-Verfahren unterscheiden sich in der Wahl der Matrix Θ . Im Kontext mit der Lösung des DPK für PKM wird in der Literatur in der Regel das *Newton-Raphson*-Verfahren (vgl. z. B. [KCL05]) genannt, welches die Verwendung der Jakobimatrix $J(x_i)$ für Θ vorschreibt. *Quasi-Newton*-Verfahren nutzen ebenfalls die Jakobimatrix J für Θ , diese wird jedoch nicht in jeder Iteration neu berechnet. Stattdessen erfolgt die Berechnung jeweils nach einer benutzerdefinierten Anzahl

von Iterationen, wobei auch die Nutzung einer konstanten Matrix Θ bis zur Konvergenz möglich ist.

Newton-Verfahren konvergieren bei sinnvoll gewählter Startposition x_0 schnell. Es ist jedoch nicht gesichert, dass die gefundene Lösung auch die richtige Lösung des DKP ist, z. B. wenn x nahe an einer Singularität liegt.

Eine weitere Möglichkeit zur iterativen Lösung des DKP bildet das *Intervall-Analyse*-Verfahren. In [Mer04] wird seine Anwendung am Beispiel eines Hexapoden vorgestellt. Im Unterschied zu den Newton-Verfahren garantiert das Intervall-Analyse-Verfahren die Korrektheit der gefundenen Lösung. Es bietet zudem die Möglichkeit, physikalische Randbedingungen sowie Mess- und Modellunsicherheiten zu berücksichtigen.

Sowohl Newton- als auch Intervall-Analyse-Verfahren können, je nach geforderter Berechnungsschrittweite, im Echtzeitkontext verwendet werden. In [Mer06, S. 145] werden entsprechende Berechnungszeiten aufgeführt (ermittelt mit Dell D400, 1,2 GHz). Die Berechnungszeiten variieren für verschiedene Ausprägungen des Quasi-Newton-Verfahrens im Bereich von $1,3 - 6,1 \mu s$, für das Intervall-Analyse-Verfahren von $300 - 460 \mu s$. Allerdings bemerkt [AHK08], dass iterativ berechnete Lösungen des DKP sich nur bedingt für die Anwendung innerhalb einer Reglerstruktur eignen würden. Dies gelte vor allem, wenn zur Regelung auch Geschwindigkeits- und Beschleunigungssignale benötigt würden, die durch Differentiation aus der iterativen Lösung des DKP ermittelt werden müssten. Diese weisen dann einen großen Rauschanteil auf (vgl. [AHK08, Fig. 1]). Entsprechende Filter zur Glättung führen zu einem Phasenabfall im offenen Regelkreis und somit zur einer Begrenzung der erreichbaren Bandbreite des geschlossenen Regelkreises.

In [KCL05] werden aus der iterativ nach den Newton-Raphson-Verfahren berechneten Lösung des DKP die Geschwindigkeiten mit Hilfe eines *alpha-beta-trackers* geschätzt. Ein *alpha-beta-tracker* ist ein spezielles Filter zur Schätzung von Geschwindigkeiten aus Positionen. Das diskrete Filter wird durch die Größen α und β charakterisiert, die z. B. durch das Lösen der algebraischen Riccati-Gleichung bestimmt werden können. Es kann somit als spezielle Form eines Kalman-Filters betrachtet werden (vgl. [PKJ90]), bei dem das Beobachtermodell einem doppelten Integrator entspricht.

3.2.2 Direkte Messung

Wie bereits in Abschnitt 3.1.2 erwähnt wurde, entstanden an der Blaise-Pascal Universität in Clermont-Ferrand mehrere Arbeiten, in denen die direkte Messung der Endeffektorposition sowie die Nutzung redundanter Messgrößen thematisiert werden, so z. B. [PAM09] und [ÖAM10]. Nach Kenntnis der Autoren von [PAM09] sind Verfahren zur direkten Messung rar, wobei laser- oder kamerabasierte Methoden die „Hauptkandidaten“ seien. Laser-Tracker würden eine sehr schnelle und präzise Positionsmessung erlauben (genannt werden die Werte $20 \mu m$, 3 kHz), seien jedoch teuer und schwer zu verwenden. Außerdem seien Orientierungsmessungen nicht möglich. Den Autoren sind nur Anwendungen zur kinematischen Kalibrierung bekannt (wie z. B. [NBHW00]), keine Nutzung in Regelkreisen.

Die Verwendung kamerabasierter Methoden, die mit Hilfe einer intelligenten Bildverarbeitung die Position des Endeffektors detektieren, wird auch als *computer vision* bezeichnet, ihre Nutzung als feedback-Signal im Regelkreis als *visual servoing*. Laut [PAM09]

ist dieses Verfahren zwar langsamer und ungenauer als Laser Tracking, dafür jedoch einfacher zu implementieren. Außerdem sei visual servoing bisher nur im Zusammenhang mit einfachen Reglerstrukturen für PKM untersucht worden, Ansätze zur Einbindung in eine dynamische Regelung würden bisher nur für serielle Kinematiken existieren.

3.2.3 Beobachtung aus den verfügbaren Messdaten

Die Gelenkkoordinaten q einer PKM lassen sich in der Regel messtechnisch relativ einfach erfassen. Gleches gilt für die Stellgrößen τ_q in Form von Aktorkräften oder -momenten. Diese Tatsache kann dazu genutzt werden, den Zustand des Endeffektors mittels eines Beobachters zu schätzen. Der Beobachterentwurf für PKM ist dabei laut [KKL00a] aufgrund der strukturellen Nichtlinearitäten besonders komplex und wird durch Parameterunsicherheiten erschwert.

In Seoul, an der National University of Technology, beschäftigte man sich neben der Regelung (vgl. Abschnitt 3.1.2) auch mit robuster Zustandsbeobachtung für PKM. In [KKL00a] wird ein Ansatz zum Beobachterentwurf erläutert und experimentell validiert. Dabei beschränken sich die Autoren auf die reine Beobachtungsaufgabe; die Verwendung der beobachteten Zustände zur Regelung wird nicht weiter thematisiert. Der vorgestellte Ansatz basiert auf der Lösung einer algebraischen Riccati-Gleichung für das linearisierte System zur Ermittlung einer konstanten Beobachtermatrix. Die so vernachlässigten Nichtlinearitäten sowie Parameterunsicherheiten führen zu Fehlern, die in einem definierten berechenbaren und begrenzten Bereich liegen. Im Gegensatz zur „klassischen“ Vorgehensweise des Beobachterentwurfs mittels Riccati-Gleichung (=Kalman Filter, vgl. [Ada09, Kap. 6]) werden Modell- und Messunsicherheiten nicht über Kovarianzmatrizen, sondern über die zuvor ermittelten Fehlergrenzen explizit berücksichtigt. Die experimentelle Validierung des Ansatzes erfolgt an einem hydraulischen Hexapoden, der als Flugsimulator eingesetzt werden soll.

Wissenschaftler der National Taiwan University in Taipei, Taiwan entwickelten einen Ansatz zur Zustandsbeobachtung für PKM, der die Beobachtungsnormalform, vgl. [Ada09, Kap. 6], nutzt. Die Auslegung des Beobachters, dessen Differentialgleichung im OS implementiert wird, erfolgt am zustandstransformierten System. Die Zustandsvariablen dieses transformierten Systems sind Größen in Gelenkkoordinaten: q und \dot{q} . Die Synthese der Beobachtermatrix für dieses System kann, da es in seinen Zuständen entkoppelt ist, mittels Eigenwertvorgabe erfolgen. Dabei werden die nichtlinearen Terme, die die Kopplung über die nichtlineare Kinematik enthalten, als Störungen in gewissen Grenzen interpretiert und vernachlässigt. Die Rücktransformation der so ermittelten Matrix für die Verwendung im Beobachter im OS erfolgt unter Zuhilfenahme der inversen Beobachtbarkeitsmatrix $Q_B^{-1}(\hat{z})$ (zu ihrer Definition sei auf Abschnitt 5.1.1 verwiesen). Dieser Beobachterentwurf sowie die Verwendung des Beobachters zur Sliding-Mode-Regelung (vgl. Abschnitt 3.1.2) werden in [CHF08] vorgestellt. Dort wird der Ansatz anhand von Simulationsergebnissen mit dem Modell eines elektrohydraulischen Hexapoden validiert, wobei das Reglerausgangssignal als Beobachtereingang dient. Die Aktordynamik wird in der Simulation vernachlässigt, das Verhalten der hydraulischen Aktoren wird als linear angenommen. Eine experimentelle Validierung des Ansatzes wird in [CF13] präsentiert – allerdings ohne nähere Angaben über die Aktorik des Zielsystems. Es bleibt offen, ob hier

ebenfalls ein hydraulischer Hexapod verwendet wird. Ein Vergleich der geschätzten mit einer offline iterativ berechneten Lösung des DKP zeigt, dass die Schätzung sehr genau ist und sich zur Einbindung in eine Regelung eignet.

In den USA wurde im Jahre 2000 von [FW00] erstmals die Verwendung eines Extended Kalman-Filters, vgl. [Ada09, Kap. 6], zur Beobachtung der Endeffektorposition einer PKM vorgeschlagen. Den Autoren sind bis dahin keine weiteren Arbeiten dazu bekannt. Ihr Ziel ist es, ihnen bekannte Methoden zur Beobachtung der Orientierung von Satelliten so zu erweitern, dass sie für eine generische Stewart-Gough-Plattform anwendbar werden. Dabei werden realistisch verfügbare Sensorsignale wie bspw. Wegsensoren, Gyroskope und Beschleunigungssensoren berücksichtigt. Die vorgestellten Simulationsergebnisse demonstrieren, dass die vorgeschlagene Vorgehensweise dazu verwendet werden kann, den Zustand einer PKM zu beobachten. Die Autoren weisen jedoch darauf hin, dass die Validierung der Praxistauglichkeit durch entsprechende Experimente noch aussteht. Dennoch erwarten sie diese aufgrund der Tatsache, dass Kalman-Filter routinemäßig zur Beobachtung von Satellitenorientierungen eingesetzt werden.

3.3 Tabellarische Übersicht

Alle im Vorfeld genannten Strategien zur Regelung von PKM und zur Lösung des DKP sind nachfolgend in Tabelle 3-1 aufgeführt. Die Tabelle enthält weiterhin Angaben über das jeweilige Zielsystem sowie darüber, ob der Ansatz simulativ und/oder experimentell validiert wurde und über die verwendeten Solltrajektorien.

Tabelle 3-1: Arbeiten zur Regelung und Beobachtung von PKM

Ort und Quelle	Regelungskonzept	Lösung des DKP	betr. Solltrajektorie	sim. exp.*	Anwendung
Seoul, Korea, [KKL00b]	-	Robuste Zustandsbeobachtung	sinusförmige Signale, 1 Hz	x x	hydraulischer Hexapod zur Bewegungssimulation
Seoul, Korea, [KKL00a]	robuste Regelung im JS	-	sinusförmige Signale, < 5 Hz	x x	hydraulischer Hexapod zur Bewegungssimulation
Seoul, Korea, [KCL05]	robuste Regelung im OS	Newton-Raphson mit alpha-beta-tracker	sinusförmige Signale, 0,5 und 1 Hz	x x	elektrisch aktuierter Hexapod
Taipei, Taiwan, [CHF08] [CF13]	Sliding-Mode-Regelung im OS mit fb-Lin.	transf. Normalform-beobachter	sinusförmige Signale, 1 Hz	x x	hydraulischer Hexapod

*Untersuchung simulativ und/oder experimentell

Ort und Quelle	Regelungskonzept	Lösung des DKP	betr. Solltrajektorie	sim.* exp.	Anwendung
Gaithersburg, USA, [FW00]	-	Extended Kalman-Filter	kontinuierlich, keine Anteile > 1 Hz	x -	Hexapod
Braunschweig [WKS08] [KWR08]	versch. Regler mit ff- und fb-Lin. im JS und OS	DKP für Beispieldaten- system eindeutig lösbar	sprungförmig, Punkt-zu-Punkt	- x	Zwei-FHG PKM, Handling und Montage
Athen, Griechenl., [DP08]	Polvorgaberegelung im JS/OS mit ff-/fb-Lin.	iterativ	sinusförmige Signale, < 1 Hz	x -	hydraulischer Hexapod zur Flugsimulation
Hannover, z. B. [AH10]	Komb. aus passivitätsbas. und Sliding Mode Regelung im JS, ff-Lin.	-	Kreis- und Rechtecktrajektorie	x x	elektrischer Hexapod PaLiDA
Seoul, Korea, [LSCH03]	H_∞ -Regelung mit linearer, modellgestützter dynamischer Vorsteuerung	direkte Messung (optisch)	horizontaler Kreis, horizontales Rechteck, 2,5 Hz	- x	elektrisch aktuierter Hexapod
Clermont-Ferrant, Frankreich, [Özg12]	Regelung mit redundanten Messdaten	-	kreis- und rechteckförmige Signale	x x	Delta-Roboter

*Untersuchung simulativ und/oder experimentell

3.4 Handlungsbedarf

Im Bereich der Regelung von PKM sind noch einige Fragen offen. Dies gilt im Speziellen im Hinblick auf Regelungen mit einer Bandbreite im zweistelligen Hz-Bereich für kontinuierliche Sollvorgaben, die im Vorfeld nicht bekannt sind. Aus Tabelle 3-1 wird deutlich, dass alle berücksichtigten Regelungskonzepte mit Hilfe von kontinuierlichen Solltrajektorien, die keine Anteile über 5 Hz enthalten, getestet wurden. Ausnahmen davon bilden nur Mechanismen, die im Bereich der Handhabung und Montage eingesetzt werden sollen; hier wurden z. T. sprungförmige Solltrajektorien über Pfade und Maximalgeschwindigkeiten definiert. Arbeiten, die sich mit Regelungen für kontinuierliche Trajektorien befassen, die Anteile im zweistelligen Hertz-Bereich enthalten, wurden im Zuge der Literaturrecherche nicht offenkundig.

Eine weitgehende Einigkeit herrscht bei der Verwendung der Basisreglerstrukturen gemäß Bild 3-1: Die Mehrzahl der betrachteten Regelungen verwenden das Konzept der exakten Zustandslinearisierung, sei es im Zuge einer fb- oder ff-Linearisierung. Einige Autoren vertreten die These, dass Regelungen im OS für hochdynamische Anwendungen besser geeignet sind als Regelungen im JS, so z. B. [PAM09], vgl. auch Abschnitt 3.1.1. Untersuchungen von [WKS08] bestätigen dies für eine PKM mit zwei FHG, dennoch werden vielfach Regelungen im JS aus Gründen der Echtzeitfähigkeit umgesetzt und empfohlen. Vergleichende Analysen für PKM mit sechs FHG und für kontinuierliche Sollvorgaben im Bereich mehrerer Hertz finden sich in der Literatur nicht.

Die Lösung des DKP mittels Zustandsbeobachtung erscheint dem Regelungstechniker naheliegend. Merlet bezweifelt jedoch in [Mer06, S. 144] die Genauigkeit von Beobachtern und sie wurden laut [KCL05] bisher nur selten für PKM mit sechs FHG eingesetzt. Dennoch finden sich vereinzelt Ansätze, die bisher jedoch ebenfalls nur für Anregungen mit niedrigen Frequenzen simulativ und experimentell untersucht wurden. In [CF13] wird gezeigt, dass eine Beobachtung durchaus sehr genau sein kann und damit ein großes Potenzial zur Anwendung in hochdynamischen Regelungen birgt. Dies ist vor allem vor dem Hintergrund der Rechenleistungen heutiger Echtzeitsysteme interessant, mit Hilfe derer ihre Umsetzung heutzutage mit vergleichsweise wenig Aufwand möglich ist.

3.5 Themeneingrenzung und Zieldefinition

Ziel dieser Arbeit ist es, einen Beitrag zur beobachterbasierten Regelung von PKM mit dem Ziel einer möglichst hohen Bandbreite zu leisten. Die Bearbeitung dieser Zielsetzung erfolgt am Beispiel eines hydraulischen Hexapoden. Für diesen soll eine Regelung entworfen werden, die seinen Einsatz im Rahmen einer HiL-Simulation für mechatronische PKW-Achsen erlaubt.

Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Untersuchung von hochdynamischen Regelungen für PKM im JS und OS. Durch eine geeignete Reglersynthese muss eine Vergleichbarkeit gewährleistet werden, die eine entsprechend objektive Bewertung erlaubt. Durch die Verwendung der in Bild 3-1 gezeigten Basisreglerstrukturen kann diese Forderung erfüllt werden: Die Linearisierung der Systemdynamik führt zu einer Entkopplung in den Zuständen, sodass die Regelstrecke sowohl für die Regelung im JS als auch für die Regelung im OS idealisiert als Reihenschaltung aus Aktordynamik und zweifachem Inte-

grator modelliert werden kann. Die Reglersynthese kann dann durch die Vorgabe einer Fehlerdynamik für das linearisierte System erfolgen. Es resultiert eine Reglermatrix R in Diagonalf orm. Sie kann für beide Strukturen gleichermaßen verwendet werden.

Die Ausführungen beschränken sich auf den Entwurf und die Umsetzung solcher Entkopplungsregelungen, weitere Konzepte, wie z. B. robuste Ansätze, werden nicht betrachtet. Für beide Regelungsansätze existieren Unsicherheitsfaktoren, deren Auswirkung auf die Regelgüte durch theoretische Betrachtungen nur schwer einzuordnen sind. Welche Auswirkung hat z. B. für Regelungen mit ff-Linearisierung die Tatsache, dass zur Berechnung der Terme zur Zustandslinearisierung die Soll- und nicht die korrekten Istzustände verwendet werden? Andererseits kann eine fb-Linearisierung nur durch den Einsatz numerischer Verfahren oder von Zustandsbeobachtern realisiert werden. Welchen Einfluss hat dies auf die resultierende Regelgüte?

Beide Regelungskonzepte, sowohl die Regelung im JS als auch diejenige im OS, lassen sich grundsätzlich mit einer ff- oder einer fb-Linearisierung kombinieren, daher wird auch die bisher selten erwähnte Kombination einer fb-Linearisierung mit einer Regelung im JS betrachtet. Diese erscheint sinnvoll: Während die Linearisierung aufgrund der Verwendung der Istgrößen auch bei größeren Abweichungen von der Solltrajektorie, z. B. durch die Auswirkung von Stellgrößenbegrenzungen, korrekt ist, erfolgt die letztendliche Regelung in direkt messbaren Koordinaten - dies bietet für den Anwender zumindest eine scheinbar größere Sicherheit gegen die Auswirkung von Fehlbeobachtungen. Allerdings ist die Verwendung einer ff-Linearisierung bei einer Regelung im OS nicht sinnvoll, da die aktuellen Zustände zur Regelung ohnehin bekannt sein müssen, daher wird diese Kombination nicht betrachtet.

Unter dem zweiten Aspekt des identifizierten Handlungsbedarfs wird die Verwendbarkeit zweier Konzepte untersucht, für die bereits in [FOT14] erste Ergebnisse veröffentlicht wurden. Es handelt sich dabei um ein kontinuierliches Kalman-Filter (auch: Kalman-Bucy-Filter) und einen Sliding-Mode-Beobachter. Diese Konzepte werden in [FOT14] lediglich zur Beobachtung im OS verwendet, in dieser Arbeit wird auch ihre Realisierung im JS untersucht. Während die Literaturrecherche in Bezug auf Kalman-Filter bereits verwandte Ansätze zur Zustandsbeobachtung für PKM offenbarte (z. B. [KKL00a], [CF13], [FW00]), stellt die Anwendung von Sliding-Mode-Beobachtern in diesem Kontext eine Neuheit dar.

Alle o. g. Regler- und Beobachtervarianten werden im Zuge dieser Arbeit hinsichtlich folgender Aspekte untersucht:

- (i) Robustheit ggü. Modellunsicherheiten
- (ii) Rechenaufwand: Welche Vereinfachungen sind ggf. möglich?
- (iii) Robustheit ggü. Sollvorgaben, die durch die Aktorik nicht gestellt werden können
- (iv) Eignung für die geplante Anwendung im Rahmen eines Prüfstands zur HiL-Simulation von PKW-Achsen

Unter den Aspekten (i)-(iii) sollen im Sinne der o. g. Zielsetzung allgemeingültige Aussagen für die breitbandige Regelung von PKM gefunden werden, während unter Aspekt (iv) die Lösung für eine konkrete Aufgabenstellung zu finden ist.

4 Reglersynthese für PKM mit endlicher Dynamik und Stellgrößenbegrenzungen

Zur globalen Regler- und Beobachtersynthese wird das in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte Modell verwendet. Da die Aktoren des Zielsystems gemäß der in Abschnitt 2.3.3 vorgestellten Methode kraftgeregt werden, können sie für die Regler- und Beobachtersynthese als ideale Kraftsteller mit einem Verzögerungsverhalten betrachtet werden. Daher sind die Ausführungen auf allgemeine PKM mit kraftgeregelten Aktoren übertragbar.

Wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, sollen in dieser Arbeit die Basisreglerstrukturen gemäß Bild 3-1 bei der Verwendung einer vergleichbaren Regelung untersucht werden. Im Folgenden werden zunächst die Terme zur Realisierung der flachheitsbasierten Folgeregelung mit exakter Zustandslinearisierung sowie zur Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierter Vorsteuerung für vollaktuierte Systeme mit η FHG hergeleitet. Es folgt die Beschreibung der Reglersynthese für das linearisierte System unter Berücksichtigung der begrenzten Aktordynamik. Schließlich wird ein Ansatz zur echtzeitfähigen Vorfilterung eines Sollsignals vorgestellt, der zur Vermeidung von Strecken-Windup dient.

4.1 Flachheitsbasierte Steuerungen und Regelungen für PKM mit sechs FHG

Der Positions- und Orientierungsvektor x kann als flacher Ausgang des dynamischen Modells zur Beschreibung der Bewegung von PKM definiert werden. Daher sind PKM prädestiniert zur Anwendung von flachheitsbasierten Reglerentwurfsverfahren. Die Gleichungen (3-4) zur flachheitsbasierten Folgeregelung sowie (3-5) zur flachheitsbasierten Vorsteuerung mit nichtlinearer Regelung wurden bereits in Abschnitt 3.1.1 genannt und sind nachfolgend für eine bessere Übersicht noch einmal aufgeführt.

Flachheitsbasierte Folgeregelung für PKM:

$$u = \tau_{q,fb} = J^T(x) \left(M(x)H(x)(\ddot{x}_{ref} + u_R) + (M(x)\dot{H}(x, \dot{x}) + C_{CC}(x, \dot{x})H(x))\dot{x} + G \right). \quad (4-1)$$

Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierte Vorsteuerung für PKM:

$$u = \tau_{q,ff} = J^T(x_{ref}) \left(M(x_{ref})H(x_{ref})(\ddot{x}_{ref} + u_R) + (M(x_{ref})\dot{H}(x_{ref}, \dot{x}_{ref}) + C_{CC}(x_{ref}, \dot{x}_{ref})H(x_{ref}))\dot{x}_{ref} + G \right). \quad (4-2)$$

Im idealisierten Fall, für den eine Übereinstimmung der Sollgrößen mit den Istgrößen angenommen wird ($x = x_{ref}$, $\dot{x} = \dot{x}_{ref}$), liefern beide Regelungen die gleiche Stellgröße $u = \tau_q$. Der Einfluss des Fehlers, der aus der Verwendung der Sollgrößen in (4-2) entsteht, kann analytisch kaum ermittelt werden. Es ist daher sinnvoll, die Leistungsfähigkeit der Regelungsansätze im Nachgang simulativ und experimentell zu vergleichen.

Im Folgenden wird aus diesem Grund nur der Entwurf für die flachheitsbasierte Folgeregelung beschrieben. Hier ergibt sich, falls Modell und Strecke exakt übereinstimmen, eine Entkopplung in den Zuständen und ein doppelt integrales Verhalten für jeden FHG, beschreibbar durch die Zustandsgleichung

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix} (\ddot{x}_{ref} + u_R). \quad (4-3)$$

Für das so linearisierte System kann mit den klassischen Methoden der linearen Regelungstechnik eine Regelung mit

$$u_R = R_P(x_{ref} - x) + R_D(\dot{x}_{ref} - \dot{x}) \quad (4-4)$$

entworfen werden, wobei R_P , R_D diagonalförmig sind, was einer PD-Regelung des entkoppelten Systems entspricht. Überdies können die P- und D-Reglerverstärkungen der einzelnen FHG jeweils gleich gewählt werden,

$$R_P = r_1 \cdot I_{\eta \times \eta}, \quad R_D = r_2 \cdot I_{\eta \times \eta}, \quad (4-5)$$

was den Entwurf weiter vereinfacht.

4.1.1 Realisierung im OS

Solltrajektorien für PKM sind durch die Verläufe von x_{ref} , v_{ref} und \dot{v}_{ref} bzw. x_{ref} , \dot{x}_{ref} und \ddot{x}_{ref} spezifiziert; der Vektor der Istgeschwindigkeiten liegt, z. B. durch Zustandsschätzung (vgl. Kap. 5), als v bzw. \hat{v} vor. Es ist daher sinnvoll, die Berechnung von $\tau_{q,fb}$ gemäß (4-1) so zu formulieren, dass sie mit den bekannten Größen v , \dot{v} statt \dot{x} , \ddot{x} , durchgeführt werden kann.

Die zeitliche Ableitung der Kinematikmatrix wurde bisher mit (3-1) als

$$\dot{H} = \sum_i \frac{\partial H(x)}{\partial x_i} \dot{x}_i = \dot{H}(x, \dot{x})$$

angegeben und soll nun in Abhängigkeit von x und v ausgedrückt werden. Mit (2-8), $v = H(x)\dot{x}$ bzw. $\dot{x} = H^{-1}(x)v$, wird

$$\dot{H} = \sum_i \frac{\partial H(x)}{\partial x_i} \dot{x}_i = \sum_i \frac{\partial H(x)}{\partial x_i} H_{(i)}^{-1} v = \dot{H}(x, v), \quad (4-6)$$

worin $H_{(i)}^{-1}$ die i-te Zeile von H^{-1} bedeutet und für den resultierenden Ausdruck einfacherheitshalber $\dot{H}(x, v)$ geschrieben wird.

Aus dem Regelungsgesetz (4-4) ergibt sich

$$u_R = R_P(x_{ref} - x) + R_D(H^{-1}(x_{ref})v_{ref} - H^{-1}(x)v) \quad (4-7)$$

und mit (3-2) gilt für \ddot{x}_{ref} :

$$\ddot{x}_{ref} = H^{-1}(x_{ref}) \left(\dot{v}_{ref} - \dot{H}(x_{ref}, v_{ref}) H^{-1}(x_{ref}) v_{ref} \right). \quad (4-8)$$

4.1.2 Realisierung im JS

Die Bewegungsdifferentialgleichung (2-4) für PKM kann auch im JS formuliert werden. Dann gilt nach [AHK08]

$$M_q(x)\ddot{q} + C_{CC,q}(x, v)\dot{q} + J^T(x)G = \tau_q, \quad (4-9)$$

mit der Massenmatrix in Gelenkkoordinaten $M_q(x)$,

$$M_q(x) = J^T(x)M(x)J(x), \quad (4-10)$$

und der entsprechenden Matrix der Coriolis- und Zentrifugalkräfte $C_{CC,q}(x, v)$,

$$C_{CC,q}(x, v) = J^T(x)C_{CC}(x, v)J(x) + J^T(x)M(x)\dot{J}(x, v). \quad (4-11)$$

Die resultierende Bewegungsgleichung (4-9) weist eine große Ähnlichkeit zur Bewegungsgleichung einer seriellen Kinematik (2-1) auf, allerdings mit dem Unterschied, dass die Matrizen M_q und $C_{CC,q}$ weiterhin von den Vektoren x und v abhängen und nicht von den Zustandsvariablen q und \dot{q} . Da das DKP, wie bereits in Kap. 2 erläutert wurde, nicht analytisch lösbar ist, kann (4-9) nicht so umgeformt werden, dass die Matrizen von den Zustandsvariablen q und \dot{q} abhängen. Das ist vermutlich der Grund für die Aussage in [PAM09], dass eine Regelung im JS keine Zustandsregelung, sondern eine verzerrte Beobachterregelung („*biased observer feedback control*“) sei.

Auch (4-9) kann dann in eine nichtlineare, eingangsaffine Zustandsraumdarstellung mit dem Eingang $u = \tau_q$ überführt werden. Es gilt in Analogie zu (2-14) und (2-15):

$$\dot{z}_q = f(z_q, u) = f_{aq}(z_q) + f_{bq}u \quad \text{mit } u = \tau_q \quad (4-12)$$

$$y = \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 \end{bmatrix} z_q, \quad (4-13)$$

mit

$$z_q = \begin{bmatrix} q^T & \dot{q}^T \end{bmatrix}^T \quad (4-14)$$

und

$$f_{aq}(z_q) = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & -M_q^{-1}(x)C_{CC,q}(x, v) \end{bmatrix} z_q + \begin{bmatrix} 0 \\ -M_q^{-1}(x)J^T(x)G \end{bmatrix}, \quad (4-15)$$

$$f_{bq}(z_q) = \begin{bmatrix} 0 \\ M_q^{-1}(x) \end{bmatrix}. \quad (4-16)$$

Dabei fällt auf, dass die Zustandsraumdarstellung zwar nichtlinear in x und v , jedoch linear im Zustand z_q ist. Zudem ist q ein flacher Ausgang des Systems, sodass sich die o. g. Konzepte der flachheitsbasierten Folgeregelung und der Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierter Vorsteuerung ebenfalls anwenden lassen. Analog zu (4-3) resultiert ein doppelt integrales Verhalten für das zustandslinearisierte System,

$$\dot{z}_q = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z_q + \begin{bmatrix} 0 \\ I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix} (\ddot{q}_{ref} + u_q), \quad (4-17)$$

für welches eine lineare Regelung mit

$$u_q = R(z_{q,ref} - z_q) = R_P(q_{ref} - q) + R_D(\dot{q}_{ref} - \dot{q}) \quad (4-18)$$

ausgelegt werden kann. Da das Verhalten der zustandslinearisierten Systeme in JS und OS äquivalent ist, kann in beiden Fällen die gleiche Reglermatrix R ,

$$R = \begin{bmatrix} R_P & R_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cdot I_{\eta \times \eta} & r_2 \cdot I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

(vgl. (4-5)) verwendet werden.

Zur Realisierung der flachheitsbasierten Regelungen im JS sind zwei Möglichkeiten denkbar: Einerseits können die Gleichungen analog zu (4-1) und (4-2) aus (4-9) abgeleitet werden. Andererseits kann u_q als Beschleunigung im JS interpretiert und mittels des Transformationsgesetzes

$$\ddot{x} = H^{-1}(x) \left(J(x) \ddot{q} + \dot{J}(x, v) \dot{q} - \dot{H}(x, v) H^{-1}(x) J(x) \dot{q} \right) \quad (4-20)$$

zwischen den Beschleunigungen \ddot{q} im JS und $\ddot{x}(\ddot{q})$ im OS direkt in eine Stellgröße u_R umgerechnet werden. Diese wird dann in das Regelungsgesetz (4-1) bzw. (4-2) eingesetzt, was mit (4-18) auf

$$\begin{aligned} u_{R,JS,fb} = H^{-1}(x) & \left(J(x) R(z_{q,ref} - z_q) + \dot{J}(x, v) \dot{q} \right. \\ & \left. - \dot{H}(x, v) H^{-1}(x) J(x) \dot{q} \right) \end{aligned} \quad (4-21)$$

führt für die flachheitsbasierte Folgeregelung im JS bzw. auf

$$\begin{aligned} u_{R,JS,ff} = H^{-1}(x_{ref}) & \left(J(x_{ref}) R(z_{q,ref} - z_q) + \dot{J}(x_{ref}, v_{ref}) \dot{q} \right. \\ & \left. - \dot{H}(x_{ref}, v_{ref}) H^{-1}(x_{ref}) J(x_{ref}) \dot{q} \right) \end{aligned} \quad (4-22)$$

für die Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasiertter Vorsteuerung im JS nach Bild 3-1.

Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Referenztrajektorie $x_{ref}, \dot{x}_{ref}, \ddot{x}_{ref}$, wie auch im Bild 3-1 dargestellt, im OS vorliegt. Diese Darstellung des Regelungsgesetzes ist daher besonders für die Zwei-Freiheitsgrade-Regelung geeignet, da zur Realisierung nur das IKP gelöst werden muss, während die flachheitsbasierte Folgeregelung die Lösung des DKP bzw. eine Zustandsbeobachtung erfordern würde. (4-22) entspricht auch der in [AHK08] angegebenen Berechnungsvorschrift zur flachheitsbasierten Regelung mit modellbasierter Vorsteuerung.

Anmerkung zur Berechnung der zeitlichen Ableitung der Jakobimatrix

Die zeitliche Ableitung der Jakobimatrix, $\dot{J}(x, v)$, kann nicht analytisch aus den Geometriedaten einer PKM berechnet werden, die inverse Jakobimatrix $J^{-1}(x)$ und ihre zeitliche Ableitung $\dot{J}^{-1}(x, v)$ hingegen schon. Für das Zielsystem kann gezeigt werden, dass $J^{-1}(x)$ im gesamten effektiven Arbeitsraum regulär ist. $J(x)$ ist demnach jederzeit durch numerische Inversion berechenbar. Es ist davon auszugehen, dass dies für den effektiven Arbeitsraum der Mehrzahl aller realisierten PKM zutrifft. Die gesuchte Matrix $\dot{J}(x, v)$ kann dann wie folgt berechnet werden: Es gilt

$$J^{-1}(x) J(x) = I_{\eta \times \eta} \quad (4-23)$$

und damit auch

$$\dot{J}^{-1}(x, v)J(x) + J^{-1}(x)\dot{J}(x, v) = 0. \quad (4-24)$$

Durch Umstellen ergibt sich die Berechnungsvorschrift für die zeitliche Ableitung der Jakobimatrix zu

$$\dot{J}(x, v) = -J(x)\dot{J}^{-1}(x, v)J(x). \quad (4-25)$$

4.2 Regelungsentwurf unter Berücksichtigung der Aktordynamik im Zeit- und Frequenzbereich

Die Entkopplung durch exakte Linearisierung führt dazu, dass die Regelstrecke für jede „Zustandsrichtung“ das gleiche Übertragungsverhalten, spezifiziert durch (4-3) bzw. (4-17), aufweist. Das gilt sowohl für Regelungen im JS als auch für Regelungen im OS. Es ist daher ausreichend, einen FHG bzw. eine „Zustandsrichtung“ zu betrachten und zur Auslegung einer Zustandsregelung ein SISO-System (Single Input Single Output) zweiter Ordnung zu formulieren. Nach erfolgter Reglersynthese können gemäß (4-19) zur Regelung des Gesamtsystems die einzelnen Einträge der resultierenden Reglermatrix r ,

$$r = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix},$$

durch Diagonalmatrizen der Größe $\eta \times \eta$ ersetzt werden.

Falls die Dynamik der kraftgeregelten Aktoren nicht um ein Vielfaches schneller ist als die gewünschte Bandbreite der Zustandsregelung, sollte sie bei der Reglersynthese ebenfalls berücksichtigt werden. Dies ist bei dem Zielsystem der Fall; hier kann die Aktordynamik durch ein Modell der Ordnung $n_{Akt} = 3$ approximiert werden (vgl. Abschnitt 2.3.3). Das gesamte SISO-Modell der Regelstrecke ergibt sich dann aus der Reihenschaltung von Aktordynamik und doppelt integralem Verhalten und weist eine Dynamik der Ordnung $n = n_{Akt} + 2 = 5$ auf.

Anmerkung: Die o. g. Annahme, dass sich die zustandslinearisierte Regelstrecke durch eine Reihenschaltung aus Aktordynamik und doppelt integralem Verhalten modellieren lässt, ist formal nicht korrekt. Es handelt sich um ein nichtlineares System, für welches das Prinzip der Vertauschbarkeit einzelner Übertragungselemente, vgl. [Fö13, S. 72], nicht gilt. Die nichtlineare Systemcharakteristik lässt sich demnach durch die Linearisierung nicht einfach „herauskürzen“. Dass diese Annahme für das Zielsystem dennoch zulässig ist, wird am Ende dieses Unterkapitels in Abschnitt 4.2.3 demonstriert.

Die Synthese der Reglermatrix r erfolgt durch die Analyse des geregelten Systemverhaltens im Zeit- und Frequenzbereich. Dazu genügt es, den Rückführzweig zu betrachten. Dies ist möglich, da für das System durch die exakte Zustandslinearisierung lineares Verhalten angenommen werden kann. Die Einflüsse der Vorsteuerung und der Regelung überlagern sich, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen, vgl. [Fö13, S. 328]. Bild 4-1 visualisiert die zu berücksichtigende Struktur mit dem Zustandsvektor $s_n \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ und dem Messvektor $s_\zeta \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$, $s_\zeta \subset s_n$. Die Indizes „sn“ charakterisieren die Systemmatrizen des Streckenmodells der Ordnung $n = n_{Akt} + 2$. Für das Verhalten des gemäß Bild 4-1

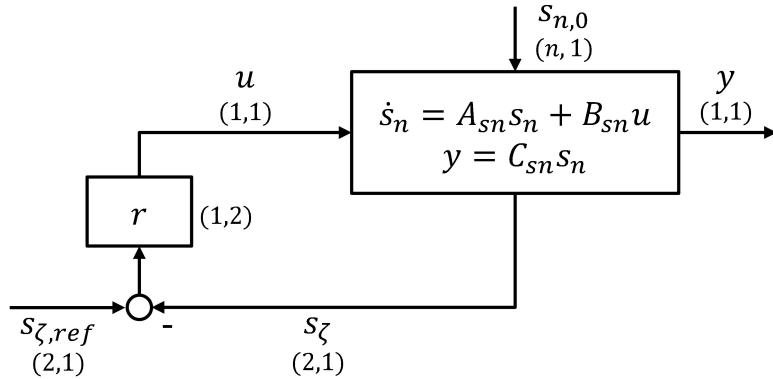


Bild 4-1: Zustandsregelung unter Berücksichtigung einer linearen Aktordynamik (nach: [Föll13, S.328])

geregelten SISO-Systems lassen sich folgende Zustandsgleichungen angeben:

$$\dot{s}_n = A_{sn}s_n + B_{sn}r \cdot (s_{\zeta,ref} - s_{\zeta}) \quad (4-26)$$

$$y = C_{sn}s_n. \quad (4-27)$$

Im vorherigen Abschnitt wurden bereits die Gleichungen zur Zustandslinearisierung im OS und JS angegeben. Im Folgenden wird erläutert, wie für allgemeine PKM die Reglermatrix r für ein SISO-Streckenmodell optimal ausgelegt werden kann. Schließlich wird die Vorgehensweise am Beispiel des Zielsystems demonstriert.

4.2.1 Vorgehensweise

Zunächst sind zwei Streckenmodelle unterschiedlicher Ordnung zu definieren - eines der Ordnung $\zeta = 2$, welches nur die zur Regelung verwendeten Zustände berücksichtigt, und eines der Ordnung n , welches die Dynamik der Aktorik berücksichtigt und damit das Verhalten der gesamten Regelstrecke repräsentiert. Die Matrizen der Zustandsraumdarstellungen der Ordnung 2 sind nachstehend mit den Indizes „ $s\zeta$ “ gekennzeichnet.

Im nächsten Schritt wird ein Initialwert für die Reglermatrix r bestimmt, im Folgenden als r_0 ,

$$r_0 = \begin{bmatrix} r_{0,1} & r_{0,2} \end{bmatrix},$$

bezeichnet. Dies kann beispielsweise durch einen Polvorgabeentwurf, vgl. [Föll13, S. 328 ff.], für das Streckenmodell der Ordnung $\zeta = 2$ erfolgen. Anschließend werden die Zustandsgleichungen für das mit r_0 geregelte System n -ter Ordnung (Indizes „ r_n “) bestimmt. Mithilfe von Sprungantworten und Frequenzkennlinien kann dessen dynamisches Verhalten analysiert werden.

Bei der Synthese von Regelungen für dynamische Anwendungen ist davon auszugehen, dass sich das gewünschte dynamische Verhalten durch eine beliebige Wunschübertragungsfunktion $G_{ref}(s)$ spezifizieren lässt, bspw. durch ein PT_2 -Glied mit entsprechender Zeitkonstante und Dämpfung. Da die Ordnung n des geregelten Systems bekannt ist, kann

eine Zielertragungsfunktion $G_{Ziel}(s)$ derselben Ordnung formuliert werden, die dieses Wunschverhalten annähert. Die Sprungantwort und der Frequenzgang dieser Zielertragungsfunktion werden dazu genutzt, eine Funktion J_G im Sinne eines Gütemaßes zu definieren, welche einer gewichteten Summe der quadrierten Fläche zwischen den Kennlinien des geregelten Systems und denen des Zielsystems entspricht und von Einträgen r_1 und r_2 der Reglermatrix r abhängt. J_G kann dann im Rahmen einer Optimierung mit den Optimierungsvariablen r_1 und r_2 und den Startwerten $r_{0,1}$ und $r_{0,2}$ minimiert werden.

4.2.2 Anwendung auf das Zielsystem

Es folgt die Anwendung der o. g. Vorgehensweise auf das Zielsystem.

SISO-Streckenmodell

Das Verhalten der linearisierten PKM lässt sich für eine „Zustandsrichtung“ durch folgendes SISO-System der Ordnung $\zeta = 2$ beschreiben:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{s\zeta}} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B_{s\zeta}} \ddot{x}_{1,ref} \quad (4-28)$$

mit dem Ersatzzustand s_ζ ,

$$s_\zeta = [x_1 \ \dot{x}_1]^T. \quad (4-29)$$

Es entspricht somit, wie bereits mehrfach erwähnt, dem Verhalten eines doppelten Integrators. Die Dynamik des geschlossenen Kraftregelkreises kann durch eine Übertragungsfunktion dritter Ordnung approximiert werden (vgl. (2-58), Abschnitt 2.3.3), hier aus Gründen der Übersicht nochmals angegeben:

$$G_A(s) = \frac{1}{\frac{1}{4\pi^2 f_{0,V}^2 K_P K_V} s^3 + \frac{D_V}{\pi f_{0,V} K_P K_V} s^2 + \frac{1}{K_P K_V} s + 1}. \quad (4-30)$$

Eine Transformation auf die Regelungsnormalform, vgl. [Fö13, S. 248 ff.], ergibt die Darstellung im Zustandsraum:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4\pi^2 f_{0,V}^2 K_P K_V & -4\pi^2 f_{0,V}^2 & -4\pi f_{0,V} D_V \end{bmatrix}}_{A_A} x_f \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4\pi^2 f_{0,V}^2 K_P K_V \end{bmatrix}}_{B_A} f_{ref} \\ y &= f = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_A} x_f \end{aligned} \quad (4-31)$$

mit dem Zustandsvektor x_f ,

$$x_f = [f \ \dot{f} \ \ddot{f}]^T, \quad (4-32)$$

und den Systemmatrizen A_A , B_A und C_A .

Durch die exakte Zustandslinearisierung wird die Umrechnung von $\ddot{x}_{1,ref}$ in f_{ref} gewährleistet, sodass für die Reglersynthese $\ddot{x}_{1,ref} = f_{ref}$ angenommen werden kann. Aus der Reihenschaltung von Aktordynamik und doppelt integralem Verhalten resultiert eine Strekkendynamik fünfter Ordnung, charakterisiert durch die Zustandsgleichung

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_\zeta \\ \dot{x}_f \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{s\zeta} & B_{s\zeta} \cdot C_A \\ 0_{3 \times 2} & A_A \end{bmatrix}}_{A_{sn}} \underbrace{\begin{bmatrix} s_\zeta \\ x_f \end{bmatrix}}_{s_n} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ B_A \end{bmatrix}}_{B_{sn}} f_{ref} \quad (4-33)$$

und mit dem Zustandsvektor s_n ,

$$s_n = [s_\zeta^T \ x_f^T]^T. \quad (4-34)$$

Bestimmung der Startreglermatrix mittels Polvorgabe

Der im Folgenden verwendete Ansatz zum Reglerentwurf mittels Polvorgabe ist dem Buch [Fö13, S. 329 f.] entnommen. Für SISO-Systeme in Regelungnormalform müssen demnach das charakteristische Polynom der Regelstrecke in der Form

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0 \quad (4-35)$$

sowie das eines Modells gleicher Ordnung, welches das Wunschverhalten repräsentiert, in der Form

$$s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \cdots + p_0 \quad (4-36)$$

gegeben sein. Dann ergibt sich die gesuchte Reglermatrix zu

$$r = [p_0 - a_0 \ p_1 - a_1 \ \cdots \ p_{n-1} - a_{n-1}]. \quad (4-37)$$

Im vorliegenden Fall wird die Regelstrecke durch die Zustandsraumdarstellung (4-28) des reduzierten Systems charakterisiert. Sie liegt bereits in Regelungnormalform vor, sodass das charakteristische Polynom direkt abgelesen werden kann. Es besteht nur aus s^2 . Für Regelstrecken zweiter Ordnung liegt es nahe, das Wunschverhalten durch eine gewünschte Eigenkreisfrequenz $\omega_{0,ref}$ sowie ein gewünschtes Dämpfungsmaß D_{ref} zu spezifizieren. Es resultiert das charakteristische Polynom

$$s^2 + 2D_{ref}\omega_{0,ref}s + \omega_{0,ref}^2. \quad (4-38)$$

Die gesuchte Startsreglermatrix r_0 kann in Abhängigkeit der Parameter $\omega_{0,ref}$ und D_{ref} mittels Koeffizientenvergleich aus den Gleichungen (4-35)-(4-38) ermittelt werden:

$$r_0 = [\omega_{0,ref}^2 \ 2D_{ref}\omega_{0,ref}]. \quad (4-39)$$

SISO-Modell des geregelten Systems mit Aktordynamik

Zur Analyse des dynamischen Verhaltens werden die Zustandsgleichungen des geregelten Systems gemäß Bild 4-1 und (4-26) erstellt. Für das Zielsystem resultieren folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{s}_n &= A_{sn}s_n + B_{sn}r \cdot (s_{\zeta,ref} - s_{\zeta}) \\ \dot{s}_n &= \underbrace{\left(A_{sn} - \begin{bmatrix} B_{sn}r & 0_{5 \times 3} \end{bmatrix} \right)}_{A_{rn}} s_n + B_{sn}r \cdot s_{\zeta,ref}\end{aligned}\quad (4-40)$$

$$y = x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} s_n. \quad (4-41)$$

Durch die Berechnung der Eigenwerte von A_{rn} ,

$$A_{rn} = A_{sn} - \begin{bmatrix} B_{sn}r & 0_{5 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (4-42)$$

ist bereits eine Aussage zur Stabilität des geregelten Systems möglich.

Zur Analyse des dynamischen Verhaltens einer Zustandsregelung eignet sich im Allgemeinen die Simulation des Systemsverhaltens bei einer Anfangsauslenkung, charakterisiert durch den Anfangszustand $s_{n,0}$ für $t = 0$ bei der Vorgabe eines Referenzzustands von $s_{\zeta,ref} = 0_{1 \times 2}$ für $t = 0$, vgl. [Fö13, S. 328]. Dadurch lassen sich Aussagen zur Dynamik und stationären Genauigkeit treffen. Diese Vorgehensweise kann auch umgekehrt werden, indem für $t = 0$ ein Führungsgrößensprung vorgegeben wird, der einer Endlage entspricht, in die das System aus einem beliebigen Anfangszustand, der als $s_{n,0} = 0_{1 \times n}$ gewählt werden kann, überführt werden soll, vgl. [Fö13, S. 332].

Für das Zielsystem entspricht dies einer Analyse des Verhaltens vom Eingang $s_{\zeta,ref}(1) = x_{1,ref}$, welcher der gewünschten Endposition entspricht, zum Ausgang $y = x_1$ für $s_{n,0} = 0$ für $t = 0$. Bei der Betrachtung dieses einzelnen Übertragungspfads wird aus (4-40)

$$\dot{s}_n = A_{rn}s_n + B_{sn}r_1 \cdot x_{1,ref}. \quad (4-43)$$

Entsprechend kann als Eingangsmatrix zur Analyse des geregelten Systemverhaltens die Matrix B_{rn} ,

$$B_{rn} = B_{sn} \cdot r_1, \quad (4-44)$$

definiert werden. Mit den Matrizen C_{rn} ,

$$C_{rn} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4-45)$$

und D_{rn} ,

$$D_{rn} = 0, \quad (4-46)$$

ergibt sich ein vollständiges Zustandsraummodell Σ_r , abhängig von den Parametern r_1 und r_2 .

Reglersynthese mittels Optimierung

Zunächst ist eine Wunschübertragungsfunktion $G_{ref}(s)$ beliebiger Ordnung festzulegen. Für das Zielsystem wird eine geregelte Bandbreite von mindestens 50 Hz gefordert. Unter der Berücksichtigung der erreichten Dynamik der lokalen Kraftregelung wird zur Reglersynthese als Zielverhalten eine geregelte Bandbreite von 80 Hz bei oszillographischer Dämpfung, also einem Lehrschen Dämpfungsmaß von etwa $D_{ref} = \sqrt{0,5}$, definiert. Demnach lässt sich die Wunschübertragungsfunktion durch folgendes PT₂-Glied angeben:

$$G_{ref}(s) = \frac{1}{\frac{1}{(2\pi \cdot 80)^2} s^2 + \frac{2 \cdot \sqrt{0,5}}{2\pi \cdot 80} s + 1}. \quad (4-47)$$

Anschließend ist eine Zielübertragungsfunktion $G_{Ziel}(s)$ mit der Systemordnung n zu definieren, die das Verhalten von $G_{ref}(s)$ annähert. Für das Zielsystem der Ordnung $n = 5$ hat sich dazu folgende Übertragungsfunktion als geeignet erwiesen:

$$G_{Ziel}(s) = \frac{1}{\left(\frac{1}{(2\pi \cdot 115)^2} s^2 + \frac{2 \cdot 0,75}{2\pi \cdot 115} s + 1\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5 \cdot 2\pi \cdot 115} s + 1\right)}. \quad (4-48)$$

Bild 4-2 zeigt die Frequenzgänge von $G_{ref}(s)$ und $G_{Ziel}(s)$. Es ist zu erkennen, dass $G_{Ziel}(s)$ den Amplitudenverlauf von $G_{ref}(s)$ bis 100 Hz gut annähert, während der Phasenverlauf nach unten abweicht. Dies ist aufgrund der höheren Ordnung unvermeidlich, für das Zielsystem jedoch akzeptabel, da hier für hohe Frequenzen vor allem Amplitudentreue gewünscht ist.

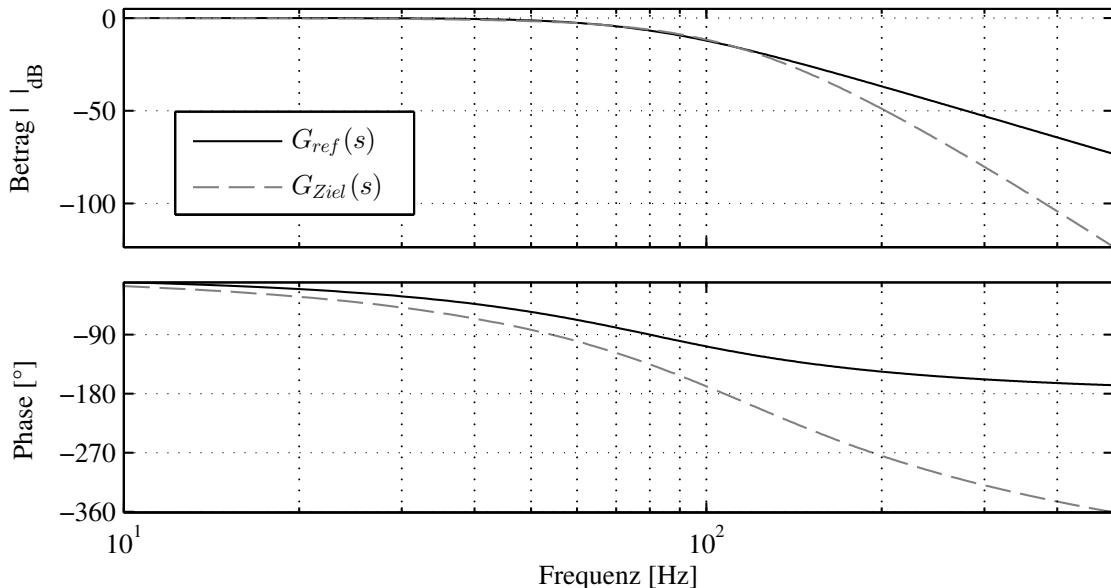


Bild 4-2: Frequenzgänge von $G_{ref}(s)$ und $G_{Ziel}(s)$

Für die Optimierung der Reglerauslegung können zunächst zwei Gütemaße definiert werden. Das erste, $J_{G,step}$, entspricht der quadrierten Fläche zwischen der Sprungantwort von $G_{Ziel}(s)$ und \sum_r . Zu seiner Berechnung können die Systemantworten y_{Ziel} und y_m mittels Simulation für einen Sollsprung von 0 auf 1 zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ für die Zeitpunkte

$$t_i = t_0 + (N_s - 1)\Delta t, \quad i = 1 \dots N_s$$

mit der Schrittweite Δt ermittelt werden. Amplitude und Einheit können für diese Be- trachtung vernachlässigt werden, da es sich um eine lineare Systemabbildung handelt, deren Verhalten definitionsgemäß unabhängig von der Anregungsspannweite ist. Für

$$\begin{aligned} y_{Ziel,i} &= y_{Ziel}(t_i), \quad i = 1 \dots N_s, \\ y_{rn,i} &= y_{rn}(t_i), \quad i = 1 \dots N_s, \end{aligned}$$

ergibt sich

$$J_{G,step} = \sum_{i=1}^{N_s} ((y_{Ziel,i} - y_{rn,i}) \cdot \Delta t)^2. \quad (4-49)$$

Das zweite Gütemaß entspricht der gewichteten Summe der Flächen zwischen den Frequenzkennlinien der Systeme $G_{Ziel}(s)$ und Σ_r . Werden für die Frequenzen

$$f_i = f_0 + (N_b - 1)\Delta f, \quad i = 1 \dots N_b$$

die Amplituden-

$$\begin{aligned} | |_{Ziel,i} &= | |_{Ziel}(f_i), \quad i = 1 \dots N_b, \\ | |_{rn,i} &= | |_{rn}(f_i), \quad i = 1 \dots N_b, \end{aligned}$$

und Phasenverläufe

$$\begin{aligned} \angle_{Ziel,i} &= \angle_{Ziel}(f_i), \quad i = 1 \dots N_b, \\ \angle_{rn,i} &= \angle_{rn}(f_i), \quad i = 1 \dots N_b, \end{aligned}$$

berechnet, so kann das Gütemaß $J_{G,bode}$ als mit θ_b gewichtete Summe wie folgt bestimmt werden:

$$\begin{aligned} J_{G,bode} = & (1 - \theta_b) \sum_{i=1}^{N_b} ((| |_{Ziel,i} - | |_{rn,i}) \cdot \Delta f)^2 \\ & + \theta_b \sum_{i=1}^{N_b} ((\angle_{Ziel,i} - \angle_{rn,i}) \cdot \Delta f)^2. \end{aligned} \quad (4-50)$$

Schließlich wird das Gesamtgütemaß J_G als gewichtete Summe aus $J_{G,step}$ und $J_{G,bode}$ berechnet,

$$J_G = (1 - \theta_G)J_{G,step} + \theta_G J_{G,bode}, \quad (4-51)$$

mit dem Gewichtungsfaktor θ_G . Durch Minimierung von J_G in Abhängigkeit der Parameter r_1 und r_2 und mit den Startwerten $r_{0,1}$ und $r_{0,2}$ wird der optimale Regler bestimmt.

Die Gewichtungsfaktoren θ_b und θ_G sind durch iteratives Ausprobieren zu ermitteln. Für das Zielsystem ist die Amplitudentreue wichtiger als die Phasentreue; daher wird $\theta_b = 0,2$ gewählt. Der Faktor θ_G ist so zu wählen, dass die einzelnen Summanden in (4-51) die gleiche Größenordnung besitzen. Dazu müssen zunächst die Gütemaße $J_{G,step}$ und $J_{G,bode}$ im

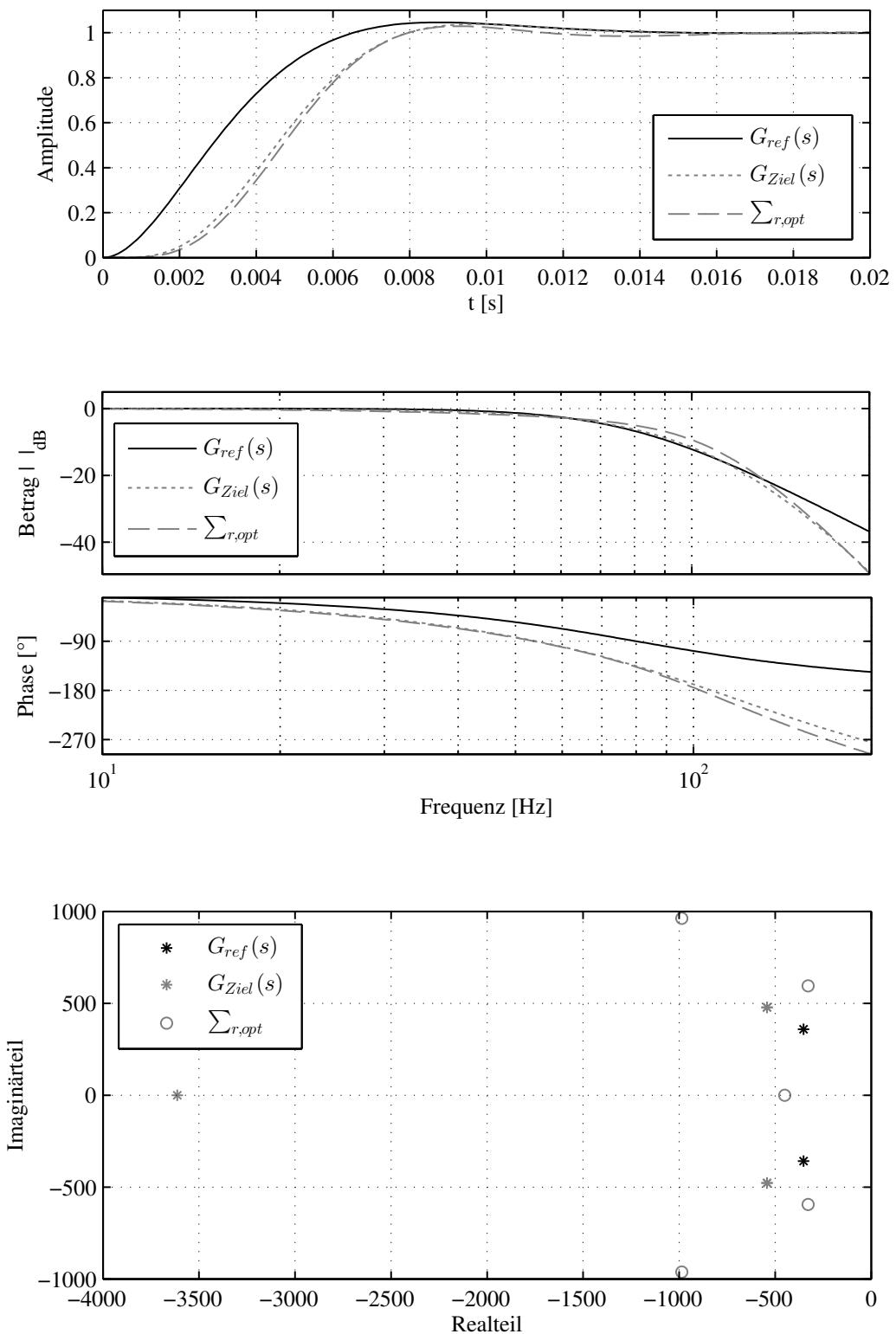


Bild 4-3: Systemcharakteristika des geregelten Zielsystems

Rahmen einer Optimierung minimiert werden. Die entsprechenden Optimierungsprobleme lassen sich wie folgt formulieren:

$$J_{G,step,min} = J_{G,step}(r_{1,step}, r_{2,step}) = \text{Minimiere}_{r_{1,r_2}} J_{G,step} \quad (4-52)$$

$$J_{G,bode,min} = J_{G,bode}(r_{1,bode}, r_{2,bode}) = \text{Minimiere}_{r_{1,r_2}} J_{G,bode}. \quad (4-53)$$

Es handelt sich dabei jeweils um einfache Einzieloptimierungsprobleme, die ohne die Angabe von Nebenbedingungen mit der Funktion *fminsearch* und den Anfangswerten $r_{0,1}$ und $r_{0,2}$ in Matlab gelöst werden können. Das Aufstellen der Matrizen von $\sum_{r,step}$ und $\sum_{r,bode}$ erlaubt die Analyse des dynamischen Verhaltens der gemäß $J_{G,step,min}$ und $J_{G,bode,min}$ optimal geregelten Systeme im Step- und Bodeplot. Damit und mit Hilfe der resultierenden Werte für $J_{G,step,min}$ und $J_{G,bode,min}$ kann ein geeigneter Wert für θ_G bestimmt und das Optimierungsproblem

$$J_{G,min} = J_G(r_{1,opt}, r_{2,opt}) = \text{Minimiere}_{r_{1,r_2}} J_G \quad (4-54)$$

formuliert und gelöst werden. Als optimale Reglermatrix r_{opt} resultiert

$$r_{opt} = \begin{bmatrix} r_{1,opt} & r_{2,opt} \end{bmatrix}. \quad (4-55)$$

Der Faktor θ_G ist iterativ so lange zu variieren, bis das System $\sum_{r,opt}$ das gewünschte Verhalten aufweist.

Für das Zielsystem haben sich folgende Parameter als geeignet erwiesen:

$$\begin{array}{ll} \omega_{0,ref} = 2\pi \cdot 80 \text{ rad/s} & D_{ref} = \sqrt{0,5} \\ \Delta t = 0,5 \text{ ms} & N_s = 501, \\ t_0 = 0 \text{ s} & \Delta f = 1/(2\pi) \text{ Hz} \\ f_0 = 1/(2\pi) \text{ Hz} & N_b = 81, \\ \theta_b = 0,2 & \theta_G = 10^{-5}. \end{array}$$

Damit resultiert

$$r_{opt} = \begin{bmatrix} 1,036 \cdot 10^5 & 485,5 \end{bmatrix}. \quad (4-56)$$

Bild 4-3 zeigt die Kennlinien und Eigenwerte für das Zielsystem.

Variation der Reglerverstärkung als Reaktion auf Modellunsicherheiten

In der Praxis treten häufig Modellunsicherheiten auf, die auch nach sorgfältiger Modellidentifikation nicht eliminiert werden können. Dies betrifft vor allem PKM, für die eine modellbasierte Regelung nach o. g. Methodik entworfen und in Betrieb genommen werden soll. Hauptursache dafür ist die Zusammenfassung aller bewegten Massen zur Ersatzmasse m_E mit dem entsprechenden Trägheitstensor in Diagonalform. Die bewegten Massen der Aktoren können bspw. dazu führen, dass sich die Schwerpunktlage konfigurationsabhängig verschiebt und auch das Trägheitsverhalten eine Richtungsabhängigkeit aufweist. Dies kann bewirken, dass die Regelung mit den ursprünglich ausgelegten Parametern näher an die Stabilitätsgrenze kommt, die Reglerparameter daher reduziert werden müssen.

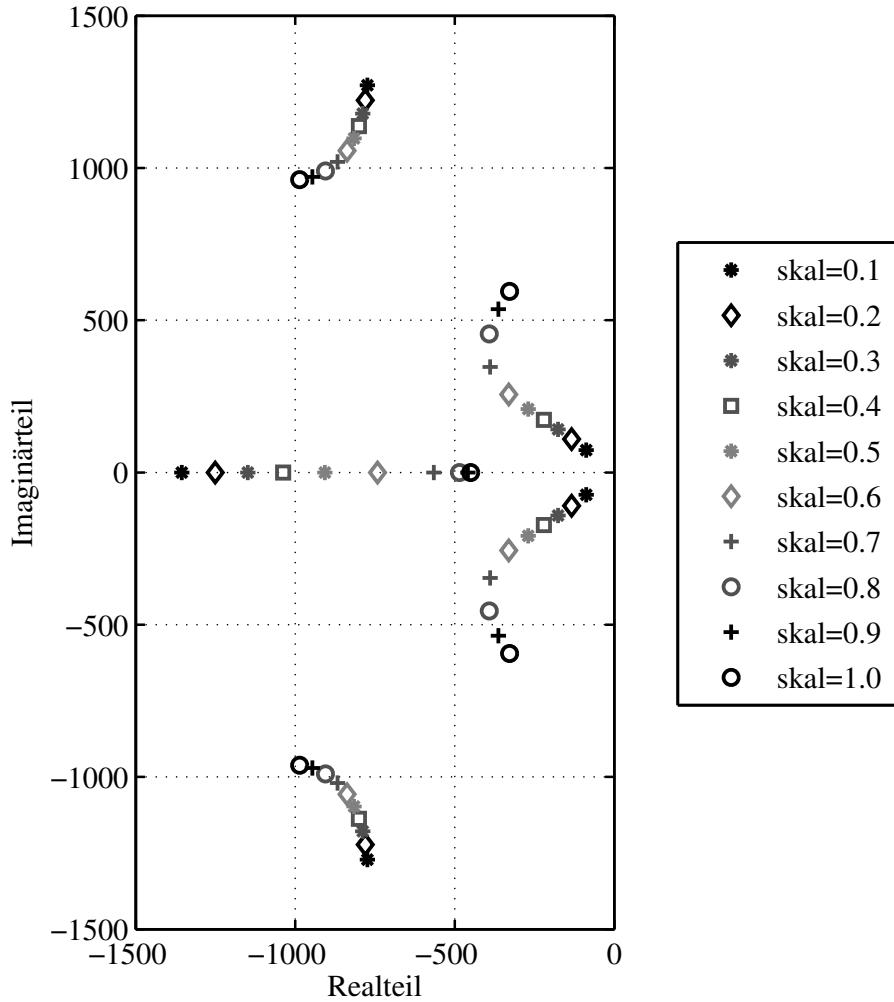


Bild 4-4: Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei Variation der Reglerverstärkung

Für die Gewährleistung einer gewissen Dämpfung im geschlossenen Regelkreis empfiehlt es sich nicht, die ganze Reglermatrix R zu faktorisieren, denn so ergeben sich für kleine Faktoren sehr geringe Dämpfungsmaße. In Anlehnung an (4-39) ist es vielmehr ratsam, die reduzierte Reglermatrix gemäß

$$r_{skal} = \begin{bmatrix} skal \cdot r_1 & \sqrt{skal} \cdot r_2 \end{bmatrix} \quad (4-57)$$

zu bestimmen, wobei der Skalierungsfaktor $skal$ den Skalierungsgrad beschreibt. Damit wird die Kreisfrequenz bei gleichbleibender Dämpfung skaliert. Für das Zielsystem ergeben sich die in Bild 4-4 dargestellten Eigenwerte für die gemäß (4-57) reduzierte Reglermatrix.

Die Anpassung der Reglerparameter kann für eine Regelung im OS auch für einzelne FHG erfolgen, da hier das System in den einzelnen FHG nach Raumrichtungen entkoppelt ist. Das ist für Regelungen im JS nicht möglich: Hier würde die Änderung einzelner Parameter dazu führen, dass die einzelnen Aktoren mit unterschiedlicher Dynamik geregelt würden. Dies hätte einen größeren Einfluss des Direktonalitätsproblems (vgl. Abschnitt 4.3) zur Folge, welches für die Regelung von PKM ohnehin eine Herausforderung darstellt. Wie groß dieser Vorteil für Regelungen im OS tatsächlich ist, hängt von dem

jeweils betrachteten Zielsystem ab und muss entsprechend anwendungsspezifisch untersucht werden.

4.2.3 Zur Linearisierbarkeit der Regelstrecke

Die zuvor beschriebene Vorgehensweise zur Reglersynthese basiert auf der Annahme, dass sich die Regelstrecke als Reihenschaltung aus Aktordynamik und doppeltem Integrator modellieren lässt. Dieser Abschnitt behandelt die Gültigkeit dieser These.

Vereinfachend kann der Rückführzweig einer flachheitsbasierten Folgeregelung im OS für PKM mit sechs FHG wie in Bild 4-5 dargestellt werden. Hier sind die nichtlinearen Systemcharakteristika zu einem nichtlinearen Übertragungsglied NL zusammengefasst, dessen Umkehrfunktion NL^{-1} die Terme zur Zustandslinearisierung repräsentiert. Die Aktorik ist als Parallelschaltung aus sechs Aktoren modelliert. Grundsätzlich ließe sich dieses Bild analog für eine flachheitsbasierte Folgeregelung im JS zeichnen, dann müsste der im Bild verwendete Ersatzzustand im OS,

$$\xi = [x^T \ \dot{x}^T]^T,$$

durch z_q ersetzt werden.

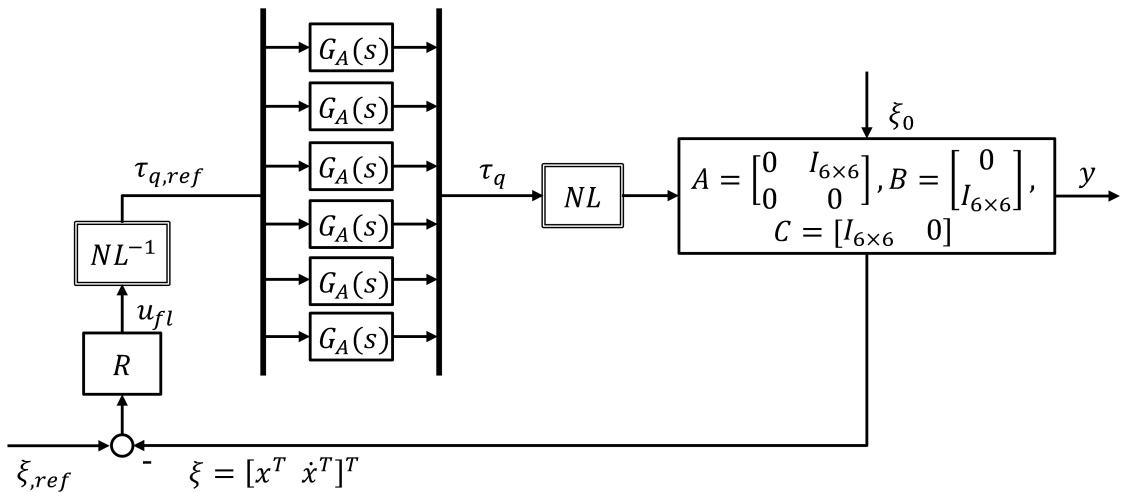


Bild 4-5: Regelkreis mit Nichtlinearität

Handelte es sich bei dem nichtlinearen Übertragungsglied um ein lineares Übertragungsglied, so dürfte die Reihenfolge der Blöcke nach dem Prinzip der Vertauschbarkeit, vgl. [Fö13, S. 72], beliebig verändert werden. NL ließe sich gegen NL^{-1} kürzen und es resultierte als Regelstrecke eine Reihenschaltung aus Aktorik und doppeltem Integrator, wie in Bild 4-6 dargestellt.

Da das Vertauschbarkeitsprinzip für nichtlineare Übertragungsglieder nicht gilt, ist dieses Vorgehen formal nicht korrekt. Simulativ kann jedoch gezeigt werden, dass sich die gemäß Bild 4-5 und Bild 4-6 modellierten Systeme für das Zielsystem sehr ähnlich verhalten. Dazu gelte

$$\xi_0 = [x_0^T \ 0]^T.$$

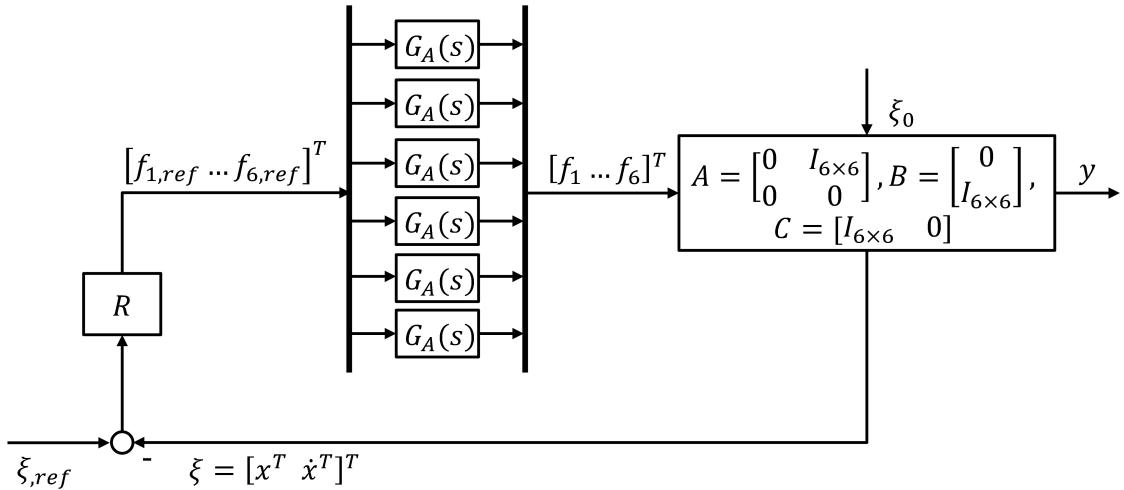


Bild 4-6: Regelkreis mit Strecke als Reihenschaltung aus Aktorik und doppeltem Integrator

Als Referenz wird eine konstante und vergleichsweise große Abweichung von diesem Zustand vorgegeben, um auch größere Abweichungen aus der Nulllage zu berücksichtigen. Es gelte

$$\xi_{ref} = \begin{bmatrix} x_0^T + \Delta x_{ref}^T & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Dies kann, wie bereits erläutert, als Ausregelung einer Anfangsauslenkung interpretiert werden, vgl. [Föll13, S. 332]. Bild 4-7 zeigt die Simulationsergebnisse für eine Abweichung von jeweils 100 mm in y_N - und z_N -Richtung ($\Delta x_{ref}^T = [0 \ 100 \ 100 \ 0 \ 0 \ 0]$ mm). Auf der linken Seite sind die Bewegungen in den translatorischen FHG aufgezeichnet, auf der rechten Seite diejenigen in den rotatorischen FHG.

In den Bewegungsrichtungen y_N und z_N sowie in α_N , dieser FHG ist aufgrund der kinematischen Zusammenhänge stark mit der Bewegung in die y_N -Richtung gekoppelt, zeigen sich erkennbare kleine Abweichungen. Für die anderen FHG sind die Abweichungen ebenfalls erkennbar, allerdings bei Betrachtung der dargestellten Größenordnung marginal. Dies lässt den Schluss zu, dass die Regelstrecke zur Reglersynthese aus einer Reihenschaltung aus Aktordynamik und doppeltem Integrator modelliert werden kann und dass die daraus entstehenden Fehler so klein sind, dass sie von der Regelung kompensiert werden können. Das ist plausibel, da die kraftgeregelte Aktorik eine Verstärkung von eins hat, die Sollkräfte also bis zu den Grenzen der Aktordynamik amplitudentreu eingestellt werden. Es kann demnach davon ausgegangen werden, dass die oben beschriebene Vorgehensweise zur Reglersynthese für die Mehrzahl aller PKM mit kraftgeregelten Aktoren geeignet ist.

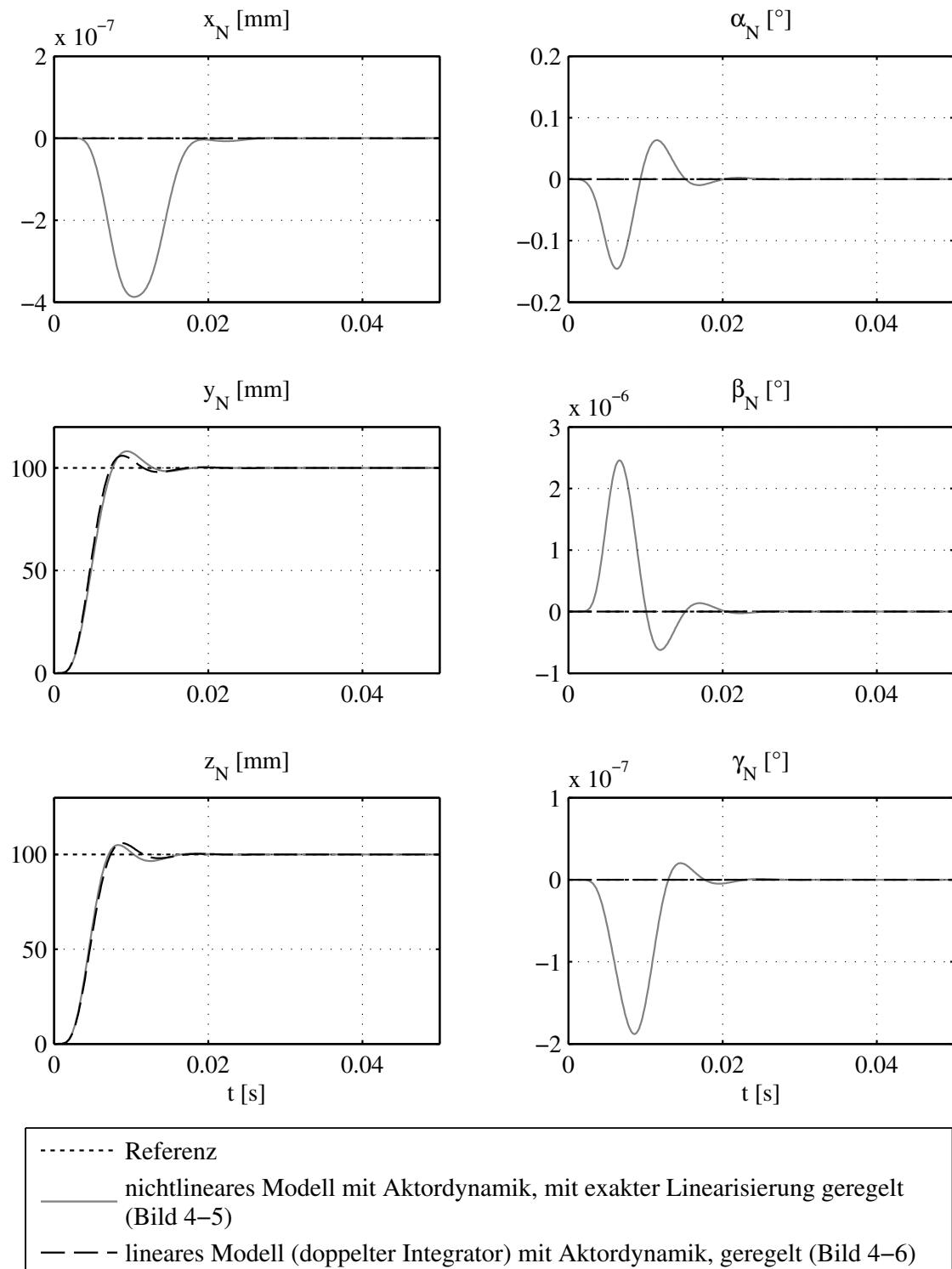


Bild 4-7: Simulation des Einflusses der Nichtlinearität im Großsignalbereich

4.3 Filterung der Solltrajektorie zur Vermeidung von Windup-Effekten

Bei der Realisierung von Regelungen ist zu beachten, dass die zur Reglersynthese vielfach als linear angenommenen Stellglieder in der Realität Stellgrößenbegrenzungen unterliegen. In diesem Zusammenhang umfasst der Begriff *Windup* sämtliche unerwünschten Effekte, die durch solche Stellgrößenbegrenzungen hervorgerufen werden. Gemäß [Hip07] reichen die Folgen dieses Effekts vom einfachen Überschwingen bis hin zu instabilem Verhalten. Es gibt „*zwei auslösende Faktoren, nämlich die Dynamik des Reglers (Regler-Windup), und die Dynamik der Strecke (Strecken-Windup)*“, vgl. [Hip07]. Bei Mehrgrößensystemen kommt zusätzlich das sog. *Direktionalitätsproblem* hinzu. In [Hip06] werden Ursachen und Folgen des Windup-Effekts ausführlich diskutiert. Die Ausführungen in dieser Arbeit beschränken sich auf die zur Regelung von PKM relevanten Effekte sowie entsprechende Gegenmaßnahmen.

Im Falle der Regelung von PKM mit den zu Beginn dieses Kapitels diskutierten Regelungskonzepten ist der Effekt des Strecken-Windup relevant. Er resultiert aus der Tatsache, dass vom Regler berechnete Stellgrößen, in diesem Fall also der Vektor der Sollaktorkräfte bzw. -momente τ_q , nicht zu jedem Zeitpunkt durch die Aktorik gestellt werden können. Das ist z. B. der Fall, wenn eine zu schnelle Änderung der Endeffektorposition vorgegeben wird – dies erfordert eine zu hohe Beschleunigung und damit zu große Aktorkräfte, die durch die reale Aktorik nicht gestellt werden können. Hinzu kommt das Direktionalitätsproblem, welches bei PKM relevant ist, da aufgrund der verkoppelten Struktur alle Aktoren an einer Bewegung beteiligt sind. Es äußert sich wie folgt: Erreichen ein oder mehrere Aktoren ihre Begrenzung, so können Bewegungen nicht wie gewünscht umgesetzt werden, sondern werden verzerrt. Als Konsequenz daraus ergeben sich unerwünschte Bewegungen in anderen FHG.

Als mögliche Maßnahme zur Vermeidung der genannten Windup-Effekte wird in [Hip06, S. 19] die (ggf. temporäre) Reduktion der Referenzgrößen genannt. Die Idee, einem System nicht mehr abzufordern als es mit seiner Aktorik realisieren kann, erscheint vor allem vor dem Hintergrund der zu Beginn dieses Kapitels diskutierten Regelungsansätze sinnvoll: Sie lassen sich auf die bereits in Abschnitt 2.3.1 angeführte Zwei-Freiheitsgrade-Regelung zurückführen, für die gemäß [Trä09] das Motto „*Bekanntes steuern, Unbekanntes regeln*“ gilt. Stellgrößenbegrenzungen sind in der Regel bekannt und sollten daher in der Vorsteuerung berücksichtigt werden. Denn: Wenn bereits die Vorsteuerung der Aktorik mehr abfordert, als sie leisten kann, dann bleibt für die Regelung kein Spielraum mehr, um „*Unbekanntes*“ auszugleichen.

In [Had02] wird ein Konzept zur *Control Input Compensation* für PKM vorgestellt, mit dem Solltrajektorien so gefiltert werden können, dass sie innerhalb der Stellgrößenbeschränkungen liegen. Dies geschieht jedoch vor dem Betrieb, sodass die Solltrajektorie im Vorfeld bekannt sein muss. Das Verfahren eignet sich daher nicht für den Einsatz im Sinne der Zielsetzung dieser Arbeit.

In [Hip06, S. 105] wird das in Bild 4-8 gezeigte Schema zur Vermeidung von Windup-Effekten eingeführt. Anstelle des Blocks *Steuerung* in der allgemeinen Zwei-Freiheitsgrade-Struktur nach Bild 2-5 tritt nun ein Trajektorienfilter. Seine Aufgabe ist es, die Sollgröße w so zu verändern, dass die aus der Vorsteuerung resultierende Stellgröße u_s innerhalb des Stellbereichs der Aktorik bleibt und genügend Reserve für korrigierende Eingriffe aus

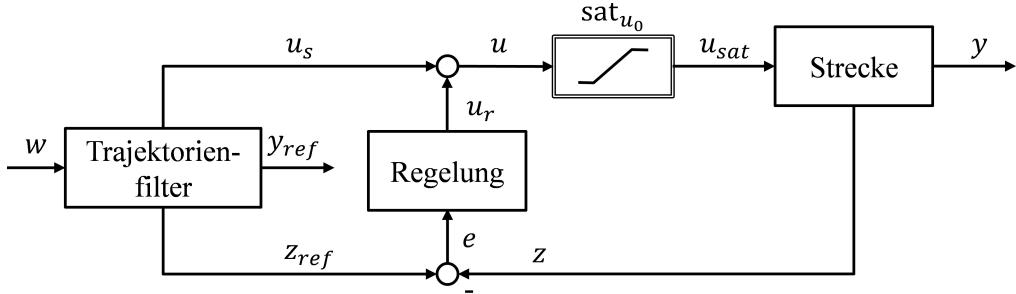


Bild 4-8: Schema zur Vermeidung von Windup-Effekten bei Zwei-Freiheitsgrade-Regelungen mit Stellgrößenbegrenzung (nach [Hip06, S. 105])

dem Rückführzweig bleibt. Die Stellgrößenbegrenzung wird als symmetrische Eingangs-begrenzung angenommen. Es gilt:

$$\text{sat}_{u_0}(u) = \begin{cases} u_0, & u > u_0 \\ u, & -u_0 \leq u \leq u_0 \\ -u_0, & u < -u_0 \end{cases} . \quad (4-58)$$

Die entsprechend veränderte Sollgröße wird durch den Sollausgang y_{ref} repräsentiert, der veränderte Referenzzustandsvektor durch z_{ref} . Die Filterung erfolgt zur Laufzeit, sodass die Sollgröße nicht im Vorfeld bekannt sein muss.

In den folgenden Abschnitten werden zwei Filtervarianten vorgestellt, mit denen Referenzgrößen zur Vermeidung von Windup-Effekten bei PKM geeignet und zur Laufzeit gefiltert werden können. Sie nehmen den Platz des Blocks *Referenztrajektorie* in Bild 3-1 ein und können für alle in dieser Arbeit betrachteten Regelungskonzepte für PKM gleichermaßen verwendet werden. Wie Bild 4-9 zeigt, ist die Einganggröße der Filter der Verlauf der Sollposition x_w . Ausgänge sind die Referenzbeschleunigung \ddot{x}_{ref} , sowie der Referenzersatzzustand ξ_{ref} und der Sollausgang y_{ref} . Beide Varianten übernehmen neben

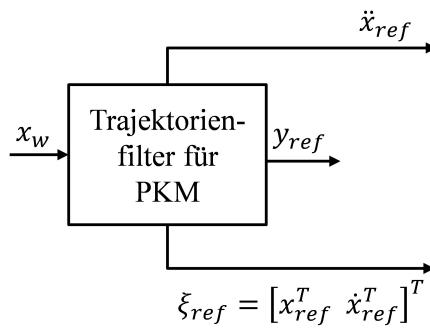


Bild 4-9: Ein- und Ausgänge eines Trajektorienfilters für PKM

der Filterung auch die Berechnung der ersten beiden zeitlichen Ableitungen des Referenzsignals.

Die erste im Folgenden vorgestellte Filtervariante, das Mehrgrößenzustandsfilter, berück-sichtigt dynamische Begrenzungen, die sich durch die beschränkte Bandbreite der Aktorik ergeben. Die zweite Variante, ein modellgestütztes nichtlineares Führungsfilter, bezieht

hingegen auch statische Begrenzungen, die sich aus den begrenzten Stellkräften ergeben, ein. Darüber hinaus bietet dieses Filter bei geeigneter Implementierung eine Lösung für das Direktionalitätsproblem bei PKM.

4.3.1 Mehrgrößenzustandsfilter

Das in dieser Arbeit als *Mehrgrößenzustandsfilter* (MZF) bezeichnete Element beschreibt ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung. Die Entwurfsparameter sind die Eckfrequenz des Filters, f_{Filt} in Hz, sowie das Lehrsche Dämpfungsmaß D_{Filt} . In [KWR10] wird vorgeschlagen, den Referenzzustand ξ_{ref} zur Regelung um die zu erwartende Aktordynamik zu verzögern. Dies erscheint vor dem Hintergrund der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur sinnvoll, denn: Selbst wenn die Aktorkräfte aus dem Vorsteuerzweig korrekt berechnet werden, können sie nur mit der vorhandenen Aktordynamik gestellt werden. Das führt zu unnötig großen Regeldifferenzen, falls der Referenzzustand nicht entsprechend verzögert wird. Bild 4-10 visualisiert eine geeignete Implementierung des Mehrgrößenzustandfilters für PKM als Blockschaltbild. Die mögliche Verzögerung des Referenzzustands um die Aktordynamik $G_A(s)$ nach (2-58) ist ebenfalls berücksichtigt.

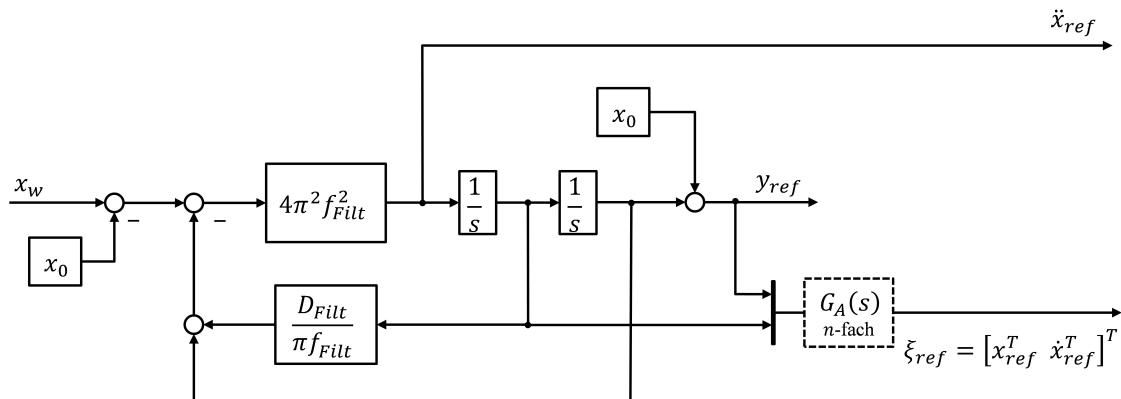


Bild 4-10: Mehrgrößenzustandsfilter für PKM

Bild 4-11 zeigt Simulationsergebnisse verschiedener Konfigurationen des MZF für das Zielsystem. Die Daten wurden mit folgenden Konfigurationen erzeugt:

- Streckenmodell: Sechs-FHG-Modell mit Berücksichtigung aller kinematischen Zusammenhänge, einer Masse und idealisiert, als Verzögerungsglied dritter Ordnung implementierter Aktorik. Die Aktorik ist zusätzlich gemäß (4-58) stellgrößenbeschränkt.
- Regelung: Flachheitsbasierte Folgeregelung im OS. Die Gesamtausgangsgröße wird begrenzt ($\tau_{q,ref} = \text{sat}_{u_0}(u)$, $u_0 = \tau_{q,max} = 2,04 \cdot 10^4$ N).
- $D_{Filt} = 1$
- Simulation 1: MZF mit $f_{Filt} = 500$ Hz, **ohne** Verzögerung von ξ_{ref}
- Simulation 2: MZF mit $f_{Filt} = 80$ Hz, **ohne** Verzögerung von ξ_{ref}
- Simulation 3: MZF mit $f_{Filt} = 80$ Hz, **mit** Verzögerung von ξ_{ref} um $G_A(s)$

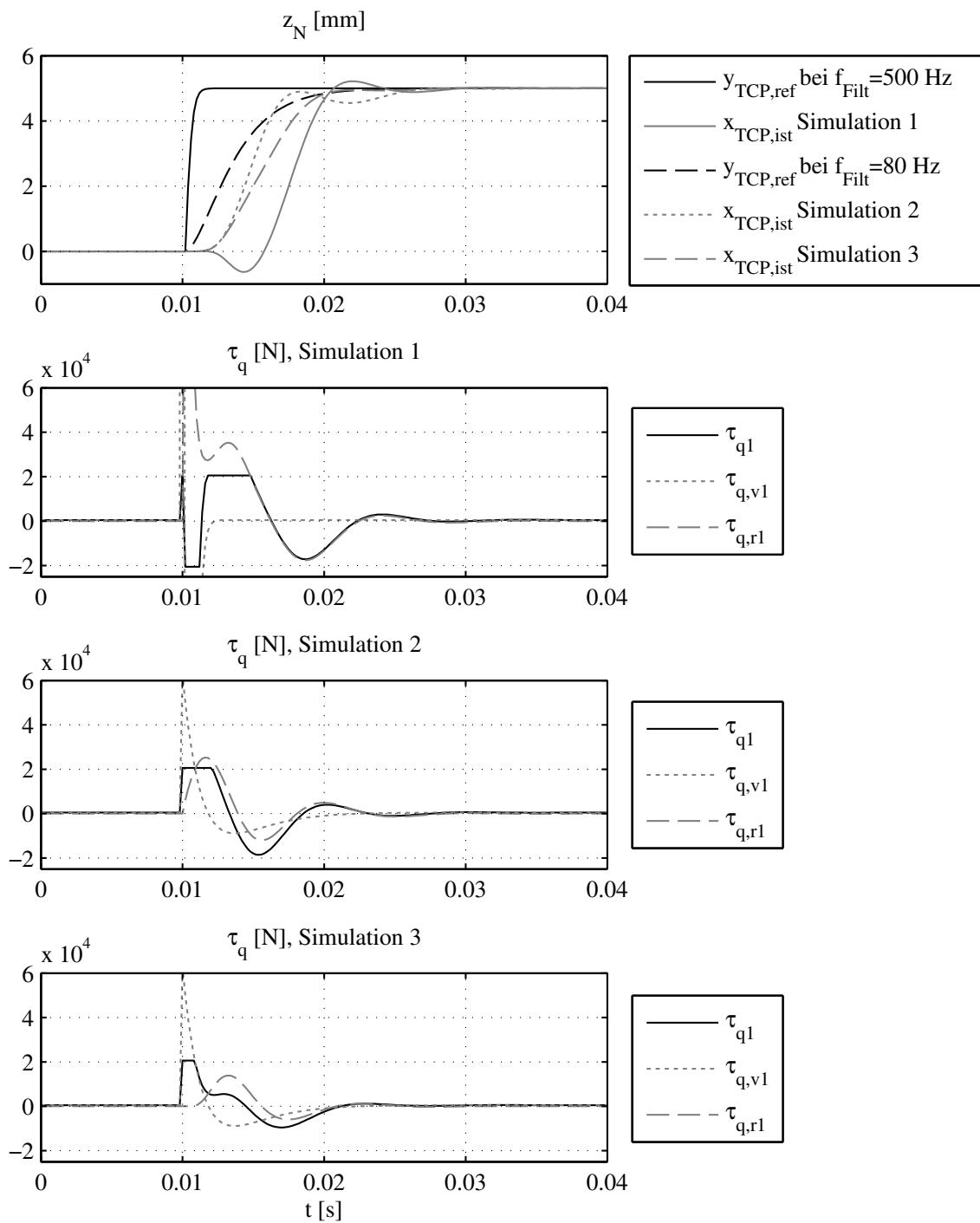


Bild 4-11: Simulationsergebnisse für verschiedene Konfigurationen eines Mehrgrößenzustandsfilters für PKM

Im oberen Graphen sind zunächst die Sollausgangsgrößen $y_{TCP,ref}$ der Filter mit den betrachteten Eckfrequenzen für einen Sprung um 5 mm in die z_N -Richtung des globalen Koordinatensystems in schwarz dargestellt. Eingezeichnet ist die relative Abweichung von der Nulllage $x_{TCP,0}$. Die grauen Linien markieren die erreichten Istpositionen des TCP, $x_{TCP,ist}$, für die verschiedenen Simulationen. Deutlich zu erkennen ist, dass das System bei sehr schnell, fast ideal aufgebrachtem Sprung erheblich langsamer ist als bei stärker gefilterter Sollvorgabe. Es bewegt sich sogar zunächst entgegen der gewünschten Bewegungsrichtung. Bei stark gefilterter Sollvorgabe hingegen wird die Sollgröße schneller und, bei zusätzlich um die Aktordynamik verzögertem Referenzzustand, ohne Oszillationen eingeregelt. Es wird offensichtlich, dass Simulation 3 die beste Systemkonfiguration berücksichtigt. Die Ursache dafür wird bei der Betrachtung der begrenzten Sollaktorkräfte τ_q deutlich, die in den unteren Graphen für den Aktor 1 dargestellt sind. Sie setzen sich additiv aus den im Vorsteuer- ($\tau_{q,v}$) und Rückführzweig ($\tau_{q,r}$) berechneten Anteilen zusammen. Diese Anteile arbeiten vor allem bei der schnellen Filterung stark gegeneinander und die resultierende Sollkraft läuft schnell zwischen oberer und unterer Begrenzung hin und her – eine typische Ausprägung des Windup-Effekts –, was dazu führt, dass zunächst sogar ein Unterschwingen im Positionsverlauf auftritt. Die Ergebnisse aus Simulation 3 hingegen zeigen, dass dort zunächst die Kräfte aus der Vorsteuerung aufgeschaltet werden und die Regelung aufgrund des um die Aktordynamik verzögerten Referenzzustands erst später und weniger stark eingreifen muss. Hier wird demnach der Grundgedanke der Zwei-Freiheitsgrade-Regelung am besten umgesetzt.

Die Verzögerung des Referenzzustands ξ_{ref} gegenüber dem Referenzausgang y_{ref} um die Aktordynamik $G_A(s)$ führt offensichtlich zu einem verbesserten Regelungsverhalten. Daher wird diese Vorgehensweise für alle weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit gewählt. In Simulationen wird als „Sollsignal“ für die Regelung weiterhin der Referenzausgang y_{ref} angegeben, da dieser phasenmäßig zu dem Eingang für die Vorsteuerung, \ddot{x}_{ref} , passt.

Die in den unteren Graphen in Bild 4-11 dargestellten Verläufe zeigen Sollaktorkräfte – die Istaktorkräfte wurden in der Simulation mittels $G_A(s)$ nach (2-58) berechnet. $G_A(s)$ ist ein Verzögerungsglied dritter Ordnung und damit auch ursächlich für die Verzögerung in den oben dargestellten Positionsverläufen, die wie eine Totzeit erscheint.

Das MZF eignet sich gut zur Vermeidung dynamischer Begrenzungen. Es erreicht jedoch bei statischen Stellgrößengrenzungen gemäß (4-58), wie sie in fast jedem realen System vorhanden sind, schnell seine Grenzen. Diese bewirken neben dem Direktionalitätsproblem, welches das MZF nicht lösen kann, eine Amplitudenabhängigkeit der erreichbaren Systemdynamik. So können bspw. kleine Amplituden mit großer Dynamik, große Amplituden hingegen nur vergleichsweise langsam gestellt werden. Bei zyklischen, im Vorfeld bekannten Solltrajektorien mit konstanter Amplitude und Frequenz kann die Verwendung eines MZF sinnvoll sein. Für das Nachfahren von Solltrajektorien mit einem breiten Frequenz- und Amplitudenspektrum, die im Vorfeld nicht bekannt sind, müssen andere Wege gefunden werden. Als mögliche Lösung zur Anwendung in der Regelung von PKM hat sich eine Anpassung des in [Hip06] beschriebenen modellgestützten nichtlinearen Führungsfilters erwiesen, dessen Funktionsweise und Auslegung im nachfolgenden Abschnitt thematisiert werden.

4.3.2 Modellgestütztes nichtlineares Führungsfilter für PKM

Das *Modellgestützte nichtlineare Führungsfilter* (MNF) für PKM basiert auf einem Ansatz, der von *Peter Hippe* in [Hip06, S. 105 ff.] beschrieben wird. Dieser wiederum ist eine Weiterentwicklung der Kaskadenregelstruktur für Regelungssysteme mit Begrenzungen nach *Hansruedi Bühler*, vgl. [Büh00], zit. in [Hip06, S. 92]. In [Rie14] werden der generelle Aufbau und die Funktionsweise des MNF im Hinblick auf die geplante Anwendung für das Zielsystem erläutert, sowie die entsprechende Auslegung dokumentiert. Die nachfolgenden Ausführungen basieren auf dieser Arbeit.

Bild 4-12 zeigt die Grundstruktur des MNF für ein SISO-System nach [Hip06, S. 109]. Es besteht aus einem Streckenmodell ohne Begrenzungen, welches nicht notwendigerweise stabil sein muss, einer Abbildung der Stellgrößenbegrenzung sat_{r_0} , sowie zwei Regelkaskaden. Damit handelt es sich gewissermaßen um eine Erweiterung der modellgestützten dynamischen Vorsteuerung, wie sie in [Föll13, S. 327] beschrieben wird. Die Kaskaden entsprechen prinzipiell klassischen Zustandsregelungen mit Vorfilter, vgl. [Föll13, S. 322].

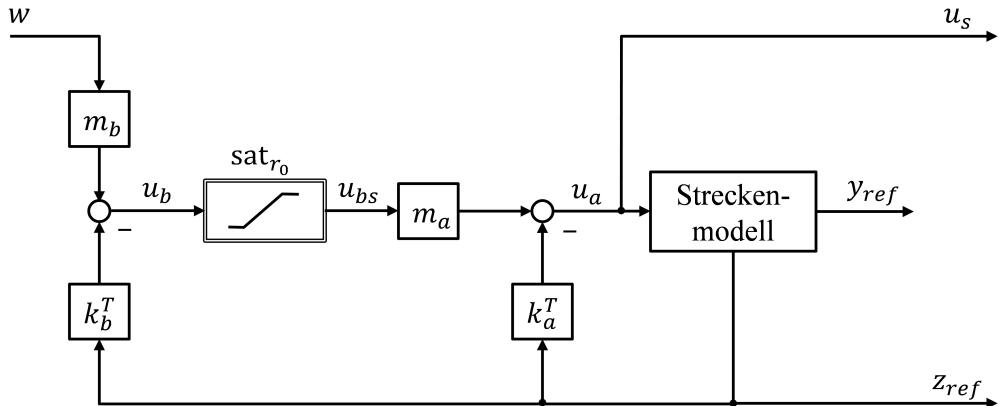


Bild 4-12: Grundstruktur des MNF nach [Hip06, S. 109]

Für die modelltechnische Abbildung der Strecke werden Linearität, Zeitinvarianz und vollständige Steuer- und Beobachtbarkeit gefordert, vgl. [Hip06, S. 108]. Die Begrenzung $\text{sat}_{r_0}(u_b)$ „ist das zentrale Element, um die ausgegebenen Stellgrößen innerhalb der zulässigen Grenzen zu halten“, vgl. [Rie14, S. 33]. Die Auslegung der Reglermatrizen k_a^T und k_b^T , Vorfilter m_a und m_b , sowie der Begrenzung r_0 erfolgt iterativ und auf der Basis von Simulationen. Hierzu werden geeignete Sollsignale, z. B. in der Form von Einheitssprüngen, aufgebracht und die sich ergebenden Stellgrößen u_s und Referenzzustände z_{ref} analysiert. Die Reglermatrizen werden mittels Polvorgabe (vgl. auch Abschnitt 4.2.2) ausgelegt. Die Vorfilter können nach erfolgter Reglersynthese aus der Forderung nach stationärer Genauigkeit bestimmt werden, vgl. [Föll13, S. 322].

Im Zuge der Auslegung wird zunächst der Regler k_a^T dimensioniert. Basierend auf dem Regelgesetz

$$u_a = -k_a^T z_{ref} + m_a u_{bs} \quad (4-59)$$

werden die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises mittels Polvorgabe platziert. In [Hip06, S. 119] wird für Systeme ohne Ausgangsbeschränkung empfohlen, für diese erste

Kaskade einen Eigenwert in $s = 0$ zu legen. Dies lässt sich wie folgt begründen: Falls alle Eigenwerte der ersten Kaskade einen negativen Realteil besitzen, bewirkt die Begrenzung r_0 eine Beschränkung des Referenzausgangs y_{ref} und damit auch des realen Systemausgangs y . Werden jedoch die Eigenwerte der ersten Kaskade so gewählt, dass ein Eigenwert im Ursprung der komplexen Ebene liegt, so existiert diese Ausgangsbeschränkung nicht. Die innere Kaskade weist somit integrales Verhalten auf und kann durch die äußere Kaskade stationär genau, jedoch ohne Ausgangsbeschränkung, geregelt werden. Das Vorfilter m_a kann beliebig, z. B. zu $m_a = 1$, gewählt werden, vgl. [Hip06, S. 119].

Die Begrenzung r_0 kann zunächst gleich der Begrenzung im realen System, charakterisiert durch u_0 , gewählt werden, wird jedoch im weiteren Verlauf des Entwurfsprozesses noch angepasst. Für die Auslegung der zweiten Kaskade wird die Begrenzung vernachlässigt und die Reglermatrix k_b^T wird abermals mittels Polvorgabe ausgelegt. Nun werden jedoch alle Eigenwerte in die linke Hälfte der komplexen Ebene gelegt. Dabei repräsentiert die innere Kaskade die Regelstrecke, die Begrenzung wird für den Regelungsentwurf vernachlässigt. Das Vorfilter m_b wird so ausgelegt, dass die äußere Kaskade stationär genau ist, vgl. [Hip06, S. 111].

Nach dieser ersten Dimensionierung können die Parameter des MNF auf der Basis von Simulationen optimiert werden. Dazu werden die Größen u_a und y_{ref} betrachtet, wobei stets

$$-u_0 \leq u_a \leq u_0 \quad (4-60)$$

gelten soll. Dies ist das wichtigste Ziel der Auslegung, vgl. [Hip06, S. 109], denn ist diese Forderung erfüllt, so verlässt der Eingang des Systemmodells nie den zulässigen Signalbereich. Um dies zu erreichen, wird der Wert r_0 so weit reduziert, dass auch bei den größten zu erwartenden Sprungamplituden (4-60) erfüllt ist. Durch die Analyse der Sprungantwort y_{ref} wird das dynamische Verhalten des MNF iterativ eingestellt. Dazu werden die Filterparameter so variiert, dass sich das Filter günstig bei großen und kleinen Sprungamplituden verhält.

Zur Verbesserung der Filtercharakteristik können weitere Kaskaden vorgeschaltet werden. Die entsprechend erweiterte Struktur verdeutlicht Bild 4-13. Durch zusätzliche Kaskaden

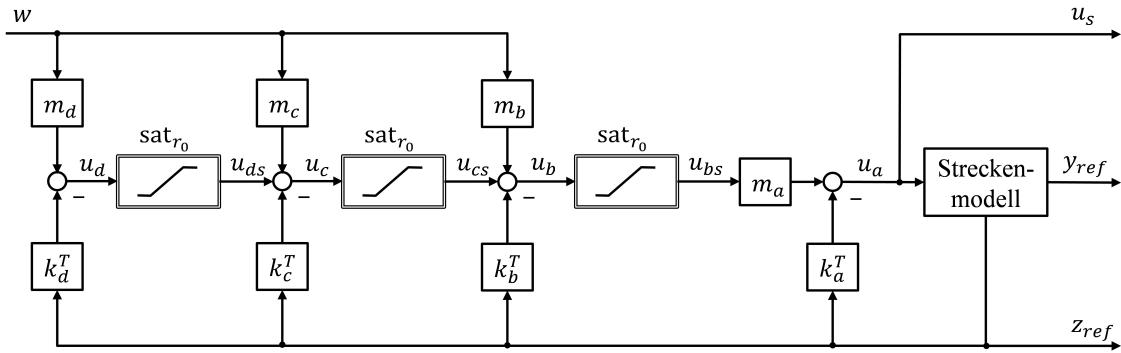


Bild 4-13: MNF mit zwei zusätzlichen Kaskaden ([Hip06, S. 116])

kann das dynamische Verhalten des MNF besonders im Hinblick auf kleine Amplituden optimiert werden. Theoretisch lässt sich eine beliebige Anzahl von Kaskaden vorschalten, in der Praxis ist ihre Zahl jedoch begrenzt. In [Rie14, S. 35] werden dazu folgende Überlegungen zum Ausdruck gebracht:

- „Die zusätzliche Verbesserung wird mit jeder weiteren Schleife geringer.“
- Mit zunehmender Anzahl von Kaskaden steigt das Risiko instabilen oder oszillierenden Verhaltens innerhalb der Vorsteuerung.
- Die Vorsteuerung muss auf der gegebenen Hardware realisiert werden. Die Eigenwerte [...] dürfen nur so weit links liegen, dass das gewählte Integrationsverfahren bei vorgegebener Schrittweite noch stabil arbeitet.“

Grundsätzlich werden die Regler der äußeren Schleifen so dimensioniert, dass die Eigenwerte der Kaskaden von innen nach außen weiter links in der komplexen Ebene liegen, die Regler demnach nach außen hin an Schnelligkeit gewinnen. Auch bei zusätzlichen Kaskaden erfolgt die Dimensionierung aller Filterparameter nicht streng systematisch, sondern durch einen iterativen Prozess, in dem simulierte Sprungantworten betrachtet werden. Die nachfolgend genannten Aspekte, die in [Rie14] aus [Hip06] zusammengetragen wurden, liefern jedoch wichtige Richtlinien zur Auslegung:

- Die innere Schleife sollte nicht zu schnell ausgelegt werden. Dies ist zwar günstig für kleine Sprungamplituden, wirkt sich jedoch überaus negativ auf das dynamische Verhalten bei größeren Amplituden aus. Das Kleinsignalverhalten sollte vor allem durch die zusätzlichen Kaskaden optimiert werden.
- Bei der Synthese der Kaskaden ist besonders auf eine korrekte Begrenzungssequenz zu achten. Die äußere Kaskade muss stets diejenige sein, die als erste in die Begrenzung läuft und die letzte, die sie wieder verlässt.
- Ein strenger Stabilitätsnachweis des MNF ist aufgrund seines strukturellen Aufbaus und durch die Begrenzungen nicht trivial, [Hip06, S. 104]. Für den Fall eines linearen Streckenmodells mit Eingangsbegrenzung kann das *Phasenkriterium* zur Anwendung kommen, vgl. [Hip07].

Das Phasenkriterium stellt eine Richtlinie zur Wahl der Eigenwerte für die einzelnen Kaskaden dar und basiert auf dem *Kreiskriterium*. Das Kreiskriterium ist ein Stabilitätskriterium für nichtlineare Regelkreise und kann als „Erweiterung des bekannten Nyquistkriteriums verstanden werden“, vgl. [BHZ86, S. 138]. Es kann bspw. für den Nachweis global asymptotischer Stabilität genutzt werden, vgl. [HW99]. Eine umfassende Erörterung des Kriteriums kann in [HM68, S. 385 ff.] nachgelesen werden.

Im Folgenden soll nur kurz aus anwendungsorientierter Sicht der Einsatz von Kreis- und Phasenkriterium nach [HW99] beschrieben werden. Es sei $G_{ORK}(s)$ die Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises mit Eingangsbegrenzung, $G_{GRK}(s)$ die entsprechende Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises unter Vernachlässigung der Eingangsbegrenzung. Diese Struktur gilt bei Einhaltung der korrekten Begrenzungssequenz für das MNF stets: Für die äußerste Kaskade, die sich in der Begrenzung befindet, verhalten sich die inneren Kaskaden linear, da sie sich bei Einhaltung der Begrenzungssequenz noch nicht in der Begrenzung befinden dürfen. Weiter außen liegende Kaskaden beeinflussen das Stabilitätsverhalten der betrachteten Kaskade nicht.

Die zur Anwendung der o. g. Kriterien relevante Größe ist Γ , die Differenz der Phasen beider Übertragungsfunktionen. Es gilt

$$\Gamma = \angle G_{GRK}(j\omega) - \angle G_{ORK}(j\omega). \quad (4-61)$$

Mit Hilfe des Kreiskriteriums lässt sich global asymptotische Stabilität nachweisen, falls

$$|\Gamma| \leq 90^\circ. \quad (4-62)$$

Nach [HW99] führt jedoch für Regelungssysteme mit Begrenzungen die Einhaltung des Kreiskriteriums zu einer unnötig langsamen Dynamik, dies habe sich in Untersuchungen und Anwendungen über zwei Jahrzehnte gezeigt. Es wird stattdessen eine Lockerung des Kreiskriteriums in Form des sog. *Phasenkriteriums* vorgeschlagen, welches

$$|\Gamma| \leq 120^\circ \dots 140^\circ \quad (4-63)$$

fordert. Dieser Phasenbereich hat sich laut [HW99] als ausreichend erwiesen, um Oszillationen durch die begrenzende Nichtlinearität zu vermeiden. Weiterhin sei dieses Kriterium eine einfache Synthesevorschrift für Systeme mit Eingangsbegrenzung und stelle einen Kompromiss zwischen der Minimierung oszillatorischen Verhaltens und der Maximierung der Schnelligkeit von Sprungantworten dar. In [Hip06] wird das Phasenkriterium mehrfach zur Auslegung des MNF empfohlen. Allerdings handelt es sich um eine Art Faustformel, die als Ausgangspunkt für die iterative Optimierung der Filterparameter dienen kann. Je nach Anwendungsfall können sich bspw. auch Auslegungen als geeignet erweisen, bei denen die Phasendifferenz unterhalb des vom Phasenkriterium geforderten Bereichs bleibt. Dies hat sich beispielsweise bei der Auslegung des MNF für das Zielsystem gezeigt.

Anwendung des MNF zur Regelung von PKM

Das MNF ist prädestiniert zur Anwendung in der Regelung von PKM in Verbindung mit flachheitsbasierten Entwurfskonzepten. Diese bewirken eine exakte Linearisierung des Streckenverhaltens, resultierend in einem doppelt integrierenden Verhalten bei einer Verstärkung von eins. Dies lässt sich sehr einfach als Streckenmodell in das MNF integrieren.

Die Eingangsbegrenzung der realen Aktorik wirkt auf der Kraft- bzw. Momentenebene in Gelenkkoordinaten und kann auf einfache Weise in eine näherungsweise Begrenzung auf Beschleunigungsebene transformiert werden, um die o.g. Form für das Streckenmodell zu erhalten. Die Tatsache, dass auch die einzelnen Aktorwege begrenzt sind, wird bei der Filterung nicht berücksichtigt und muss bei der Generierung der Sollvorgabe x_w berücksichtigt werden.

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, das MNF zunächst für den Eingrößenfall im JS zu entwerfen und anschließend auf den Mehrgrößenfall zu erweitern. Die maximale Beschleunigung im JS kann als Eingangsbeschränkung interpretiert werden. Für die Arbeitsraummittelstellung x_0 bei PKM gilt

$$u_0 = \ddot{q}_{max} = \max(M_q^{-1}(x_0) \cdot 1_{\eta \times 1} \cdot \tau_{q,max}). \quad (4-64)$$

Dabei ist $1_{\eta \times 1}$ ein Vektor der Länge η , der nur mit Einsen besetzt ist.

Diese wenigen Angaben genügen bereits zur Auslegung des MNF für eine gegebene PKM gemäß der oben skizzierten Vorgehensweise. Dabei können zur Optimierung des Filters

auch Simulationen mit detaillierten Streckenmodellen, wie bspw. im Fall des Zielsystems eines hydraulischen, geregelten Aktors, durchgeführt werden.

Für die Erweiterung auf den Mehrgrößenfall, der Filterung von η -dimensionalen Solltrajektorien für PKM, ist zu beachten, dass die Vorgabe x_w in globalen Koordinaten vorliegt. Die Zustandsgrößen des eindimensionalen Filters, das im JS ausgelegt wurde, müssen demnach durch die globalen Vektoren x , \dot{x} und \ddot{x} ersetzt werden. Bild 4-14 zeigt die Struktur eines MNF für PKM mit drei Kaskaden und den entsprechenden Signalpfaden. Sie kann für mehr bzw. weniger Kaskaden entsprechend reduziert bzw. erweitert werden. Das integrierte Modell besteht aus einem η -fachen doppelten Integrator. Die für den Ein-

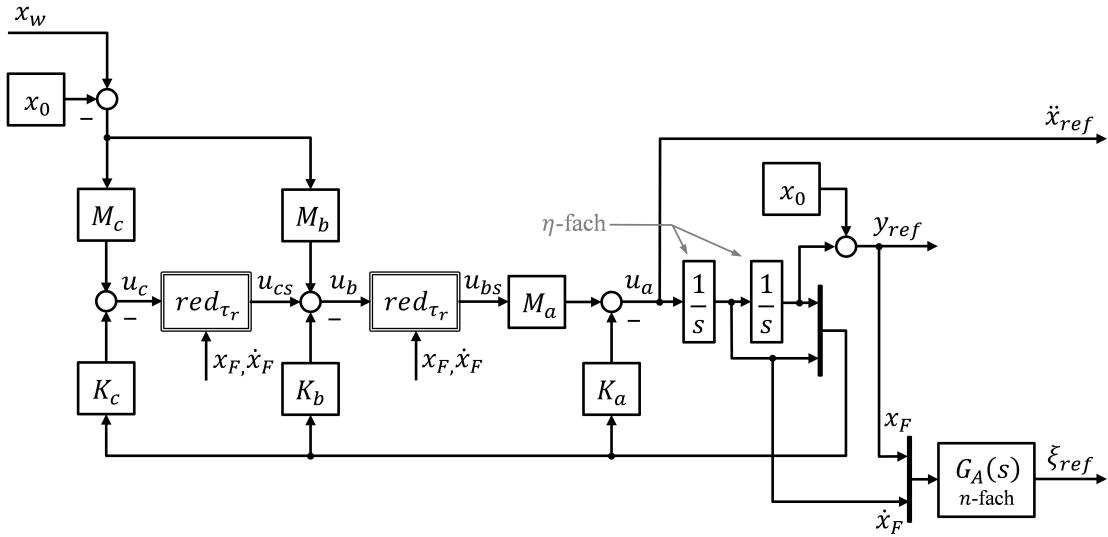


Bild 4-14: Struktur des MNF für PKM

größenfall bestimmten Parameter der einzelnen Kaskaden sind zur Erweiterung auf den Mehrgrößenfall lediglich durch Einheitsmatrizen zu erweitern. Für die erste Kaskade gilt bspw.

$$K_a = \begin{bmatrix} k_{a,1} \cdot I_{\eta \times \eta} & k_{a,2} \cdot I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix}$$

$$M_a = m_a \cdot I_{\eta \times \eta},$$

die Matrizen für die weiteren Kaskaden werden analog gebildet.

Die Extrapolation der für das eindimensionale Filter bestimmten Begrenzung r_0 ist hingegen nicht trivial: Sie verkörpert eine Begrenzung der Aktorbeschleunigung in Gelenkkoordinaten, während die Filterzustände und die Sollvorgabe in globalen Koordinaten definiert sind. Es ist nicht möglich, diese Begrenzung bspw. durch Anwendung der Jacobimatrix in globale Koordinaten umzurechnen. Durch die verkoppelte Struktur einer PKM wirkt die Begrenzung der Aktorstellgrößen immer auf alle globalen FHG. Die Maximalkraft für einen FHG ist abhängig von den für die anderen FHG geforderten Kräften und Momenten und kann nicht isoliert betrachtet werden.

Es ist sinnvoll, als begrenzende Größe anstatt der für den Eingrößenfall verwendeten Beschleunigung die maximal erzeugbare Aktorkraft zu verwenden. Dies lässt sich wie folgt begründen: Die Beschleunigungsbegrenzung in Gelenkkoordinaten ist nach (4-64) abhängig von x , wohingegen der Wert von $\tau_{q,max}$ konstant ist. Der für den Eingrößenfall

bestimmte Wert r_0 kann als um den Faktor k reduzierte Maximalbeschleunigung interpretiert werden:

$$r_0 = k \cdot \ddot{q}_{max}. \quad (4-65)$$

Der Skalierungsfaktor k findet entsprechend in der Berechnung der begrenzenden Aktorkraft für das Mehrgrößenfilter Anwendung:

$$\tau_r = k \cdot \tau_{q,max}. \quad (4-66)$$

Zur Lösung der o. g. richtungsabhängigen Begrenzungsproblematik hat sich der Algorithmus $red_{\tau_r}(u)$ als geeignet erwiesen. Die Bedeutungen der Matrizen $J(x)$, $H(x)$, $\dot{H}(x, v)$ können Abschnitt 2.2.2 entnommen werden.

Algorithmus zur Berechnung von $u_S = red_{\tau_r}(u)$

Eingang: Zu begrenzende Größe u , Filterzustandsgrößen x_F, \dot{x}_F , Begrenzung τ_r

```

1    $v = H(x_F) \cdot \dot{x}_F$ 
2    $\dot{v} = H(x_F) \cdot u + \dot{H}(x_F, v) \cdot \dot{x}_F$ 
3    $\tau_x = M(x_F) \cdot \dot{v}$ 
4    $\tau_q = J^T(x) \cdot \tau_x$ 
5   if  $\max(|\tau_q|) > \tau_r$ 
6      $r = \tau_r / \max(|\tau_q|)$ 
7      $\tau_{x,red} = r \cdot \tau_x$ 
8      $\dot{v} = M^{-1}(x_F) \cdot \tau_{x,red}$ 
9      $u_S = H^{-1}(x_F)(\dot{v} - \dot{H}(x_F, v) \cdot \dot{x}_F)$ 
10  else
11     $u_S = u$ 
12  end
```

Ausgang: Begrenzte Größe u_S

Die Funktionsweise dieser Berechnungsvorschrift lässt sich wie folgt umschreiben: Aus der Eingangsgröße u , die als globale Beschleunigung \ddot{x} interpretiert werden kann, werden zunächst mit Hilfe der Massenmatrix die zur Ausführung dieser Beschleunigung erforderlichen Aktorkräfte τ_q berechnet. Falls der betragsmäßig maximale Eintrag von τ_q die Begrenzung τ_r überschreitet, so wird der gesamte Kraftvektor τ_x um den entsprechenden Anteil reduziert, in eine Beschleunigung \ddot{x} umgerechnet und als u_S ausgegeben. Prinzipiell entspricht dieser Vorgang einer Reduktion des gesamten Beschleunigungsvektors in globalen Koordinaten, sodass er durch die reale Aktorik in dem jeweiligen Betriebspunkt stellbar wird. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass eine zu hohe Beschleunigungsanforderung in einem FHG nicht zu einer Verzerrung in anderen FHG führt. Die Einbindung des o. a. Algorithmus in das MNF verkörpert somit eine Lösung für das Direktionalitätsproblem bei PKM bei gleichzeitig optimaler Ausnutzung der systemischen Stellgrößenbegrenzungen.

Für das MNF zur Regelung des Zielsystems haben sich die in Tabelle 4-1 gelisteten Parameter als geeignet erwiesen, vgl. [Rie14, S. 62]. Bild 4-15 und Bild 4-16 zeigen Simulationsergebnisse, welche die Funktionalität des so ausgelegten MNF für das Zielsystem belegen. Die Daten wurden mit dem gleichen Setup wie Simulation 1-3 (s. Bild 4-11) erzeugt, d. h.

Parameter	Zahlenwert
k_a^T	[0 80]
k_b^T	[25600 240]
k_c^T	[846400 1760]
k_d^T	[19360000 8720]
m_a	1
m_b	25600
m_c	846400
m_d	19360000
k	0,7

Tabelle 4-1: Parameter des MNF zur Regelung des Zielsystems

- Streckenmodell: Sechs-FHG-Modell mit Berücksichtigung aller kinematischen Zusammenhänge, einer Masse und idealisiert, als Verzögerungsglied dritter Ordnung implementierter Aktorik. Die Aktorik ist zusätzlich gemäß (4-58) stellgrößenbegrenzt.
- Regelung: Flachheitsbasierte Folgeregelung im OS. Die Gesamtausgangsgröße wird begrenzt ($\tau_{q,ref} = \text{sat}_{u_0}(u)$).

Folgende Sollvorgaben und Filterkonfigurationen wurden verwendet:

- Simulation 4: Sprung von 0 auf 5 mm bei $t = 0,01$ s in x_N , **MZF** mit $f_{Filt} = 80$ Hz, $D_{Filt} = 1$
- Simulation 5: Sollvorgabe wie Simulation 4, **MNF**
- Simulation 6: Sprung von 0 auf 50 mm in x_N bei $t = 0,01$ s, **MZF** mit $f_{Filt} = 80$ Hz, $D_{Filt} = 1$
- Simulation 7: Sollvorgabe wie Simulation 6, **MNF**

In allen Fällen wurde der Referenzzustand ξ_{ref} für die Regelung um die Aktordynamik $G_A(s)$ verzögert. Im oberen Graphen sind jeweils die gefilterte Sollbewegung in x_N -Richtung und die entsprechenden Systemantworten aufgezeichnet. Im zweiten Graphen ist die Systemantwort in β_N -Richtung, also der Rotation um die y_N -Achse, aufgetragen. Dieser rotatorische FHG ist stark verkoppelt mit der Bewegung in die x_N -Richtung und daher besonders anfällig für Abweichungen, die sich aus dem Direktionalitätsproblem ergeben. Für β_N ist die Sollvorgabe konstant null (wie für alle FHG außer der x_N -Richtung). Ein gutes Regelungskonzept sollte dafür sorgen, dass die Abweichungen gering sind. Die beiden unteren Graphen zeigen jeweils die von der Regelung ausgegebenen Sollaktorkräfte für den Aktor 1.

An Bild 4-15 ist im dritten Graphen zuerst erkennbar, dass die geforderten Aktorkräfte größer sind als bei einem Sprung in z_N -Richtung in gleicher Filterkonfiguration (vgl. Bild 4-11). Die Kraft, die aus dem Rückführzweig resultiert, übersteigt in erheblichem Maße die Begrenzung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die x_N -Richtung gegenüber der z_N -Richtung aufgrund der kinematischen Struktur des Hexapoden schlechter aktuiert ist. Die Gesamtaktorsollkraft bewegt sich zunächst in die obere, dann in die untere Begrenzung,

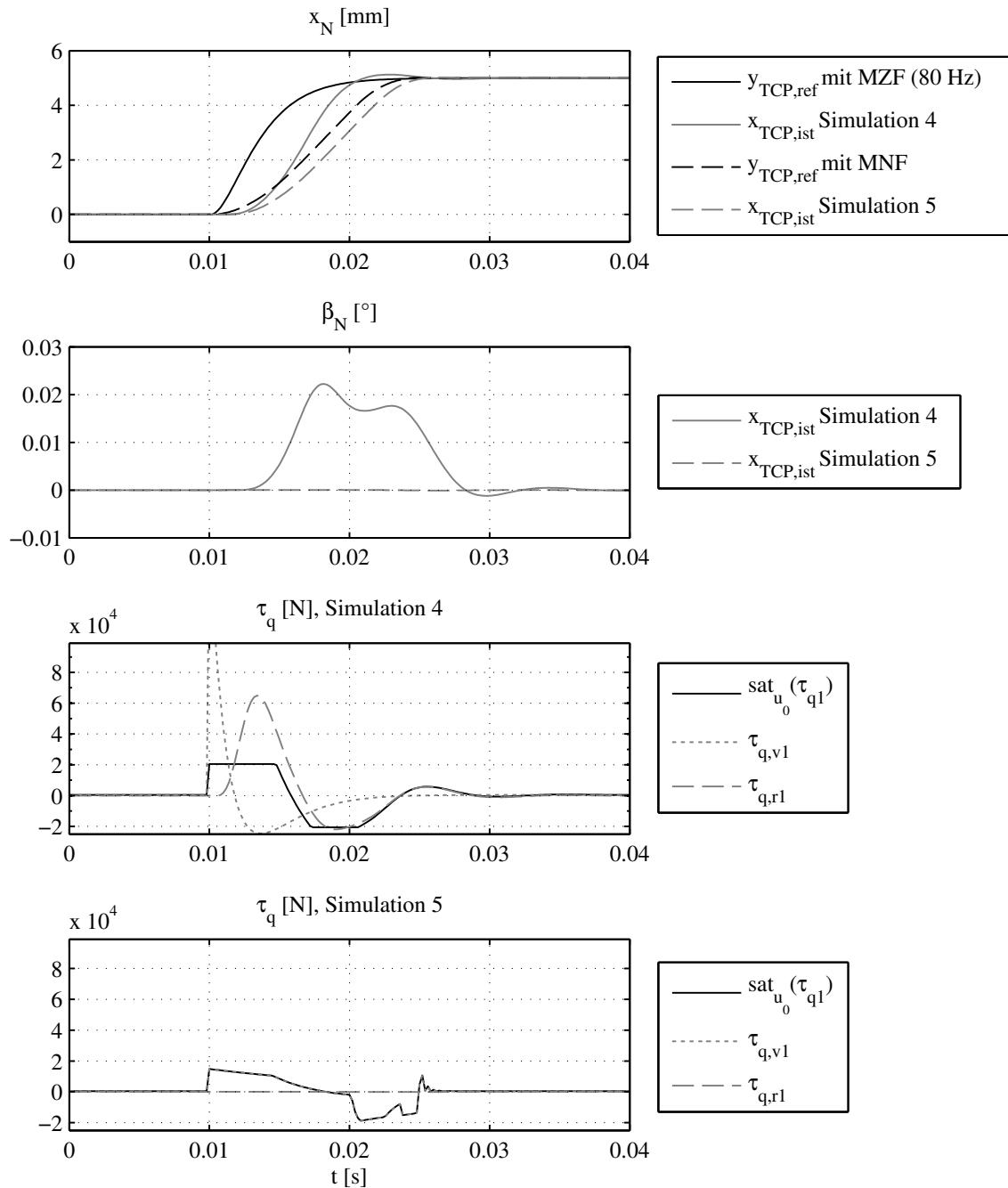


Bild 4-15: Simulationsergebnisse zum Vergleich von MZF und MNF für kleine Amplituden

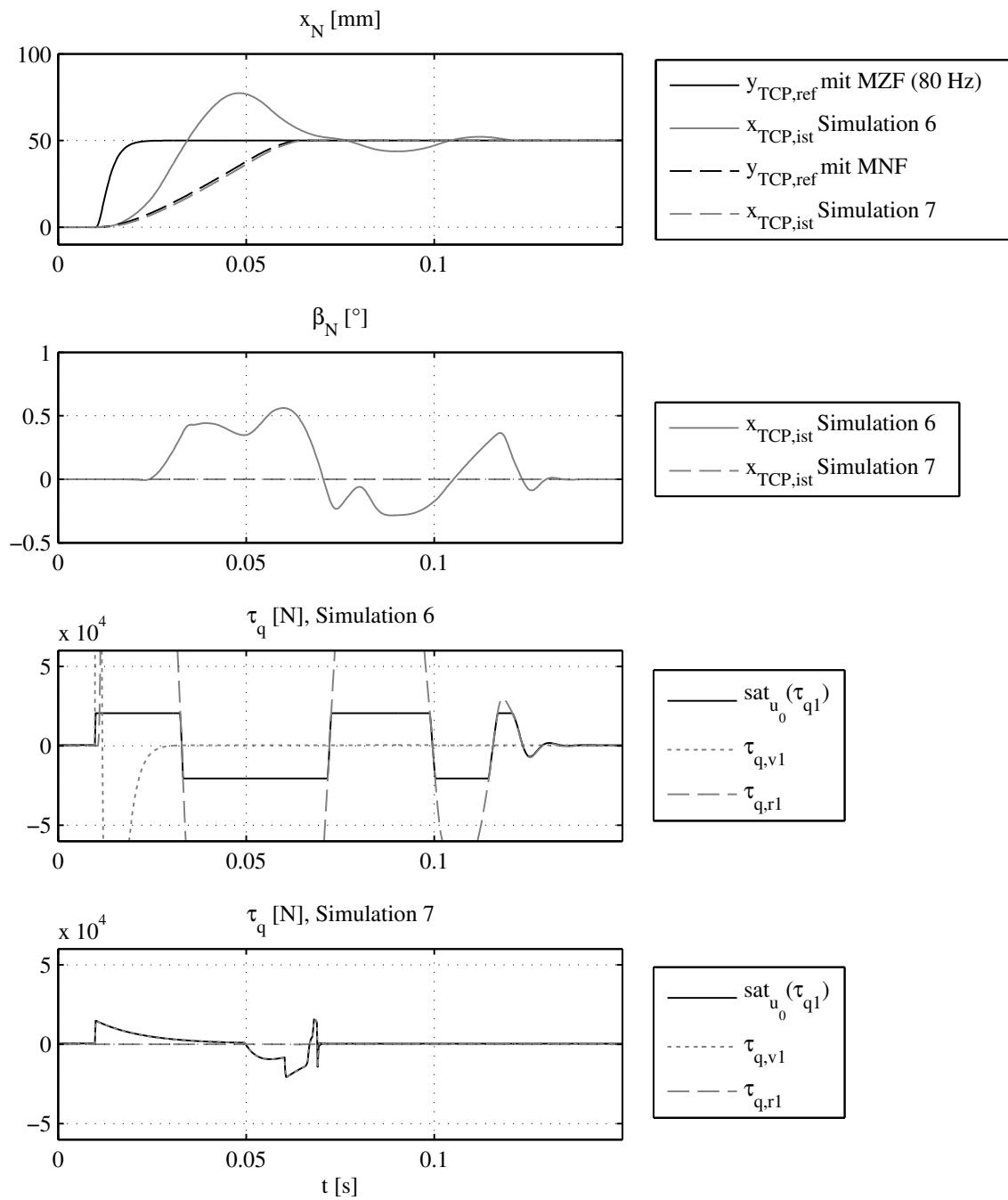


Bild 4-16: Simulationsergebnisse zum Vergleich von MZF und MNF für große Amplituden

bevor sie sich einpendelt. Dieser Effekt ist typisch für Systeme mit Eingangsbegrenzung. Im Führungsverhalten führt er zu einem leichten Überschwingen, wie am oberen Graphen zu erkennen ist. Am zweiten Graphen ist gut das Direktionalitätsproblem bei PKM zu erkennen: Dadurch, dass die Aktoren nicht gleichförmig begrenzen, ergibt sich eine deutliche Abweichung in β_N . Da sich die Aktoren bereits in der Begrenzung befinden, hat die Rückführung keine Chance, die Abweichung auszugleichen. Das MNF hingegen sorgt durch seine spezielle Struktur dafür, dass alle Stellgrößen innerhalb ihrer Begrenzung bleiben. Im unteren Graphen ist zu erkennen, dass die gesamte Stellgröße deutlich durch die Vorsteuerung dominiert wird, der Regler muss kaum eingreifen. Hier wird also die Idee der Zwei-Freiheitsgrade-Struktur deutlich besser umgesetzt. Es resultieren keine Abweichungen in β_N . Der einzige Nachteil des MNF ist, dass die Referenzgröße etwas stärker verlangsamt wird. Dabei wird die Sollgröße etwas später, dafür gänzlich ohne Überschwinger eingeregelt. Unter der Betrachtung der Vorteile des MNF im Großsignalbereich, die in Bild 4-16 deutlich werden, lässt sich diese Abweichung von etwa 5 ms jedoch leicht in Kauf nehmen. Bei einem Sollsprung der zehnfachen Höhe zeigt das System bei der Verwendung des MZF sehr schlechtes Führungs- und Störverhalten, die Stellgrößen erreichen mehrfach die Begrenzungen. Das MNF hingegen sorgt weiterhin für die Einhaltung der Grenzen und damit gutes Verhalten.

Die Amplitudenverstärkung des MNF ist abhängig von der Anregungsamplitude selbst. Dennoch ist es interessant, das Verhalten des MNF bei konstanter Amplitude im Frequenzbereich zu betrachten. Dazu wurden weitere Simulationen durchgeführt, in denen die verschiedenen FHG bei gleichbleibender Amplitude jeweils einzeln und sinusförmig mit den Frequenzen 5, 10, 20, … 100 Hz angeregt wurden. Auf diese Weise lassen sich für jede betrachtete Frequenz Amplitudenverstärkung und Phasenverschiebung bestimmen und im Bode-Diagramm auftragen. Bild 4-17 und Bild 4-18 zeigen die so entstandenen Frequenzgänge für Amplituden von 0,7 mm bzw. 0,07° und 2 mm bzw. 0,2°. Die Marker kennzeichnen dabei die jeweiligen durch die Simulation ermittelten Punkte, welche durch Linien verbunden sind. Es sind jeweils die Ergebnisse für die drei translatorischen bzw. rotatorischen FHG in einem Graphen aufgetragen, dabei sind die FHG nummeriert in der Reihenfolge, wie sie im Positions- und Orientierungsvektor x auftreten: FHG1 = x_N , FHG2 = y_N … FHG6 = γ_N . Diese Art der Frequenzgangsermittlung und -darstellung wird auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet. Zum Vergleich sind jeweils die Frequenzkennlinien des MZF (80 Hz) eingezeichnet.

Es ist zu erkennen, dass das MNF die unterschiedliche Aktuierung der FHG berücksichtigt: Bewegungen in x_N und y_N werden deutlich stärker gefiltert als die übrigen, was zu einem früheren Amplituden- und Phasenabfall führt. Weiterhin werden die Anregungen für die größeren Amplituden entsprechend der Intention schon bei niedrigeren Frequenzen reduziert. Die Kennlinien des MZF hingegen sind amplituden- und richtungsunabhängig.

In Simulationen des MNF mit komplexeren Streckenmodellen hat sich seine Überlegenheit gegenüber dem klassischen MZF bestätigt. Als Nebeneffekt hat sich gezeigt, dass das MNF auch für die Einhaltung der begrenzten Aktorgeschwindigkeiten, die sich durch die Ventilquerschnitte ergeben, sorgt.

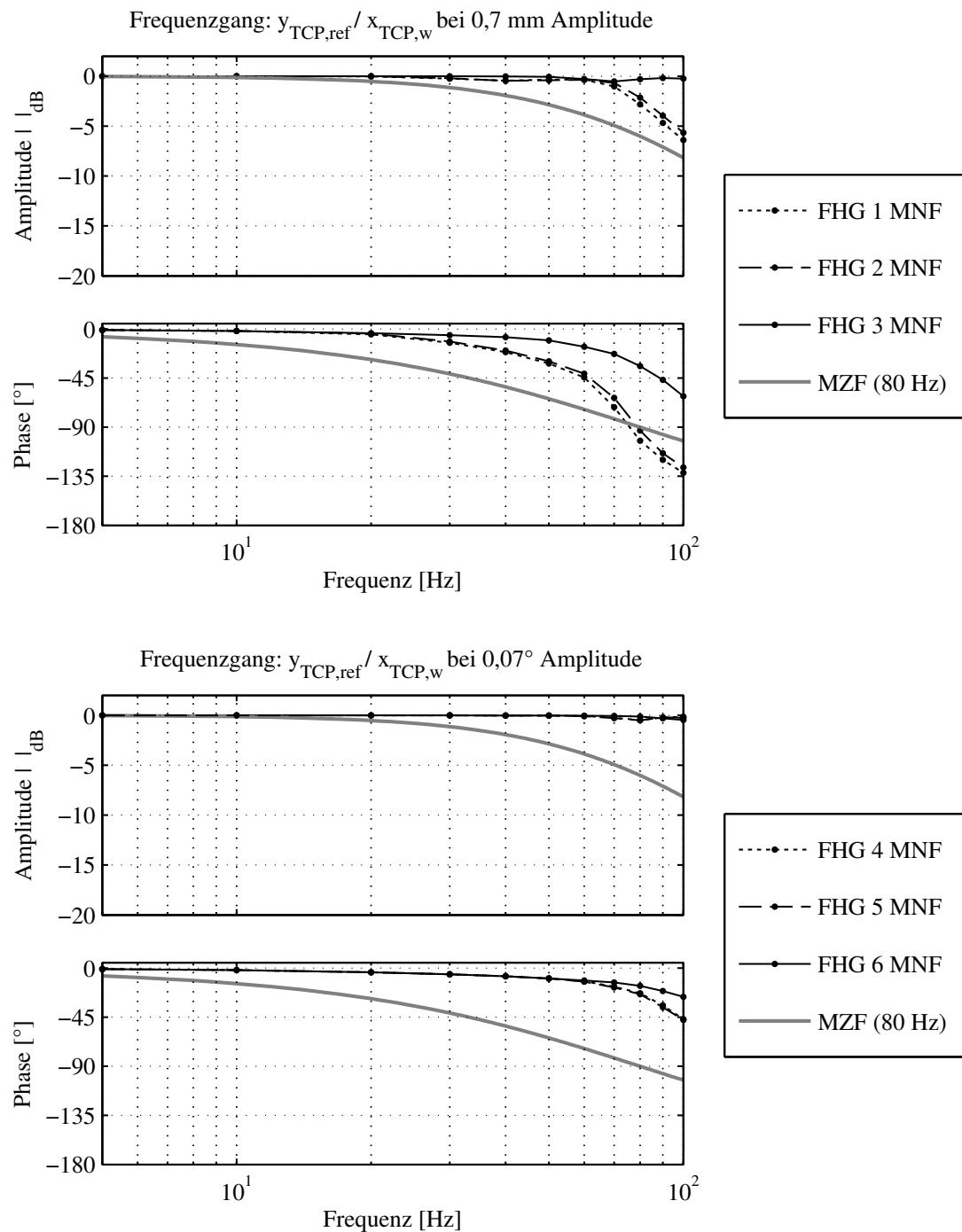


Bild 4-17: Frequenzgänge MNF und MZF (80 Hz) bei 0,7 mm bzw. 0,07° Amplitude

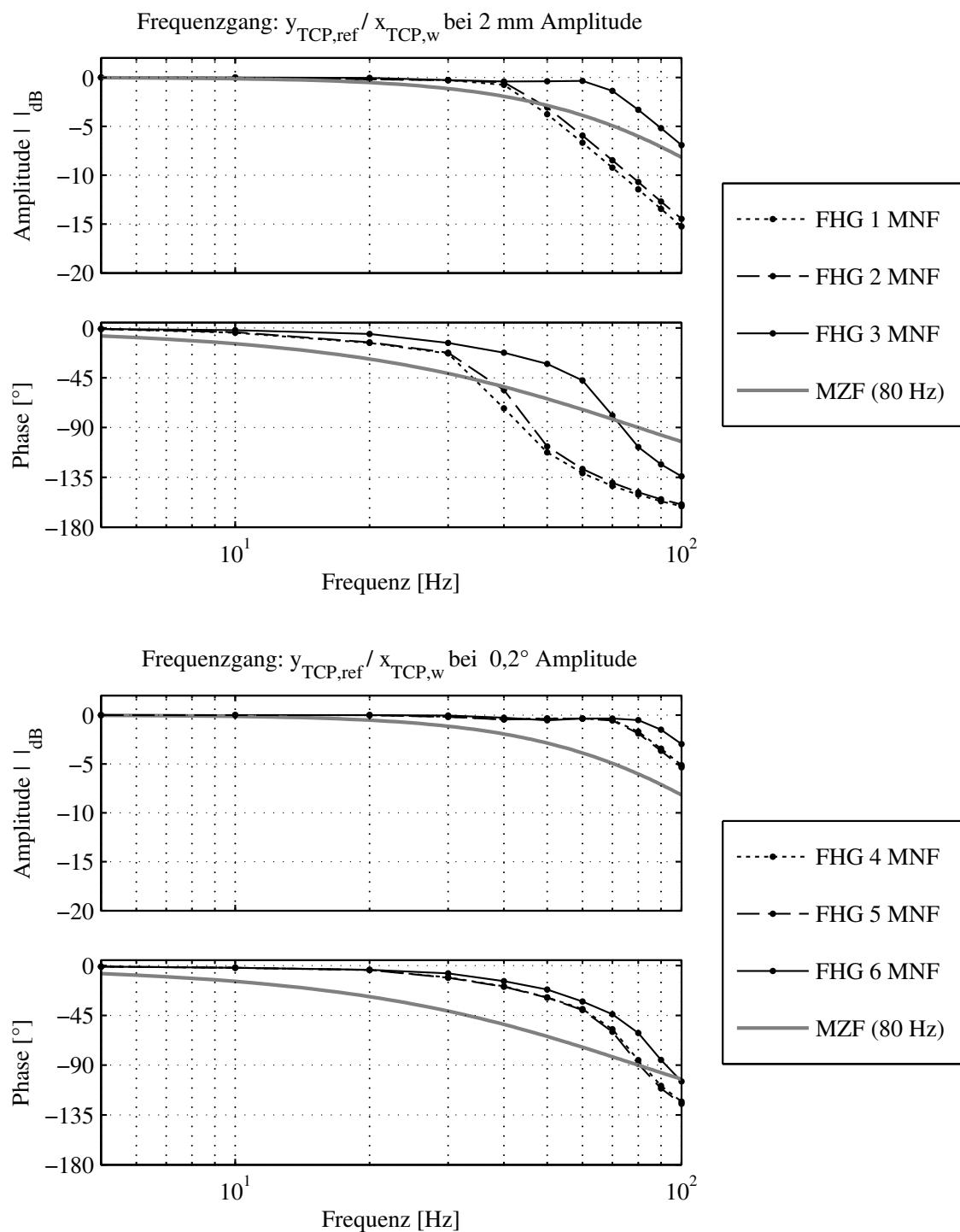


Bild 4-18: Frequenzgänge MNF und MZF (80 Hz) bei 2 mm (oben) bzw. 0,2° (unten) Amplitude

4.4 Simulationsbasierter Vergleich der Regelungen

Im Folgenden werden die Regelungsansätze auf der Basis von Simulationen miteinander verglichen. Dies geschieht unabhängig von einer möglichen Lösung des DKP durch Zustandsschätzung und ohne die Integration einer Störgrößenaufschaltung, um zunächst die reine Reglerleistungsfähigkeit beurteilen zu können.

Folgende Fragestellungen werden untersucht:

1. Welches Regelungskonzept bietet das beste Führungs- und Störverhalten?
2. Sind Vereinfachungen zur Verringerung des Rechenaufwands möglich?
3. Welchen Einfluss haben Modellabweichungen auf die Regelungsgüte?

4.4.1 Streckenmodell und Simulationsnomenklatur

Die Regler, Filter und das Streckenmodell wurden in Matlab/Simulink implementiert. Alle Simulationen wurden mit dem Euler-Integrationsverfahren bei einer Schrittweite von $h = 0,2$ ms durchgeführt. Für die verschiedenen Regler- und Filtervarianten wurden dazu die in Abschnitt 4.1 und Abschnitt 4.3 aufgeführten Gleichungen verwendet. Das verwendete Streckenmodell des Zielsystems besitzt eine bewegte Masse und nutzt die Gleichungen aus Abschnitt 2.2.2, wobei die Aktoren nach den Gleichungen aus Abschnitt 2.2.3 als hydraulische Aktoren mit allen Nichtlinearitäten und lokaler Differenzdruckregelung gemäß Abschnitt 2.3.3 modelliert wurden. Zusätzlich wurden als Störgrößen die Reibkräfte F_d und F_R berücksichtigt, sodass für die resultierende Kraft eines Aktors

$$\tau_{q,i} = \Delta p_i \cdot A_{zyl} - F_{d,i} - F_{R,i} = \Delta p_i \cdot A_{zyl} - d_{zyl} \cdot \dot{q}_i - F_R \cdot \text{sign}(\dot{q}_i) \quad (4-67)$$

gilt. Berücksichtigt sind außerdem Abweichungen der einzelnen Ventilverstärkungen im Bereich von $-10\dots -2\%$. Diese Größenordnung wird auch bei realen Ventilen beobachtet, das gilt v. a. im Kleinsignalbereich bis 5 % Aussteuerung. Um die Stabilität der Regelung zu gewährleisten ist es zweckmäßig, die in der Differenzdruckregelung berücksichtigte Ventilverstärkung stets so zu wählen, dass sie über der realen Verstärkung liegt, denn so wird die Regelung tendenziell eher eine kleinere Stellgröße ausgeben. Dieser Tatsache wird durch die o. g. Variation der Servoventilverstärkungen Rechnung getragen.

Es wurden diverse Simulationskonfigurationen betrachtet. Diese umfassen die erwähnten Filter- und Reglerkonfigurationen, bestimmte Vereinfachungen, die sich als sinnvoll erwiesen haben, sowie die Berücksichtigung von Modellabweichungen. Für die im nachfolgenden Abschnitt diskutierten Ergebnisse gilt die in Tabelle 4-2 spezifizierte Nomenklatur.

Kürzel	Beschreibung
JS-ff	Regelung im JS mit ff-Linearisierung
JS-fb	Regelung im JS mit fb-Linearisierung
OS-fb	Regelung im OS mit fb-Linearisierung

Tabelle 4-2: Nomenklatur für die simulationsbasierte Analyse der Regelungen

Für alle Simulationen wurde eine sechsdimensionale Solltrajektorie für den TCP des Endeffektors als Sollsignal vorgegeben, spezifiziert durch den Vektor $x_{TCP,w}$. Zur Anwendung der Filter- und Reglerkonzepte wurde $x_{TCP,w}$ durch die Ausnutzung geometrischer Zusammenhänge in x_w , die Solltrajektorie für den Schwerpunkt des Endeffektors, umgerechnet. Die dokumentierten Ergebnisse beziehen sich jeweils auf die Position des TCP, x_{TCP} , im globalen Koordinatensystem N bzw. der Abweichung von einer bestimmten Ausgangslage.

4.4.2 Simulationen und Analysen

Bei der Implementierung auf der Zielhardware stellte sich heraus, dass die Berechnung der zeitlichen Ableitung der Jakobimatrix $\dot{J}(x, v)$, s. Abschnitt 4.1.2, die prinzipiell zur Umsetzung der Regelungskonzepte im JS erforderlich ist, zu einem erheblichen Rechenaufwand führt. Bei optimierter Implementierung (d. h. keine mehrfache Berechnung gleicher Terme) konnten die in Tabelle 4-3 gelisteten Berechnungszeiten für die betrachteten Regelungs- und Filterkonzepte ermittelt werden. Der Zusatz „ohne-Jp“ steht dabei für die Vernachlässigung des \dot{J} -Anteils bei Regelungen im JS. Weitere Optimierungen, wie bspw. Konvertierungen auf verschiedene Datenformate, wurden nicht durchgeführt. Zur Bearbeitung der ersten beiden Fragen wurden zunächst Simulationen mit sinusförmigen Sollvorgaben bei einer Frequenz von 50 Hz für alle FHG durchgeführt, die das System an seine Leistungsgrenze bringen. Um den Einfluss der Vernachlässigung des \dot{J} -Anteils auch am Rand des Arbeitsraums beurteilen zu können, erfolgte die Vorgabe als Abweichung um den Punkt $x_{TCP,R}$, der sich nahe an der Arbeitsraumgrenze befindet:

$$x_{TCP_R} = x_{TCP,0} + \begin{bmatrix} -83,2 \text{ mm} \\ -145,2 \text{ mm} \\ -23,1 \text{ mm} \\ 13,9140^\circ \\ -5,5081^\circ \\ 7,6948^\circ \end{bmatrix}. \quad (4-68)$$

Bild 4-19 zeigt die Simulationsergebnisse. Die oberen sechs Graphen beinhalten die Ergebnisse für eine translatorische Sollanregung mit 50 Hz und 0,7 mm Amplitude in x_N -Richtung. Die linken Graphen visualisieren dabei die Bewegungen in den translatorischen FHG, die rechten die in den rotatorischen FHG. Die unteren sechs Graphen beinhalten die

JS-ff, ohne-Jp	$17 \mu\text{s}$
JS-ff	$55 \mu\text{s}$
JS-fb, ohne-Jp	$13 \mu\text{s}$
JS-fb	$51 \mu\text{s}$
OS-fb	$13 \mu\text{s}$
MNF	$24 \mu\text{s}$
MZF	$6 \mu\text{s}$

Tabelle 4-3: Rechenzeiten der Regelungs- und Filterkonzepte auf der Zielhardware

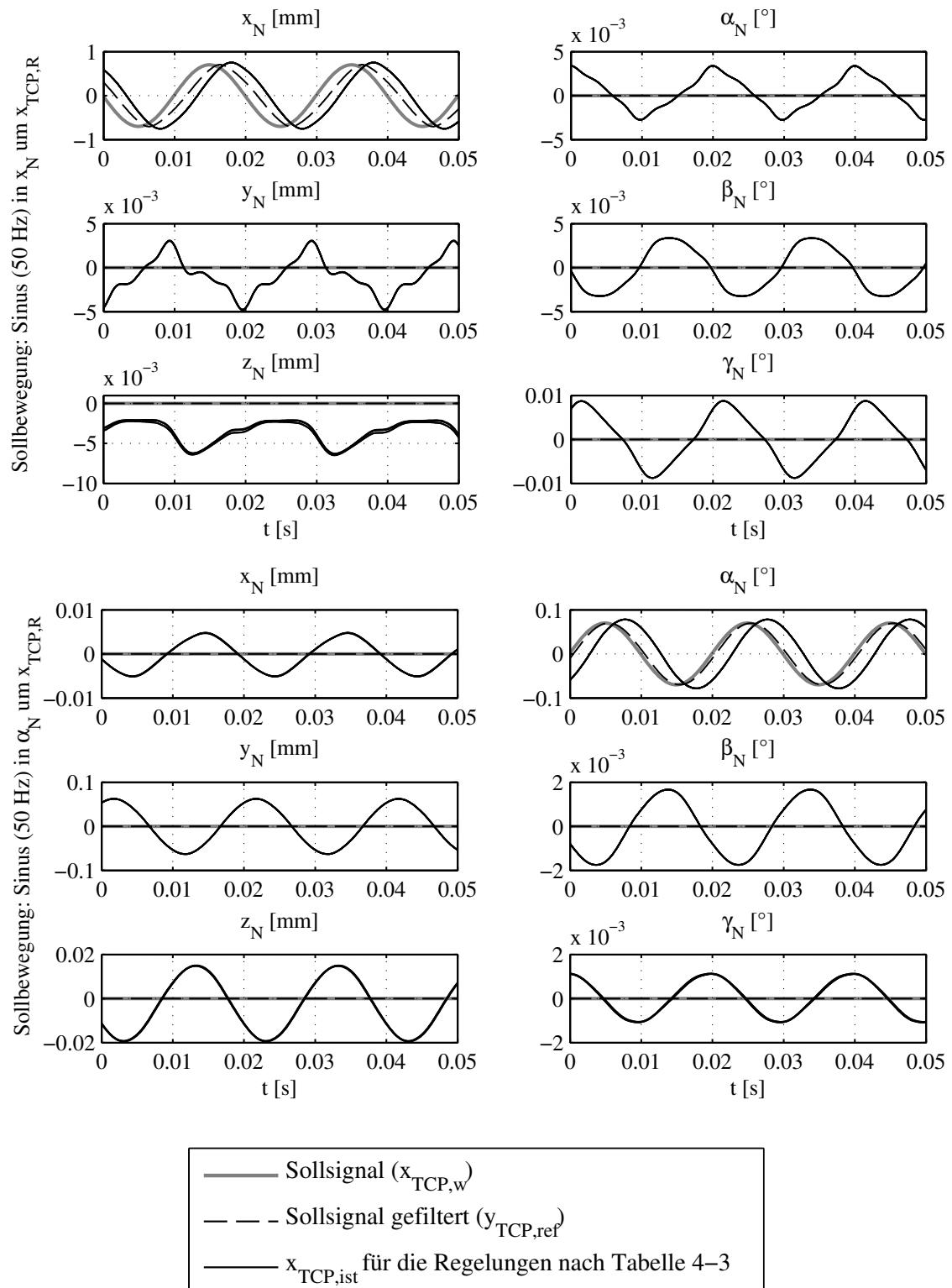


Bild 4-19: Simulationsergebnisse zur sinusförmigen Anregung mit 50 Hz in x_N - und α_N -Richtung um $x_{TCP,R}$

Ergebnisse für eine rotatorische Sollanregung in α_N -Richtung mit 50 Hz und $0,07^\circ$ Amplitude. Die Solltrajektorie für den TCP, $x_{TCP,w}$, ist grau dargestellt, die mit MNF gefilterte Solltrajektorie $y_{TCP,ref}$ schwarz gestrichelt und alle mit den in Tabelle 4-3 genannten Regelungen simulierten Isttrajektorien $x_{TCP,ist}$ schwarz durchgezogen.

Es ist erkennbar, dass alle Regelkonzepte, auch die ohne \dot{J} -Anteil, das gleiche Führungsverhalten bewirken. Die vorgegebene Bewegung wird mit leichter Amplitudenüberhöhung nachgefahren, alle Linien der Ist-Trajektorien liegen übereinander. Auch im Störverhalten, d. h. unter der Betrachtung der Abweichungen in den übrigen FHG, lassen sich keine Unterschiede feststellen, alle Abweichungen sind in ihren Größenordnungen sehr klein. Als Fazit kann zunächst festgehalten werden, dass die Vernachlässigung des \dot{J} -Terms nicht zu einer Verschlechterung der Regelgüte führt, daher werden im Folgenden ausschließlich Regelungen ohne \dot{J} -Anteil betrachtet.

Die Zeitbereichsanalyse der Simulationsdaten erlaubt nur einen kleinen Einblick in das Übertragungsverhalten der Regelstrecke. Für die Analyse des Verhaltens im Frequenzbereich wurden für die Regelungen JS-ff und OS-fb mit der in Abschnitt 4.3.1 beschriebenen Methode Frequenzgänge um die Arbeitsraummittellage $x_{TCP,0}$ ermittelt. Bild 4-20 und Bild 4-21 visualisieren die Ergebnisse. Für den Anwender ist primär das Verhalten vom ungefilterten Sollsiegel $x_{TCP,w}$ zum Streckenausgang $x_{TCP,ist}$ von Interesse, für den Regelungstechniker jedoch auch das Verhalten vom gefilterten Sollsiegel $y_{TCP,ref}$, welches allerdings im Gegensatz zu ξ_{ref} nicht um die Aktordynamik $G_A(s)$ verzögert wurde, zu $x_{TCP,ist}$, denn dies repräsentiert das Übertragungsverhalten der Regelung mit Vorsteuerung. Daher zeigt Bild 4-20 ersteres, Bild 4-21 letzteres.

Aus den dargestellten Frequenzgängen lassen sich drei Schlußfolgerungen ziehen: Zunächst wird die für das Zielsystem gewünschte Bandbreite (-3 dB) von 50 Hz im Kleinignalbereich für alle FHG deutlich erreicht. Das gilt für das gesamte System vom ungefilterten Sollsiegel zum Systemausgang. Zweitens verhalten sich die Regelungen JS-ff und OS-fb auch in der Frequenzbereichsdarstellung genau gleich (die Linien liegen übereinander), was den Schluss zulässt, dass sich die Regelung JS-fb analog verhält. Zum dritten sind auch in den Frequenzkennlinien vom gefilterten Sollsiegel zum Streckenausgang Unterschiede zwischen den einzelnen FHG zu erkennen. Das ist auf den ersten Blick erstaunlich, da hier das direktionsabhängige Verhalten des MNF nicht enthalten ist.

Die Ursache für dieses richtungsabhängige Verhalten wird bei der Betrachtung des Verhaltens der Regelung im Fall eines idealen Streckenmodells, d. h. ohne die Nichtlinearitäten und Begrenzungen durch die hydraulische Aktuierung, sondern mit idealisierter Aktordynamik dritter Ordnung, offensichtlich. Die entsprechenden Frequenzkennlinien für die Regelung OS-fb sind in Bild 4-22 dargestellt. Dort liegen die Linien für alle FHG ideal übereinander, es gibt für den betrachteten Frequenzbereich keinen Amplitudenabfall und auch der Phasenabfall ist deutlich kleiner als für das nichtideale Streckenmodell. Diese Tatsache lässt den Schluss zu, dass das richtungsabhängige Verhalten in Bild 4-21 auf die Berücksichtigung der detaillierten Aktormodelle zurückzuführen ist. Die Auswirkungen der Abweichungen zwischen Modell und Strecke sind aufgrund der kinematischen Struktur des Hexapoden für jeden FHG unterschiedlich und müssen hier durch die Regelung kompensiert werden, was zu einer leichten Amplitudenerhöhung im Bereich zwischen 20 und 60 Hz und anschließendem Amplitudenabfall für die FHG 3 bis 6 führt. Die spätere Amplitudenerhöhung ab 60 Hz für die FHG 1 und 2 ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass die Sollsiegel für diese FHG aufgrund ihrer schlechteren Aktuierung vom MNF be-

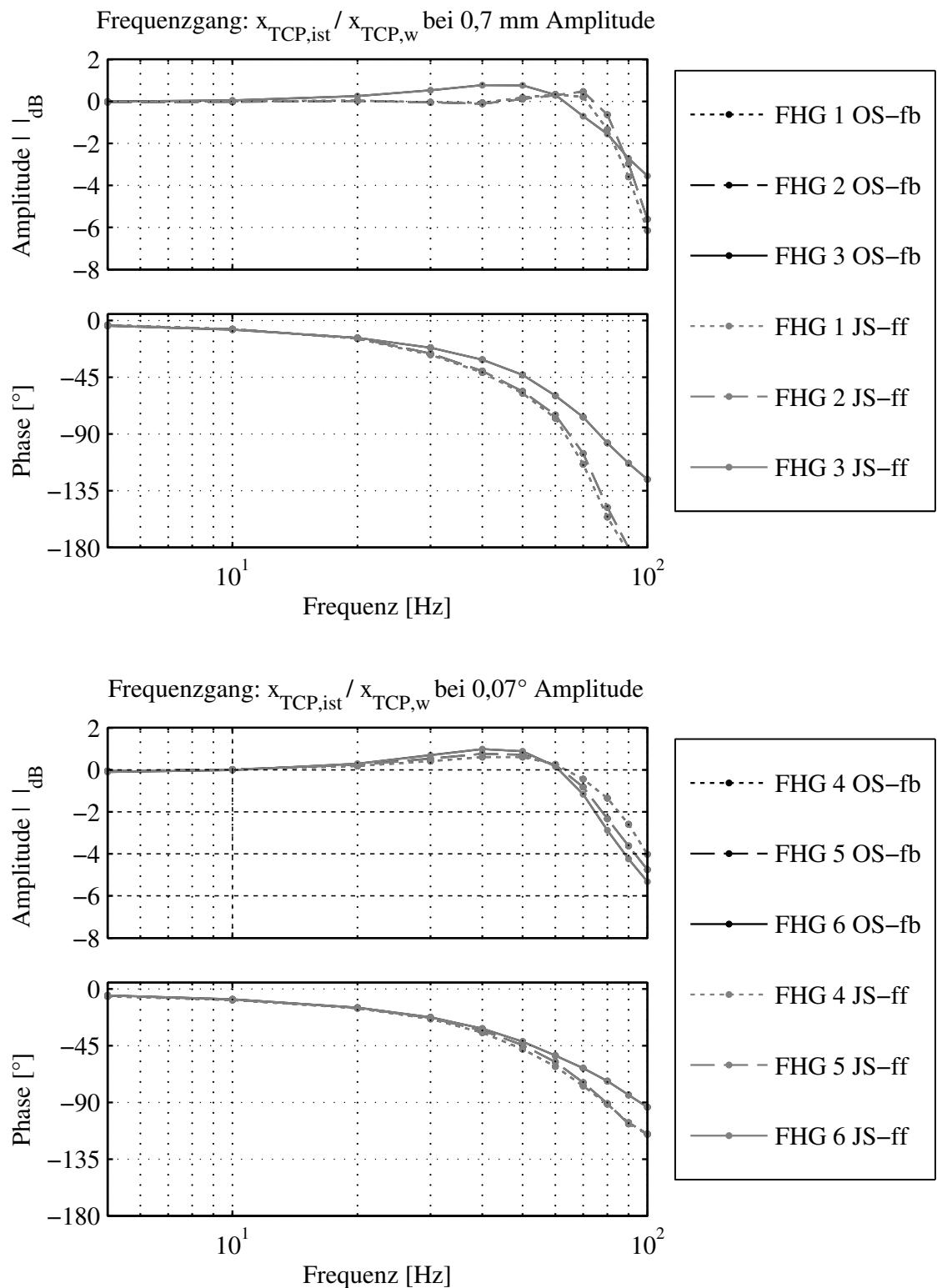


Bild 4-20: Frequenzgänge für das Verhalten des geregelten Systems inkl. Filter

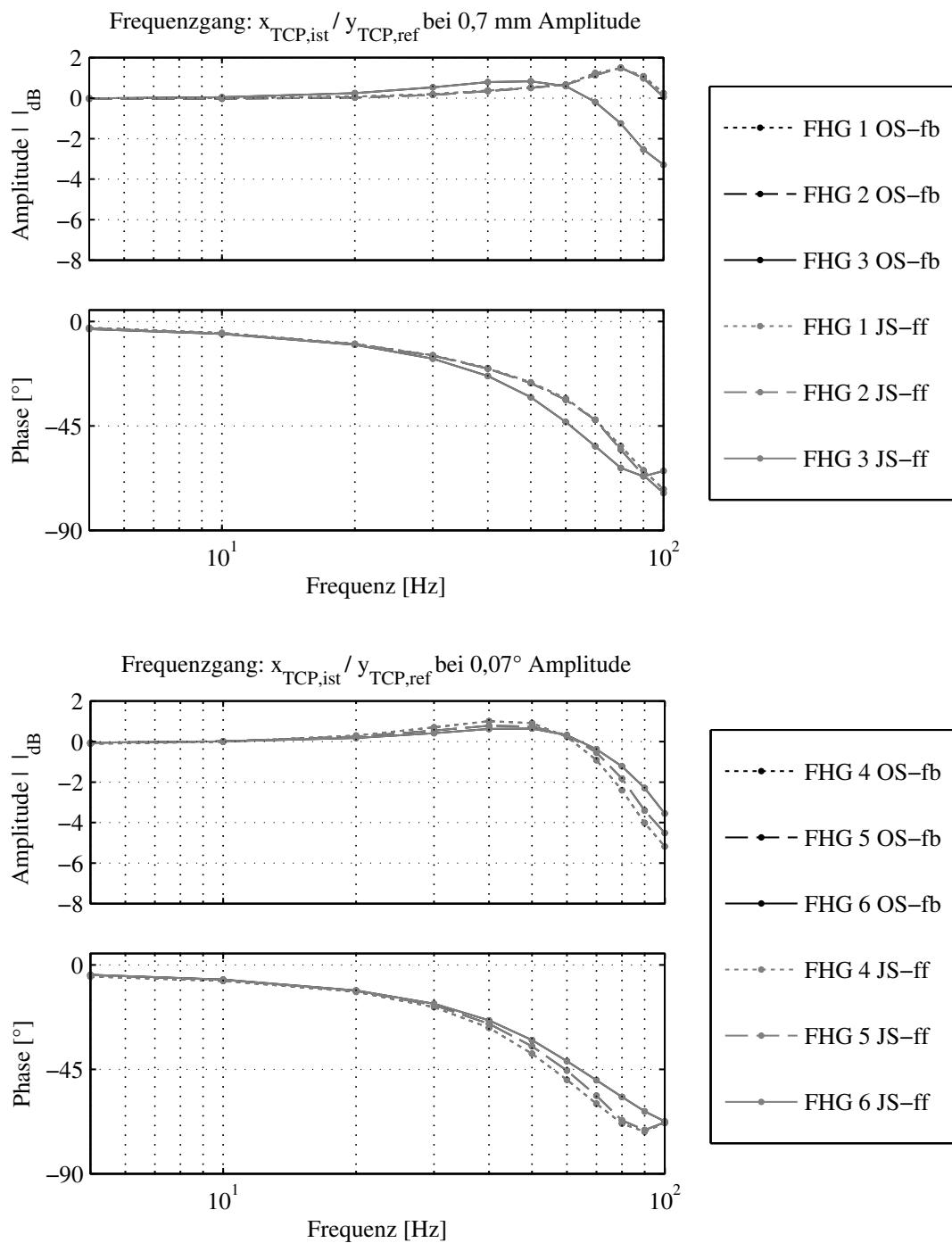


Bild 4-21: Frequenzgänge für das Verhalten des geregelten Systems exkl. Filter

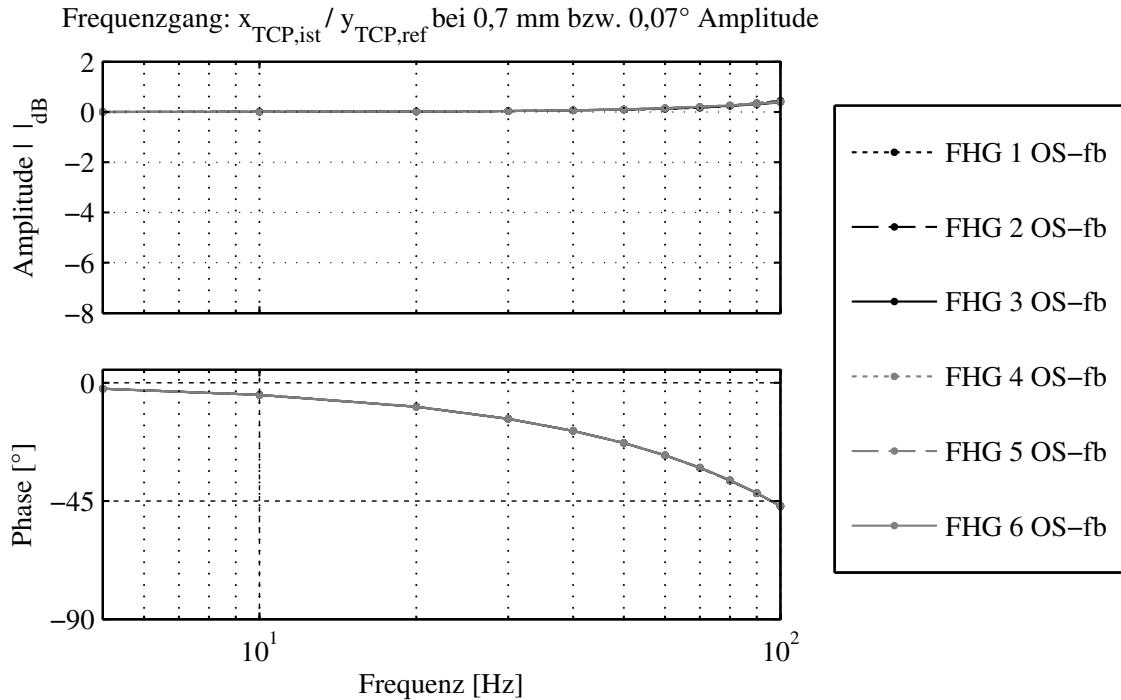


Bild 4-22: Regelung OS-fb bei idealem 6-FHG-Modell ohne Reibung und Stellgrößenbegrenzungen

reits reduziert werden. Bei der Betrachtung des Gesamtübertragungsverhaltens für diese FHG in Bild 4-20 zeigt sich, dass sich die beiden Effekte kompensieren und insgesamt zu einer hohen Amplitudentreue bis ca. 70 Hz führen.

Aussagen über die Leistungsfähigkeit der Regelungen im Vergleich können auf Basis der bisher betrachteten Simulationsergebnisse nicht getroffen werden. Im nächsten Schritt soll durch die Simulation sprungförmiger Sollvorgaben eine Antwort auf diese Frage gefunden werden. Dazu wurden die einzelnen FHG der Reihe nach mit Einheitssprüngen der Höhe 1 mm bzw. 0,1° aus der Ausgangslage $x_{TCP,0}$ beaufschlagt. Da das Sprungverhalten auch stark vom verwendeten Filterkonzept abhängt, wurden beide Filterkonzepte, MZF und MNF, simuliert.

Bild 4-23 zeigt das Führungsverhalten für alle FHG bei mit MNF und MZF gefilterter Sollvorgabe und der Regelung OS-fb. Im Führungsverhalten der ebenfalls simulierten Konzepte JS-ff und JS-fb ist kein Unterschied erkennbar, daher ist deren Verhalten aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Insofern resultieren demnach auch aus diesen Simulationen keine neuen Erkenntnisse. Die Führungssprungverläufe lassen dennoch einige Schlüsse zu: Die mit MZF (80 Hz) gefilterten Sprünge haben erwartungsgemäß generell die gleiche Form und werden vom Zielsystem gut nachgefahren. Anders die mit MNF gefilterten Vorgaben: Sie berücksichtigen die unterschiedliche Aktuierung der FHG, so werden die schlecht aktuierten FHG x_N und y_N deutlich stärker gefiltert, als die übrigen FHG. An diesen wird auch ein Nachteil des MNF offensichtlich: Es filtert die Sollvorgabe so, dass die Begrenzungen des Systems eingehalten werden. Das bedeutet im Umkehrschluss auch, dass dem System in jedem Fall das maximal Mögliche abgefordert wird. So resultieren im Kleinsignalbereich für die stark aktuierten FHG sehr schnelle Vorgaben, die sogar kleine Überschwinger aufweisen. Das Systemverhalten bleibt jedoch

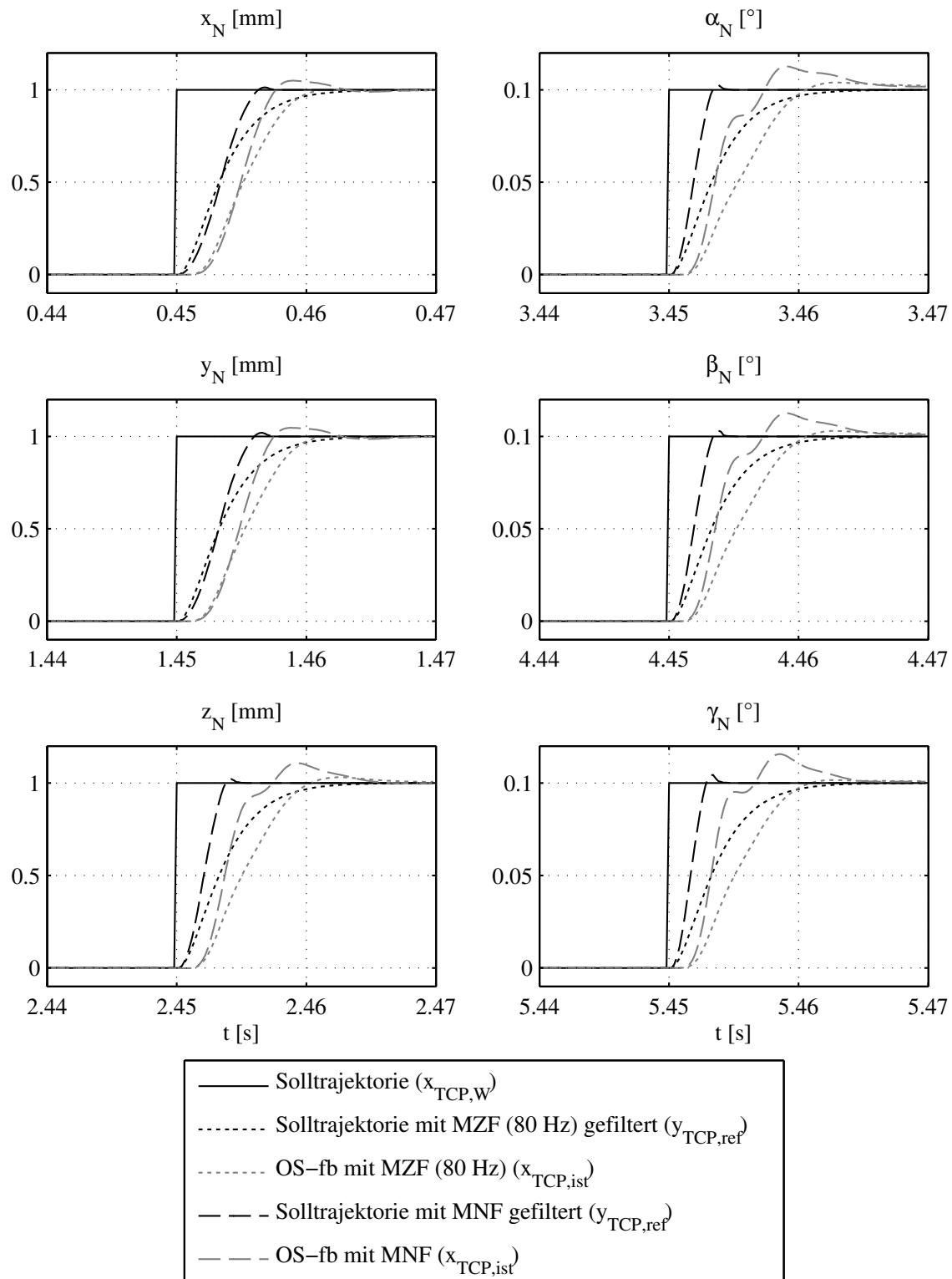


Bild 4-23: Führungsverhalten für Sprungvorgaben in allen FHG

stabil, daher ist dieser Effekt nicht kritisch. Dies hat vor allem vor dem Hintergrund, dass für PKM zur Bewegungssimulation im Allgemeinen und den Betrieb des Zielsystems im Speziellen keine ideal sprungförmigen Sollvorgaben zu erwarten sind, seine Berechtigung.

Im nächsten Schritt wird das Verhalten der verschiedenen Regelungskonzepte bei Modellabweichungen betrachtet. Dazu wurden wiederum Simulationen mit sinusförmigen Sollvorgaben verschiedener Frequenzen um $x_{TCP,0}$ durchgeführt, wobei die Endeffektormasse m_E des Streckenmodells gegenüber dem in der Regelung berücksichtigten Parameter um 20 % erhöht wurde. Eine solche Annahme ist unter dem Aspekt der Realitätsnähe sinnvoll, denn in der Praxis wird man für die Reglerauslegung eher eine kleinere Masse verwenden. Das lässt sich wie folgt begründen: Zum einen werden oftmals nur die Hauptkörper betrachtet und kleinere Elemente (wie z. B. Gelenke), die ebenfalls zur Trägheit des Systems beitragen, werden vernachlässigt. Auf der anderen Seite entspricht die Annahme einer kleineren Masse einer konservativen Reglerauslegung, die zu kleineren Reglerverstärkungen führt und somit einen größerwerdenden Abstand zur Stabilitätsgrenze bewirkt.

In Bild 4-24 sind die entsprechenden Frequenzgänge für die Regelungen JS-ff und OS-fb aufgezeichnet, die Regelung JS-fb verhielt sich in den Simulationen analog, daher wird ihre Reaktion aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Da sich am Verhalten des MNF nichts ändert, ist lediglich das Verhalten vom gefilterten Sollsignal zum Streckenausgang geplottet. Es ist zu sehen, dass sich abermals beide Regelungskonzepte identisch verhalten, denn es ist kein Unterschied zwischen der ff-Linearisierung und der fb-Linearisierung zu erkennen. Das mag daran liegen, dass sich die Konzepte lediglich in den Positions- und Geschwindigkeitsvektoren zur Berechnung der Matrizen, die zu Systembeschreibung erforderlich sind, unterscheiden. Der Einfluss der Konfigurationsabhängigkeit dieser Matrizen, wie bspw. $M(x)$, $C_{CC}(x, v)$ und $J(x)$, ist für den betrachteten Fall vergleichsweise klein, sodass sich diese Unterschiede am Systemausgang nicht bemerkbar machen. Entscheidend für das veränderte Verhalten der Regelungen im Fall einer Modellabweichung ist vielmehr die Tatsache, dass die Matrizen mit falschen Parametern besetzt sind und diese Abweichung durch die Regelung kompensiert werden muss. Da sich die Regelungen im JS und OS bei der betrachteten Reglerkonfiguration ineinander überführen lassen, verhalten sich beide Regelungen exakt identisch.

Die Abweichungen in der Masse führen zu einer Amplitudenüberhöhung in den translatorischen FHG, die primär von dieser Modellabweichung betroffen sind. Weiterhin ist die Bandbreite für die FHG 1 und 2 reduziert. Falls die Amplitudenerhöhungen für die geplante Anwendung nicht akzeptabel sind, so können diese durch eine Reduktion der Reglermatrix bekämpft werden. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass dies für alle FHG zu einer Reduktion der Bandbreite führt. Falls durch den mechanischen Aufbau der PKM ersichtlich wird, dass bspw. die Modellabweichungen in einem FHG besonders gravierend sind, so können bei der Regelung im OS nur diejenigen Einträge der Reglermatrix reduziert werden, die für die Regelung des entsprechenden FHG verantwortlich sind. Für die Regelungen im JS ist dies jedoch nicht möglich, hier müssten alle Verstärkungen reduziert werden, um das Direktionalitätsproblem zu vermeiden.

In Bild 4-25 lässt sich das Potenzial einer solchen Maßnahme für die translatorischen FHG erkennen: Hier wurden für die Regelung OS-fb bei gleicher Modellabweichung wie in Bild 4-24 die Reglerparameter für die FHG 1 und 2 mit $skal_x = skal_y = 0,75$ reduziert,

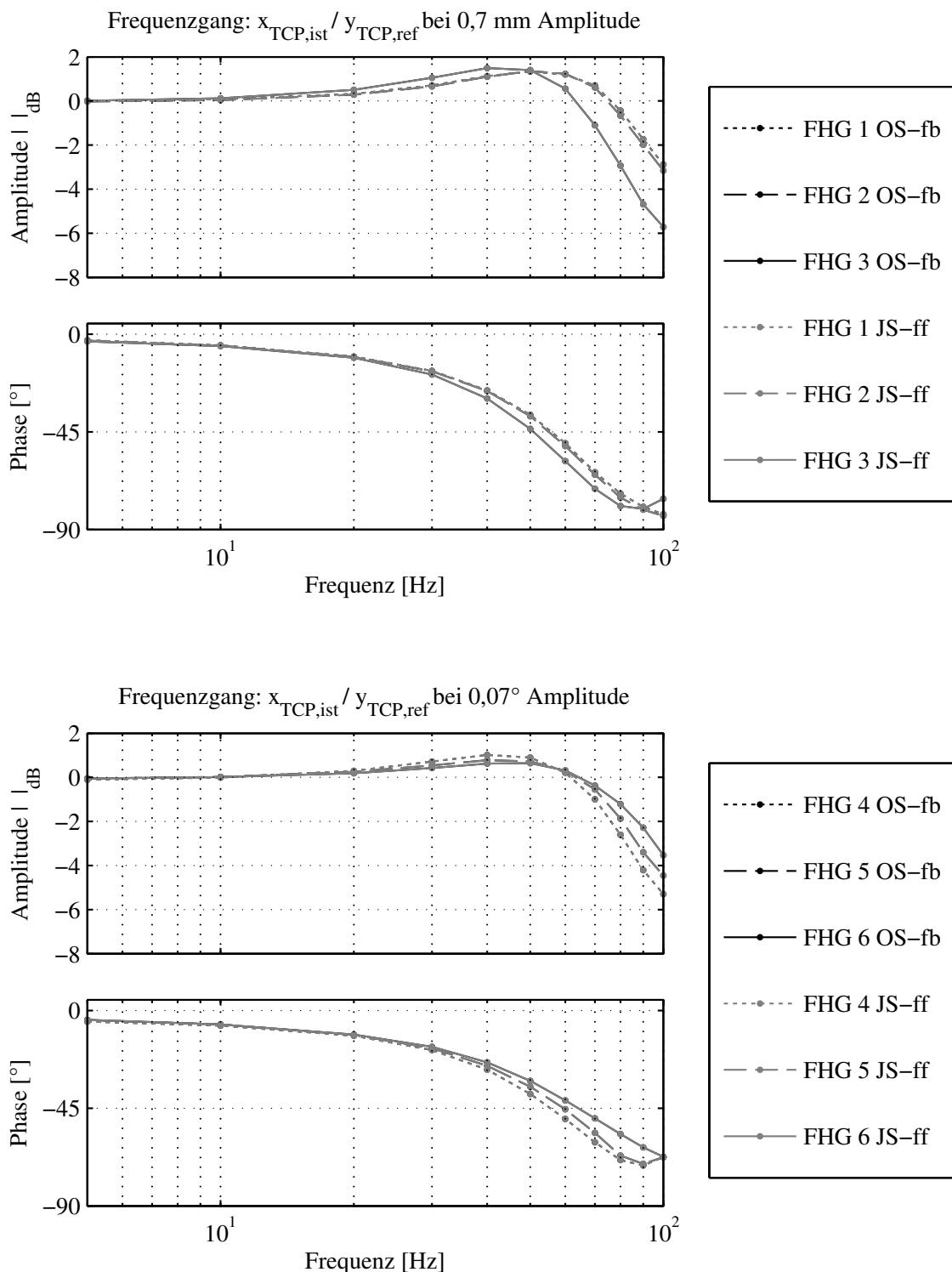


Bild 4-24: Frequenzgänge für OS-fb und JS-ff bei 20 % Modellabweichung

was zu einer Reduktion der Amplitudenerhöhung im Frequenzgang führt. Für die z_N -Richtung hat sich diese Maßnahme als kontraproduktiv erwiesen, da dieser FHG durch die modellierte Massenabweichung doppelt betroffen ist, denn: Neben der „falschen“ Massenträgheitsmatrix muss die Regelung auch die nur unzureichend kompensierte Gewichtskraft ausgleichen. Hier wäre eher eine Erhöhung der Reglerparameter oder verbesserte Systemidentifikation zweckmäßig. Dennoch verdeutlicht die letzte Untersuchung, dass Regelungen im OS gegenüber ihrem Pendant im JS unter dem Aspekt der Reaktion auf Modellunsicherheiten erheblich im Vorteil sind.

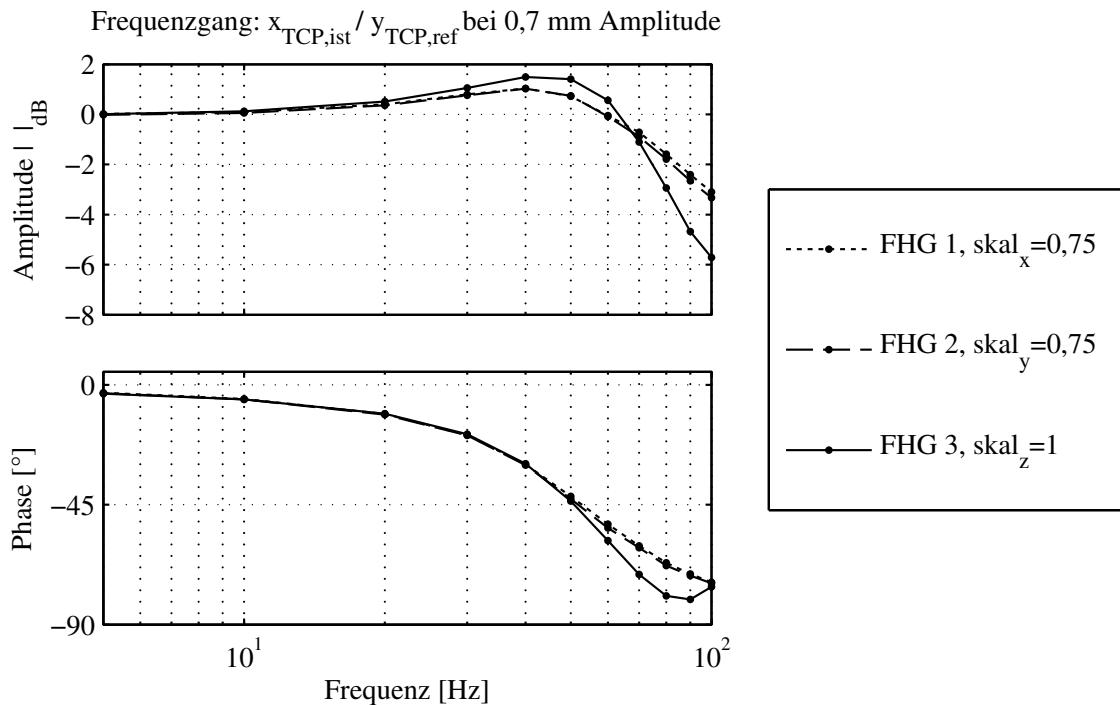


Bild 4-25: Frequenzgänge für OS-fb bei 20 % Modellabweichung und richtungsabhängiger Reglerskalierung

4.4.3 Ergebnisse

Es hat sich herausgestellt, dass sich eine Vernachlässigung des rechenintensiven J -Anteils in den Regelungen im JS nicht zu einer Verschlechterung des Regelverhaltens führt. Weiterhin wurde offenkundig, dass sprunghafte Sollvorgaben im Kleinsignalbereich durch das MNF sehr dynamisch gefiltert werden – dies sollte in der Praxis berücksichtigt werden. Zur Regelgüte der verschiedenen Konzepte im Vergleich lässt sich unter der Berücksichtigung einer idealen Zustandsrückführung und guter Modellübereinstimmung keine Aussage treffen. Im Fall von Modellunsicherheiten, die eine richtungsabhängige Ausprägung haben, sind jedoch die Regelungen im OS deutlich im Vorteil, da sie eine Anpassung der Reglerparameter für einzelne FHG erlauben, während für Regelungen im JS die Reglermatrix in ihrer Gesamtheit angepasst bzw. reduziert werden muss.

5 Zustands- und Störbeobachtung für PKM

Wie bereits in Abschnitt 3.2.3 erläutert wurde, stehen zur Zustandsbeobachtung von PKM in vielen Fällen die Messungen der Gelenkkoordinaten q sowie der Aktorkräfte τ_q zu Verfügung. Beobachter können, wie auch die modellbasierten Regelungen, mit Zustandsgleichungen im OS und im JS entworfen werden. Nachstehend wird zunächst für diese Fälle die Beobachtbarkeit des Systems betrachtet. Es folgt die Beschreibung des Entwurfs eines nichtlinearen Kalman-Bucy-Filters und eines Sliding-Mode-Beobachters zur Zustands- und Störbeobachtung jeweils im JS und OS sowie eine vergleichende Analyse der Leistungsfähigkeit dieser Ansätze.

5.1 Beobachtbarkeit

Vor einem Beobachterentwurf ist die Beobachtbarkeit des Zielsystems für die verfügbaren Messsignale zu analysieren, [Ada09, S. 288]. Für lineare Systeme existieren bspw. die Beobachtbarkeitskriterien nach Kalman oder Hautus, vgl. [Fö13, S. 295 f.], mit denen die Beobachtbarkeit recht einfach mit Hilfe der Systemmatrizen bzw. einfacher Rechenoperationen überprüft werden kann. Für nichtlineare Systeme, zu denen PKM zählen, wird zwischen der globalen und lokalen Beobachtbarkeit unterschieden. Die entsprechenden Definitionen und Kriterien, die im folgenden Abschnitt aufgeführt sind, wurden aus [Ada09, S. 288 ff.] entnommen.

5.1.1 Definitionen und Kriterien

Die Definition für globale Beobachtbarkeit lautet:

Definition 1 (Globale Beobachtbarkeit)

Ein nichtlineares System

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f(z, u) & \text{mit } z(t_0) = z_0, \\ y &= g(z, u)\end{aligned}$$

sei für $z \in \mathbb{R}^n$ und $u \in C^{n-1}$, wobei C^{n-1} der Raum der $n-1$ -mal stetig differenzierbaren Vektorfunktion ist, definiert und es sei $y \in \mathbb{R}^r$. Sind dann alle Anfangsvektoren $z_0 \in \mathbb{R}^n$ aus der Kenntnis von $u(t)$ und $y(t)$ in einem Zeitintervall $[t_0, t_1 < \infty]$ für alle $u \in C^{n-1}$ eindeutig bestimmbar, so heißt das System global beobachtbar.

Für die globale Beobachtbarkeit gilt folgendes hinreichendes Kriterium:

Satz 1 (Globale Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme)

Ein nichtlineares System

$$\dot{z} = f(z, u)$$

$$y = g(z, u)$$

mit $z \in \mathbb{R}^n$ und $u \in C^{n-1}$, ist global beobachtbar, wenn die Abbildung

$$\zeta = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(z, u) \\ h_1(z, u, \dot{u}) \\ h_2(z, u, \dot{u}, \ddot{u}) \\ \vdots \\ h_{(n-1)}(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)}) \end{bmatrix} = \phi(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)})$$

eindeutig nach z auflösbar ist.

Allerdings ist laut [Ada09, S. 295] die Anwendung dieses Kriteriums in der Praxis oft schwierig, da nur in einfachen Fällen die Umkehrfunktion

$$z = \phi^{-1}(\zeta, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)})$$

bestimmbar ist. Daher wird in der Praxis häufig der Nachweis der lokalen Beobachtbarkeit als genügend erachtet. Sie ist wie folgt definiert:

Definition 2 (Lokale Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme)

Ein nichtlineares System

$$\dot{z} = f(z, u) \quad \text{mit } z(t_0) = z_0,$$

$$y = g(z, u)$$

sei für $z \in \mathbb{R}^n$ und $u \in C^{n-1}$, wobei C^{n-1} der Raum der $n-1$ -mal stetig differenzierbaren Vektorfunktion ist, definiert und es sei $y \in \mathbb{R}^r$. Sind dann alle Anfangsvektoren $z_0 \in \mathbb{R}^n$ in einer Umgebung

$$U = \{z_0 \in \mathbb{R}^n \mid \|z_0 - z_p\| < \rho\}$$

eines Punktes $z_p \in \mathbb{R}^n$ aus der Kenntnis von $u(t)$ und $y(t)$ in einem Zeitintervall $[t_0, t_1 < \infty]$ für alle $u \in C^{n-1}$ eindeutig bestimmbar, so heißt das System lokal beobachtbar, wenn dies für alle $z_p \in \mathbb{R}^n$ möglich ist.

Für lokale Beobachtbarkeit gilt folgendes Kriterium:

Satz 2 (Lokale Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme)

Ein nichtlineares System

$$\dot{z} = f(z, u)$$

$$y = g(z, u)$$

mit $z \in \mathbb{R}^n$ und $u \in C^{n-1}$, ist lokal beobachtbar, wenn für alle $z \in \mathbb{R}^n$ und $u \in C^{(n-1)}$ die Bedingung

$$\text{rang} \left(\frac{\partial \phi(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)})}{\partial z} \right) = \text{rang} \left[\begin{array}{c} \frac{\partial g(z, u)}{\partial z} \\ \frac{\partial h_1(z, u, \dot{u})}{\partial z} \\ \frac{\partial h_2(z, u, \dot{u}, \ddot{u})}{\partial z} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_{(n-1)}(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)})}{\partial z} \end{array} \right] = n$$

erfüllt ist.

Das Kriterium zur lokalen Beobachtbarkeit kann einfach angewendet werden, indem der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix

$$Q_B(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{n-1}) = \frac{\partial \phi(z, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(n-1)})}{\partial z} \quad (5-1)$$

bestimmt wird.

5.1.2 Beobachtbarkeit von PKM für Beobachter im OS

Der Nachweis der globalen Beobachtbarkeit im OS für PKM ist im Allgemeinen aufgrund der Komplexität der Zustandsgleichung (2-14) nicht einfach möglich. Allerdings wird in [Olm13, S. 55 f.] gezeigt, wie für die Zustandsbeschreibung eines Hexapoden im OS relativ einfach die lokale Beobachtbarkeit für verschiedene Arbeitspunkte nachgewiesen werden kann. Dieses Vorgehen lässt sich für PKM verallgemeinern und wird im Folgenden erläutert.

Für einen Beobachter im OS kann die erste zeitliche Ableitung des Ausgangs $y = q$ der Zustandsgleichungen (2-14) und (2-15) direkt aus (2-5) in Abhängigkeit vom Zustand z bestimmt werden:

$$\dot{q} = J^{-1}(x) \cdot v = \dot{q}(x, v) = \dot{q}(z). \quad (5-2)$$

Zur Berechnung der Beobachtbarkeitsmatrix müssen lediglich der Ausgangsvektor q sowie seine erste zeitliche Ableitung \dot{q} betrachtet werden. Der Vektor ζ resultiert zu:

$$\zeta = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(x) \\ \dot{q}(x, v) \end{bmatrix} = \phi(z).$$

Nach (5-1) und mit (2-7) und (2-13) ergibt sich die Beobachtbarkeitsmatrix für allgemeine PKM im OS zu

$$\begin{aligned} Q_B &= \frac{\partial \phi(z)}{\partial z} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q(x)}{\partial z} \\ \frac{\partial \dot{q}(z)}{\partial z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial q(x)}{\partial x} & \frac{\partial q(x)}{\partial v} \\ \frac{\partial \dot{q}(z)}{\partial x} & \frac{\partial \dot{q}(z)}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^{-1}(x)H(x) & 0 \\ \frac{\partial(J^{-1}(x)v)}{\partial x} & J^{-1}(x) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5-3)$$

Für die Untersuchung der lokalen Beobachtbarkeit für eine bestimmte Position und Orientierung x nach *Satz 2* genügt die Berechnung der Matrizen $J^{-1}(x)$ und $H(x)$. Weisen sie vollen Rang auf, so hat auch Q_B den Höchstrang n und die lokale Beobachtbarkeit für die Position x ist nachgewiesen.

In der Praxis kann davon ausgegangen werden, dass die Jakobimatrix $J(x)$ sowie ihre Inverse $J^{-1}(x)$ für den gesamten effektiven Arbeitsraum einer PKM keine Nullzeilen bzw. -spalten aufweisen, denn dies käme einer Nichtübertragbarkeit von Kräften und damit einer Singularität gleich. Gleiches gilt für die Matrix $H(x)$: Unabhängig von der Wahl der Drehreihenfolge kann ein Rangabfall dieser Matrix nur durch eine Drehung um 90° um eine Achse hervorgerufen werden. Auch diese Extremposition wird aufgrund der Begrenzungen der Aktorik nicht innerhalb des effektiven Arbeitsraums einer PKM liegen. Dadurch, dass $J(x)$ und $H(x)$ dann für den gesamten effektiven Arbeitsraum regulär sind, ist auch für den gesamten Arbeitsraum lokale Beobachtbarkeit gegeben.

5.1.3 Beobachtbarkeit von PKM für Beobachter im JS

Die Zustandsgleichungen einer PKM im JS sind durch (4-12) und (4-13) gegeben. Sie sind nachfolgend für eine bessere Übersicht nochmals angegeben:

$$\begin{aligned} \dot{z}_q &= f_{aq}(z_q) + f_{bq}u \\ y &= \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 \end{bmatrix}, \text{ mit} \\ f_{aq}(z_q) &= \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & -M_q^{-1}(x)C_{CC,q}(x, v) \end{bmatrix} z_q + \begin{bmatrix} 0 \\ -M_q^{-1}(x)J^T(x)G \end{bmatrix}, \\ f_{bq} &= \begin{bmatrix} 0 \\ M_q^{-1}(x) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Zur Realisierung eines Beobachters im JS kann der Vektor x durch Anwendung eines iterativen Verfahrens zur Lösung des DKP, beispielsweise mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens (vgl. Abschnitt 3.2.1), berechnet und zur Ermittlung der nichtlinearen Matrizen in f_{aq} und f_{bq} verwendet werden. Der ebenfalls erforderliche Vektor v kann durch (2-5) mit Hilfe der Jakobimatrix aus \dot{q} , den geschätzten Geschwindigkeiten in Gelenkkoordinaten, errechnet werden. Auf diese Weise wird das Problem eines verrauschten Geschwindigkeitssignals, welches aufgrund der Differentiation des iterativ gelösten DKP auftreten kann, vgl. Abschnitt 3.2.1 und [AHK08], umgangen.

Für die Abbildung ζ gilt im Falle einer Zustandsbeobachtung im JS

$$\zeta = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = I_{2\eta \times 2\eta} \cdot z_q. \quad (5-4)$$

Sie entspricht dem Zustand z_q , damit wäre bei einer analytischen Lösbarkeit des DPK für die Beobachtung im JS die Bedingung für globale Beobachtbarkeit nach *Satz 1* erfüllt. Für die iterative Lösung des DPK kann sie in der Praxis zumindest angenommen werden. Die Beobachtbarkeitsmatrix Q_{Bq} ist eine Einheitsmatrix der Ordnung $2\eta \times 2\eta$.

5.2 Kalman-Bucy-Filter

Im Folgenden werden kurz die theoretischen Grundlagen für kontinuierliche Kalman-Bucy-Filter dargelegt, gefolgt von der Beschreibung ihrer Anwendung zur Zustands- und Störbeobachtung von PKM im JS und OS.

5.2.1 Grundlagen

Das Kalman-Bucy-Filter gehört zu den in dieser Arbeit als *kontinuierlich* arbeitend bezeichneten Zustandsschätzern, in Abgrenzung zu den *diskontinuierlich* arbeitenden Sliding-Mode-Beobachtern. Die Bezeichnung *kontinuierlich* bezieht sich dabei auf die Berechnung der Korrekturgröße k aus dem Produkt der Beobachtermatrix L mit dem Ausgangsfehler e_y (vgl. Abschnitt 2.3.2).

Die Bezeichnung *Kalman-Filter* wird üblicherweise für ein zeitdiskretes Filter verwendet, während für die zeitkontinuierliche Filtervariante die Bezeichnung *Kalman-Bucy-Filter* geläufig ist, vgl. [Fö13, S. 360]. Im Folgenden wird jedoch die Bezeichnung *Kalman-Filter* aus Gründen der Einfachheit stets für die zeitkontinuierliche Filtervariante verwendet. Grundsätzlich existieren für lineare und nichtlineare Systeme unterschiedliche Varianten des Kalman-Filters.

Das Kalman-Filter für lineare Systeme

Zur Beobachtung des linearen, zeitinvarianten Systems

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Az + Bu + n_z(t) \\ y &= Cz + Du + n_y(t),\end{aligned}\tag{5-5}$$

mit dem Systemrauschen $n_z(t)$ und dem Messrauschen $n_y(t)$ entsprechen die Zustandsdifferentialgleichungen des Kalman-Filters denen eines Luenberger-Beobachters, vgl. [Fö13, S. 360]:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Bu + L(y - C\hat{z}).\tag{5-6}$$

Der Unterschied zwischen Luenberger-Beobachter und Kalman-Filter liegt in der Berechnung der Beobachtermatrix L im Hinblick auf die Anwendung: Während der Luenberger-Beobachter für „*gelegentlich auftretende Anfangsstörungen*“ verwendet und mittels Eigenwertvorgabe ausgelegt wird, steht beim Kalman-Filter der Ausgleich dauernder stochastischer Störungen im Vordergrund, [Fö13, S. 361]. Das Kalman-Filter ist ein seit vielen Jahren etablierter Ansatz zur Zustandsschätzung; seine Herleitung und die stochastischen Zusammenhänge können bspw. in [BS94] nachgelesen werden. Im Folgenden werden lediglich die wichtigsten Gleichungen zur Berechnung von L aufgeführt, wie sie in [Fö13, S. 360 f.] für das stationäre Kalman-Filter angegeben sind.

Es sei angenommen, dass die Vektoren $n_z(t)$ und $n_y(t)$ in (5-5) Zufallsprozesse beschreiben, die als weiß, stationär, mittelwertfrei, Gaußsch und unkorreliert charakterisiert werden können, wobei diese Voraussetzungen in der Praxis kaum vollständig nachzuweisen sind. Die Kovarianzmatrizen der Rauschprozesse sind durch

$$\begin{aligned}\text{cov}\{n_z(t_1), n_z(t_2)\} &= E\{n_z(t_1) \cdot n_z^T(t_2)\} = Q\delta(t_1 - t_2) \\ \text{cov}\{n_y(t_1), n_y(t_2)\} &= E\{n_y(t_1) \cdot n_y^T(t_2)\} = S\delta(t_1 - t_2)\end{aligned}$$

gegeben. Dabei sind Q und S konstante, symmetrische und positiv definite Matrizen.

Der resultierende Schätzfehler e_z ,

$$e_z = z - \hat{z},$$

vgl. (2-46), ist unter anderem abhängig von der Wahl der Matrix L . Weitere Einflussfaktoren sind z. B. Modell- oder Messungenauigkeiten. Aus der Minimierung eines Gütemaßes, welches die Erwartungswerte des Schätzfehlers berücksichtigt, ergeben sich die Gleichungen zur Dimensionierung von L . Zunächst ist die Matrix P als positiv definite Lösung der Gleichung

$$PC^T S^{-1} CP - AP - PA^T - Q = 0 \quad (5-7)$$

zu bestimmen. L ergibt sich dann aus

$$L = PC^T S^{-1}. \quad (5-8)$$

Aufgrund des Dualitätsprinzips, vgl. [Lud95, S. 11 f.], können für die Auslegung der Beobachtermatrix L auch die „klassischen“ Zustandsreglersyntheseverfahren wie der Polvorgabeentwurf und der Riccati-Enwurf verwendet werden, vgl. [Föll13, S. 355]. Die Anwendung des Riccati-Entwurfs führt ebenfalls zu den Beziehungen (5-7) und (5-8). Sie resultieren dabei aus der Minimierung des quadratischen Gütemaßes

$$J_G = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (z_f^T Q z_f + u_f^T S u_f) dt, \quad (5-9)$$

wobei z_f und u_f durch die fiktive Fehlerdifferentialgleichung

$$\dot{z}_f = A^T z_f + C^T u_f, \quad u_f = -L^T z_f, \quad (5-10)$$

charakterisiert werden, vgl. [Föll13, S. 355 u. 361]. In (5-9) ist zu erkennen, dass die Matrizen Q und S auch als Gewichtungsmatrizen interpretiert werden können, die das Verhältnis der quadrierten Einträge von z_f und u_f zueinander definieren, während ihre ursprünglich stochastische Bedeutung bei dieser Herleitung der Gleichungen für das Kalman-Filter verloren gegangen ist. Es wird jedoch deutlich, dass für die Dimensionierung von Q und S als Diagonalmatrizen das relative Verhältnis der einzelnen Einträge zueinander beachtet werden muss, während ihre Absolutwerte unerheblich sind. Die eigentlichen Entwurfsparameter sind demnach die als positiv definit zu wählenden Matrizen S und Q , die jedoch in der Praxis in der Regel unbekannt sind. Laut [Ada09, S. 312 f.] werden sie oft als Diagonalmatrizen angenommen und durch iteratives Ausprobieren optimiert, wozu jedoch Erfahrung erforderlich ist.

Anwendungsbezogene Wahl der Gewichtungsmatrizen

Vor allem bei größeren Systemen mit vielen Zustands- und Eingangsgrößen ist die Wahl der Matrizen S und Q , die als Ausgang für das iterative Anpassen verwendet werden, schwierig. Einen Ansatz zur ersten Dimensionierung der einzelnen Einträge aus Q liefert [Vie08, S. 49 ff.]. Hier wird für einen Zustand z_v aus bekannten Modellungenauigkeiten die Varianz $\sigma_{z_v}^2$ aus dem maximalen Schätzfehler $z_{f,v}$, der sich aus der bekannten Ungenauigkeit bestimmen lässt, berechnet:

$$\sigma_{z_v}^2 = z_{f,v}^2. \quad (5-11)$$

Dies liefert den v -ten Eintrag von Q ,

$$Q = \text{diag}(\sigma_{z_1}^2, \sigma_{z_2}^2, \dots, \sigma_{z_n}^2). \quad (5-12)$$

Die weiteren Einträge lassen sich dann unter Berücksichtigung der einzelnen Wertebereiche, welche die Zustände x_i , $i = 1 \dots n$, annehmen können, wie folgt berechnen:

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma_{z_v}^2 \cdot \left(\frac{\max(z_i) - \min(z_i)}{\max(z_v) - \min(z_v)} \right)^2 \quad i = 1 \dots n. \quad (5-13)$$

Zur Berechnung der Varianzen in der Matrix S ,

$$S = \text{diag}(\sigma_{u_1}^2, \sigma_{u_2}^2, \dots, \sigma_{u_m}^2), \quad (5-14)$$

können Herstellerangaben zur Sensorik, die zur Ermittlung von y genutzt wird, wie z. B. zum maximalen relativen Fehler, herangezogen werden. Auch hier ist es wichtig, zunächst eine Varianz $\sigma_{u_v}^2$ absolut zu berechnen und die anderen Einträge über die Wertebereiche mit

$$\sigma_{u_i}^2 = \sigma_{u_v}^2 \cdot \left(\frac{\max(u_i) - \min(u_i)}{\max(u_v) - \min(u_v)} \right)^2, \quad i = 1 \dots m \quad (5-15)$$

zu bestimmen. Nachdem die Startwerte für Q und S auf diese Weise ermittelt worden sind, können die einzelnen Diagonaleinträge auf Basis von Simulationen und Eigenwertbetrachtungen optimiert werden. Die Eigenwerte $\lambda_{B1} \dots \lambda_{Bn}$ des Beobachters entsprechen den Eigenwerten der Dynamikmatrix A_B der fiktiven Fehlerdifferentialgleichung (5-10) mit

$$A_B = A^T - C^T L^T \quad \text{bzw.} \quad A_B^T = A - LC. \quad (5-16)$$

Die Eigenwerte eines Kalman-Filters für lineare Systeme sind aufgrund der Minimierung von (5-9) stets stabil. Falls der Beobachter innerhalb eines Regelkreises verwendet wird, sollten seine Eigenwerte möglichst links von den Eigenwerten des Regelkreises platziert werden, „*da es darauf ankommt, das Verhalten des geschlossenen Kreises möglichst schnell zu erfassen*“, vgl. [Fö13, S. 355]. Aufgrund des *Separationstheorems*, vgl. [Fö13, S. 363], beeinflussen sich die Eigenwerte von Beobachter und Regelung bei der Annahme eines idealen Modells jedoch nicht gegenseitig. Die Beobachtermatrix L und die Reglermatrix R können somit vollkommen unabhängig voneinander entworfen werden. Die Eigenwerte des Beobachters dürfen jedoch nicht zu weit links platziert werden, da dies zum einen dazu führen kann, dass der Beobachter in ein differenzierendes

System übergeht, vgl. [Fö13, S. 355]. Zum anderen muss die Realisierung des Beobachters berücksichtigt werden: Dies geschieht heutzutage in der Regel durch eine digitale Regeleinrichtung, auf welcher die Beobachterdifferentialgleichungen mit Hilfe eines Integrationsverfahrens mit fester Schrittweite h gelöst werden. Die Beobachtereigenwerte dürfen nicht außerhalb des Stabilitätsgebiets des gewählten Verfahrens liegen.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich ein Zielgebiet vorgeben, in dem die Eigenwerte des Beobachters liegen sollen: Auf der rechten Seite begrenzt durch die Eigenwerte der Regelung, auf der linken Seite und in vertikaler Richtung begrenzt durch die Stabilität des gewählten Integrationsverfahrens bei vorgegebener Schrittweite. Die Matrizen Q und S können dann manuell oder mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens so angepasst werden, dass die resultierenden Beobachtereigenwerte in dem Zielgebiet liegen. Als Variationsparameter bieten sich dabei zunächst die Varianzen σ_{x_v} und σ_{u_v} an; für das Feintuning können anschließend die Wertebereiche in (5-13) variiert werden.

Das Kalman-Filter für nichtlineare Systeme

Für das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f(z, u) + n_z(t) \\ y &= g(z) + n_y(t)\end{aligned}$$

kann formal die Zustandsdifferentialgleichung des linearen Kalman-Filters (5-6) auf die nichtlineare Situation übertragen werden, vgl. [Ada09, S. 312]:

$$\dot{\hat{z}} = f(\hat{z}, u) + L(y - g(\hat{z})). \quad (5-17)$$

Der einfachste Weg zur Dimensionsierung von L ist die Linearisierung der nichtlinearen Zustandsgleichungen des Beobachters um einen Arbeitspunkt \hat{z}_0 mit $u = u_0$, die dann zu den Systemmatrizen A_{lin} und C_{lin} des um \hat{z}_0 linearisierten Systems führen, vgl. [Ada09, S. 302]. Zu ihrer Berechnung kann bspw. eine Taylorentwicklung verwendet werden. Dann ergeben sich

$$A_{lin} = \frac{\partial f}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}_0, u=u_0} \quad \text{und} \quad C_{lin} = \frac{\partial g}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}_0}, \quad (5-18)$$

vgl. [Ada09, S. 312]. Die Matrix L kann wie beim linearen Kalman-Filter unter Verwendung von (5-7) und (5-8) mit $A = A_{lin}$ und $C = C_{lin}$ bestimmt werden. Für das nichtlineare System kann die Verwendung der so ermittelten konstanten Matrix L problematisch sein, da der Beobachter nur in einer Umgebung um den Arbeitspunkt x_0 gut funktionieren wird, vgl. [Ada09, S. 312]. Bei stark nichtlinearen Systemen ist daher auch die Verwendung einer zeitabhängigen Matrix $L(t)$ möglich. Dazu muss die Matrix-Riccati-Differentialgleichung

$$\dot{P}(t) = A_{lin}(t)P(t) + P(t)A_{lin}^T(t) + Q - P(t)C_{lin}^T(t)S^{-1}(t)C_{lin}(t)P(t) \quad (5-19)$$

fortlaufend gelöst werden, während die Matrizen $A_{lin}(t)$ und $C_{lin}(t)$,

$$A_{lin}(t) = \frac{\partial f}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}(t), u=u(t)} \quad C_{lin}(t) = \frac{\partial g}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}(t)},$$

jeweils für den aktuellen Arbeitspunkt zu berechnen sind. Die zeitabhängige Beobachtermatrix $L(t)$ ergibt sich dann aus

$$L(t) = P(t)C_{lin}^T(t)S^{-1}. \quad (5-20)$$

Diese Version des Kalman-Filters wird auch als *Erweitertes Kalman-Filter* (Extended Kalman-Filter, EKF) bezeichnet. Die fortlaufende Lösung von (5-19) und die Berechnung von $A_{lin}(t)$ und $C_{lin}(t)$ sind dabei sehr rechenintensiv. In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, dass aufgrund des begrenzten Arbeitsraums von PKM auch die Verwendung einer konstanten Matrix L möglich ist, daher wird das EKF in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Weitere Informationen auch zu seiner Realisierung finden sich z. B. in [Ada09, S. 313 ff.].

5.2.2 Zustands- und Störbeobachtung von PKM im OS

Zur Beobachtung des Zustands \hat{z} bei PKM mittels Kalman-Filter gelten folgende Zustandsgleichungen:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}} &= f(\hat{z}, u) + L(y - \hat{y}) = f_a(\hat{z}) + f_b(\hat{z})u + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= g(\hat{z}) = q(\hat{x}). \end{aligned} \quad (5-21)$$

Dabei korrespondieren der Eingangsvektor u mit den gemessenen Aktorkräften $\tau_{q,mess}$ und der Ausgangsvektor y mit den gemessenen Gelenkkoordinaten q_{mess} . Die Vektorfunktionen $f_a(\hat{z})$ und $f_b(\hat{z})$ sind durch (2-19) und (2-20) gegeben. Die konstante Beobachtermatrix L kann mit den gemäß (5-18) berechneten Matrizen ermittelt werden. Für PKM ist es sinnvoll,

$$\hat{z}_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_0^T & 0^T \end{bmatrix}^T$$

zu wählen, wobei \hat{x}_0 mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens (vgl. Abschnitt 3.2.1) aus q_0 für die Mittelstellung der Aktoren mit

$$q_0 = \frac{1}{2}(\min(q) + \max(q))$$

berechnet werden kann. Dies entspricht in etwa der Mitte des Arbeitsraums. Weiterhin ist es sinnvoll, u_0 genau so zu wählen, dass die Gewichtskraft der Endeffektorplattform für \hat{x}_0 kompensiert wird, d. h.

$$u_0 = J^T(\hat{x}_0)G.$$

Die Gewichtungsmatrizen Q und S für die Berechnung von L mittels (5-7) und (5-8) können durch iteratives Ausprobieren mit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Vorgehensweise anwendungsorientiert bestimmt werden. Bei der Auslegung eines Kalman-Filters für PKM ist es dabei vorteilhaft, dass in der Regel alle Messgrößen q_{mess} mit der gleichen Sensorik ermittelt werden. Daher kann S als Einheitsmatrix gewählt und ihr Verhältnis zu Q durch einen entsprechenden Vorfaktor variiert werden. Dieses Vorgehen ist vor allem dann hilfreich, wenn das Rauschverhalten der Sensorik im Vorfeld nicht bekannt ist.

Wie in Abschnitt 5.2.1 bereits angedeutet wurde, eignet sich die so ausgelegte Matrix L nur für die Anwendung in der Umgebung von \hat{z}_0 . Ein Konvergenznachweis ist nicht trivial, stattdessen soll hier die Konvergenz durch die Betrachtung der Eigenwerte für das linearisierte System plausibilisiert werden. Um die Konvergenz des Beobachters für den gesamten Arbeitsraum der PKM zu untersuchen, können die Arbeitsraumrandpunkte bestehend aus allen möglichen Kombinationen aus Aktorendlagen betrachtet werden. So werden alle Extrempositionen berücksichtigt. Für eine PKM mit η Aktoren und η FHG ergeben sich 2^η Kombinationen, für welche entsprechende x_i , $i = 1 \dots 2^\eta$ bspw. mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens (vgl. Abschnitt 3.2.1) berechnet werden können. Liegen die Eigenwerte λ_{Bi} , $i = 1 \dots 2^\eta$, der Matrizen

$$A_{Bi} = \frac{\partial f}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}_i, u=u_i} - L \frac{\partial g}{\partial \hat{z}} \Big|_{\hat{z}=\hat{z}_i} = A_{lin,xi} - LC_{Lin,xi}, \quad i = 1 \dots 2^\eta,$$

mit $\hat{z}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_i^T & 0 \end{bmatrix}^T$ und $u_i = J^T(\hat{x}_i) \cdot G$ in der linken Hälfte der komplexen Ebene, so ist Konvergenz im gesamten Arbeitsraum zumindest wahrscheinlich.

Zustands- und Störbeobachtung

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Kalman-Filter zur Zustandsbeobachtung kann um weitere Zustände zur Störbeobachtung erweitert werden. Dazu wird zunächst die Differentialgleichung für das Beobachtermodell um $\hat{\tau}_{q,d}$, den Vektor der Störkräfte in Gelenkkoordinaten, erweitert. Die Beobachterdifferentialgleichung lautet entsprechend mit (2-4)

$$M(\hat{x})\dot{\hat{v}} + C_{CC}(\hat{x}, \hat{v})\hat{v} + G = J^{-T}(\hat{x})(\tau_q + \hat{\tau}_{q,d}). \quad (5-22)$$

Mit Hilfe der Massenmatrix kann $\hat{\tau}_{q,d}$ auch durch eine Beschleunigungsabweichung $\Delta\dot{\hat{v}}$ ausgedrückt werden:

$$\hat{\tau}_{q,d} = J^T(\hat{x})M(\hat{x})\Delta\dot{\hat{v}}. \quad (5-23)$$

Der Vektor der Beschleunigungsabweichungen $\Delta\dot{\hat{v}}$ kann als Abweichung der tatsächlichen Beschleunigung von der aus dem Modell berechneten Beschleunigung interpretiert werden. Er ist im Schwerpunkt des Endeffektors definiert und fasst die Beschleunigungsabweichungen in den einzelnen translatorischen und rotatorischen FHG zusammen. Für PKM mit sechs FHG gilt

$$\Delta\dot{\hat{v}} = \begin{bmatrix} \Delta\dot{\hat{v}}_x & \Delta\dot{\hat{v}}_y & \Delta\dot{\hat{v}}_z & \Delta\dot{\hat{\omega}}_x & \Delta\dot{\hat{\omega}}_y & \Delta\dot{\hat{\omega}}_z \end{bmatrix}^T. \quad (5-24)$$

Die Zustandsgleichungen für den um die Störschätzung erweiterten Beobachter lauten entsprechend

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_d &= f_{a,d}(\hat{z}_d) + f_{b,d}(\hat{z}_d)u + L(y - \hat{y}_d) \\ \hat{y}_d &= g(\hat{z}_d). \end{aligned} \quad (5-25)$$

Der Vektor $\hat{z}_d \in \mathbb{R}^{n+\eta}$ ist der erweiterte Zustandsvektor des Beobachters mit

$$\hat{z}_d = \begin{bmatrix} \hat{x}^T & \hat{v}^T & \Delta\dot{\hat{v}}^T \end{bmatrix}^T. \quad (5-26)$$

Ein Ansatz zur Beobachtung von Störgrößen ist, ihre Dynamik durch integrales Verhalten mit der Differentialgleichung

$$\Delta \ddot{v} = 0 \quad (5-27)$$

zu charakterisieren, vgl. [Fö13, S. 371]. Das entspricht der Annahme konstanter Störungen. Dementsprechend können $f_{a,d}(\hat{z}_d)$ und $f_{b,d}(\hat{z}_d)$ durch eine Erweiterung von (2-14) und (2-15) generiert werden:

$$f_{a,d}(\hat{z}_d) = \begin{bmatrix} 0 & H^{-1}(\hat{x}) & 0 \\ 0 & -M^{-1}(\hat{x})C(\hat{x}, \hat{v}) & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z}_d + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}(\hat{x})G \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5-28)$$

$$f_{b,d}(\hat{z}_d) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(\hat{x})J^{-T}(\hat{x}) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5-29)$$

$$g(\hat{z}_d) = q(\hat{x}). \quad (5-30)$$

Aus (5-28) wird deutlich, warum es zweckmäßig ist, zur Störschätzung den Vektor der Beschleunigungsabweichungen zu wählen und nicht etwa, wie vielleicht auf den ersten Blick naheliegend, direkt den Vektor der im Schwerpunkt angreifenden Störkräfte. Seine Integration in die Zustandsgleichungen würde dazu führen, dass anstatt der Einheitsmatrix $I_{\eta \times \eta}$ in (5-28) die inverse Massenmatrix $M^{-1}(\hat{x})$ stünde. Dies wäre ein zusätzlicher nichtlinearer Term, der für die Beobachtersynthese linearisiert werden müsste.

Für die Beobachtbarkeitsmatrix $Q_{B,d}$ des erweiterten Systems gilt mit (5-1) und

$$\ddot{q} = \ddot{q}(x, v, \Delta \dot{v}, u) = J^{-1}(x, v)\dot{v} + J^{-1}(x)\dot{v}(x, v, \Delta \dot{v}, u) \quad (5-31)$$

$$Q_{B,d} = \begin{bmatrix} J^{-1}(x)H(x) & 0 & 0 \\ \frac{\partial(J^{-1}(x)v)}{\partial x} & J^{-1}(x) & 0 \\ \frac{\partial\ddot{q}(\zeta_d, u)}{\partial x} & \frac{\partial\ddot{q}(\zeta_d, u)}{\partial v} & J^{-1}(x) \end{bmatrix}. \quad (5-32)$$

Die Matrizen auf der Hauptdiagonalen sind für den Arbeitsraum des Zielsystems stets regulär; damit hat $Q_{B,d}$ vollen Rang und das System bleibt auch mit Störbeobachtung im gesamten Arbeitsraum lokal beobachtbar.

Der Entwurf der Beobachtermatrix L_d für das Kalman-Filter mit Störbeobachtung im OS kann wiederum mittels (5-7) und (5-8) auf Basis der Systemmatrizen des um \hat{x}_0 linearisierten Systems erfolgen. Dabei gilt

$$A_{lin,d} = \left. \frac{\partial \dot{\hat{z}}_d}{\partial \hat{z}_d} \right|_{\hat{z}_d,0, u_0} \quad C_{lin,d} = \left. \frac{\partial \hat{y}_d}{\partial \hat{z}_d} \right|_{\hat{z}_d,0} \quad (5-33)$$

mit $\hat{z}_{d,0} = [\hat{x}_0^T \ 0^T \ 0^T]^T$ und $u_0 = J^T(\hat{x}_0)G$.

Weiterhin muss die Gewichtungsmatrix $Q_S \in \mathbb{R}^{n+\eta}$ (Index „s“ zur Abgrenzung gegenüber der zuvor zur reinen Zustandsbeobachtung verwendeten Matrix Q) gegenüber Q um η Spalten und Zeilen erweitert werden, während S gleich bleiben kann. Q_S kann wie zuvor durch gezielte Wahl der Anfangswerte sowie iteratives Ausprobieren ermittelt werden. Für das Zielsystem erwies sich folgende Diagonalmatrix als geeignet:

$$Q_S = \begin{bmatrix} Q_{S1} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{S2} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{S3} \end{bmatrix}$$

mit

$$Q_{S1} = 10^6 \begin{bmatrix} 4,0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 4,0 & & \\ & & 1,5 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 2,0 & \\ 0 & & \cdots & 2,0 & 0 \\ & & & 0 & 2,0 \end{bmatrix},$$

$$Q_{S2} = 10^{12} \begin{bmatrix} 4,0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 4,0 & & \\ & & 2,6 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0,4 & \\ 0 & & \cdots & 0,4 & 0 \\ & & & 0 & 0,4 \end{bmatrix},$$

$$Q_{S3} = 10^{17} \begin{bmatrix} 3,1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 3,1 & & \\ & & 2,6 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0,2 & \\ 0 & & \cdots & 0,2 & 0 \\ & & & 0 & 0,2 \end{bmatrix}.$$

Bild 5-1 zeigt die Lage der resultierenden Eigenwerte für die Arbeitsraummittelstellung (λ_{B0}) und die Arbeitsraumrandpunkte (λ_{Bi}).

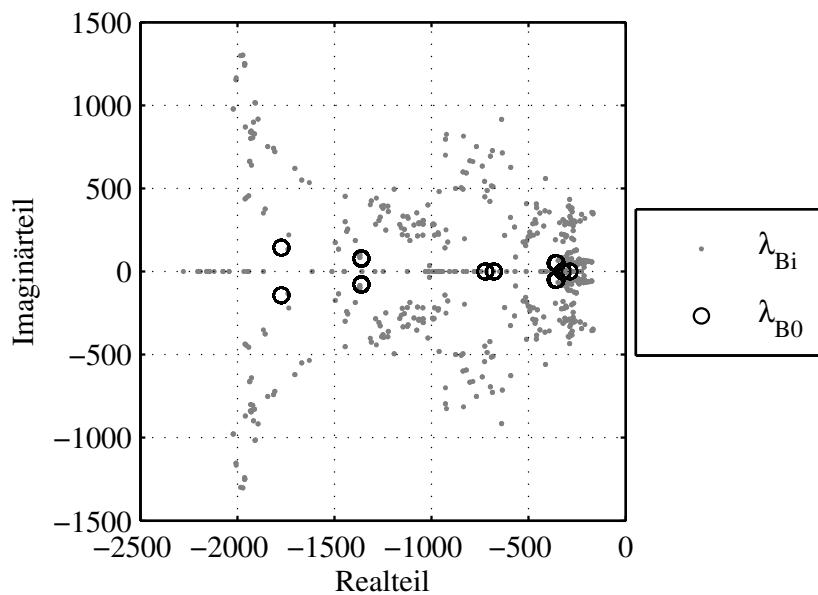


Bild 5-1: Eigenwerte für die Zustands- und Störbeobachtung im OS

5.2.3 Zustands- und Störbeobachtung im JS

Die Gleichungen des Kalman-Filters zur Zustandsschätzung im JS lauten

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_q &= f(\hat{z}_q, u) + L(y - \hat{y}) = f_{aq}(\hat{z}_q) + f_{bq}u + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 \end{bmatrix} \hat{z}_q.\end{aligned}\quad (5-34)$$

Die Terme $f_{aq}(\hat{z}_q)$ und f_{bq} sind durch (4-15) und (4-16) gegeben. Da die Beobachterdifferentialgleichung linear im Zustand z_q ist, können die Matrizen zur Berechnung der Beobachtermatrix L_q mittels (5-7) und (5-8) direkt abgelesen werden:

$$A_{lin,q} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & -M_q^{-1}(x_0)C_{CC,q}(x_0, v_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5-35)$$

$$C_{lin,q} = \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5-36)$$

Für die Beobachtersynthese gemäß (5-7) und (5-8) ergibt sich also eine lineare Systembeschreibung, die abermals der eines sechsfachen doppelten Integrators entspricht, denn es gilt $C_{CC,q} = 0$, falls $v_0 = 0$. Das linearisierte System verhält sich damit für alle Zustandsrichtungen gleich, sodass zur Beobachtersynthese nur zwei Werte festgelegt werden müssen: Der Wert für die ersten η Einträge und der Wert für die zweiten η Einträge der Gewichtungsmatrix Q_q zur Beobachtung in Gelenkkoordinaten, da alle Gelenkkoordinaten sinnvollerweise gleich gewichtet werden.

Aufgrund der entkoppelten Systembeschreibung könnte die Beobachtermatrix L_q auch vergleichsweise einfach durch einen Polvorgabeentwurf synthetisiert werden. Hierbei ist jedoch die explizite Vorgabe der Wunsch-Eigenwerte schwierig, da außerhalb des Wunschgebiets keine weiteren Vorgaben existieren und die Dynamik des Beobachters aufgrund des Separationstheorems zumindest unter der Annahme idealer Modellgüte keine Auswirkung auf die Regelung hat. Der Entwurf mittels Riccati-Gleichung liefert aufgrund der Minimierung von (5-9) stets stabile und sinnvolle Eigenwerte.

Zur Beurteilung der Konvergenzeigenschaften können nach erfolgter Synthese wiederum die Eigenwerte für die Arbeitsraumrandpunkte betrachtet werden. Allerdings sind die Matrizen $A_{lin,q}$ und $C_{lin,q}$ für alle Punkte mit $v_0 = 0$ gleich, sodass die resultierenden Eigenwerte unabhängig von der Position x und somit für den gesamten Arbeitsraum konstant sind.

Erweiterung um Störbeobachtung

Für die Erweiterung des Kalman-Filters im JS um eine Störbeobachtung wird die Beobachterdifferentialgleichung analog zum Beobachter im OS um η weitere Zustände ergänzt. Es gilt

$$\dot{\hat{z}}_{q,d} = f(\hat{z}_{q,d}, u) + L(y - \hat{y}) = f_{aq,d}(\hat{z}_{q,d}) + f_{bq,d}u \quad (5-37)$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z}_{q,d}, \quad (5-38)$$

mit dem um die Beschleunigungsabweichung in Gelenkkoordinaten $\Delta \ddot{q}$ erweiterten Zustandsvektor $\hat{z}_{q,d}$,

$$\hat{z}_{q,d} = \begin{bmatrix} \hat{q}^T & \dot{\hat{q}}^T & \Delta \ddot{\hat{q}}^T \end{bmatrix}^T, \quad (5-39)$$

und

$$f_{aq,d}(\hat{z}_{q,d}) = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & -M_q^{-1}(\hat{x})C_{CC,q}(\hat{x}, \hat{v}) & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z}_{q,d} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M_q^{-1}(\hat{x})J^T(\hat{x})G \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

$$f_{bq,d} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_q^{-1}(x) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5-41)$$

Die gesuchte Störkraft $\hat{\tau}_{q,d}$ kann aus

$$\hat{\tau}_{q,d} = M_q(\hat{x}) \cdot \Delta \ddot{q} \quad (5-42)$$

berechnet werden. Für die Abbildung ζ zur Beurteilung der Beobachtbarkeit gilt in Analogie zu (5-4)

$$\zeta = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ M_q^{-1}(x) \left(-C_{CC,q}(x, v) \dot{q} - J^T(x)G + u \right) + \Delta \ddot{q} \end{bmatrix} = \phi(z_{q,d}). \quad (5-43)$$

Die Umkehrfunktion $z_{q,d} = \phi^{-1}(\zeta)$ lässt sich eindeutig angeben, damit ist das System unter der Voraussetzung, dass das DKP zu jeder Zeit iterativ, bspw. durch das Newton-Raphson-Verfahren, gelöst werden kann, nach *Satz 1* (Abschnitt 5.1.1) im Arbeitsraum sogar global beobachtbar. Die Matrizen zur Auslegung der Beobachtermatrix $L_{q,d}$ mittels (5-7) und (5-8) lauten

$$A_{lin,q,d} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & -M_q^{-1}(x_0)C_{CC,q}(x_0, v_0) & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & 0 & I_{\eta \times \eta} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

$$C_{lin,q,d} = \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5-45)$$

Für die Auslegung von $L_{q,d}$ für das Zielsystem haben sich die Matrizen

$$Q_{q,S} = \begin{bmatrix} 2,4 \cdot 10^6 \cdot I_{6 \times 6} & 0 & 0 \\ 0 & 3,8 \cdot 10^{12} \cdot I_{6 \times 6} & 0 \\ 0 & 0 & 3,7 \cdot 10^{17} \cdot I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \text{ und}$$

$$S_{q,S} = I_{6 \times 6}$$

als geeignet erwiesen. In den einzelnen Einträgen von $Q_{q,S}$ spiegeln sich erkennbar Verhältnisse der Größenordnungen für die einzelnen Zustandsgrößen wider.

Durch die Wahl von $\Delta \ddot{q}$ als Störzustand bleibt $A_{lin,q,d}$ für den gesamten Arbeitsraum mit Nullen und Einsen besetzt und damit positionsunabhängig. Damit bleiben auch die Eigenwerte unabhängig von x und damit gleich für den gesamten Arbeitsraum. Bild 5-2 zeigt die Lage der resultierenden Eigenwerte für die zentrale Position x_0 und die Arbeitsraumrandpunkte x_i .

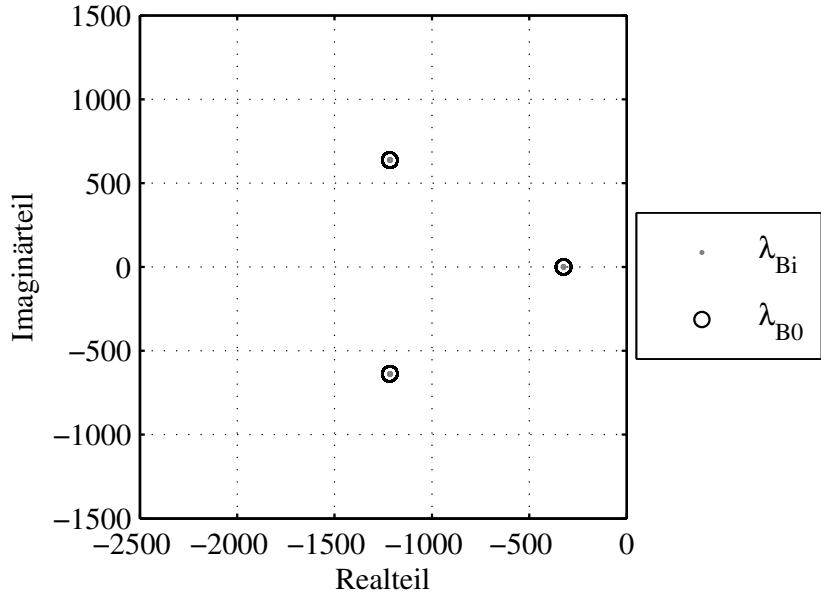


Bild 5-2: Eigenwerte für die zur Zustands- und Störbeobachtung im JS

5.3 Sliding-Mode-Beobachter

Im Allgemeinen werden Sliding-Mode-Algorithmen hauptsächlich mit Sliding-Mode-Regelungen assoziiert. Diese gehören zur Klasse der robusten Regelungen. Ihr größter Nachteil ist das sog. *Rattern* (engl. *chattering*), das aufgrund der ständig wechselnden Soll-Stellsignale eine große Belastung für die Aktorik darstellen kann, vgl. [Ada09, S. 251]. Sliding-Mode-Ansätze können jedoch auch zur Beobachtung eingesetzt werden – hier tritt die Schaltproblematik für Aktoren nicht auf, denn die Schaltcharakteristik betrifft nur die numerischen Berechnungen, vgl. [Spu08].

Die im Folgenden aufgeführten Grundlagen zu Sliding-Mode-Beobachtern (SMB) im Allgemeinen sowie zum hierarchischen SMB im Speziellen und der anschließend beschriebene Ansatz zur Zustandsschätzung eines Hexapoden wurde bereits in [FOT14] veröffentlicht. Sie wurden in [Olm13] erarbeitet.

5.3.1 Grundlagen

SMB wurden im Jahre 1984 von S. Drakunov für das lineare System

$$\dot{z} = Az + Bu$$

$$y = Cz$$

vorgestellt, vgl. [DR11]. Im Gegensatz zur kontinuierlichen Beobachterdifferentialgleichung eines Luenberger-Beobachters oder Kalman-Bucy-Filters (vgl. (5-6)) enthält diejenige des SMB,

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Bu + L\text{sign}(y - C\hat{z}),$$

einen diskontinuierlichen Teil in Form einer Signum-Funktion, definiert als

$$\text{sign}(\alpha) = \begin{cases} +1 & \text{falls } \alpha > 0 \\ -1 & \text{falls } \alpha < 0 \end{cases}$$

für Skalare bzw.

$$\text{sign}(z) = [\text{sign}(z_1) \dots \text{sign}(z_n)]^T$$

für Vektoren $z \in \mathbb{R}^n$.

Bei passender Auslegung von L bildet sich ein Gleitzustand auf der Schaltlinie

$$y - C\hat{z} = 0 \quad \text{bzw.} \quad y = C\hat{z}$$

aus, vgl. [DR11]. Das bedeutet, dass die Signum-Funktion ein Schalten zwischen +1 und -1 mit theoretisch unendlich hoher Frequenz hervorruft. In diesem sog. *Gleitzustand* wird die Dynamik des Beobachters durch die Schaltfunktion bestimmt und die Systemordnung der Beobachterdynamik ist reduziert.

Eine ausführliche und anschauliche Erläuterung der Zusammenhänge zwischen Schaltfunktion und reduzierter Ordnung findet sich in [Ada09, S. 249 ff.] für Sliding-Mode-Regelungen. Es sei an dieser Stelle lediglich angemerkt, dass diese Regler so ausgelegt werden können, dass ihre Dynamik im Gleitzustand nur durch die Schaltfunktion bestimmt wird, der Regler demnach „robust gegen Variationen der Regelstrecke“ ist, „d. h. die Regelkreisdynamik ist immer dieselbe, auch wenn sich die Regelstrecke ändert“, vgl. [Ada09, S. 252]. Diese Eigenschaft, die sich am Beispiel der Regelungen anschaulicher erläutern lässt, kann prinzipiell auch auf SMB übertragen werden. Detaillierte Erläuterungen zu Sliding-Mode Algorithmen, bspw. zu ihrem Einsatz in der Regelung und zur Auswirkung des Ratterns, können auch in [UGS99] nachgelesen werden.

In der Literatur finden sich verschiedene SMB für unterschiedliche Systemklassen und Anwendungen, bspw. bietet [Spu08] einen guten Überblick über die unterschiedlichen Formen und deren Hauptigenschaften. Als für die Zustandsbeobachtung von PKM besonders relevant hat sich ein hierarchischer SMB nach [DR11] erwiesen, der im Folgenden vorgestellt wird.

Hierarchischer Sliding Mode Beobachter nach Drakunov

Der Ansatz gilt für nichtlineare eingangsaffine Systeme der Form

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f_a(z) + f_b(z)u \\ y &= g(z) \in \mathbb{R}^p \end{aligned}$$

mit einem Ausgang ($p \in \mathbb{R}^1$). Zunächst wird die Vektorfunktion $\phi(z)$,

$$\phi(z) = [g_1(z) \ \dots \ g_n(z)]^T, \quad (5-46)$$

definiert. Dabei ist g_1 ,

$$g_1(z) = g(z), \quad (5-47)$$

die Ausgangsgleichung und

$$g_i(z) = \frac{\partial g_{i-1}(z)}{\partial z} f_a(z) = L_{f_a}^{i-1} g(z), \quad i = 2, \dots, n, \quad (5-48)$$

sind die Lie-Derivierten von $g(z)$ in Richtung von $f_a(z)$. Für Systeme, bei denen der relative Grad der Systemordnung n entspricht, gilt

$$g_i(z) = \dot{g}_{i-1}(z), \quad i = 2, \dots, n, \quad (5-49)$$

vgl. [Ada09, S. 181]. Dann entspricht $Q_B(z)$,

$$Q_B(z) = \frac{\partial \phi(z)}{\partial z}, \quad (5-50)$$

der Beobachtbarkeitsmatrix (5-1) und die Vektorfunktion $\phi(z)$ der bereits in Abschnitt 5.1.1 genannten, zur Beurteilung der Beobachtbarkeit verwendeten Abbildung $\phi(z)$. Der in [DR11] vorgeschlagene Beobachter kann für Systeme angewandt werden, welche die folgende Bedingung erfüllen:

$$\frac{\partial}{\partial z} (Q_B(z) f_b(z)) = 0. \quad (5-51)$$

So wird sichergestellt, dass Schätzfehler vom Eingang unabhängig sind. Der hierarchische SMB für nichtlineare, eingangsaffine Systeme mit einfachem Ausgang nach [DR11] wird durch folgende Beobachterdifferentialgleichung charakterisiert:

$$\dot{\hat{z}} = f_a(\hat{z}) + f_b(\hat{z})u + Q_B^{-1}(\hat{z})\rho(\hat{z})\text{sign}(V(t)). \quad (5-52)$$

Die Matrix $\rho(\hat{z})$ entspricht der Beobachterverstärkung und enthält nur positive Diagonaleinträge:

$$\rho(\hat{z}) = \text{diag} (\rho_1(\hat{z}) \ \dots \ \rho_n(\hat{z})). \quad (5-53)$$

$V(t)$ ist ein n -dimensionaler Vektor mit den Komponenten v_i :

$$V(t) = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_n \end{bmatrix}^T. \quad (5-54)$$

Normalerweise muss die Signum-Funktion zur Gewährleistung des gewünschten Gleitzustands die entsprechende Schaltfunktion $v(t)$ enthalten, z. B. $\text{sign}(v(t))$. Bei hierarchischen Beobachtern tritt der Gleitzustand erstmals auf der Schaltlinie $v_1(t) = 0$ auf, die den Ausgangsfehler enthält (vgl. (2-45)):

$$v_1(t) = y(t) - g(\hat{z}) = e_y. \quad (5-55)$$

Die übrigen Einträge von $V(t)$ sind:

$$v_{i+1}(t) = \{\rho_i(\hat{z})\text{sign}(v_i(t))\}_{eq}, \quad i = 1, \dots, n-1. \quad (5-56)$$

Der Operator $\{\dots\}_{eq}$ ist der äquivalente Wert der diskontinuierlichen Funktion im Gleitzustand. Gemäß [UGS99, S. 27 f. u. 109] und [Spu08] kann dies wie folgt interpretiert

werden: Nachdem die Trajektorie des Ausgangsfehlers, die der ersten Schaltfunktion entspricht (vgl. (5-55)), den Gleitzustand erreicht hat, d. h. $v_1(t) = 0$, ändert die Signum-Funktion mit theoretisch unendlicher Frequenz ihren Wert. Dies ist jedoch nur eine idealisierte Annahme: In der Realität wird die Ausgangsfehlertrajektorie aufgrund von Rechenzeiten und anderen Verzögerungen innerhalb einer kleinen Region um die Schaltfunktion bleiben, während die Schaltfunktion in der Beobachterrückführung mit begrenzter Frequenz schaltet. Diese Rückführsignale enthalten Komponenten mit hohen und niedrigen Frequenzen. Entscheidend für die Dynamik des Ausgangsfehlers sind die Anteile mit vergleichsweise kleinen Frequenzen. Falls also die Anteile mit hohen Frequenzen aus der Beobachterrückführung entfernt werden, z. B. durch die Anwendung eines passenden Tiefpassfilters, kann ein kontinuierlicher äquivalenter Wert extrahiert werden. Im Bereich der Sliding-Mode-Regelungen ist dieser Ansatz der Extraktion der äquivalenten Werte bekannt als *equivalent control method*, vgl. [UGS99, S. 24 ff.]. Für den Beobachter (5-52) können die äquivalenten Werte dazu genutzt werden, Diskrepanzen zwischen Strecke und Beobachtermodell zu identifizieren.

Hierarchische SMB wurden zuerst in [Dra92] vorgeschlagen. Sie erfordern die Verwendung der äquivalenten Werte um einen Gleitzustand hervorzurufen. Der in [DR11] vorgestellte Ansatz erlaubt auch die Berücksichtigung von Systemeingängen und Störungen in der Strecke. Der große Vorteil dieser Beobachter ist, dass das Design in den Originalzuständen der Strecke erfolgen kann ohne die Notwendigkeit einer nichtlinearen Zustandstransformation (d. h. $\phi^{-1}(z)$ muss nicht explizit angegeben werden können, vgl. [Ada09, S. 21 ff.]). Die Bedingungen für die Anwendbarkeit einer nichtlinearen Zustandstransformation sind restriktiver als die Kriterien zur lokalen Beobachtbarkeit, welche zur Auslegung des hierarchischen SMB erfüllt sein müssen, vgl. [DR11]. Die Erforderlichkeit einer nichtlinearen Zustandstransformation würde zumindest die Beobachtung im OS für PKM unmöglich machen, da eine entsprechende Transformationsvorschrift aufgrund der Nichtlösbarkeit des DKP nicht existiert.

Berechnung der äquivalenten Werte

Die äquivalenten Werte können bspw. durch Tiefpassfilterung ermittelt werden. In [UGS99, S. 27 f.] wird beschrieben, wie die Eckfrequenz des Tiefpassfilters unter Berücksichtigung der Systemdynamik ermittelt werden kann. Die Gewinnung der äquivalenten Werte mittels Tiefpassfilterung führt jedoch zu einer zusätzlichen Verzögerung im Beobachter, die unerwünscht ist.

In [TE03] wird eine Lösung für dieses Problem vorgestellt, die sich auch als zielführend zur Zustandsbeobachtung von PKM erwiesen hat. Dort werden die äquivalenten Werte wie folgt approximiert (z. B. für v_2 in (5-56)):

$$v_2 = \{\rho_1 \text{sign}(v_1)\}_{eq} \approx \rho_1 \frac{v_1}{|v_1| + \delta} . \quad (5-57)$$

Der Parameter δ bezeichnet hier eine kleine positive Konstante, welche die Genauigkeit der äquivalenten Werte charakterisiert. Bild 5-3 visualisiert den Funktionsverlauf von (5-57) für $\rho_1 = 1$, $\delta = 0,01$ und $\delta = 0,05$ im Vergleich zur idealen Signum-Funktion.

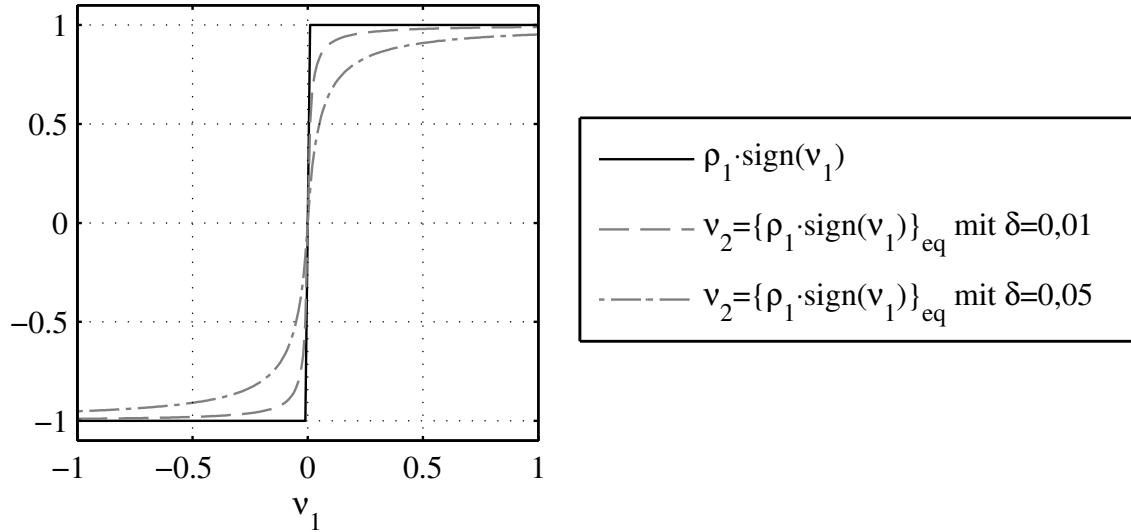


Bild 5-3: Äquivalente Werte gemäß (5-57) für verschiedene δ und $\rho_1 = 1$

5.3.2 Zustands- und Störbeobachtung von PKM im OS

Zur Zustands- und Störbeobachtung von PKM können die Beobachtergleichungen des hierarchischen SMB nach [DR11] so erweitert werden, dass das Konzept für Systeme mit $p > 1$ Ausgängen genutzt werden kann und somit anwendbar für PKM ist. Diese Erweiterung auf den Mehrgößenfall zur Beobachtung von PKM wurde in [Olm13] erarbeitet und beschrieben.

Reine Zustandsbeobachtung

Grundlage zur Zustandsbeobachtung ist die nichtlineare, eingangsaffine Zustandsbeschreibung einer PKM gemäß (2-14) und (2-15),

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f(z, u) = f_a(z) + f_b(z)u \\ y &= g(z).\end{aligned}$$

Für den Beobachterentwurf sind zwei Aspekte zu berücksichtigen: Zunächst müssen die Beobachtbarkeitsmatrix $Q_B(z)$ ermittelt und die lokale Beobachtbarkeit nachgewiesen werden. Dies wurde für PKM im Allgemeinen und das Zielsystem im Speziellen bereits in Abschnitt 5.1.2 gezeigt. Im zweiten Schritt muss durch die Bedingung (5-51) die Einsetzbarkeit des hierarchischen SMB überprüft werden. Allerdings wird für PKM Gleichung (5-51) nicht erfüllt, da gemäß (5-3) und (2-20)

$$\begin{aligned}Q_B(z) \cdot f_b(z) &= \begin{bmatrix} J^{-1}(x)H(x) & 0 \\ \frac{\partial(J^{-1}(x)v)}{\partial x} & J^{-1}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(x)J^{-T}(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1}(x)M^{-1}(x)J^{-T}(x) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5-58}$$

von x abhängt. In der Praxis konvergiert ein hierarchischer SMB für PKM dennoch; dies kann wie folgt begründet werden: Die ersten η Reihen von (5-58) sind null. Der

Term $J^{-1}(x)M^{-1}(x)J^{-T}(x)$ entspricht der Inversen der Massenmatrix in Gelenkkoordinaten, $M_q^{-1}(x)$ vgl. (4-10). $M_q(x)$ quantisiert gewissermaßen die Gewichtsverteilung der Ersatzmasse auf die einzelnen Aktoren. Diese ändert sich zwar mit der Position x , innerhalb des effektiven Arbeitsraums, jedoch nicht grundsätzlich. Dies gilt damit auch für die Inverse $M_q^{-1}(x)$ und somit für die letzten sechs Zeilen des Produkts $Q_B(z) \cdot f_b(z)$, dessen partielle Ableitung nach dem Zustand z zur Erfüllung von (5-51) demnach nahezu eine Nullmatrix ergibt.

Die Matrix der Beobachterverstärkungen, $\rho(\hat{z})$, kann wie folgt gewählt werden:

$$\rho(\hat{z}) = \rho = \begin{bmatrix} \rho_1 \cdot I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & \rho_2 \cdot I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix}. \quad (5-59)$$

Da die einzelnen Einträge die Verstärkungen für Signum-Funktionen von ähnlichen Größen sind (beim Hexapoden z. B. der einzelnen Aktorlängen), können die ersten und zweiten η Einträge gleich gewählt werden. Weiterhin zeigt sich, dass zur Beobachtung des Zielsystems konstante Werte zur Sicherstellung der Konvergenz ausreichen, ρ demnach unabhängig von x gewählt werden kann.

Die Matrix $V(t)$ besteht aus den zwei Vektoren $v_1(t) \in \mathbb{R}^\eta$ und $v_2(t) \in \mathbb{R}^\eta$:

$$V(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y(t) \\ \{\rho_1 \text{sign}(v_1(t))\}_{eq} \end{bmatrix}. \quad (5-60)$$

Somit hat der hierarchische SMB für PKM die gleiche Struktur wie der von [DR11] vorgeschlagene Beobachter, kann jedoch auch für Systeme mit mehr als einer Ausgangsgröße verwendet werden.

Die Realisierbarkeit dieses Ansatzes kann mit Hilfe des Konvergenzbeweises aus [Dra92] untersucht werden. Dort wird gezeigt, dass die Konvergenz der geschätzten Ausgangsgrößen und ihrer Ableitungen der Konvergenz der beobachteten Zustände entspricht.

Gemäß [Dra92] ist zur Analyse der Konvergenz die zeitliche Ableitung der Differenz der Abbildungen $\phi(z)$ und $\phi(\hat{z})$, $e_\phi = \phi(z) - \phi(\hat{z})$, relevant. Betrachtet man zunächst nur e_ϕ , so ergibt sich mit (5-46) - (5-49)

$$e_\phi = \begin{bmatrix} y - \hat{y} \\ \dot{y} - \dot{\hat{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y \\ e_{\dot{y}} \end{bmatrix}.$$

Demnach gilt für die zeitliche Ableitung

$$\dot{e}_\phi = \begin{bmatrix} \dot{e}_y^T & \dot{e}_{\dot{y}}^T \end{bmatrix}^T. \quad (5-61)$$

Weiterhin gilt mit (5-50) und (5-52)

$$\begin{aligned} \dot{e}_\phi &= \frac{d}{dt} (\phi(z) - \phi(\hat{z})) \\ &= Q_B(z)\dot{z} - Q_B(\hat{z})\dot{\hat{z}} \\ &= Q_B(z)(f_a(z) + f_b(z)u) - Q_B(\hat{z})(f_a(\hat{z}) + f_b(\hat{z})u) - \rho \text{sign}(V(t)). \end{aligned} \quad (5-62)$$

Für PKM ergibt sich damit unter Berücksichtigung von (2-19), (2-20) und (5-3) für die ersten η Zeilen:

$$\dot{e}_y = J^{-1}(x)v - J^{-1}(\hat{x})\hat{v} - \rho_1 \text{sign}(e_y) = \dot{q}(x, v) - \dot{q}(\hat{x}, \hat{v}) - \rho_1 \text{sign}(e_y). \quad (5-63)$$

Für $\rho_1 \geq \max |\dot{q}(x, v) - \dot{q}(\hat{x}, \hat{v})|$ und $e_y \rightarrow 0$ oszilliert der Wert von \dot{e}_y mit theoretisch unendlicher Frequenz um null, es stellt sich demnach ein Gleitzustand ein, dessen äquivalenter Wert gleich null ist:

$$\{\dot{e}_y\}_{eq} = 0 = \dot{q}(x, v) - \dot{q}(\hat{x}, \hat{v}) - \underbrace{\{\rho_1 \text{sign}(e_y)\}_{eq}}_{\nu_2}. \quad (5-64)$$

In (5-64) ist zu erkennen, dass für PKM der äquivalente Wert ν_2 im Gleitzustand der Differenz aus den Aktorgeschwindigkeiten e_y entspricht:

$$\nu_2 = \{\rho_1 \text{sign}(e_y)\}_{eq} = \dot{q}(x, v) - \dot{q}(\hat{x}, \hat{v}) = e_{\dot{y}}. \quad (5-65)$$

Die Gleichungen des zweiten Teils von \dot{e}_ϕ gemäß (5-62) sind umfangreich, daher wird an dieser Stelle auf eine Formulierung verzichtet. Das Ergebnis kann wie folgt zusammengefasst werden:

$$\dot{e}_{\dot{y}} = \ddot{q}(z, u) - \ddot{q}(\hat{z}, u) - \rho_2 \text{sign}(e_{\dot{y}}). \quad (5-66)$$

Hier entsprechen $\ddot{q}(z, u)$ und $\ddot{q}(\hat{z}, u)$ den Aktorbeschleunigungen. Wie zuvor entsteht auch hier ein Gleitzustand für $e_{\dot{y}} \rightarrow 0$, falls ρ_2 hinreichend groß, d. h. $\rho_2 \geq \max |\ddot{q}(z, u) - \ddot{q}(\hat{z}, u)|$, gewählt wird, und es gilt $\{\dot{e}_{\dot{y}}\}_{eq} = 0$.

Somit wurde gezeigt, dass der Gleitzustand bei ausreichend großer Wahl von ρ_1 und ρ_2 sukzessiv in zwei Stufen auftritt. Für das Erreichen des letzten Gleitzustands gilt $e_\phi = 0$, d. h. der Ausgangsfehler konvergiert. Gemäß [Dra92] ist damit aufgrund der bereits nachgewiesenen lokalen Beobachtbarkeit auch die Konvergenz des Schätzfehlers e_z und damit eine korrekte Zustandsbeobachtung gewährleistet. Für eine initiale Wahl der Beobachterverstärkungen ρ_1 und ρ_2 können beispielsweise Annahmen für Anfangsauslenkungen getroffen werden. Anschließend sind die Verstärkungen mit Hilfe von Simulationen iterativ anzupassen.

Bei der Implementierung des hierarchischen SMB hat es sich als zweckmäßig erwiesen, auch die Signum-Funktionen durch äquivalente Werte zu ersetzen. Die Beobachterdifferentialgleichung lautet dann

$$\dot{\hat{z}} = f_a(\hat{z}) + f_b(\hat{z})u + Q_B^{-1}(\hat{z})\rho\{\text{sign}(V(t))\}_{eq} \quad (5-67)$$

mit

$$\begin{aligned} \rho\{\text{sign}(V(t))\}_{eq} &= \begin{bmatrix} \rho_1\{\text{sign}(\nu_1)\}_{eq,\delta_1} \\ \rho_2\{\text{sign}(\nu_2)\}_{eq,\delta_2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \rho_1\{\text{sign}(e_y)\}_{eq,\delta_1} \\ \rho_2\{\text{sign}(\rho_1\{\text{sign}(e_y)\}_{eq,\delta_1})\}_{eq,\delta_2} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5-68)$$

wobei der Index δ_i das jeweils verwendete δ zur Berechnung der äquivalenten Werte nach (5-57) kennzeichnet.

Störbeobachtung durch Nutzung der äquivalenten Werte

In [Spu08] wird gezeigt, wie durch Nutzung der äquivalenten Werte Zusatzinformationen z. B. über Störungen oder Fehler generiert werden können. Dieser Ansatz lässt sich zur Ermittlung der Störkraft bei der Regelung von PKM nutzen, vgl. [FOT14]. Dazu wird zunächst angenommen, dass eine Störung $s_q(t)$, $s_q \in \mathbb{R}^n$, die als begrenzt angenommen werden darf, in der Fehlergleichung (5-66) auftritt. Diese kann bspw. durch unbekannte Kräfte oder Modellgenauigkeiten hervorgerufen werden. Es gilt dann

$$\dot{e}_{\hat{y}} = \ddot{q}(z, u) - \ddot{q}(\hat{z}, u) + s_q(t) - \rho_2 \text{sign}(e_{\hat{y}}). \quad (5-69)$$

Wie bereits gezeigt wurde, konvergiert der Beobachter unabhängig von s_q , falls ρ_2 hinreichend groß gewählt wird. Dann gilt $z \equiv \hat{z}$ und somit $\ddot{q}(z, u) = \ddot{q}(\hat{z}, u)$. Es ergibt sich

$$\{\dot{e}_{\hat{y}}\}_{eq} = 0 = s_q(t) - \{\rho_2 \text{sign}(\nu_2)\}_{eq} \implies s_q(t) = \{\rho_2 \text{sign}(\nu_2)\}_{eq}.$$

Die so bestimmte Störung kann als Beschleunigung in Gelenkkoordinaten interpretiert und mit

$$\hat{\tau}_{q,d} = J^T(\hat{x})M(\hat{x})J(\hat{x})s_q(t) \quad (5-70)$$

in die gesuchte Kraft zur Störgrößenkompensation umgerechnet werden. Dieser Ansatz eignet sich, wie in [FOT14] gezeigt wurde, zur Schätzung begrenzter Störkräfte wie z. B. der Reibkräfte in den Aktoren. Er versagt allerdings bei Erreichen eines mechanischen Anschlags, da dort die geschätzten Störkräfte prinzipiell beliebig groß werden können und diese nicht in der Beobachterdifferentialgleichung enthalten sind. Damit haben sie keinen Einfluss auf die Zustandsgrößen \hat{x} und \hat{v} , die weiterhin nur aus den gemessenen Aktorkräften und -wegen geschätzt werden. Das führt aufgrund der Höhe der Störkräfte im Anschlag zu Fehlschätzungen.

Zustands- und Störbeobachtung durch Modellerweiterung

Der zuvor beschriebene Ansatz zur Zustandsbeobachtung kann, analog zum Kalman-Filter, um weitere Zustände zur Störbeobachtung erweitert werden. Die Gleichungen des erweiterten SMB für PKM lauten in diesem Fall

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_d &= f_{a,d}(\hat{z}_d) + f_{b,d}(\hat{z}_d)u + Q_{B,d}^{-1}(\hat{z}_d)\rho_d\{\text{sign}(V_d(t))\}_{eq} \\ \hat{y} &= g_d(\hat{z}_d), \end{aligned} \quad (5-71)$$

mit dem bereits beim Kalman-Filter verwendeten erweiterten Zustandsvektor \hat{z}_d ,

$$\hat{z}_d = \begin{bmatrix} \hat{x}^T & \hat{v}^T & \Delta \hat{v}^T \end{bmatrix}^T. \quad (5-72)$$

Für $f_{a,d}(\hat{z}_d)$, $f_{b,d}(\hat{z}_d)$ und $g_d(\hat{z}_d)$ gelten (5-28)-(5-30). Die gesuchten Störkräfte in Gelenkkoordinaten können mittels (5-23) aus $\hat{z}_{q,d}$ berechnet werden. Die Beobachtbarkeitsmatrix wurde ebenfalls bereits mit (5-32) angegeben. Formal ist die Bedingung (5-51) zur Verwendbarkeit des SMB-Ansatzes abermals nicht erfüllt, da das Produkt

$$Q_{B,d}(\hat{z}_d) \cdot f_{b,d}(\hat{z}_d) = \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1}(x)M^{-1}(x)J^{-T}(x) \\ \frac{\partial \ddot{q}(\hat{z}_d, u)}{\partial v} M^{-1}(x)J^{-T}(x) \end{bmatrix}, \quad (5-73)$$

nicht unabhängig vom Zustand z_d ist. In der Praxis konvergiert jedoch auch der um die Störbeobachtung erweiterte SMB. Im vorangegangenen Abschnitt wurde bereits erläutert, dass der Term $J^{-1}(x)M^{-1}(x)J^{-T}(x)$ der inversen Massenmatrix in Gelenkkoordinaten $M_q^{-1}(x)$ entspricht. Diese ändert sich im effektiven Arbeitsraum nicht grundsätzlich. Für den Term $\partial\ddot{q}(z_d, u)/\partial v$ gilt ähnliches. Er beschreibt prinzipiell die Änderung der Beschleunigung in Gelenkkoordinaten mit der globalen Geschwindigkeit v . Diese Änderungsrate ist zwar abhängig vom jeweiligen Arbeitspunkt, die globalen Zusammenhänge bleiben aber durch die kinematische Struktur der PKM und den eingeschränkten Arbeitsraum ähnlich, sodass diese Änderungsrate und damit die Einträge der letzten sechs Zeilen des Produkts $\frac{\partial}{\partial z_d} (Q_{B,d}(z_d) \cdot f_{b,d}(z_d))$ als klein angenommen werden können.

Für die erweiterte Matrix der Beobachterverstärkungen gilt

$$\rho_d = \begin{bmatrix} \rho_1 \cdot I_{\eta \times \eta} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 \cdot I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \cdot I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix}. \quad (5-74)$$

Analog zu (5-68) wird der um η Zeilen erweiterte Vektor der äquivalenten Werte der Schaltfunktionen, $\{\text{sign}(V_d(t))\}_{eq}$, in hierarchischer Form zu

$$\begin{aligned} \rho_d\{\text{sign}(V_d(t))\}_{eq} &= \begin{bmatrix} \rho_1\{\text{sign}(v_1)\}_{eq,\delta_1} \\ \rho_2\{\text{sign}(v_2)\}_{eq,\delta_2} \\ \rho_3\{\text{sign}(v_3)\}_{eq,\delta_3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \rho_1\{\text{sign}(e_y)\}_{eq,\delta_1} \\ \rho_2\{\text{sign}(\rho_1\{\text{sign}(e_y)\}_{eq,\delta_1})\}_{eq,\delta_2} \\ \rho_3\{\text{sign}(\rho_2\{\text{sign}(\rho_1\{\text{sign}(e_y)\}_{eq,\delta_1})\}_{eq,\delta_2})\}_{eq,\delta_3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5-75)$$

gewählt. Die zur Quantisierung der Verstärkungen ρ_1 und ρ_2 verwendeten Gleichungen (5-63) und (5-66) behalten ihre Gültigkeit. Die Berechnungsvorschrift für den dritten Gleitzustand kann als

$$\dot{e}_{\ddot{y}} = \ddot{q}(z_d, u) - \ddot{q}(\hat{z}_d, u) - \rho_3 \text{sign}(e_{\ddot{y}}) \quad (5-76)$$

zusammengefasst werden. Ein Gleitzustand in $\dot{e}_{\ddot{y}} = 0$ ist demnach gesichert, falls $\rho_3 \geq \max|\ddot{q}_{max}(z_d, u) - \ddot{q}(\hat{z}_d, u)|$ gewählt wird.

Auslegung für das Zielsystem

Nach (5-63) soll stets $\rho_1 \geq \dot{q}(x, v) - \dot{q}(\hat{x}, \hat{v})$ sein. Dies entspricht im Extremfall dem zweifachen der maximalen Absolutgeschwindigkeit in Gelenkkoordinaten \dot{q}_{max} , es ist demnach naheliegend,

$$\rho_1 = 2 \cdot \dot{q}_{max} \quad (5-77)$$

zu wählen. Für das Zielsystem ist die Aktorgeschwindigkeit durch den Ventilvolumenstrom bzw. durch die Ventilquerschnitte und den maximalen Differenzdruck über eine Steuerkante begrenzt. Mit (2-29) und unter Berücksichtigung der Tatsache, dass jeder Zylinder von zwei Servoventilen gesteuert wird, gilt

$$\dot{q}_{max} = A_{zyl} \cdot Q_{max} = 2 \cdot A_{zyl} \cdot Q_{nenn, SV} \sqrt{\frac{\Delta p_{S,max}}{\Delta p_{nenn}}}. \quad (5-78)$$

Die Verstärkung ρ_2 wird in ähnlicher Weise durch Berücksichtigung der maximalen Aktorbeschleunigungen in der Ausgangslage x_0 gewählt:

$$\rho_2 = 2 \cdot \ddot{q}_{max} = 2 \cdot \max(M_q^{-1}(x_0)\tau_{q,max}) \quad (5-79)$$

mit $\tau_{q,max} = \Delta p_{max} \cdot A_{zyl} \cdot 1_{6 \times 1}$.

Zur Bestimmung von ρ_3 ist mit \ddot{q}_{max} die maximale Änderungsrate der Aktorbeschleunigung maßgeblich. Sie ist proportional zur Änderungsrate der Aktorkraft und kann durch die Simulation einer Sprungantwort von 0 auf \ddot{q}_{max} mit der Dynamik von $G_{Akt}(s)$, vgl. (2-58), ermittelt werden. Durch simulative Untersuchungen an einem Modell mit sechs FHG und idealisierter Aktorik hat sich für das Zielsystem gezeigt, dass $\rho_3 < 2 \cdot \ddot{q}_{max}$ gewählt werden muss, da sonst der Effekt des Ratterns sehr groß ist. Ein Wert von

$$\rho_3 = 0,5 \cdot \ddot{q}_{max} \quad (5-80)$$

hat sich als geeignet erwiesen.

Die verbleibenden Entwurfsfreiheitsgrade liegen in der Wahl der δ_i zur Berechnung der äquivalenten Werte in (5-68) und (5-75) nach (5-57). Die einzelnen δ_i repräsentieren dabei die Genauigkeit der äquivalenten Werte. Zur Bestimmung von δ_1 zur Berechnung von v_2 und δ_2 zur Berechnung von v_3 kann die gewünschte Genauigkeit für die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsschätzung verwendet werden. Ein weiterer intuitiver Ansatz ist, das Verhältnis von δ_1 , δ_2 und δ_3 zueinander etwa gleich dem Verhältnis von ρ_1 , ρ_2 und ρ_3 zueinander zu wählen. Ausgehend von diesen Anfangswerten können durch Simulationen iterativ Anpassungen vorgenommen werden. Für das Zielsystem erwiesen sich folgende Werte als geeignet:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 2 \cdot \dot{q}_{max} = 6,79 \text{ m/s} \\ \rho_2 &= 2 \cdot \ddot{q}_{max} = 945,25 \text{ m/s}^2 \\ \rho_3 &= 0,5 \cdot \ddot{q}_{max} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ m/s}^3 \\ \delta_1 &= 0,001 \text{ m} \\ \delta_2 &= 0,35 \text{ m/s} \\ \delta_3 &= 139 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

5.3.3 Zustands- und Störbeobachtung im JS

Die Differentialgleichung für den SMB zur reinen Zustandsbeobachtung im JS lautet

$$\dot{\hat{z}}_q = f_{aq}(\hat{z}_q) + f_{bq}u + Q_{Bq}^{-1}(\hat{z}_q)\rho\{\text{sign}(V(t))\}_{eq}. \quad (5-81)$$

Für $f_{aq}(\hat{z}_q)$ und f_{bq} gelten (4-15) und (4-16). Da die zeitlichen Ableitungen des Systemausgangs q den Zuständen entsprechen, ist die Beobachtbarkeitsmatrix eine Einheitsmatrix, vgl. Abschnitt 5.1.1. Es gilt

$$Q_{Bq} = I_{2\eta \times 2\eta}.$$

Das Produkt

$$Q_{Bq} \cdot f_{bq} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_q^{-1}(x) \end{bmatrix} \quad (5-82)$$

ist damit über das DKP auch abhängig vom Zustand z_q . Dennoch ist eine Konvergenz des SMB nach (5-51) zu erwarten, da sich auch $M_q(x)$ im gesamten Arbeitsraum nicht grundlegend ändert.

Für den um die Störschätzung erweiterten SMB gilt

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_{q,d} &= f_{aq,d} + f_{bq,d}(\hat{z}_{q,d})u + Q_{Bq,d}^{-1}(\hat{z}_{q,d})\rho_d\{\text{sign}(V_d(t))\}_{eq}, \\ \hat{y} &= \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z}_{q,d}.\end{aligned}\quad (5-83)$$

Für die Terme $f_{aq,d}(z_{q,d})$ und $f_{bq,d}$ gelten (5-40) und (5-41). Die gesuchten Störkräfte in Gelenkkoordinaten können mittels (5-42) aus $\hat{z}_{q,d}$ berechnet werden. Für die erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix ergibt sich

$$Q_{Bq,d} = \begin{bmatrix} I_{\eta \times \eta} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\eta \times \eta} & 0 \\ 0 & -M_q^{-1}(x)C_{CC,q}(x, v) & I_{\eta \times \eta} \end{bmatrix}. \quad (5-84)$$

Damit bleibt das Produkt $Q_{Bq,d} \cdot f_{bq,d}$,

$$Q_{Bq,d} \cdot f_{bq,d} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_q^{-1}(x) \\ -M_q^{-1}(x)C_{CC,q}(x, v)M_q^{-1}(x) \end{bmatrix}, \quad (5-85)$$

über das DKP abhängig von Zustand $z_{q,d}$. Dennoch ist Konvergenz zu erwarten, da abermals (5-51) zumindest annähernd erfüllt wird. Da der Ausgang des SMB im JS dem des SMB im OS entspricht, können die Entwurfsparameter ρ_i und δ_i , $i = 1 \dots 3$ entsprechend übernommen werden.

5.4 Simulationsbasierter Vergleich der Beobachter

Mit Hilfe von Simulationen mit den unterschiedlichen Beobachterkonzepten kann gezeigt werden, dass prinzipiell nur Beobachter mit Störschätzung für die Einbindung in die Regelung von PKM mit Aktoren, die einen begrenzten Stellbereich aufweisen, sinnvoll sind. Beim Zielsystem sind die Hübe der einzelnen Zylinder begrenzt – befindet sich ein Zylinder im Anschlag, so liefern die Beobachter ohne Störanteil falsche Ergebnisse. Das ist der Grund dafür, dass für die im Folgenden beschriebene simulationsbasierte Analyse nur Beobachter mit Störschätzung berücksichtigt werden, denn die Anschläge sind im Beobachtermodell nicht enthalten. Ein weiterer Grund für die Verwendung des Störanteils ist das Reaktionsvermögen auf weitere Störungen im Betrieb, die möglicherweise unvorhergesehen auftreten und daher nicht im Modell vorhanden sind.

Die Analyse der Beobachtergüte erfolgt mit Hilfe eines Streckenmodells, welches mit einer fb-Regelung im OS geregelt wird. Dies geschieht unter der Annahme von idealen Feedback, d. h. die zur Regelung erforderlichen Zustandsgrößen werden direkt dem Streckenmodell entnommen, um einen Einfluss des betrachteten Beobachters auf die Regelgüte auszuschließen.

Durch die simulationsbasierte Analyse der Beobachterkonzepte sollen folgende Fragen beantwortet werden:

1. Welches Beobachterkonzept liefert die beste Schätzgüte?
2. Sind Vereinfachungen zur Verringerung des Rechenaufwands möglich?
3. Welchen Einfluss haben verschiedene Auslegungen der einzelnen Beobachter auf die Schätzgüte?
4. Wie wirken sich Modellgenauigkeiten aus?
5. Welchen Einfluss haben verrauschte und verzögerte Messsignale auf die Schätzgüte?

5.4.1 Setup, Beobachtervarianten und Nomenklatur

Für die Erzeugung der nachfolgend aufgeführten Simulationsergebnisse wurde das bereits für die Analyse der Regelungskonzepte (vgl. Abschnitt 4.4) genutzte Streckenmodell verwendet. Es besitzt eine Masse, sechs FHG und berücksichtigt die Nichtlinearitäten durch die hydraulische Aktuierung. Weiterhin lassen sich optional die zur Beobachtung verwendeten Messdaten mit einem Rauschen überlagern und durch ein Totzeitglied verzögern, um so eine realitätsnahe Simulation zu ermöglichen.

Zur Realisierung der Beobachter im JS wird die benötigte Endeffektorposition aus den geschätzten Aktorlängen \hat{q} mit Hilfe des iterativen *Newton-Raphson*-Verfahrens (vgl. Abschnitt 3.2.1) berechnet. Als Abbruchkriterium dient das Erreichen der geforderten Genauigkeit $(q_i - q_i(\hat{x})) \leq 1 \cdot 10^{-5} \text{ m } \forall i = 1 \dots 6$ bzw. der maximal zugelassenen Anzahl von drei Iterationen. Die Begrenzung der zulässigen Iterationszahl dient dabei der Garantie der Echtzeitfähigkeit. Es hat sich gezeigt, dass bei einer Berechnungsschrittweite von $h = 0,2 \text{ ms}$ für das Zielsystem in der Regel ein bis zwei Iterationen zum Erreichen der vorgegebenen Genauigkeit genügen.

Zur Berechnung von \hat{x} für die Beobachter im JS werden nicht direkt die Messdaten q_{mess} , sondern die geschätzten Aktorlängen \hat{q} verwendet. Dies hat zwei Gründe: Zum einen kann auf diese Weise der Einfluss von ggf. verrauschten Messsignalen minimiert werden, zum anderen besteht, im Falle von Modellunsicherheiten oder Verzögerungen, sonst die Gefahr, dass die geschätzten Größen \hat{x} und \hat{v} nicht phasenrichtig zusammen passen.

Im Zuge der Arbeiten am Simulationsmodell trat die Frage auf, wie schnell ein Beobachter für die optimale Umsetzung der betrachteten Regelungskonzepte sein muss. Diese Frage lässt sich rein analytisch kaum beantworten. In [Fö13, S. 355] wird dazu lediglich die Faustregel ausgegeben, dass die Eigenwerte eines Beobachters in der komplexen Ebene weiter links liegen sollten als die der Regelung, zu deren Realisierung er dient (vgl. auch Abschnitt 5.2, S. 93). Daher wurden alle Beobachtervarianten mit verschiedenen Parametrierungen implementiert, die unterschiedliche Dynamiken repräsentieren.

Bei den Sliding-Mode-Beobachtern lässt sich dies sehr einfach umsetzen – hier ist die Dynamik abhängig von den Verstärkungen ρ_i und den zur Berechnung der äquivalenten Werte verwendeten Parameter δ_1 , δ_2 und δ_3 . Eine Erhöhung letzterer bewirkt eine Verlangsamung der Beobachtung. Es wird daher der Faktor k_{SMB} definiert, mit dem die ursprünglich bestimmten Werte (vgl. Abschnitt 5.3.2) multipliziert werden. Es gilt somit $\delta_{1k} = k_{SMB} \cdot \delta_1$, $\delta_{2k} = k_{SMB} \cdot \delta_2$ und $\delta_{3k} = k_{SMB} \cdot \delta_3$.

Bei den Kalman-Filters ist die Berücksichtigung unterschiedlicher Auslegungen komplexer. Hier muss jeweils ein neuer Entwurf unter Betrachtung der resultierenden Eigenwerte durchgeführt werden. Es ergeben sich unterschiedliche Beobachtermatrizen, für die Beobachtung im OS die vier Matrizen $L_{d,1}, L_{d,2}, L_{d,3}, L_{d,4}$, für die Beobachtung im JS $L_{JS,d,1}, L_{JS,d,2}, L_{JS,d,3}, L_{JS,d,4}$. Die Matrizen mit dem Index 3 entsprechen dabei der ursprünglichen Auslegung für das Zielsystem, die in Abschnitt 5.2 dokumentiert ist. Die Indizes 1 und 2 stehen für eine schnellere Auslegung, der Index 4 für eine langsamere. Bild 5-4 zeigt die Eigenwerte der verschiedenen Beobachtervarianten, jeweils für das um die Arbeitsraummittelstellung x_0 und die Randpunkte x_i linearisierte System. Auf der linken Seite finden sich die Eigenwerte der Kalman-Filter im OS, auf der rechten Seite die der Filter im JS. Bei letzteren liegen wiederum die Eigenwerte für alle x_i übereinander, da die Matrizen $A_{lin,q,d}$ (5-44) und $C_{lin,q,d}$ (5-45) für die um x_i linearisierten Systeme für $v = 0$ unabhängig von x sind.

Auf der Zielhardware sollen die Beobachter mit dem expliziten Euler-Verfahren (auch: Rechteckvorwärtsintegration) bei einer Schrittweite von $h = 0,2 \text{ ms}$ realisiert werden können. Dieses Integrationsverfahren arbeitet gemäß [HW91, S. 17] stabil, wenn das Produkt aller Eigenwerte λ_i und der Schrittweite h innerhalb eines Kreises mit dem Radius 1 und dem Mittelpunkt $[-1; 0]$ in der komplexen Ebene liegen. Etwas anschaulicher wird dieses Kriterium durch eine Umformulierung: Das Verfahren arbeitet stabil, wenn alle Eigenwerte λ_i innerhalb eines Kreises mit dem Radius h^{-1} und dem Mittelpunkt $[-h^{-1}; 0]$ liegen. Zur Abschätzung der Stabilität der Kalman-Filter ist ein solcher Kreis jeweils in die einzelnen Diagramme in Bild 5-4 eingezeichnet. An der Lage der Eigenwerte ist zu erkennen, dass die einzelnen Beobachterauslegungen nach unten hin zu langsameren Eigenwerten führen. Weiterhin liegen alle Eigenwerte innerhalb des Konvergenzbereichs.

Die Erfüllung des o. g. Stabilitätskriteriums ist jedoch kein endgültiger Beweis dafür, dass die Beobachter auf der Zielhardware tatsächlich stabil arbeiten, da lediglich Linearisierungen betrachtet werden und die eigentlich zu lösenden Differentialgleichungen auch nichtlineare Anteile enthalten. Es liefert jedoch zumindest einen ersten Anhaltspunkt. Die Konvergenz und auch die Genauigkeit der Beobachter muss simulativ untersucht werden; daher wurden die nachfolgend diskutierten Simulationsergebnisse ebenfalls mit dem Euler-Integrationsverfahren bei einer Schrittweite von $h = 0,2 \text{ ms}$ erzeugt. Somit sind unter diesem Aspekt die gleichen Voraussetzungen geschaffen, wie sie am Zielsystem vorhanden sind.

Für die Bezeichnung der verschiedenen Beobachtervarianten wurde abermals eine Nomenklatur eingeführt. Sie ist in Tabelle 5-1 gelistet.

Kürzel	Beschreibung
KF-JS-1	Kalman Filter im JS, Auslegung 1
SMB-JS-1	Sliding Mode Beobachter im JS; Auslegung mit $k_{SMB} = 1$
KF-OS-1	Kalman Filter im JS, Auslegung 1
SMB-OS-1	Sliding Mode Beobachter im JS; Auslegung mit $k_{SMB} = 1$

Tabelle 5-1: Nomenklatur für die simulationsbasierte Analyse der Beobachter

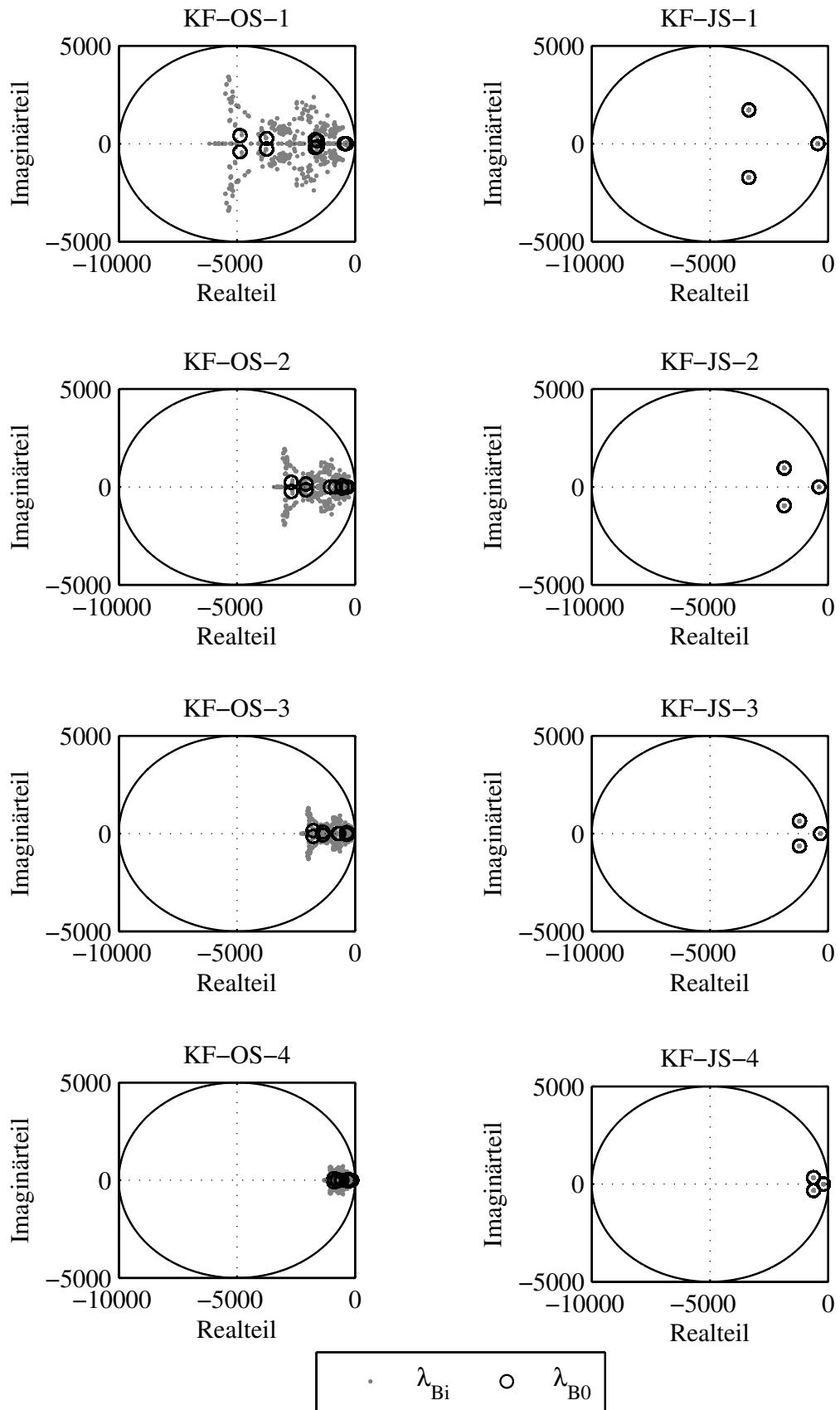


Bild 5-4: Eigenwerte der Kalman-Filter zur Zustands- und Störbeobachtung bei verschiedenen Auslegungen

5.4.2 Simulationen und Analysen

Zunächst geht es in Analogie zum Vorgehen bei der Regelungsanalyse um den Einfluss der rechenintensiven Terme zur formal korrekten Realisierung der Beobachter. Das betrifft zum einen den bei der Regelung ebenfalls vorhandenen J -Anteil in den Beobachtermödellen im JS, zum anderen die zustandsabhängige Berechnung der inversen Beobachtermatrizen $Q_{B,d}^{-1}(\hat{z})$ bzw. $Q_{Bq,d}^{-1}(\hat{z})$, die zur korrekten Implementierung der SMB erforderlich sind. In Tabelle 5-2 sind alle relevanten Berechnungszeiten aufgeführt. Die Zeiten sind unabhängig von der Auslegung der einzelnen Beobachter, denn diese beeinflusst die Anzahl der erforderlichen Rechenroutinen nicht. Es ist zu erkennen, dass durch eine Vernachlässigung bzw. Konstantsetzung der rechenintensiven Terme erheblich Rechenzeit gespart werden kann. Das gilt v. a. für den SMB im OS: Hier schlägt die kontinuierliche Berechnung von $Q_{B,d}^{-1}(\hat{z})$ mit $100\mu s$ zu Buche, was innerhalb einer Abtastregelung, die mit einer Schrittweite von $h = 0,2\text{ ms} = 200\mu s$ arbeitet, bereits der Hälfte der verfügbaren Rechenzeit entspricht.

KF-JS, ohne-Jp	$16\mu s$
KF-JS	$57\mu s$
SMB-JS, ohne-Jp, mit $Q_{Bq,d}^{-1} = I_{18 \times 18} = \text{const.}$	$18\mu s$
SMB-JS, ohne-Jp, mit $Q_{Bq,d}^{-1} = Q_{Bq,d}^{-1}(\hat{z})$	$27\mu s$
SMB-JS	$67\mu s$
KF-OS	$20\mu s$
SMB-OS mit $Q_{B,d}^{-1} = Q_{B,d}^{-1}(\hat{z}_0) = \text{const.}$	$20\mu s$
SMB-OS	$120\mu s$

Tabelle 5-2: Rechenzeiten der Regel- und Filterkonzepte auf der Zielhardware

Zustands- und Störschätzgüte bei idealer Modellübereinstimmung

In der Simulation wurde der Regelung abermals eine sinusförmige Bewegung mit der Frequenz 50 Hz um den Punkt x_{TCP_R} , der am Rand des Arbeitsraums liegt (vgl. (4-68)), vorgegeben. Es kann angenommen werden, dass der Fehler, der durch die Konstantsetzung der inversen Beobachtermatrizen in den SMB hervorgerufen wird, hier am größten ist. In Bild 5-5 sind die geschätzten Positionen und Orientierungen für alle Beobachter der langsamsten Auslegungsstufe mit und ohne rechenintensive Terme dargestellt. Diese Auslegungsstufe wurde gewählt, da in diesem Fall die Reaktion auf Modellabweichungen am schlechtesten sein dürfte.

Die Zustände aller sieben betrachteten Beobachter sind in schwarz dargestellt, die Streckenzustände in grau. Es sind kaum Unterschiede zwischen den Linien erkennbar, weder zwischen den Zuständen aus der Strecke und den beobachteten Zuständen, noch zwischen den Zuständen der einzelnen Beobachter, ob mit oder ohne Vereinfachungen. Gleiches gilt auch für alle anderen, schnelleren Auslegungen, deren Zustandsverläufe jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt sind. Demnach lässt sich festhalten, dass alle Beobachter eine hohe Schätzgüte bezüglich der Zustandsgrößen aufweisen. Das gilt auch für diejenigen, bei denen die rechenintensiven Terme vernachlässigt bzw. konstantgesetzt sind. Daher werden im Folgenden nur noch letztere betrachtet.

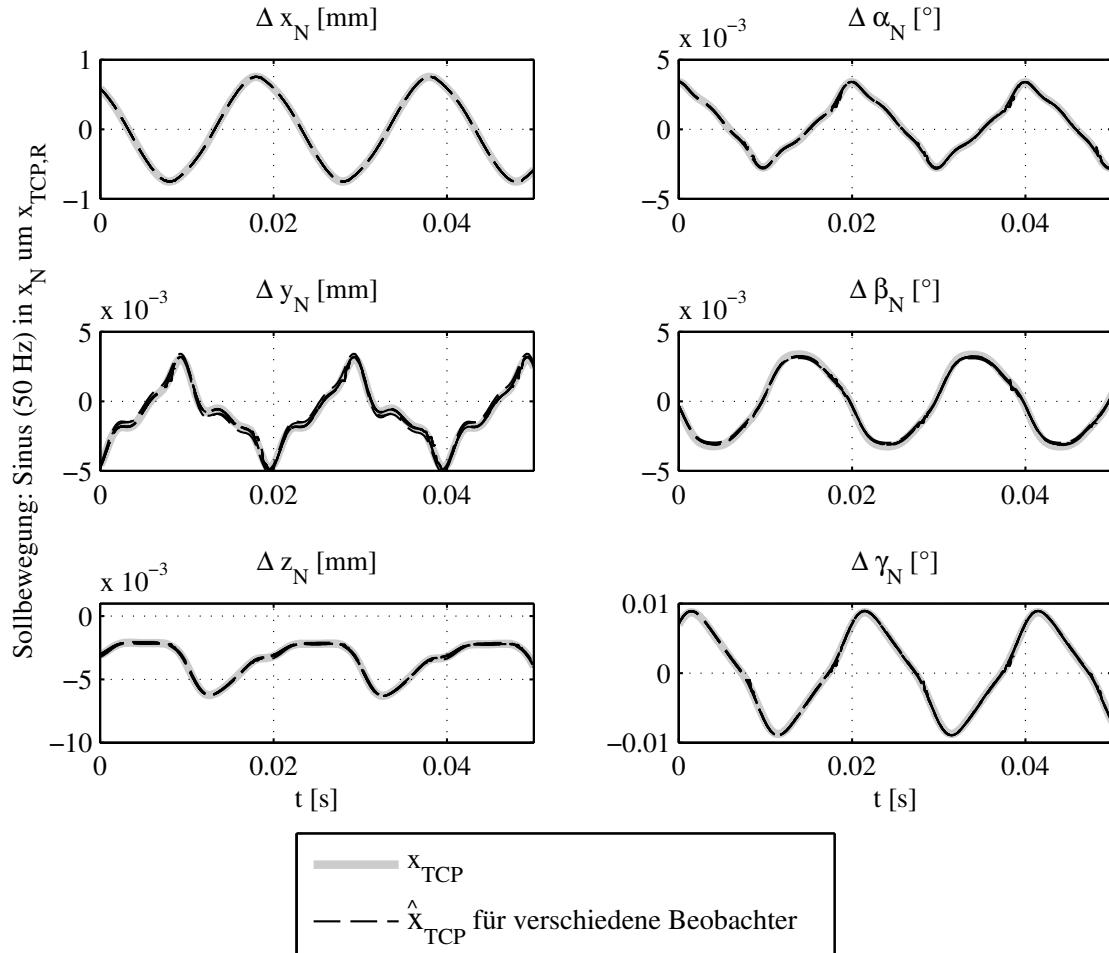


Bild 5-5: Simulationsergebnisse zur Zustandsbeobachtung bei sinusförmiger Anregung mit 50 Hz in x_N um $x_{TCP,R}$

Die Güte der Störbeobachtung lässt sich modellbasiert gut analysieren. In der Simulation ist der Störkraftverlauf bekannt und somit kann ein Soll-Ist-Vergleich durchgeführt werden. Die Art der Störkraftmodellierung im verwendeten Streckenmodell eignet sich dabei besonders gut: Die Störkräfte bestehen aus den Reibkräften, die in den einzelnen Aktoren wirken und gemäß (4-67) modelliert sind. Der richtungsabhängige Anteil ermöglicht aufgrund seines sprunghaften Verhaltens bei Richtungswechsel eine Analyse der Schätzodynamik, der Gesamtverlauf die Bewertung der Schätzgenauigkeit. Die Nichtlinearität des Streckenmodells bzgl. der hydraulischen Aktorik stellt für den Beobachter keine Modellabweichung dar, da das Eingangssignal des Beobachters, die aus den Differenzdrücken berechneten Aktorkräfte $\tau_{q,i}$, direkt abgegriffen wird, wie es auch in der Realität der Fall ist.

Im Gegensatz zur Zustandsbeobachtung weisen die verschiedenen Beobachter in ihren unterschiedlichen Auslegungen durchaus Differenzen in der Störbeobachtung auf. Dies demonstrieren die in Bild 5-6 gezeigten Störkraftverläufe, die mit dem gleichen Simulationssetup wie Bild 5-5 erzeugt wurden. Es sind jeweils die Störkraftverläufe für Aktor 1 und Aktor 3 geplottet. Aktor 1 steht dabei exemplarisch für die am meisten belasteten Aktoren, Aktor 3 für die am wenigsten belasteten. Aufgrund der systembedingten Sym-

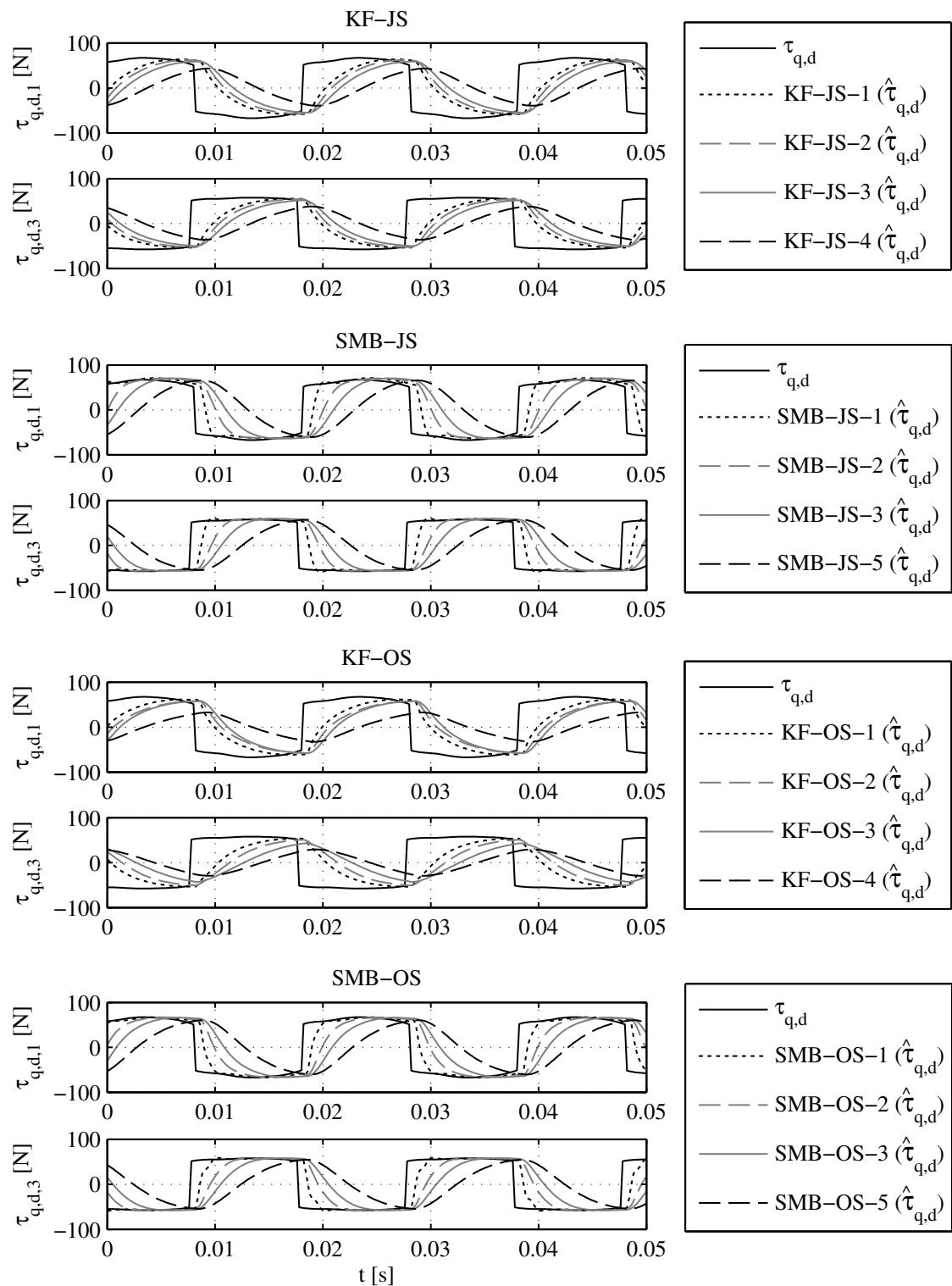


Bild 5-6: Simulationsergebnisse zur Störkraftschätzung mit verschiedenen Beobachtern bei sinusförmiger Anregung mit 50 Hz in x_N um $x_{TCP,R}$

metrie sind die Verläufe für die Aktoren 6 und 4 paarweise sehr ähnlich (befände sich der Schwerpunkt der Endeffektorplattform genau in der Mitte, so wären sie identisch bzw. vorzeichenvertauscht; da der Schwerpunkt im Zielsystem jedoch leicht außermittig liegt, ist dies nicht exakt der Fall). In einem Diagramm sind jeweils die Verläufe für einen Beobachter unterschiedlicher Auslegung dargestellt. Die oberen zwei Graphen zeigen die vom Kalman-Filter im JS beobachteten Störkraftverläufe. Deutlich zu sehen ist die unterschiedliche, mit der Auslegungsstufe korrelierende Schnelligkeit. Entsprechend ist der Beobachter der Auslegung 1 deutlich schneller als derjenige der Auslegung 4.

Das dynamische Verhalten der SMB im JS in ihrer Gesamtheit ist besser. Abermals zu erkennen ist die Korrelation zwischen Auslegungsstufe und Schnelligkeit. Aus Gründen der Übersicht sind nur die Auslegungsstufen 1, 2, 3 und 5 geplottet, die mit $k_{SMB} = 4$ beobachteten Verläufe befinden sich zwischen denen von $k_{SMB} = 3$ und 5.

Das Verhalten der Kalman-Filter im OS unterscheidet sich kaum von denjenigen im JS. Auch die SMB im OS weisen weitgehend das gleiche Verhalten auf, wie diejenigen im JS. Allerdings ist bei der schnellsten Auslegung ein leicht verändertes Sprungverhalten zu erkennen; dieses Phänomen ist auf Konstantsetzung von $Q_{B,d}^{-1}$ zurückzuführen. Wird diese Matrix Zustandsabhängig berechnet, so zeigen die SMB im OS genau das gleiche Verhalten, wie derjenigen im JS. Dies lässt sich durch entsprechende Simulationen zeigen. Das ist darauf zurückzuführen, dass der einzige Zustandsabhängige Term in der Matrix $Q_{Bq,d}$ das Produkt $M_q^{-1}(x) \cdot C_{CC,q}(x, v)$ ist. Die Matrix $C_{CC,q}(x, v)$ hat zum einen generell nur Einträge $\neq 0$ für $v \neq 0$, zum anderen sind die Einträge für das Zielsystem stets klein, sodass die Nullsetzung des o. g. Produkts keine bemerkbare Auswirkung hat, während sich die Einträge in $Q_{B,d}$ für den Beobachter im OS durchaus ändern, wenn auch in geringem Maße.

Einfluss von Modellgenauigkeiten

In diesem Abschnitt bleiben noch zwei zu untersuchende Effekte: Der Einfluss von Modellgenauigkeiten und Sensoreffekten auf die Beobachterzustände. Zur Untersuchung des ersten Aspekts wurden nach der in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Methode simulativ Frequenzkennlinien für Bewegungen um die Mittellage $x_{TCP,0}$ erzeugt. In Bild 5-7 sind die Ergebnisse für eine Abweichung der Masse des Streckenmodells um 20 % zu dem Wert, der in der Regelung und Beobachtung berücksichtigt ist, dargestellt. Es enthält Schätzergebnisse für den SMB im JS der Auslegungen $k_{SMB} = 1$ und $k_{SMB} = 5$, stellvertretend für die schnellsten und langsamsten Beobachtervarianten. Zu erkennen ist, dass die Schätzgüte des schnellen Beobachters kaum von der Modellabweichung beeinflusst wird. Für die langsamere Variante zeigen sich jedoch im höheren Frequenzbereich Abweichungen von der Ideallinie, deren Auswirkungen im Zusammenspiel mit der Regelung zu analysieren sind. Auffällig ist zudem die Phase von ca. $0,5^\circ$ bzw. 1° im niedrigen Frequenzbereich. Diese ist auf die Genauigkeitsschranke des *Newton-Raphson*-Verfahrens zurückzuführen, die wie eine Abtastung wirkt. Vor allem bei Signalen mit kleinen Geschwindigkeiten und Amplituden, wie es für diesen Bereich der Fall ist, ergibt sich somit das typische Verhalten eines Abtast-Halteglieds, das im Frequenzbereich zu einer Phasenverschiebung führt. Inwiefern sich dieser Effekt auf die Regelung auswirkt, wird in Abschnitt 6 untersucht.

Bei der Betrachtung von Zeitsignalen für eine Anregungsfrequenz von 50 Hz für Bewegungen um die Arbeitsraumrandposition $x_{TCP,R}$ lassen sich für alle Beobachtervarianten

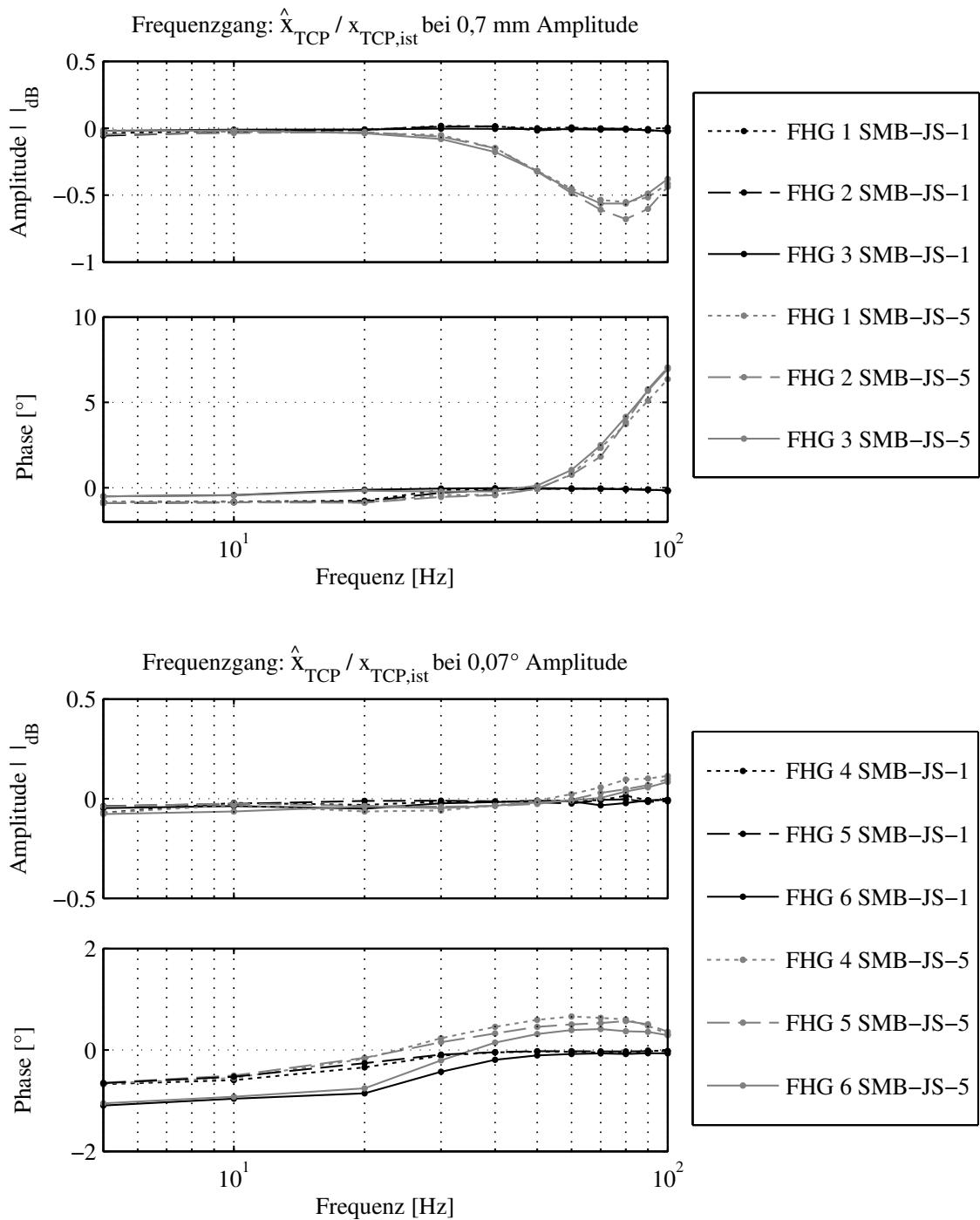


Bild 5-7: Frequenzgänge zur Zustandsschätzung bei Modellabweichungen

nur marginale Unterschiede erkennen, und da die SMB im JS nach der obigen Analyse das beste Schätzverhalten aufweisen, wurden sie stellvertretend für die Erstellung der Frequenzkennlinien ausgewählt. Eine Darstellung der geschätzten Störkräfte für diesen Versuch bringt keine weiteren Erkenntnisse, da sich keine „Sollstörkraftverläufe“ angeben lassen. Die geschätzten Störkräfte werden dominiert durch die Modellabweichung. Ihr Einfluss auf die Regelgüte muss ebenfalls im Zusammenspiel mit einer möglichen Regelung analysiert werden.

Einfluss von Sensoreffekten

Schließlich ist noch die Frage nach dem Einfluss von verrauschten und verzögerten Messsignalen offen. Dazu wurden abermals Simulationen, allerdings ohne Modellabweichungen, für die konstante Einregelung des Arbeitsraumrandpunkts $x_{TCP,R}$ durchgeführt. Die simulierten Sensor- und Verzögerungseffekte entsprechen den am Zielsystem auftretenden und wurden wie folgt in Matlab/Simulink modelliert:

- Verzögerung des Wegmesssignals (0,25 ms verursacht durch das Messprinzip): Block *Transport Delay*, Parameter *Time delay* 0,25 ms
- Überlagerung des Wegmesssignals mit einem am Zielsystem gemessenen Rauschprofil (Rauschamplituden ca. $\pm 5 \cdot 10^{-6}$ m)
- Überlagerung des Differenzdrucksignals mit einem am Zielsystem gemessenen Rauschprofil (Rauschamplituden ca. $\pm 0,5$ bar)

Eine Übersicht über den Einfluss der Sensoreffekte für den gesamten relevanten Frequenzbereich zeigen die in Bild 5-8 dargestellten Frequenzgänge, in denen die Frequenzkennlinien für den SMB im JS der Auslegungsstufen 1 und 5 gezeigt sind. Zu erkennen ist die Phasenverschiebung, die für die schnelle Auslegung exakt das Verhalten eines Totzeitgliedes, welches der Verzögerung durch die Wegmessung entspricht, widerspiegelt. Diesem Effekt kann begegnet werden, indem diese Verzögerung als Totzeitglied entsprechend hinter den Ausgang des Beobachtermodells geschaltet wird – dann ergeben sich die in Bild 5-9 dargestellten Frequenzkennlinien. Hier bleibt die Phase konstant bei null, der negative Einfluss der Messverzögerung ist eliminiert. Da sich alle Frequenzkennlinien nur marginal unterscheiden (in der Phase treten abermals die auf das *Newton-Raphson*-Verfahren zurückzuführenden Effekte für niedrige Frequenzen auf, die bereits in Bild 5-7 gezeigt und diskutierten wurden), sind alle gemeinsam in einem Graphen dargestellt.

Diese Maßnahme kann prinzipiell für alle Beobachter ergriffen werden. Allerdings führt sie bei den Kalman-Filtern im OS und JS der Auslegungen 1 und 2 dazu, dass die Simulation nicht mehr stabil berechnet werden kann. Das ist dadurch zu begründen, dass das zusätzliche Totzeitglied im Beobachter zu einer Verschiebung der Eigenwerte in den instabilen Bereich des gewählten Integrationsverfahrens führt.

Der Einfluss der berücksichtigten Sensoreffekte auf die Beobachterzustände lässt sich am besten bei der Einregelung einer konstanten Position beurteilen. Um auch eventuelle Auswirkungen der Linearisierungen zu berücksichtigen, wurde dazu wiederum die Arbeitsraumrandlage $x_{TCP,R}$ gewählt. Über den Soll-Istwertvergleich wirken die beobachteten Positionen und Geschwindigkeiten direkt auf die Stellgröße. Da die Positionen durch Integration aus den Geschwindigkeiten errechnet und damit Rauscheffekte geglättet werden, ist es zweckmäßig, die beobachteten Geschwindigkeiten zu betrachten. Bild 5-10

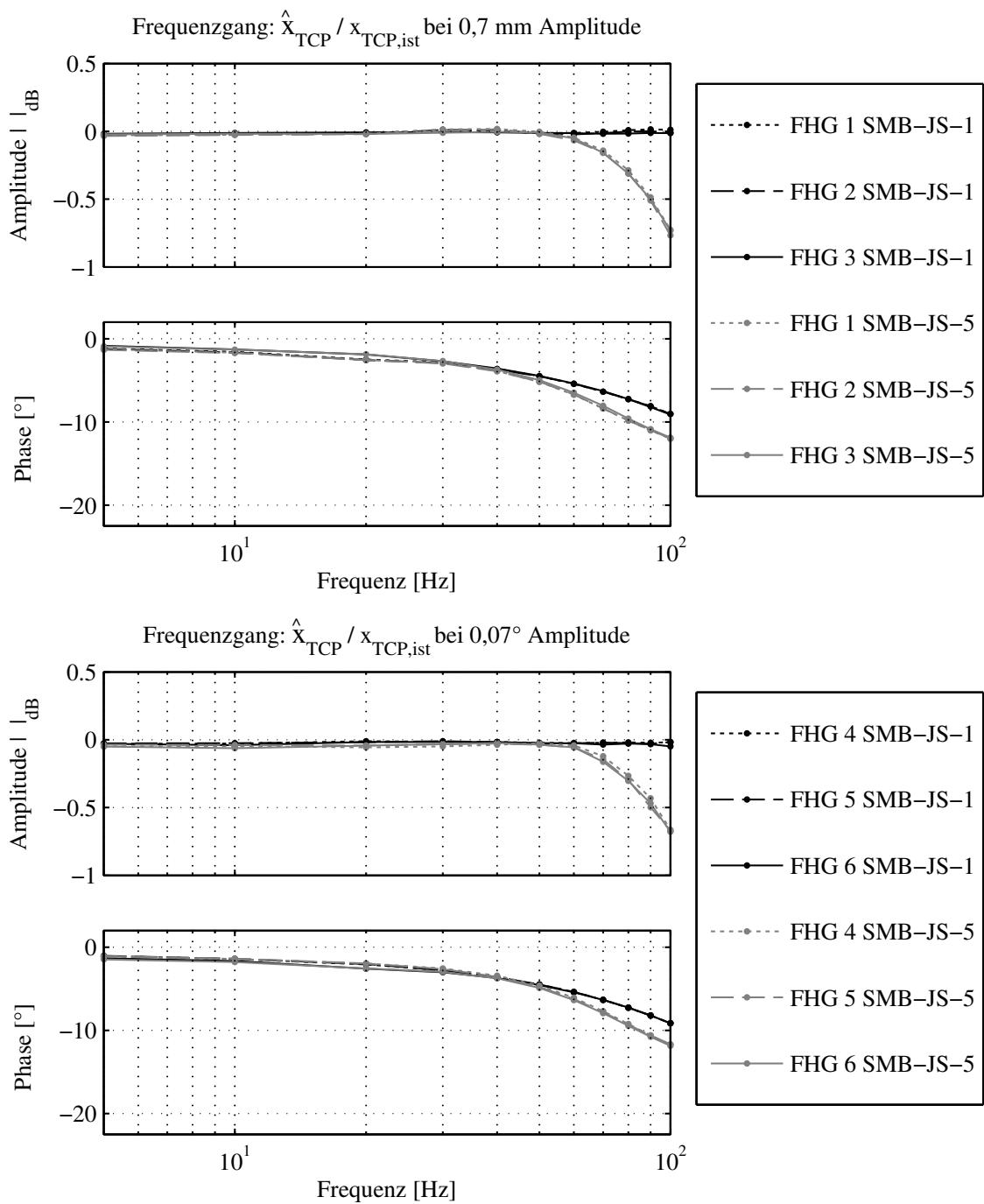


Bild 5-8: Frequenzgänge zur Zustandsschätzung unter der Berücksichtigung von Sensoreffekten

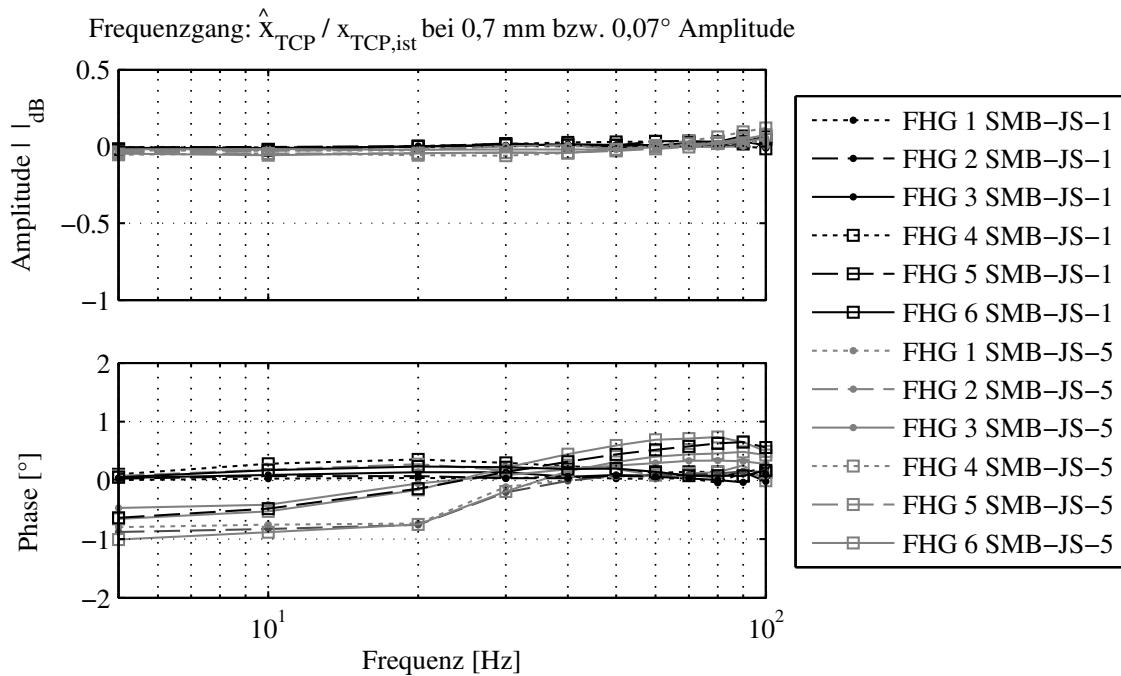


Bild 5-9: Frequenzgänge zur Zustandsschätzung unter der Berücksichtigung von Sensoreffekten mit zusätzlichen Totzeitgliedern im Beobachter

zeigt entsprechend die beobachteten Geschwindigkeiten in x-Richtung für verschiedene Beobachter. Für die Kalman-Filter sind die Auslegungsstufen 3 und 4 dargestellt, da sich 1 und 2, wie bereits erläutert, nicht simulieren lassen. Für die SMB wurden die Auslegungsstufen 2, 3 und 5 berücksichtigt.

Zu erkennen ist, dass die Beobachter der langsamsten Auslegungsstufen zu ähnlichen Verläufen führen. Für die Auslegungsstufe 3 sind jedoch die Amplituden bei den Kalman-Filters größer als für die SMB. Bei den SMB der Auslegungsstufe 2 wiederum sind die Amplituden für die Realisierung im OS so groß, dass sie außerhalb des Darstellungsreichs liegen, während diejenigen des SMB im JS weitgehend innerhalb desselben liegen. Dieser Effekt ist abermals auf die konstante Verwendung von $Q_{B,d}^{-1}$ zurückzuführen, denn in der Arbeitsraummittellage tritt der Effekt nicht auf und die SMB im OS und JS verhalten sich identisch.

Die letzte Betrachtung hat gezeigt, dass eine Verwendung von Beobachterauslegungen < 3 zur Regelung des Zielsystems für keinen der betrachteten Beobachter sinnvoll ist. Schnellere Auslegungen führen dazu, dass die Beobachter mit zusätzlichen Totzeitgliedern zur Approximation des Sensorverhaltens, wie im Fall der Kalman-Filter, entweder gar nicht realisierbar sind oder dass die Zustandsgrößen von erheblich größeren Rauschamplituden überlagert werden.

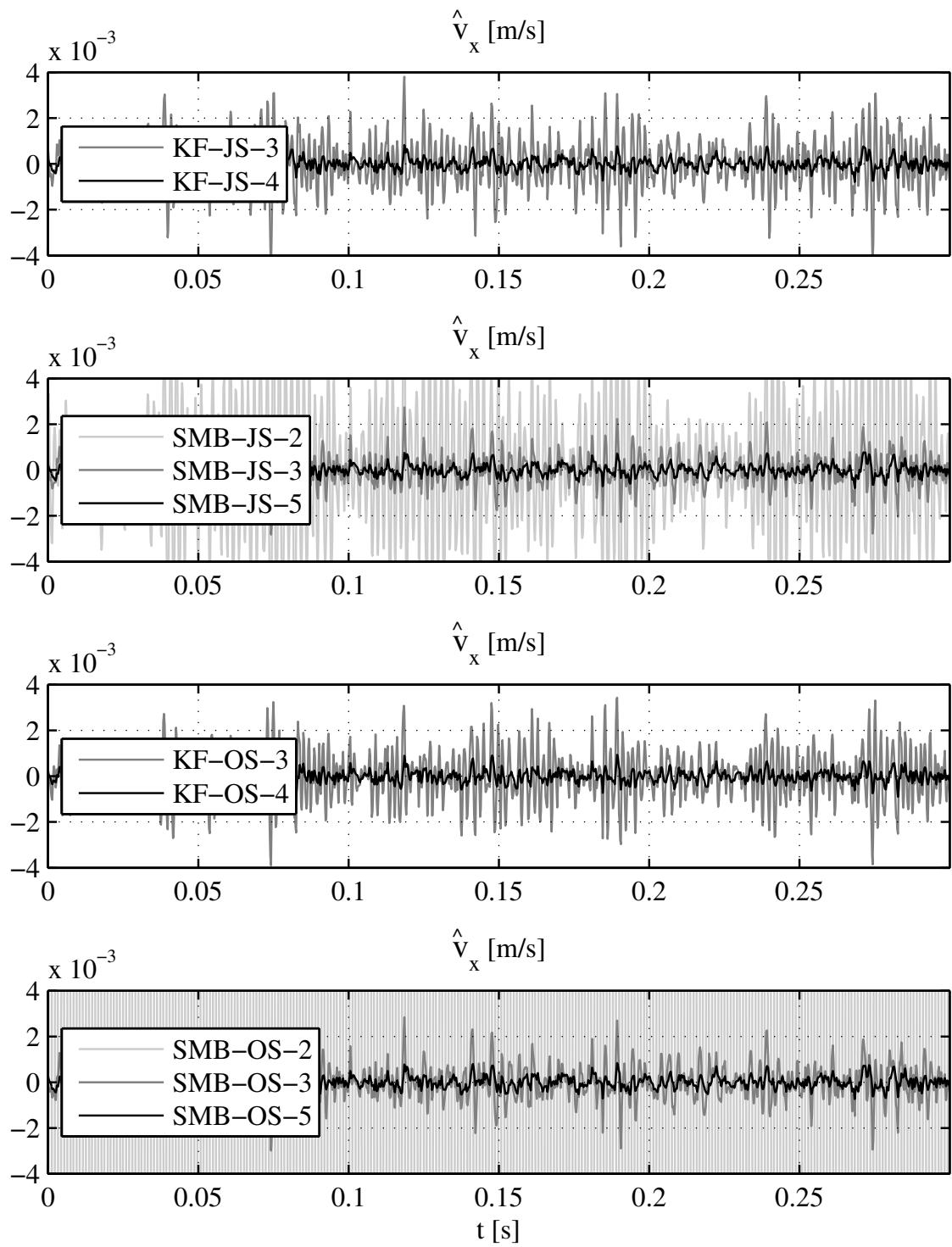


Bild 5-10: Simulationsergebnisse zur Übertragung von Sensorrauschen auf die Beobachterzustände

5.4.3 Ergebnisse

Generell muss zwischen der Schätzgüte und -dynamik bei der Beobachtung der Zustandsgrößen und derjenigen bei der Störbeobachtung unterschieden werden. Hinsichtlich der Zustandsgrößen weisen alle betrachteten Konzepte im gesamten Arbeitsraum eine sehr gute Schätzgüte und -dynamik auf. Das gilt auch bei der Vernachlässigung oder Konstantsetzung von rechnenintensiven Termen. Bei der Berücksichtigung von Modellabweichungen konnten kleine Ungenauigkeiten der langsameren Beobachter im höheren Frequenzbereich festgestellt werden.

Alle Konzepte lassen sich prinzipiell um eine Totzeit zur Berücksichtigung der Messzeit des Wegmesssystems, welches im Zielsystem verbaut ist, erweitern. Das führt allerdings dazu, dass die schnelleren Kalman-Filter nicht mehr konvergieren. Von Rauschen überlagerte Sensorsignale übertragen sich zudem auf die Beobachterzustände, wobei hier eine größere Beobachterdynamik größere Rauschamplituden zur Folge hat. Es hat sich herausgestellt, dass für das Zielsystem die Verwendung von Auslegungsstufen < 3 nicht sinnvoll ist.

Hinsichtlich der Störkraftschätzung ergibt sich ein anderes Bild: Die unterschiedlichen Auslegungen beeinflussen vorwiegend und sehr stark ihre Dynamik. Es ist festzustellen, dass sich die Vernachlässigung des J -Anteils bei den Beobachtern im JS gar nicht bemerkbar macht. Allerdings führt die Konstantsetzung des Terms $Q_{b,d}^{-1}$ beim SMB im OS zu kleinen Verhaltensabweichungen am Arbeitsrand. Diese sind jedoch so gering, dass sie den höheren Rechenaufwand nicht rechtfertigen. Bezuglich der Störschätzdynamik und -genauigkeit ist festzustellen, dass alle betrachteten Konzepte prinzipiell in der Lage sind, Störkräfte zu beobachten. Unter den betrachteten Beobachtern weisen jedoch die SMB eine höhere Dynamik auf als die Kalman-Filter. Dies ist aber nicht prinzipiell sondern auslegungsbedingt, sodass sich hier keine allgemeingültige Aussage formulieren lässt. Grundsätzlich könnten die Kalman-Filter ebenfalls schneller ausgelegt werden. Für eine Konvergenz auch unter der Berücksichtigung der Totzeit durch das Wegmesssystem müsste jedoch das Beobachtermodell auch für die Auslegung um ein Padé-Glied und die entsprechende Anzahl von Zuständen erweitert werden.

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass für das Zielsystem eine Beobachterschnelligkeit < 3 nicht sinnvoll ist, sollte die Störkraftbeobachtung lediglich zur Verbesserung der Schätzgüte und für das korrekte Verhalten im Anschlag, nicht jedoch zu Störgrößenaufschaltung verwendet werden. Das ist dadurch zu begründen, dass auch die in der Störbeobachtung schnelleren SMB für die Stufe 3 lediglich eine Dynamik aufweisen, die mit einem Verzögerungsglied zweiter Ordnung mit einer Eckfrequenz von 80 Hz angenähert werden kann. Das ist aufgrund der Phasenverschiebung nicht schnell genug für die Verwendung zur Störgrößenaufschaltung.

Als Fazit lässt sich sagen, dass prinzipiell Kalman-Filter und SMB sowohl im OS als auch im JS zur Zustands- und Störschätzung von PKM geeignet sind. Allerdings sind die Beobachter im JS unter einem Aspekt vorteilhaft: Sie verhalten sich auch bei der Vernachlässigung bzw. Konstantsetzung rechenintensiver Terme im gesamten Arbeitsraum gleich, während unter diesem Aspekt für die Beobachter im OS Unterschiede für die Arbeitsraummittellage und Arbeitsraumrandpunkte nachgewiesen werden konnten.

Bezuglich der Auslegung sind die SMB in einigen Punkten von Vorteil. Betrachtet man

zunächst die Beobachter im OS, so verlangt die Synthese eines Kalman-Filters ein zeit-aufwändiges, iteratives Tuning der Gewichtungsmatrizen unter Berücksichtigung der sich ergebenden Beobachttereigenwerte, welches viel Systemverständnis und Geduld erfordert. Des Weiteren ist es schwierig, die Auswirkungen einzelner Parametervariationen abzuschätzen – im vorliegenden Fall wären auch viele andere Auslegungen möglich. Das Design des beschriebenen SMB-Ansatzes hingegen ist sehr einfach und geradlinig. Der erste Aspekt ist bei den Beobachtern im JS nicht sehr stark ausgeprägt – hier müssen zur Auslegung des Kalman-Filters lediglich drei Parameter festgelegt werden. Allerdings ist auch hier die Beobachtersynthese mit vielen Iterationsschleifen und Unsicherheiten belegt, sodass die Synthese des SMB im Vergleich einfacher und geradliniger bleibt. Auch im Vergleich der Störschätzungsdynamik und unter dem Aspekt der Empfindlichkeit gegenüber Sensoreffekten haben sich die SMB als vorteilhaft gegenüber den Kalman-Filtern erwiesen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass sich für den SMB im JS zur Zustandsschätzung von PKM starke Vorteile gegenüber den übrigen betrachteten Beobachtervarianten offenbart haben. Für die Analyse der beobachterbasierten Regelungen im nachfolgenden Kapitel 6 wird daher vorwiegend diese Variante betrachtet.

6 Beobachterbasierte Regelung

Nach den Untersuchungen zur Realisierung von Regelungen und Beobachtern für PKM und der simulationsbasierten Analyse ihres Verhaltens sollen nun die Ergebnisse und Erkenntnisse aus den vorangegangenen Kapiteln zusammengeführt werden. Die beobachterbasierte Regelung wird auf der Basis von Simulationen, aber auch mit Hilfe von realen Testergebnissen analysiert. Die Untersuchung hat das Ziel, folgende Fragen zu beantworten:

1. Welchen Einfluss hat die Dynamik des Beobachters auf die Regelgüte?
2. Wie groß sind Auswirkungen von Modellabweichungen und Sensoreffekten?
3. Sind die Ergebnisse aus der simulationsbasierten Untersuchung auf die Realität übertragbar?

Der Aspekt, welche Vereinfachungen zugunsten verkürzter Rechenzeiten vorgenommen werden können, wurde in den Kapiteln 4 und 5 bereits detailliert analysiert und ist nicht mehr Gegenstand der Untersuchung. Weiterhin wird vorwiegend die Kombination einer Regelung im OS mit einem SMB im JS betrachtet, da sich diese Konzepte in den vorherigen Kapiteln als besonders geeignet erwiesen haben.

6.1 Simulationsbasierte Analyse

Die nachfolgend beschriebene simulationsbasierte Analyse erfolgt auf Basis des gleichen Streckenmodells, welches bereits zur Analyse der Regler (in Abschnitt 4.4) und Beobachter (in Abschnitt 5.4) verwendet wurde. Zunächst wird das Verhalten der beobachterbasierten Regelung in Abwesenheit von Modellabweichungen und Sensorik analysiert. Diese Aspekte werden nachfolgend untersucht.

6.1.1 Ideales System ohne Modellabweichungen

Für die Erzeugung der in Bild 6-1 gezeigten Simulationsergebnisse wurden alle zuvor betrachteten Regler und Beobachter kombiniert. Es wurden jeweils die schnellsten und die langsamsten Beobachter aus Kap. 5 und die drei Regelungsansätze aus Kap. 4, resultierend in 24 Kombinationen, berücksichtigt. Bei der Analyse der Regelungen und Beobachter im einzelnen (vgl. Bild 4-19 und Bild 5-5) traten für dieses Setup keine Differenzen zwischen den verschiedenen Konzepten auf. Zu erwarten ist daher, dass sich die Systeme auch bei einer Kombination nahezu identisch verhalten. Die entsprechenden Simulationsergebnisse bestätigen dies. Es sind das Sollsignal, das mit MNF gefilterte Sollsignal sowie alle 24 Antworten dargestellt und zwischen den Systemantworten ist kaum ein Unterschied auszumachen. Dabei sind jeweils die Zustände des Streckenmodells geplottet, nicht diejenigen der einzelnen Beobachter, um Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Dargestellt sind die Ergebnisse für eine Sollvorgabe in x_N -Richtung. Die Erkenntnis, dass sich

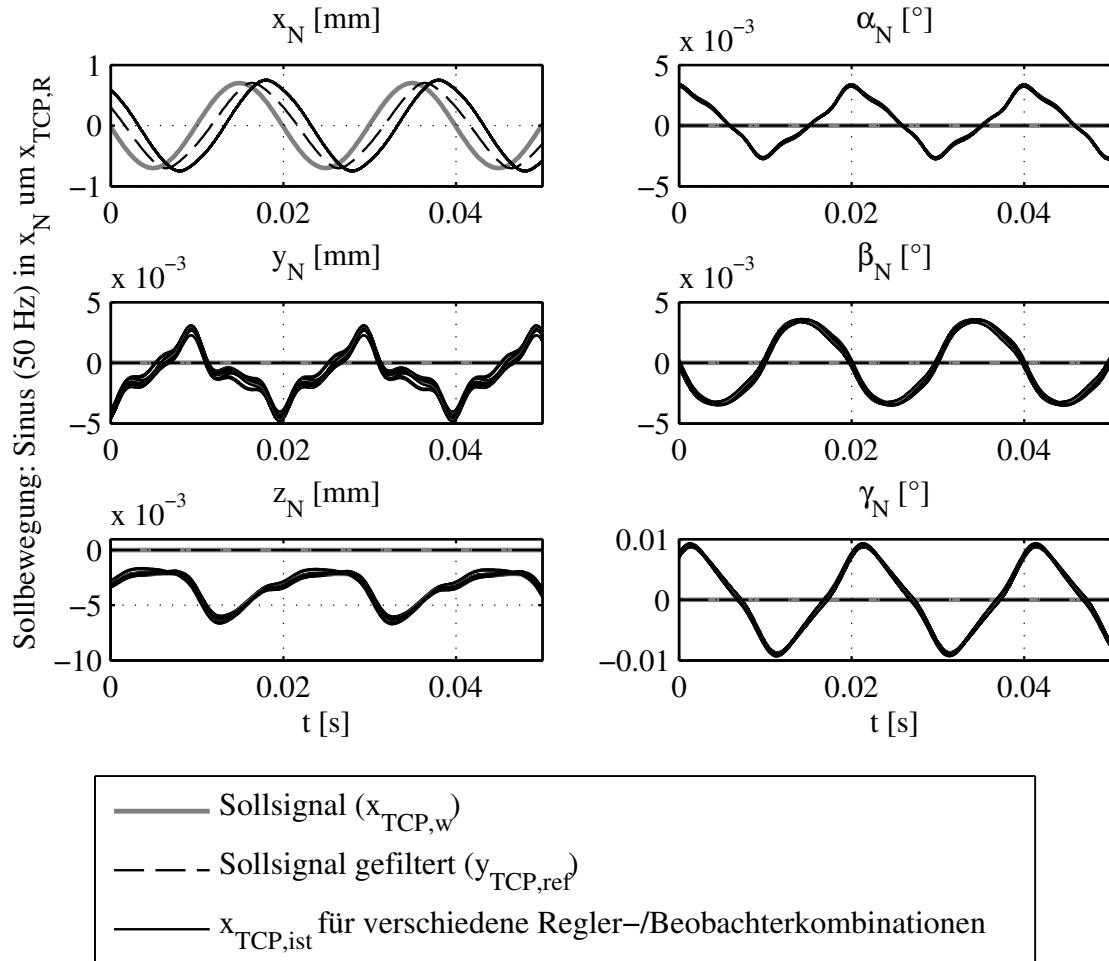


Bild 6-1: Simulationsergebnisse zur beobachterbasierten Regelung bei sinusförmiger Anregung mit 50 Hz in x_N um $x_{TCP,R}$

alle Regler-Beobachter-Kombinationen nahezu identische verhalten, gilt jedoch auch für alle anderen FHG.

Auch bei einer Betrachtung im Frequenzbereich lässt sich für das vorliegende Setup kein Unterschied zur Regelung mit idealem Feedback (vgl. Bild 4-20) ausmachen. Bild 6-2 zeigt den Frequenzgang für die Kombination der Regelung im OS mit dem SMB im JS der langsamsten Auslegungsstufe 5. Die Frequenzkennlinien entsprechen exakt denen aus Bild 4-20, d. h. im Falle idealer Parameterübereinstimmung hat die Dynamik des Beobachters keine Auswirkung auf das Regelergebnis. Gleichermaßen gilt für die kleine Phasenverschiebung, die für Beobachter im JS im kleinen Frequenzbereich charakteristisch ist. Auch sie hat keinen erkennbaren Einfluss auf die Regelgüte in diesem Frequenzbereich.

Diese erste Untersuchung der beobachterbasierten Regelungen zeigt, dass sich grundsätzlich alle im Vorfeld betrachteten Regler- und Beobachtervarianten gut miteinander kombinieren lassen. Aufgrund der genannten spezifischen Vorteile und auch, um dem begrenzten Umfang und der Übersichtlichkeit dieser Arbeit Rechnung zu tragen, werden im Folgenden lediglich die Regelung im OS und der SMB im JS weiter betrachtet.

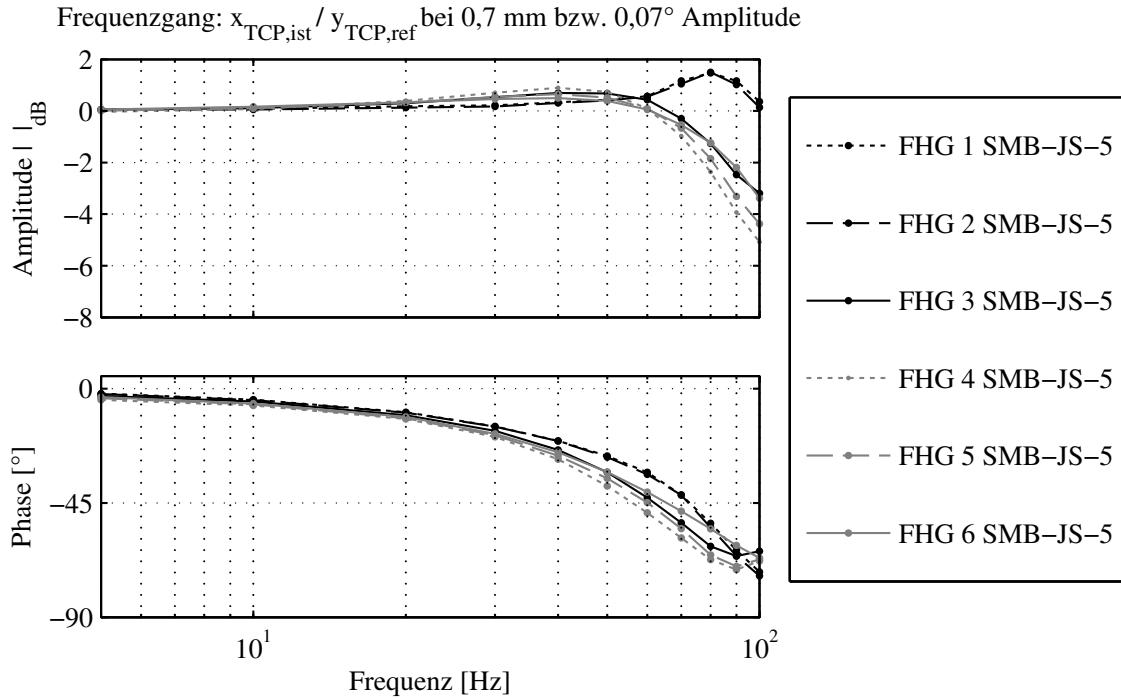


Bild 6-2: Frequenzgang für die beobachterbasierte Regelung (OS-fb mit SMB-JS-5)

6.1.2 System mit Modellabweichungen

Nun wird das Verhalten der beobachterbasierten Regelung bei Modellabweichungen betrachtet. Dazu wurde für die Simulation abermals die Masse des Streckenmodells um 20 % erhöht. Die Analyse der Regelung bei idealem Feedback ergab für diesen Fall, dass eine richtungsabhängige Skalierung der Reglerparameter zweckmäßig ist, vgl. Abschnitt 4.4.2. Daher wurden die Reglerparameter entsprechend der Angaben in Bild 4-25 skaliert.

Bei der Analyse des Verhaltens der beobachterbasierten Regelung steht die Frage nach dem Einfluss der Dynamik des Beobachters auf die Regelgüte im Vordergrund. Dementsprechend wurden simulativ Frequenzgänge für die Einbindung von Sliding-Mode-Beobachtern im JS, jeweils mit der schnellsten und langsamsten Beobachterparametrierung erzeugt. Bild 6-3 zeigt die entsprechenden Ergebnisse.

In den rotatorischen FHG, die von der Modellabweichung nicht betroffen sind, sind kaum Unterschiede für die verschiedenen Beobachterauslegungen erkennbar. Die Frequenzkennlinien entsprechen denen des mit idealem Feedback geregelten Systems, vgl. Bild 4-25. Für die translatorischen FHG ergibt sich ein anderes Bild: Hier entsprechen nur die Frequenzkennlinien des mit dem schnellen Beobachter geregelten Systems denen des mit idealem Feedback geregelten Systems. Für den langsameren Beobachter zeigt sich deutlich ein früherer Amplituden- und Phasenabfall bei gleichzeitig größerer Amplitudenüberhöhung. Dieser Effekt kann auf den Betragsabfall der Beobachtung für höhere Frequenzen zurückgeführt werden, vgl. Bild 5-7.

Allgemein lässt sich feststellen, dass im Fall von Modellabweichungen die Dynamik des Beobachters einen Einfluss auf die Regelgüte hat. Eine langsamere Beobachterauslegung

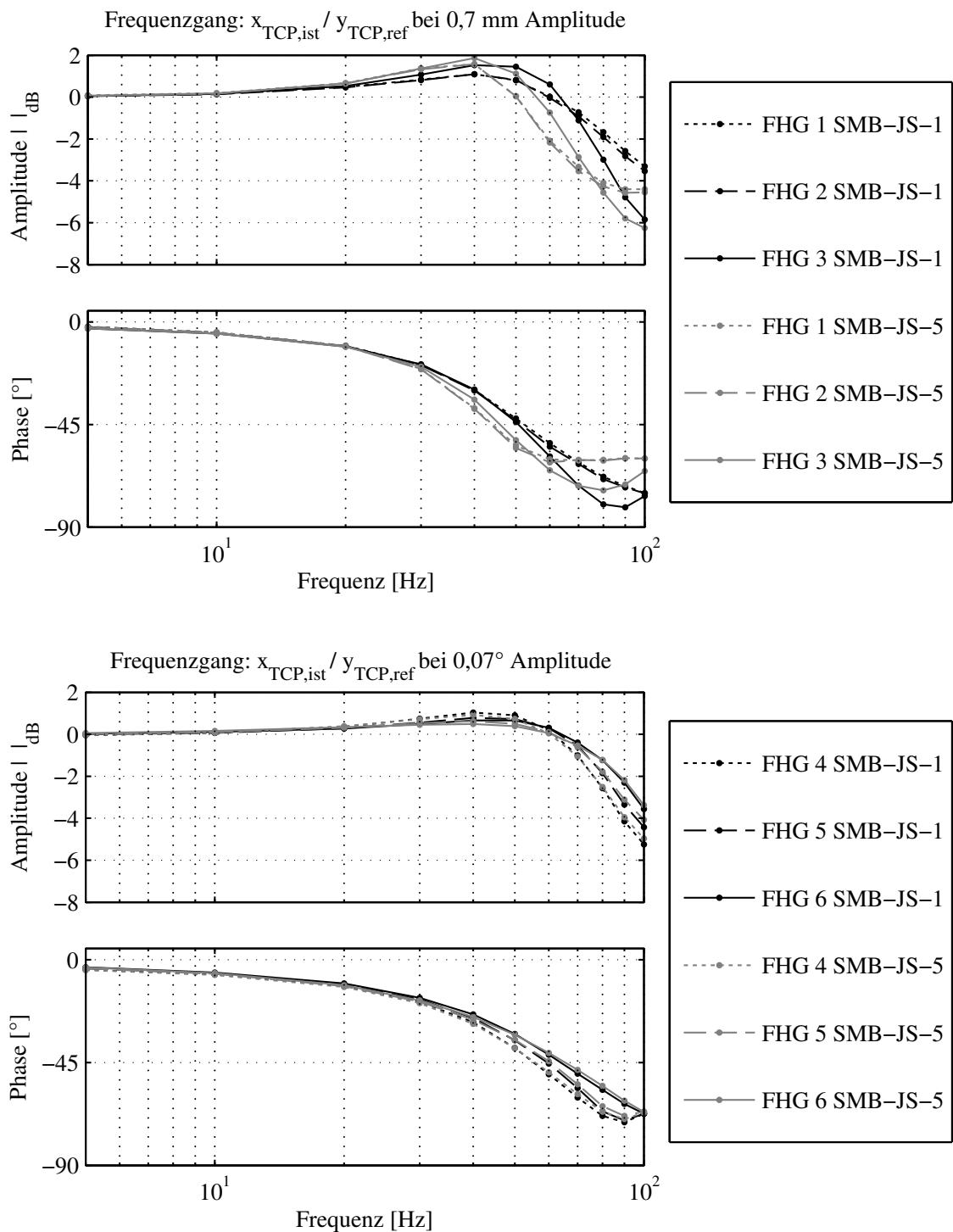


Bild 6-3: Frequenzgänge zur Regelung mit Sliding-Mode-Beobachtern verschiedener Dynamiken im JS bei Modellabweichungen

führt zu einer schlechteren Regelgüte. Die obigen Betrachtungen lassen jedoch nur diese qualitative Aussage zu; eine quantitative Aussage über den Grad der Beeinflussung der Regelung in Abhängigkeit der Beobachterdynamik lässt sich, v. a. bei in der Regel unbekannten Modellunsicherheiten, nicht formulieren.

6.1.3 Einfluss von Sensor- und Verzögerungseffekten

Schließlich bleibt noch zu untersuchen, wie sich Sensor- und Datenverarbeitungseffekte, die sich durch eine Überlagerung der Messsignale durch Rauschen sowie Verzögerungen bemerkbar machen, auf die Regelgüte der beobachterbasierten Regelungen auswirken. In Bild 5-8 wurde bereits gezeigt, dass die Dynamik des Beobachters für diesen Fall kaum eine Auswirkung auf die Beobachtergüte im Frequenzbereich hat. Das gilt jedoch nicht für den Zeitbereich, in dem sie wesentlich die Rauschamplituden für die beobachteten Zustände bestimmt, welche sich im Falle der beobachterbasierten Regelung durch die Rückführung auf die Stellgröße übertragen.

Für die Untersuchung wurde das Streckenmodell wiederum um die in Abschnitt 5.4 beschriebenen Rausch- und Verzögerungseffekte erweitert. Weitere Modellabweichungen wurden nicht berücksichtigt. In Bild 5-10 wurde gezeigt, dass auch für den SMB im JS Auslegungsstufen < 3 nicht sinnvoll sind, da sie zu deutlich vergrößerten Rauschamplituden führen. Dementsprechend zeigt Bild 6-4 die simulativ erzeugten Frequenzgänge für die Auslegungsstufen 3 und 5. Wie aufgrund der Erkenntnisse aus Abschnitt 5.4 zu erwarten war, hat die Dynamik des Beobachters nur marginale Auswirkungen auf das Regelergebnis.

Schließlich bleibt noch die Frage nach dem Einfluss der Beobachterauslegung auf die Stellsignale (beim Zielsystem die Ventilansteuerungen) zu beantworten. Dazu zeigt Bild 6-5 beispielhaft die Ventilsteuerspannung u_V für einen Zylinder für die betrachteten Beobachterauslegungen. Als Solltrajektorie wurde $x_{TCP,0} = \text{konst.}$ vorgegeben. In den Sliding-Mode-Beobachtern hängt die Schaltfrequenz im Gleitzustand von der Berechnungsschrittweite h ab. Um diesen Effekt auch beurteilen zu können, wurden die entsprechenden Simulationen auch mit einer kleineren Abtastrate von $h = 0,125 \text{ ms}$ durchgeführt. Dies entspricht einer Berechnungsfrequenz von 8 kHz, die Ergebnisse sind ebenfalls in Bild 6-5 dargestellt.

Deutlich zu erkennen ist die Korrelation zwischen Rauschamplitude und Beobachterauslegung: Der schnellere Beobachter bewirkt deutlich größere Rauschamplituden im Stellsignal. Der Einfluss der Abtastrate hingegen ist nicht so deutlich, allerdings ebenfalls erkennbar: Der langsame Beobachter bewirkt bei großer Schrittweite einzelne Peaks, die für die kleinere Schrittweite nicht zu erkennen sind. Im Schnitt sind die Rauschamplituden jedoch für beide Abtastraten vergleichbar.

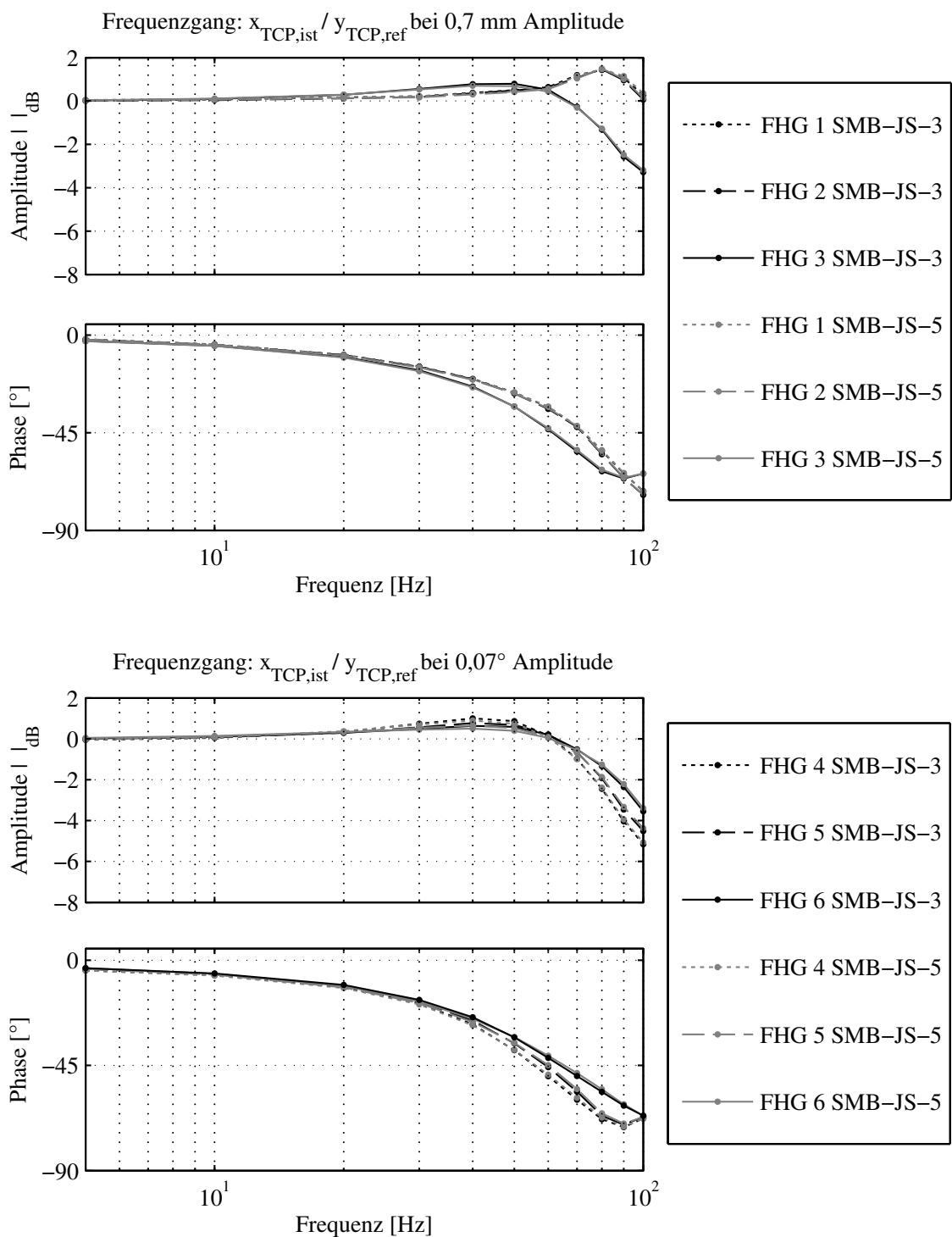


Bild 6-4: Frequenzgänge zur beobachterbasierten Regelung unter der Berücksichtigung von Sensoreffekten für verschiedene Beobachterdynamiken

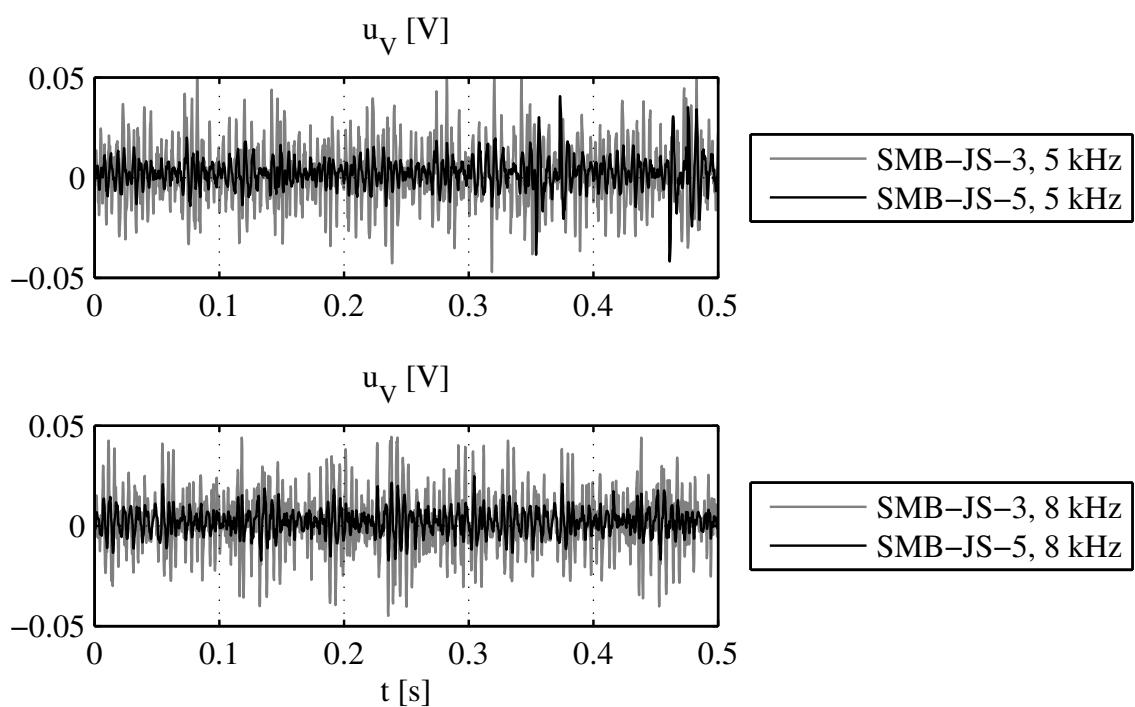


Bild 6-5: Stellsignale zur Regelung einer konstanten Position für verschiedene Beobachterdynamiken und Berechnungsschrittweiten

6.2 Validierung am Prüfstand

Zum Schluss dieser Arbeit steht noch die Validierung der Ergebnisse aus den simulationsbasierten Betrachtungen durch reale Messdaten aus. Dazu werden nicht alle Simulationen exakt nachgefahren – Ziel ist es vielmehr zu zeigen, dass sich das reale System in guter Näherung so verhält wie das Simulationsmodell, sodass die Erkenntnisse aus den simulationsbasierten Analysen als valide betrachtet werden können.

Bei der Inbetriebnahme der Regelung am Prüfstand erwies sich die Möglichkeit der richtungsabhängigen Skalierung der Reglerparameter für die Regelung im OS als sehr vorteilhaft. Wie bereits in Abschnitt 4.2.2 erläutert wurde, stellen die Einträge der Trägheitsmatrix in der Realität die größten Unsicherheitsfaktoren für die modellbasierte Regelung dar. Die Kinematik kann auf Basis der Konstruktionsdaten sehr genau modelliert werden. Das Zusammenfassen aller bewegten Massen zu einer Ersatzmasse kann jedoch nur eine Approximation sein und ist prinzipbedingt mit Unsicherheiten behaftet. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, neben der Skalierung der Reglerparameter auch die Trägheitswerte im Modell anzupassen, um so dem Einfluss von weiteren, ursprünglich nicht berücksichtigten Trägheiten, wie bspw. der Zylindergehäuse, Rechnung zu tragen und das dynamische Verhalten der Regelung zu optimieren. Jede Parametererhöhung, sowohl bei der Reglerskalierung als auch bei den Trägheitswerten, hat eine Erhöhung der Verstärkung im Rückführzweig zur Folge, da hier die Regler- und Massenmatrix jeweils multiplikativ einfließen. Eine Manipulation der Trägheitsterme wirkt sich zusätzlich auf die Vorsteuerung aus. Für die Regelung des Zielsystems erwiesen sich die in Tabelle 6-1 gelisteten Anpassungsparameter als geeignet. Die vergleichsweise hohen Anpassungsfaktoren für die Rotationsträgheiten sind auf die o. g., in der Modellierung nicht berücksichtigten Trägheiten der Zylindergehäuse zurückzuführen.

Tabelle 6-1: Parameter zur Anpassung der Regelung des Zielsystems

Skalierung der Reglerverstärkung in x	$skal_x = 0,50$
Skalierung der Reglerverstärkung in y	$skal_y = 0,45$
Skalierung der Reglerverstärkung in z	$skal_z = 0,60$
Skalierung der Reglerverstärkung in α	$skal_\alpha = 0,50$
Skalierung der Reglerverstärkung in β	$skal_\beta = 0,52$
Skalierung der Reglerverstärkung in γ	$skal_\gamma = 0,40$
Anpassung der Ersatzmasse	+20 %
Anpassung der Rotationsträgheit um x	+60 %
Anpassung der Rotationsträgheit um y	+50 %
Anpassung der Rotationsträgheit um z	+60 %

Alle o. g. Parameter haben über die Rückführung auch einen Einfluss auf die Verstärkung des Rauschens, mit dem die beobachteten Zustände aufgrund des Messrauschen überlagert sind. Zusätzlich ließ sich am realen System ein erheblicher Einfluss der Abtastrate auf die Oszillationen der Stellsignale beobachten, der in der Simulation in diesem Maß nicht zu beobachten war (s. Bild 6-5). Bild 6-6 zeigt die gemessenen Ventilsteuerspannungen für die Einregelung der Mittellage $x_{TCP,0}$ am realen System für jeden Zylinder und jeweils für eine Berechnungsfrequenz von 5 und 8 kHz bei der Verwendung eines SMB im JS mit $k_{SMB} = 5$. Es wird deutlich, dass die größere Abtastfrequenz eine deutliche Reduktion der

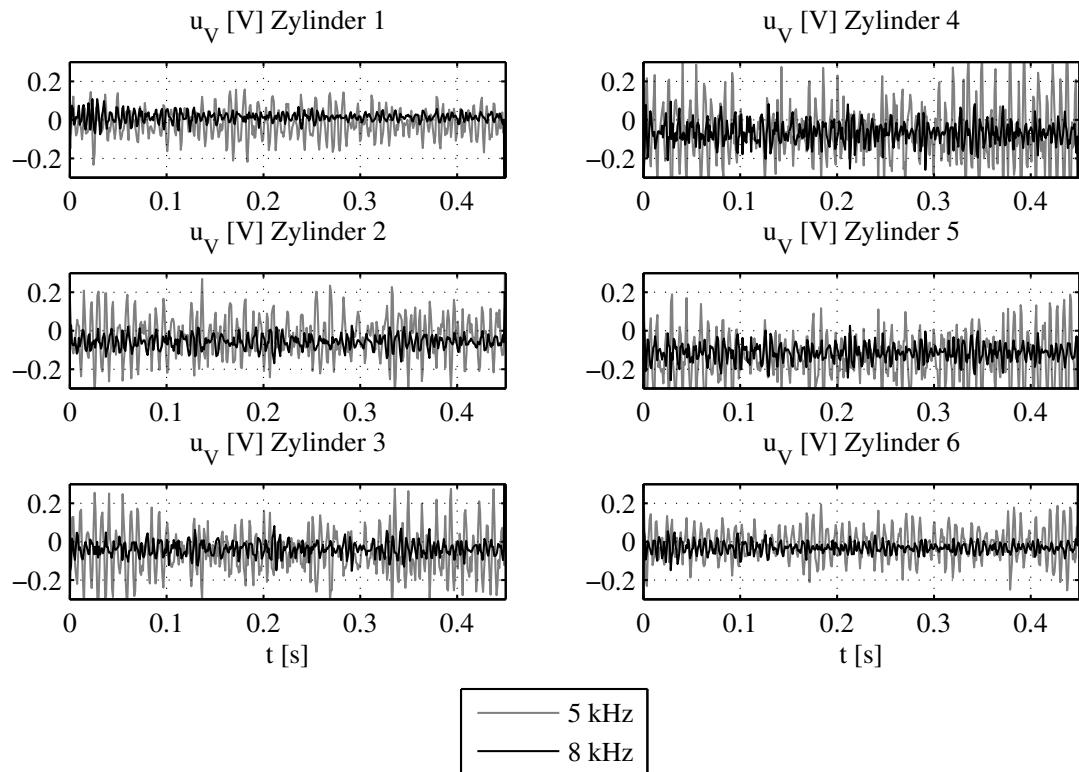


Bild 6-6: Gemessene Stellsignale für verschiedene Abtastfrequenzen

Rauschamplituden zur Folge hat. Dazu sei allerdings angemerkt, dass die Rauschamplituden im Betrieb variieren, abhängig bspw. vom Versorgungsdruck, der durch die Druckregelung der Versorgungspumpe nie exakt konstant gehalten wird. Die Auswertung verschiedener Messungen ergab jedoch, dass bei der Verwendung der höheren Berechnungsfrequenz im Schnitt eine deutliche Reduktion der Rauschamplituden beobachtet werden kann. Dementsprechend wurden alle im Folgenden gezeigten Simulations- und Messergebnisse mit 8 kHz erzeugt, zudem wurde weiterhin stets der SMB im JS der Auslegungsstufe 5 verwendet.

Eine klassische Vorgehensweise zur Beurteilung von Regelungen ist die Betrachtung von Sprungantworten. Bild 6-7 zeigt gemessene und simulierte Sprungantworten für alle Bewegungsfreiheitsgrade, einmal für die Verwendung eines MZF mit der Eckfrequenz 80 Hz (oben), einmal für die Verwendung des MNF (unten). Auch zur Erzeugung der Simulationsdaten wurden Regler- und Streckenmodelle entsprechend Tabelle 6-1 parametriert.

Es wird deutlich, dass sich das Simulationsmodell und das reale System zu Beginn der Bewegung in allen Fällen gleich verhalten. Anschließend sind deutliche Differenzen zu beobachten - das reale System wird im Falle des MZF etwas abgebremst, im Falle des MNF verhält es sich unruhiger. Die Ursachen dafür liegen in der Modellierungstiefe des Simulationsmodells: Hier wurde nicht berücksichtigt, dass die Geschwindigkeit des Ventilschiebers begrenzt ist und dass das Ventilverhalten vor allem im Kleinstsignalbereich aufgrund von Fertigungstoleranzen erheblich abweichen kann. Im Falle der Filterung mit dem MNF werden zudem durch den harten Sprung Eigenfrequenzen im System angeregt, die ebenfalls im Systemmodell nicht enthalten sind. Dennoch: Unter der Berücksichtigung des dargestellten Zeitbereichs von lediglich 0,06 s und der Sprungantwortzeiten

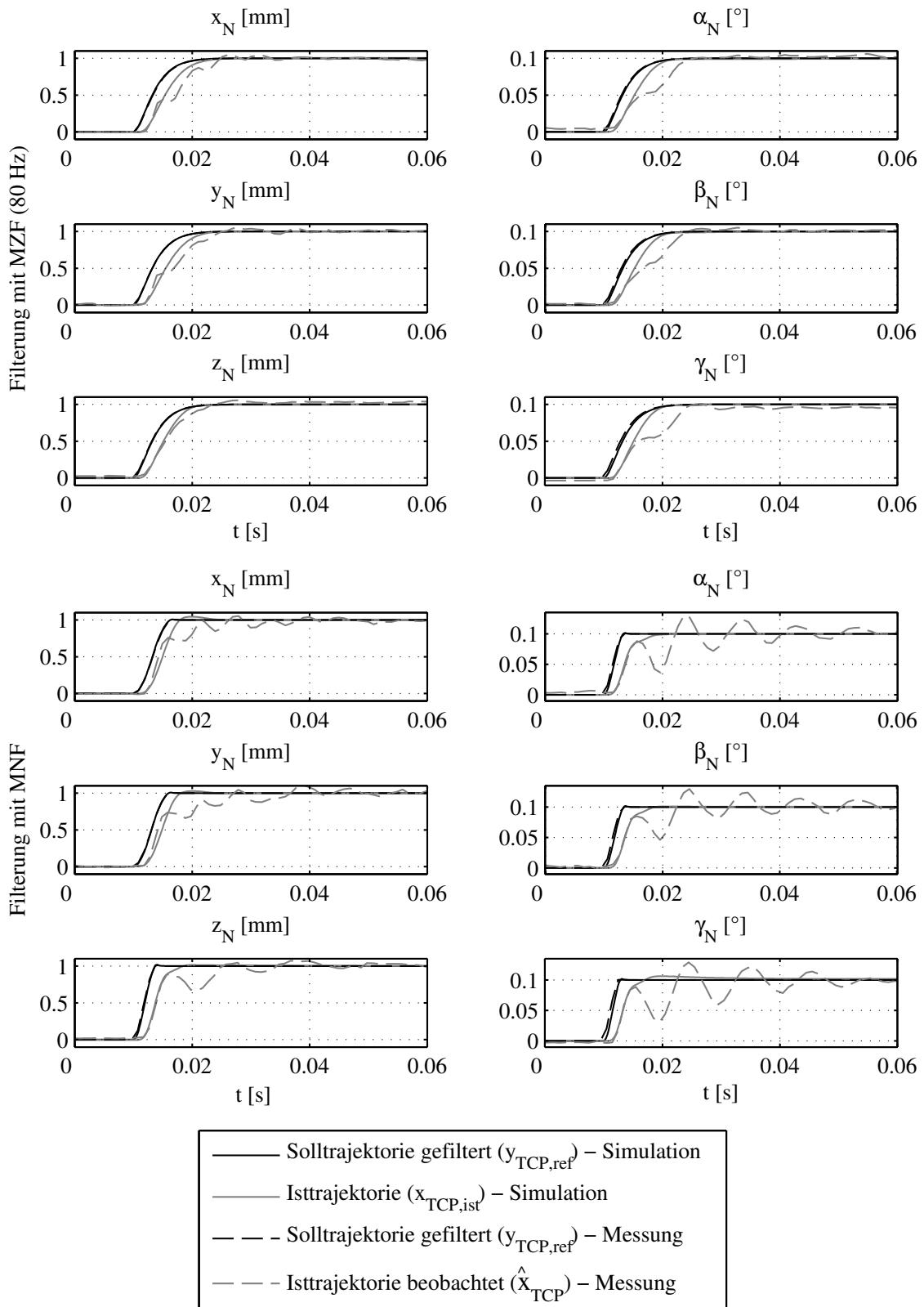


Bild 6-7: Gemessene und simulierte Sprungantworten

weisen Simulationsmodell und reales System durchaus ein ähnliches Verhalten auf.

Das Zielsystem soll zur Prüfung von PKW-Achsen eingesetzt werden. Dabei ist das Ziel, gegebene Belastungsprofile für die Achse möglichst präzise und schnell einzuregeln. Die größte Herausforderung dabei ist das Nachfahren einer sog. *Schlechtweganregung*, welche das Fahren über eine schlechte Wegstrecke nachbildet und für die zu testende Achse eine hohe Belastung darstellt. Eine solche Schlechtweganregung ist gleichzeitig auch für die Regelung des Prüfstands eine große Herausforderung, da sie Anregungen in einem breiten Frequenzspektrum enthält. Aus diesem Grund wurde die Positionsregelung am Zielsystem ebenfalls anhand einer solchen Schlechtweganregung getestet. Bild 6-8 und 6-9 zeigen jeweils einen kleinen Zeitausschnitt der Simulations- und Messergebnisse für die Verwendung des MZF mit einer Eckfrequenz von 40 Hz und des MNF. Die Ergebnisse zur Verwendung des MNF wurden bereits in [FKT15] veröffentlicht.

Zunächst ist zu erkennen, dass über große Bereiche die Linien des gefilterten Sollsignals und der simulierten und in der Messung beobachteten Istpositionen übereinanderliegen. Das spricht für eine sehr hohe Modell- und Regelgüte. Deutliche Abweichungen von der gefilterten Solltrajektorie äußern sich zudem bei Simulation und Messung ähnlich. Das zeigt, dass auch die Grenzen der Leistungsfähigkeit im Modell gut abgebildet sind.

Des Weiteren wird in dem gewählten Zeitabschnitt der Vorteil des MNF gegenüber einem MZF besonders deutlich: Etwa bei $t = 5,75$ s enthält das Sollsignal große Amplituden in den translatorischen FHG, die das System an seine Leistungsgrenze bringen. Bei einer Filterung mit MZF tritt selbst bei der mit 40 Hz vergleichsweise niedrig gewählten Filtereckfrequenz das Direktionalitätsproblem auf – deutlich zu erkennen an den relativ großen Abweichungen in y_N , α_N und β_N . Zudem ist über den gesamten betrachteten Bereich eine deutliche Phasenverschiebung des gefilterten Signals gegenüber dem Ursprungssignal zu erkennen. Das gilt nicht für die Verwendung des MNF: Hier ist deutlich die Amplitudenabhängigkeit der Filterung zu erkennen. Die großen Sollamplituden werden so abgeschwächt, dass das Direktionalitätsproblem nicht auftritt, während für kleine Amplituden kleinere Phasenverschiebungen zu erkennen sind. In β_N sind auch für das MNF Abweichungen erkennbar – diese sind jedoch unter Berücksichtigung der Größenordnung vernachlässigbar, vor allem, da es sich bei der Anwendung in der Achsprüfung um die Raddrehachse handelt.

Ein weiterer Aspekt hoher Modellgüte ist das Ein-/Ausgangsverhalten. Während bisher lediglich die Ausgänge betrachtet wurden, zeigt Bild 6-10 die simulierten und gemessenen Ventilansteuerungen für einen Ausschnitt des Schlechtwegsignals bei Filterung mit MNF. Abermals sind die Linien fast deckungsgleich, damit können die vorangegangen, simulationsbasierten Betrachtungen und die resultierenden Erkenntnisse als valide betrachtet werden.

In Bild 6-8 und Bild 6-9 ist jeweils nur ein kleiner Ausschnitt der Schlechtweganregung im Zeitbereich abgebildet, der die markanteste Stelle enthält. Für die Analyse der Reglerleistungsfähigkeit ist jedoch auch eine Betrachtung des Amplitudenspektrums interessant, daher zeigt Bild 6-11 die Amplitudenspektren der Schlechtweganregung und der beobachteten Isttrajektorie für jeden FHG. Dargestellt ist jeweils das Spektrum des Sollsignals (schwarz), sowie das Spektrum der am realen System beobachteten Isttrajektorie (grau) bei der Verwendung eines MNF. Für das betrachtete Frequenzspektrum sind nur kleine Unterschiede erkennbar, so z. B. für die z_N -Richtung für höhere Frequenzen. Hier liegen

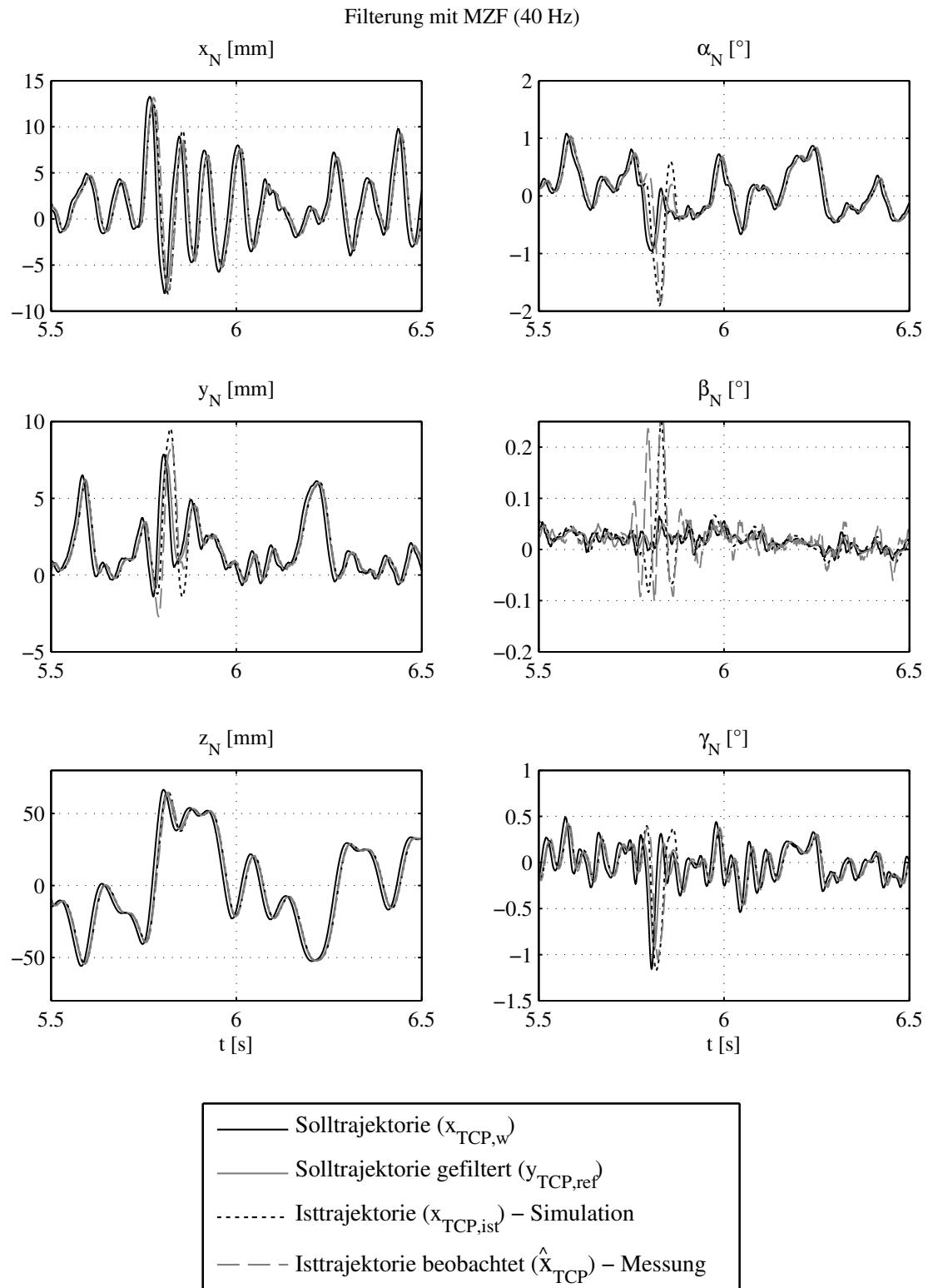


Bild 6-8: Simulations- und Messergebnisse zur Schlechtweganregung bei Filterung mit MZF (40 Hz)

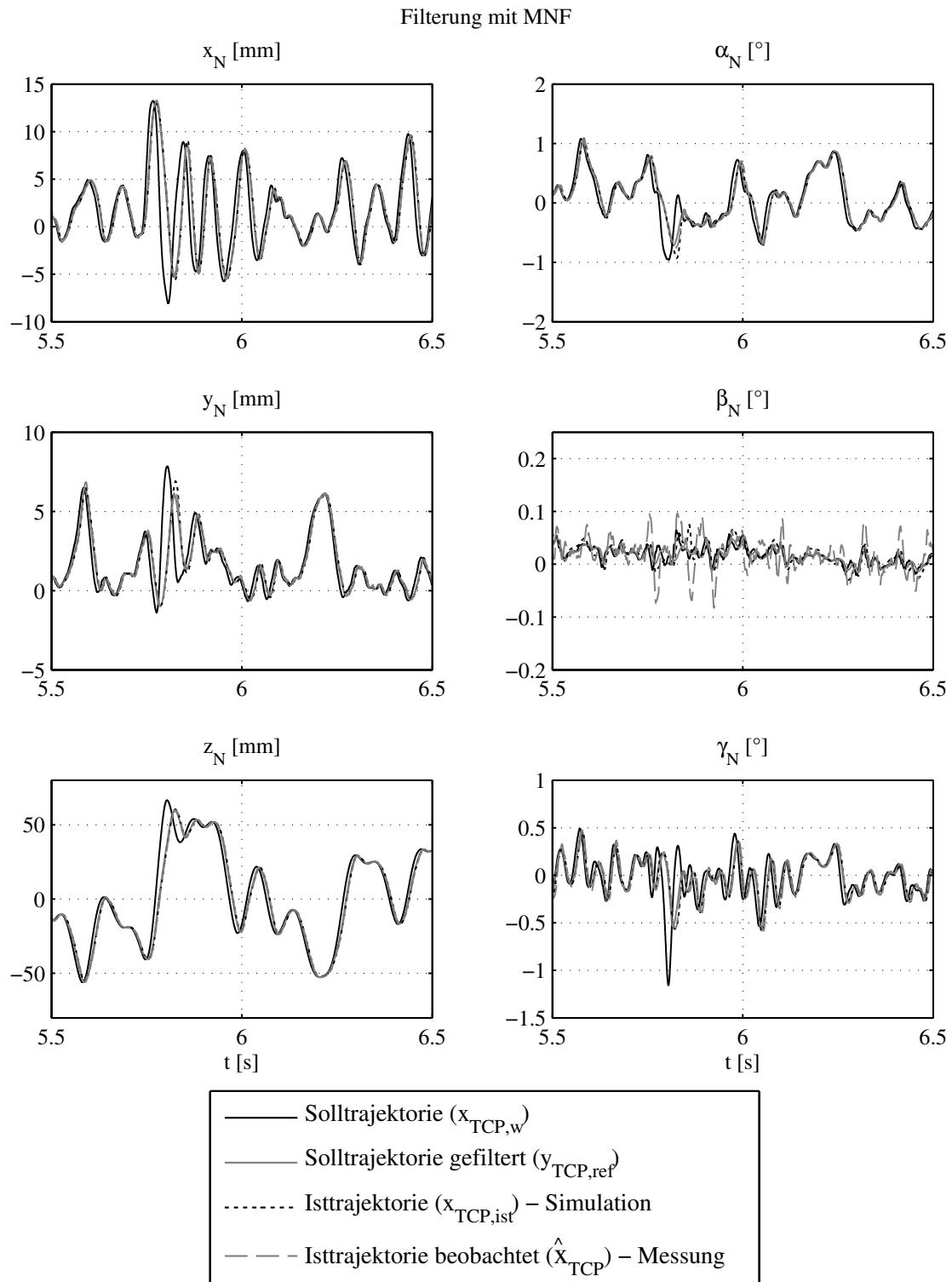


Bild 6-9: Simulations- und Messergebnisse zur Schlechtweganregung bei Filterung mit MNF

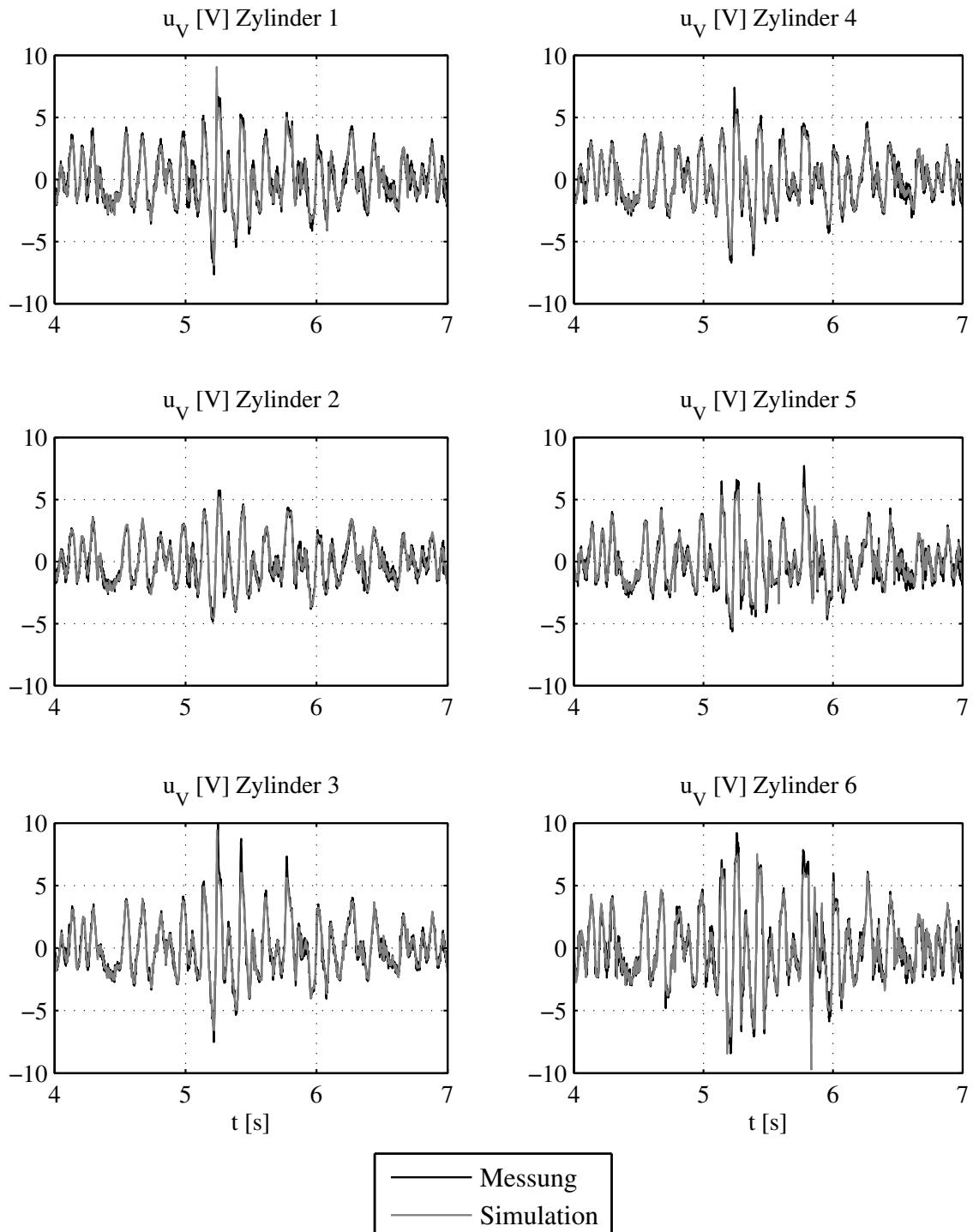


Bild 6-10: Simulierte und gemessene Ventilansteuerungen zur Einregelung der Schlechtweganregung

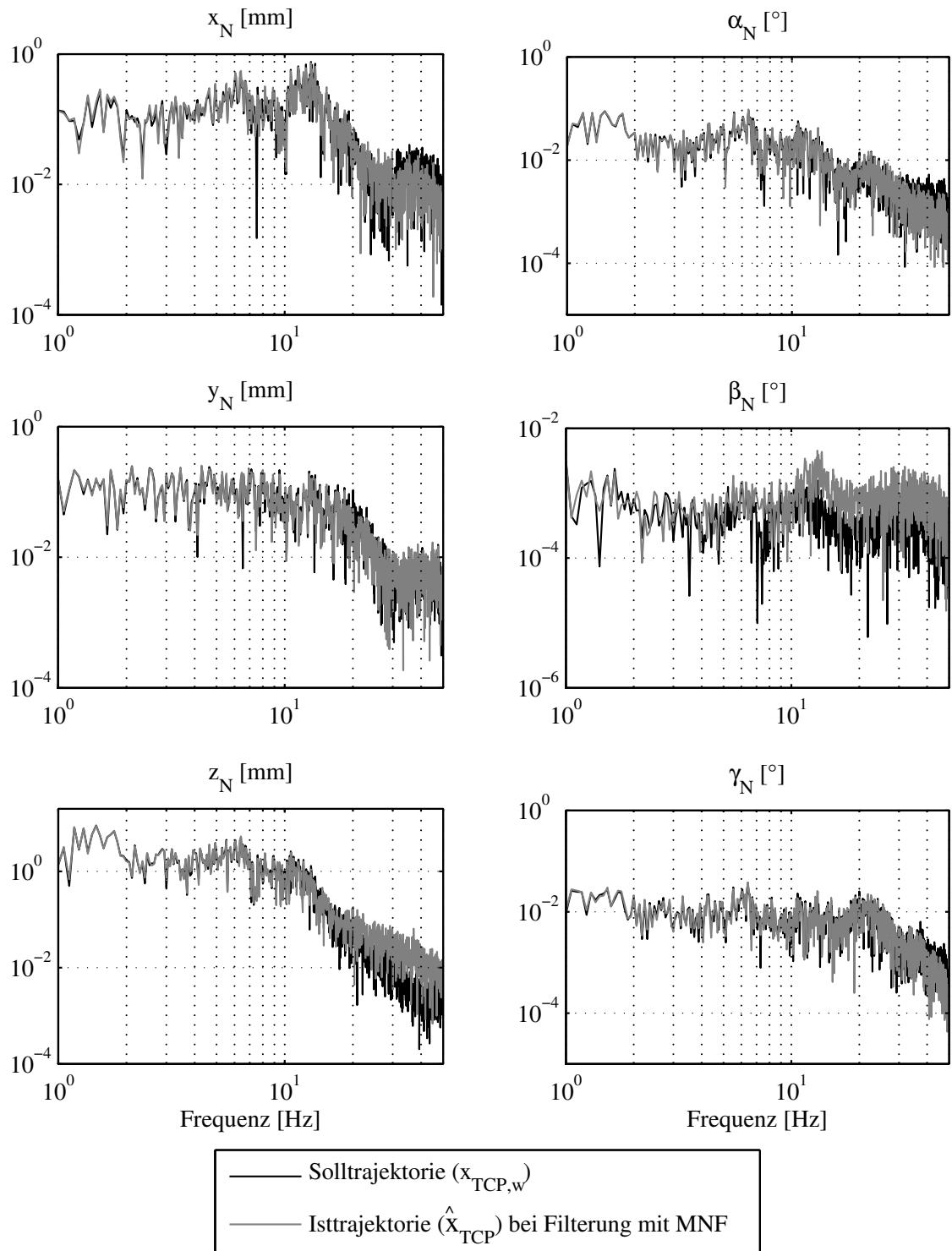


Bild 6-11: Amplitudenspektren zur Schlechtweganregung

die Amplituden des geregelten Systems über denen der Ursprungsanregung. Unter der Berücksichtigung der Größenordnung von $\leq 0,02$ mm ist dies jedoch zu vernachlässigen. Wichtiger ist vielmehr die Erkenntnis, dass auch in diesem Frequenzbereich Anregungen noch gut abgebildet werden.

Mit der gemäß Tabelle 6-1 parametrierten Regelung konnten am realen System die in Bild 6-12 dargestellten Frequenzgänge für das Übertragungsverhalten vom Referenzausgang des MNF-Filters, $y_{TCP,ref}$, zur beobachteten Position \hat{x}_{TCP} ermittelt werden, die bereits in [KOF¹⁶] veröffentlicht wurden. Zu ihrer Ermittlung wurde, analog zur Vorgehensweise in der Simulation, jeder FHG einzeln über mehrere Perioden sinusförmig mit einer bestimmten Frequenz angeregt. Die so bestimmten Werte für Amplitude und Phase sind im Bode-Diagramm markiert, die einzelnen Punkte wurden verbunden. Leider war am realen System keine Messung > 60 Hz möglich, da die Wegmesssysteme bei einer kontinuierlichen Anregung mit 70 Hz nicht mehr zuverlässig arbeiten. Für die vertikale

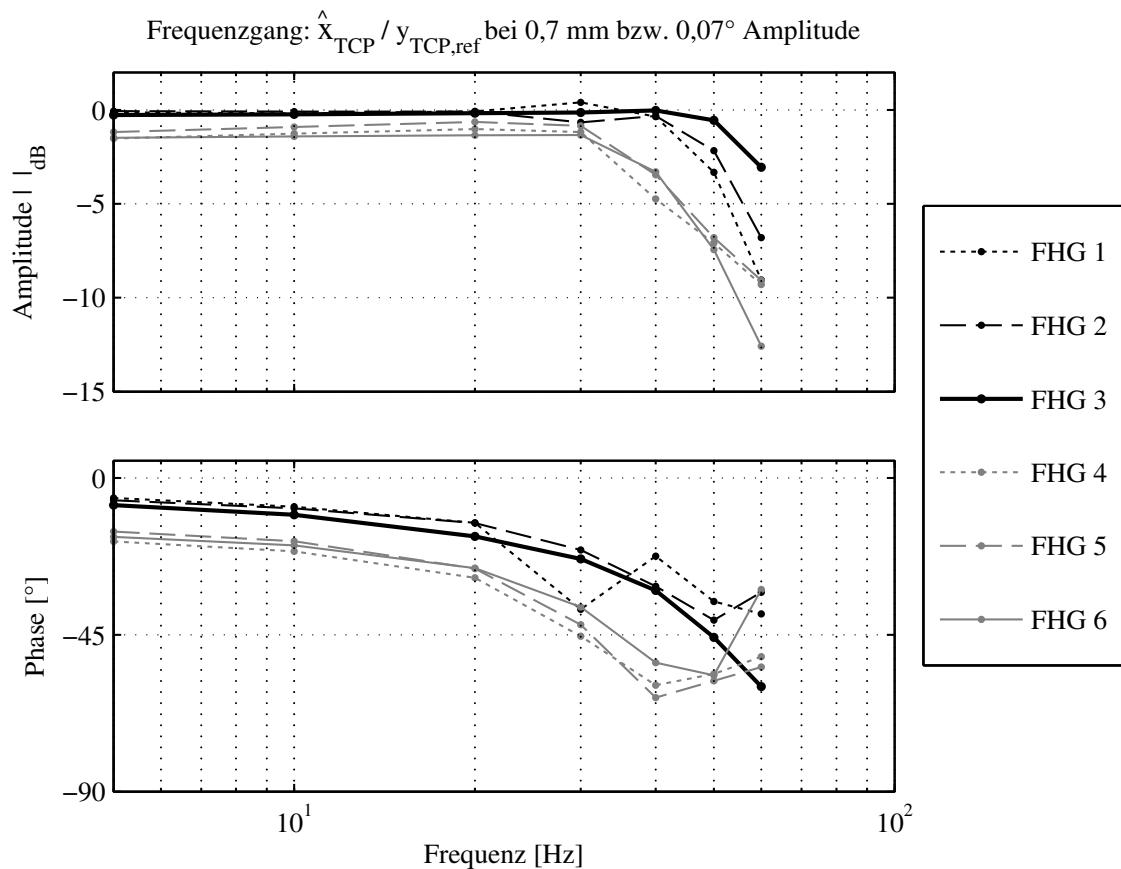


Bild 6-12: Frequenzgang zur Regelung des Zielsystems

z_N -Richtung ergibt sich erwartungsgemäß das beste Verhalten – hier wird eine geregelte Bandbreite (-3dB) von 60 Hz erreicht. Das Verhalten für die anderen translatorischen Richtungen x_N und y_N ist nur wenig schlechter – hier wird eine Bandbreite von ca. 50 Hz erreicht. Das Verhalten in den Rotationsfreiheitsgraden hingegen ist deutlich schlechter. Hier ergibt sich nur eine Bandbreite von 30–40 Hz. Die Ursache dafür liegt an den im Modell nicht berücksichtigten Massen der Zylinderkolbenstangen und Gehäuse, die zu einer Veränderung der Rotationsträgheit beitragen. Weiterhin suggerieren die Frequenzkennli-

nien für die rotatorischen FHG ein nicht stationär genaues Verhalten, denn sie weichen auch im unteren Frequenzbereich deutlich von der 0 dB-Linie ab. Dieser Effekt ist jedoch, zusätzlich zu den Modellabweichungen, mit der kleinen Anregungsamplitude und den damit für diese Frequenzen kleinen Ventilansteuerungen zu begründen, da sich die Ventile für sehr kleine Ansteuerungen durch die Fertigungstoleranzen sehr unterschiedlich verhalten können. Dass die Regelung jedoch für größere Amplituden nicht stationär ungenau ist, beweisen die in Bild 6-7, Bild 6-8 und Bild 6-9 dargestellten Zeitsignale.

6.3 Ergebnisse

Die simulationsbasierte Analyse der beobachterbasierten Regelung hat zunächst ergeben, dass die Beobachterdynamik in Abwesenheit von Modellungenauigkeiten für den betrachteten Bereich kaum einen Einfluss auf die Regelgüte hat. Unter der Annahme von Modellunsicherheiten führt eine langsamere Beobachterdynamik jedoch tendenziell zu einer schlechteren Regelgüte bzw. zu einer Reduktion der Bandbreite des geschlossenen Regelkreises.

Die Beobachterdynamik hat eine recht große Auswirkung auf das Übertragen von Messrauschen auf die Reglerausgangsgrößen – diesbezüglich ist eine geringere Beobachterdynamik vorteilhaft, da in diesem Fall das Rauschen besser gedämpft wird und sich somit weniger stark über den Soll-Istwertvergleich auf die Stellgröße überträgt. Als weiterer Einflussfaktor auf die Rauschamplitude des Stellsignals hat sich die verwendete Abtastrate herauskristallisiert – während sie sich in der Simulation nur wenig bemerkbar machte, sind die Unterschiede am Prüfstand nicht unerheblich, sodass die Verwendung einer möglichst hohen Abtastrate zu empfehlen ist. Zudem konnten bei der Betrachtung von Sprungantworten Differenzen zwischen dem Verhalten des Simulationsmodells und dem des realen Systems festgestellt werden, die vordergründig mit der Modellierungstiefe des Servoventils zu begründen sind. Dieser Aspekt bildet jedoch die Grenze der Übertragbarkeit der Simulationsergebnisse auf die Realität – hinsichtlich des Ein-Ausgangsverhaltens für kontinuierliche Anregungssignale konnte durch einen Vergleich von Simulations- und Messdaten eine hohe Modellgüte nachgewiesen werden, sodass die Ergebnisse aus den vorangegangenen simulationsbasierten Analysen als valide betrachtet werden können.

Es hat sich gezeigt, dass mit dem Regelkonzept, welches sich im Zuge der Arbeit als am besten geeignet herausgestellt hat – die Kombination einer Regelung im OS mit einem SMB im JS – die ursprüngliche Forderung nach einer geregelten Bandbreite von mindestens 50 Hz für das Zielsystem in den translatorischen FHG vollständig, in den rotatorischen FHG fast vollständig erfüllt werden kann. Eine gegebene Schlechtweganregung, die als größte Herausforderung in der Achsprüfung zu betrachten ist, konnte mit sehr hoher Güte in allen FHG nachgefahren werden. Dabei machte sich die reduzierte Bandbreite in den rotatorischen FHG nicht bemerkbar. Als Optimierungspotenzial bleiben daher die bisher iterativ manuell angepassten Rotationsträgheiten sowie die Lage des Schwerpunkts, die als zusammenfallend mit derjenigen der Endeffektorplattform angenommen wurde. Für Solltrajektorien, die eine größere Dynamik in den Rotationsfreiheitsgraden fordern, können diese Parameter durch den Einsatz von Optimierungsverfahren besser bestimmt werden. Durch diese Optimierung der Modellgüte ist dann eine Erhöhung der Bandbreite auch für die rotatorischen FHG zu erwarten.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden flachheitsbasierte Regelungen und ihre Umsetzung zur Positionsregelung von Parallelkinematiken untersucht. Dieser Regelungsansatz ist Stand der Technik – seine Verwendung und Realisierung zur Regelung von hochdynamischen Parallelkinematiken mit einer Bandbreite im zweistelligen Hertz-Bereich jedoch nicht. Dazu wurden unterschiedliche Formen der Reglerumsetzung betrachtet: Zum einen die flachheitsbasierte Folgeregelung mit exakter Zustandslinearisierung auf Basis der Istzustände, zum anderen die Zwei-Freiheitsgrade-Regelung mit flachheitsbasierter Vorsteuerung und exakter Zustandslinearisierung auf Basis der Sollzustände. Beide Konzepte können prinzipiell mit einem Soll-Istwertvergleich in lokalen Gelenkkoordinaten oder in den globalen Koordinaten des Endeffektors realisiert werden. Es hat sich herausgestellt, dass mit allen Varianten bei gleicher Reglerparametrierung die gleiche Regelgüte erreicht werden kann. Die Regelung in globalen Koordinaten bietet jedoch den großen Vorteil, dass die Reglerdynamik für jeden Bewegungsfreiheitsgrad einzeln spezifiziert werden kann, während dies bei der Regelung in Gelenkkoordinaten nicht möglich ist. Da zu ihrer Realisierung die Istzustände ohnehin bekannt sein müssen, wird sie in Kombination mit einer flachheitsbasierten Folgeregelung betrieben.

Die Anwendung der o. g. Regelungskonzepte für PKM erfordert kraftgeregelte Aktoren – im Falle des Zielsystems, eines hydraulischen Hexapoden, demnach lokal kraft- bzw. differenzdruckgeregelte Zylinder. Daher wurde ein Konzept zur lokalen Differenzdruckregelung betrachtet und umgesetzt. Aus diesem konnten zudem Anforderungen zur Dimensionierung des Zielsystems abgeleitet werden; dies betrifft im wesentlichen die Dynamik der Servoventile und die Auslegung der Kolbenflächen und Volumina.

Parallelkinematiken unterliegen, wie alle realen technischen Systeme, Stellgrößenbegrenzungen, die im Falle einer Regelung den sog. Windup-Effekt hervorufen können. Bei Mehrgrößensystemen kommt das Direktonalitätsproblem hinzu. Zur Lösung dieser Problematik wurde auf Basis eines bestehenden Ansatzes für Eingrößensysteme ein nichtlineares modellgestütztes Führungsfilter für Parallelkinematiken entwickelt. Dieses Filter verändert eine Solltrajektorie in Echtzeit so, dass sie von der Aktorik des realen Systems stellbar bleibt und Stellgrößenbegrenzungen nicht erreicht werden. So wird der Windup-Effekt vermieden.

Für die Realisierung der flachheitsbasierten Regelungskonzepte wurden Kalman-Bucy-Filter und Sliding-Mode-Beobachter zur Zustands- und Störschätzung untersucht. Für beide Beobachterformen wurde die Realisierung in globalen Koordinaten und in Gelenkkoordinaten betrachtet. Unter der Berücksichtigung des Syntheseaufwands und der Schätzgüte, auch bei dem Auftreten von realen Effekten wie bspw. Sensorrauschen, kristallisierte sich der Sliding-Mode-Beobachter in Gelenkkoordinaten als besonders geeignet heraus.

Schließlich wurde die beobachterbasierte Regelung mit dem besten Regler- und Beobachterkonzept betrachtet. In der simulationsbasierten Analyse bestätigte sich die hohe Regelgüte auch für die Realisierung mittels Beobachter. Die Ergebnisse konnten durch Versuche an einem hydraulischen Hexapoden, der zur Prüfung von PKW-Achsen ein-

gesetzt werden soll, validiert werden. Das gewählte Regelkonzept hat sich als geeignet erwiesen, eine gegebene Solltrajektorie mit hoher Dynamik und Genauigkeit nachzufahren.

Bild 7-1 visualisiert das Ergebnis dieser Arbeit: Die resultierende Gesamtstruktur zur Regelung des Zielsystems mit allen bereits genannten Teilkomponenten und Schnittstellen. Diese Struktur kann prinzipiell als Basis für eine möglichst breitbandige Regelung allgemeiner PKM mit sechs FHG dienen. Im Falle elektrischer Aktoren mit interner Kraftregelung müssten dann bspw. die lokalen Differenzdruckregelungen entfallen.

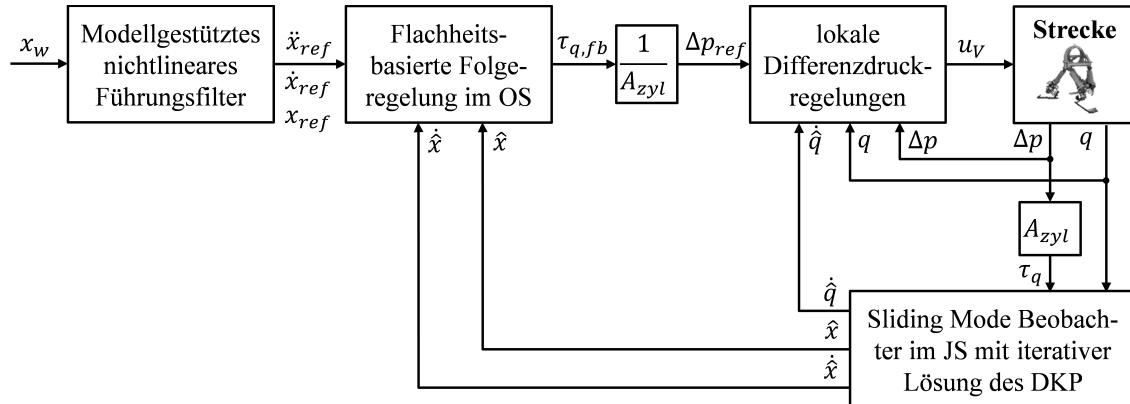


Bild 7-1: Gesamtregelstruktur

Ziel der Arbeit war, einen Beitrag zur beobachterbasierten Regelung von PKM mit dem Ziel einer möglichst hohen Bandbreite im zweistelligen Hertz-Bereich zu leisten. Das Ergebnis der Arbeit ist ein Regelungskonzept für einen hydraulischen Hexapoden, für das, je nach FHG, eine Bandbreite (-3dB) von 30 – 60 Hz im Kleinsignalbereich nachgewiesen werden konnte. Vorgegebene Solltrajektorien können sofort, d. h. ohne zeitintensive Schleifen für iterativ lernende oder adaptive Regelungsanteile, nachgefahren werden. So mit stellt das Ergebnis der Arbeit eine Erweiterung des Stands der Technik zur Regelung von Parallelkinematiken dar, vor allem hinsichtlich der erzielten Dynamik.

Im Zuge der Arbeit traten einige Fragestellungen auf, die in weiteren Forschungsarbeiten aufgegriffen werden können. Hier ist bspw. die Untersuchung von *Higher-Order-Sliding-Mode-Beobachtern* zur Verbesserung der bereits erzielten Schätzgüte zu nennen, vgl. z. B. [FSEY08]. Eine weitere Frage ist, wie und ob sich die betrachteten Beobachter zur Parameteridentifikation für die Verbesserung der Modellgüte, online oder offline, nutzen lassen. Erste Ansätze dazu wurden bereits in [Olm13] erarbeitet.

Zur Regelung des hydraulischen Hexapoden, der in der Zukunft zum Test von PKW-Achsen eingesetzt werden soll, liefert die Arbeit wichtiges Grundlagenwissen. Auf dieser Basis werden künftig Konzepte zur Kraftregelung und für die Kombination von Positions- und Kraftregelung zur hybriden Regelung erarbeitet, welche die Einbindung des Hexapoden in eine HiL-Simulation für PKW-Achsen ermöglichen.

Literaturverzeichnis

[Ada09] ADAMY, J.: *Nichtlineare Regelungen*. Berlin Heidelberg : Springer, 2009

[AGH05] ABDELLATIF, H. ; GROTJAHN, M. ; HEIMANN, B.: High Efficient Dynamics Calculation Approach for Computed-Force Control of Robots with Parallel Structures. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*. Sevilla, 12.-15. Dezember 2005

[AH10] ABDELLATIF, H. ; HEIMANN, B.: Advanced Model-Based Control of a 6-DOF Hexapod Robot: A Case Study. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 15 (2010), Nr. 2, S. 269–279

[AHK08] ABDELLATIF, H. ; HEIMANN, B. ; KOTLARSKI, J.: Passivity-Based Observer/Controller Design with Desired Dynamics Compensation for 6 DOFs Parallel Manipulators. In: *Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nizza, Frankreich, 22.-26. September 2008

[AM06] ANDREFF, N. ; MARTINET, P.: Vision-based Kinematic Modelling of Some Parallel Manipulators for Control Purposes. In: *Proceedings of the EuCoMeS, the first European Conference on Mechanism Science*. Obergurgl, Österreich, 21.-26. Februar 2006

[BHZ86] BÖCKER, J. ; HARTMANN, I. ; ZWANZIG, C.: *Nichtlineare und adaptive Regelungssysteme*. Berlin New York : Springer, 1986

[BOF08] BRECHER, C. ; OSTERMANN, T. ; FRIEDRICH, D. A.: Control concept for PKM considering the mechanical coupling between actors. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 48 (2008), S. 427–436

[BS94] BRAMMER, K. ; SIFFLING, G.: *Kalman-Bucy-Filter: Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung*. 4. Aufl. München Wien : Oldenbourg, 1994

[Büh00] BÜHLER, H.: *Regelkreise mit Begrenzungen*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2000

[CF08] CHEN, S.-H. ; FU, L.-C.: Output feedback control with a nonlinear observer based forward kinematics solution of a Stewart platform. In: *2008 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. Piscataway : IEEE, 2008, S. 3150–3155

[CF13] CHEN, Sung-Hua ; FU, Li-Chen: Output Feedback Sliding Mode Control for a Stewart Platform With a Nonlinear Observer-Based Forward Kinematics Solution. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21 (2013), Nr. 1, S. 176–185

[CHF08] CHEN, S.-H. ; HUANG, C.-I ; FU, L.-C.: Applying a Nonlinear Observer to Solve Forward Kinematics of a Stewart Platform. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*. San Antonio, Texas, 3.-5. September 2008

[DGH04] DENKENA, B. ; GRENDL, H. ; HOLZ, C.: Model Based Feedforward and State Control of the Parallel Kinematics PaLiDA. In: *Parallel kinematic machines in research and practice*. Zwickau : Verlag Wissenschaftliche Scripten, 2004

[DHA06] DENKENA, B. ; HOLZ, C. ; ABDELLATIF, H.: Model-based control of a hexapod with linear direct drives. In: *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* 19 (2006), Nr. 5, S. 463–472

[DP07] DAVLIAKOS, I. ; PAPADOPOULOS, E.: Model-Based Position Tracking Control for a 6-DoF Electrohydraulic Stewart Platform. In: *Proceedings of the 2007 Mediterranean Conference on Control and Automation*. Athen, Griechenland, 27.-29. Juli 2007

[DP08] DAVLIAKOS, I. ; PAPADOPOULOS, E.: Model-based control of a 6-dof electro-hydraulic Stewart–Gough platform. In: *Mechanism and Machine Theory* 43 (2008), Nr. 11, S. 1385–1400

[DR11] DRAKUNOV, S. V. ; REYHANOGLU, M.: Hierarchical sliding mode observers for distributed parameter systems. In: *Journal of Vibration and Control* 17 (2011), Nr. 10, S. 1441–1453

[Dra92] DRAKUNOV, S. V.: Sliding-mode observers based on equivalent control method. In: *Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control*. Tucson, Arizona, Dezember 1992

[Fin06] FINDEISEN, D.: *Ölhydraulik: Handbuch für die hydrostatische Leistungsübertragung in der Fluidtechnik*. 5., neu bearb. Aufl. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2006

[FJT14] FLOTTMEIER, S. ; JÄKER, K. P. ; TRÄCHTLER, A.: Test Rig for the Hardware-in-the-Loop Simulation of Mechatronic Axles. In: *Proceedings of the 9th International Fluid Conference*. Aachen, 24.-26. März 2014, S. 366–377

[FKT15] FLOTTMEIER, S. ; KOHLSTEDT, A. ; TRÄCHTLER, A.: Regelung eines hydraulischen Hexapoden zur Echtzeitsimulation von Straßenanregungen. In: *Tagungsband VDI/VDE Fachtagung AUTOREG*. Baden-Baden, 9.-10. Juni 2015

[Fli92] FLIESS, M. (Hrsg.): *Nonlinear Control Systems Design*. Pergamon Press, 1992

[Fö13] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 11., völlig neu bearb. Aufl. Berlin [u.a.] : VDE-Verlag, 2013

[FOT14] FLOTTMEIER, S. ; OLMA, S. ; TRÄCHTLER, A.: Sliding Mode and Continuous Estimation Techniques for the Realization of Advanced Control Strategies for Parallel Kinematics. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*. Kapstadt, 24.-29. August 2014

[FSEY08] FRIDMAN, L. ; SHTESSEL, Y. ; EDWARDS, C. ; YAN, X. G.: Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 18 (2008), Nr. 4-5, S. 399–412

[FW00] FASSE, E. D. ; WAVERING, A. J.: Configuration Estimation of Gough-Stewart Platforms Using Extended Kalman Filtering. In: *Proceedings of DETC'00 ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conferences*. Baltimore, Maryland, USA, 10.-13. Sept 2000

[Had02] HADORN, M.: Concept and Application of a Model-Based Control Input Compensation for Parallel Kinematic Machine Tools. In: *Proceedings of the 3rd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar*. Chemnitz, 23.-25. April 2002

[Hip06] HIPPE, P.: *Windup in control: Its effects and their prevention*. London : Springer, 2006

[Hip07] HIPPE, P.: Eine systematische Vermeidung der durch Stellbegrenzungen ausgelösten Probleme (A Systematic Solution to the Problems caused by Input Saturation). In: *at - Automatisierungstechnik* 55 (2007), Nr. 8

[HM68] HSU, J. C. ; MEYER, A. U.: *Modern control principles and applications*. New York : McGraw-Hill, 1968

[Hor63] HOROWITZ, I. M.: *Synthesis of feedback systems*. New York : Academic Press, 1963

[HW91] HAIRER, E. ; WANNER, G.: *Solving Ordinary Differential Equations II*. Berlin and New York : Springer-Verlag, 1991

[HW99] HIPPE, P. ; WURMTHALER, C.: Systematic closed-loop design in the presence of input saturations. In: *Automatica* 35 (1999), S. 689–695

[KCL05] KIM, H. S. ; CHO, Y. M. ; LEE, K.-I: Robust nonlinear task space control for 6 DOF parallel manipulator. In: *Automatica* 41 (2005), Nr. 9, S. 1591–1600

[KKL00a] KIM, D. H. ; KANG, J.-Y ; LEE, K.-I: Robust nonlinear observer for forward kinematics solution of a Stewart platform: an experimental verification. In: *Robotica* 18 (2000), Nr. 6, S. 601–610

[KKL00b] KIM, D. H. ; KANG, J.-Y ; LEE, K.-I: Robust Tracking Control Design for a 6 DOF Parallel Manipulator. In: *Journal of Robotic Systems* 10 (2000), Nr. 17, S. 527–547

[KOF⁺16] KOHLSTEDT, A. ; OLMA, S. ; FLOTTMEIER, S. ; TRAPHÖNER, P. ; JÄKER, K. P. ; TRÄCHTLER, A.: Control of a hydraulic hexapod for a Hardware-in-the-Loop axle test rig. In: *at - Automatisierungstechnik* 64 (2016), Nr. 5

[KWR10] KOLBUS, M. ; WOBBE, F. ; REISINGER, T. ; SCHUMACHER, W.: Integrated Force and Motion Control of Parallel Robots - Part 1: Unconstrained Space. In: SCHÜTZ, D. (Hrsg.) ; WAHL, F. M. (Hrsg.): *Robotic systems for handling and assembly*. Berlin Heidelberg : Springer, 2010, S. 233–252

[LSCH03] LEE, S. ; SONG, J. ; CHOI, W. ; HONG, D.: Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics. In: *Mechatronics* 13 (2003), Nr. 6, S. 605–619

[Lud95] LUDYK, G.: *Theoretische Regelungstechnik*. Berlin [u.a.] : Springer, 1995

[Mec15] MECHATRONIK-ZENTRUM HANNOVER: *PaLiDA-Parallelkinematik mit Lineardirektantrieben.* [http://www.mzh.uni-hannover.de/projekte.html?&tx_tkforschungsberichte_pi1\[showUid\]=506&tx_tkforschungsberichte_pi1\[backpid\]=133&cHash=9e5ef8b0bb01fd651c8553b865e6e5c8](http://www.mzh.uni-hannover.de/projekte.html?&tx_tkforschungsberichte_pi1[showUid]=506&tx_tkforschungsberichte_pi1[backpid]=133&cHash=9e5ef8b0bb01fd651c8553b865e6e5c8). Version: 14.04.2015

[Mer02] MERLET, J.-P.: Still a long way to go on the road for parallel mechanisms. In: *Proceedings of the ASME 2002 DETC Conference*. Montreal, Canada, 29. September - 2. Oktober 2002

[Mer04] MERLET, J.-P.: Solving the Forward Kinematics of a Gough-Type Parallel Manipulator with Interval Analysis. In: *The International Journal of Robotics Research* 23 (2004), Nr. 3, S. 221–235

[Mer06] MERLET, J.-P.: *Parallel robots*. 2. Aufl. Dordrecht : Springer, 2006

[MR11] MATTHIES, H. J. ; RENIUS, K. T.: *Einführung in die Ölhydraulik*. 7., neu bearb. und erw. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2011

[Mur01] MURRENHOFF, H.: *Grundlagen der Fluidtechnik: Teil 1: Hydraulik*. 3., neu überarb. Aufl. Aachen : Shaker, 2001

[NBHW00] NEWMAN, W. S. ; BIRKHIMER, C. E. ; HORNING, R. J. ; WILKEY, A. T.: Calibration of a motoman P8 robot based on laser tracking. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. San Francisco, USA, 24.-28. April 2000

[Neu06] NEUGEBAUER, R.: *Parallelkinematische Maschinen: Entwurf, Konstruktion, Anwendung*. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2006

[ÖAM10] ÖZGÜR, E. ; ANDREFF, N. ; MARTINET, P.: On the adequation of dynamic modelling and control of parallel kinematic manipulators. In: *1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics (IMSD'10)*. Lappeenranta, Finnland, 25-27. Mai 2010

[Olm13] OLMA, S.: *Zustands- und Parameterschätzung bei Parallelkinematiken*. Masterarbeit, Universität Paderborn, 2013

[Özg12] ÖZGÜR, E.: *From Lines To Dynamics of Parallel Robots*. Dissertation, Blaise Pascal Universität Clermont-Ferrand, 2012

[PA14] PRABEL, R. ; ASCHEMANN, H.: Comparison of Nonlinear Flatness-Based Control of Two Coupled Hydraulic Servo Cylinders. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*. Kapstadt, 24.-29. August 2014, S. 10940–10945

[PAM09] PACCOT, F. ; ANDREFF, N. ; MARTINET, P.: A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematic Machines: Theory and Experiments. In: *The International Journal of Robotics Research* 28 (2009), Nr. 3, S. 395–416

[PKJ90] PAINTER, J. H. ; KERSTETTER, D. ; JOWERS, S.: Reconciling steady-state Kalman and alpha-beta filter design - Aerospace and Electronic Systems. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 26 (1990), Nr. 6, S. 986–991

[Rie14] RIEPOLD, M.: *Auslegung eines Vorfilters zur Zwei-Freiheitsgrade-Regelung einer Parallelkinematik mit Stellgrößenbegrenzungen*. Studienarbeit, Universität Paderborn, 2014

[RRZ97] ROTHFUSS, R. ; RUDOLPH, J. ; ZEITZ, M.: Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. In: *at - Automatisierungs-technik* 45 (1997), Nr. 11, S. 517–525

[RS88] ROBERSON, R. E. ; SCHWERTASSEK, R.: *Dynamics of multibody systems*. Berlin New York : Springer-Verlag, 1988

[RSSS12] ROST, S. ; SKLYARENKO, Y. ; SCHREIBER, F. ; SCHUMACHER, W.: Design of a Modular Hydraulically Driven Variable Geometry Truss Structure and its Nonlinear Controller Architecture for Highly Dexterous Motion. In: *Proceedings of the 8th International Fluid Power Conference*. Dresden, 26.-28. März 2012, S. 449–466

[RV92] RONGA, F. ; VUST T.: Stewart platforms without computer? In: *Real analytic and algebraic geometry: Proceedings of the international conference*. Trient, Italien, 21.-25. September 1992, S. 197–212

[Sch14] SCHÜTTE, R.: *Rechnergestützte Inbetriebnahme einer mehrschleifigen Positionsregelung für einen Hydraulikzylinder*. Studienarbeit, Universität Paderborn, 2014

[SDM⁺05] SPECKERT, M. ; DRESSLER, K. ; MAUCH, H. ; LION, A. ; WIERDA, G. J.: Simulation eines neuartigen Prüfsystems für Achserprobungen durch MKS-Modellierung einschließlich Regelung. In: *VDI-Berichte Nr. 1900, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf* (2005), S. 227–246

[Spu08] SPURGEON, S. K.: Sliding mode observers: a survey. In: *International Journal of Systems Science* 39 (2008), Nr. 8, S. 751–764

[TE03] TAN, C. P. ; EDWARDS, C.: Sliding mode observers for reconstruction of simultaneous actuator and sensor faults. In: *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Maui, Hawaii, 9.-12. Dezember 2003

[Tec15] TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG: FIVEBAR. <https://www.tu-braunschweig.de/sfb562/galerie/fuenfgelenk>. Version: 14.04.2015

[Tim13] TIMMERMANN, J.: *Optimale Steuerung und Mehrzieloptimierung von dynamischen Systemen untersucht am Beispiel des Mehrfachpendels*. Dissertation, Universität Paderborn, 2013

[Trä09] TRÄCHTLER, A.: Entwurf intelligenter mechatronischer Systeme - Regelungs-technische Konzepte für selbstoptimierendes Verhalten. In: *Tagungsband des 6. Paderborner Workshop "Entwurf mechatronischer Systeme"*. Paderborn, 2.-3. April 2009

[UGS99] UTKIN, V. ; GULDNER, J. ; SHI, J.: *Sliding mode control in electromechanical systems*. London Philadelphia : Taylor & Francis, 1999

[Vie08] VIETINGHOFF, A. v.: *Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), 2008

[WG06] WANG, Z. ; GHORBEL, F.: Control of Closed Kinematic Chains Using a Singularly Perturbed Dynamics Model. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* (2006), Nr. 128, S. 142–151

[WKS08] WOBBE, F. ; KOLBUS, M. ; SCHUMACHER, W.: Enhanced Motion Control Concepts on Parallel Robots. Version: 2008. http://www.intechopen.com/books/automation_and_robotics/enhanced_motion_control_concepts_on_parallel_robots. In: ARREGUIN, J. (Hrsg.): *Automation and robotics*. 2008

[WSB96] WIT, C. A. d. ; SICILIANO, B. ; BASTIN, G.: *Theory of robot control*. Berlin New York : Springer, 1996

[Zee10] ZEEB, E.: Daimler's New Full-Scale, High-dynamic Driving Simulator - A Technical Overview. In: *Proceedings of the Driving Simulation - Conference Europe*, 2010

Das Heinz Nixdorf Institut – Interdisziplinäres Forschungszentrum für Informatik und Technik

Das Heinz Nixdorf Institut ist ein Forschungszentrum der Universität Paderborn. Es entstand 1987 aus der Initiative und mit Förderung von Heinz Nixdorf. Damit wollte er Ingenieurwissenschaften und Informatik zusammenführen, um wesentliche Impulse für neue Produkte und Dienstleistungen zu erzeugen. Dies schließt auch die Wechselwirkungen mit dem gesellschaftlichen Umfeld ein.

Die Forschungsarbeit orientiert sich an dem Programm „Dynamik, Mobilität, Vernetzung: Eine neue Schule des Entwurfs der technischen Systeme von morgen“. In der Lehre engagiert sich das Heinz Nixdorf Institut in Studiengängen der Informatik, der Ingenieurwissenschaften und der Wirtschaftswissenschaften.

Heute wirken am Heinz Nixdorf Institut neun Professoren mit insgesamt 150 Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern. Pro Jahr promovieren hier etwa 20 Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler.

Heinz Nixdorf Institute – Interdisciplinary Research Centre for Computer Science and Technology

The Heinz Nixdorf Institute is a research centre within the University of Paderborn. It was founded in 1987 initiated and supported by Heinz Nixdorf. By doing so he wanted to create a symbiosis of computer science and engineering in order to provide critical impetus for new products and services. This includes interactions with the social environment.

Our research is aligned with the program “Dynamics, Mobility, Integration: Enroute to the technical systems of tomorrow.” In training and education the Heinz Nixdorf Institute is involved in many programs of study at the University of Paderborn. The superior goal in education and training is to communicate competencies that are critical in tomorrow's economy.

Today nine Professors and 150 researchers work at the Heinz Nixdorf Institute. Per year approximately 20 young researchers receive a doctorate.

Zuletzt erschienene Bände der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

Bd. 332 ECHTERHOFF, N.: Systematik zur Planung von Cross-Industry-Innovationen Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 332, Paderborn, 2014 – ISBN 978-3-942647-51-9

Bd. 333 HASSAN, B.: A Design Framework for Developing a Reconfigurable Driving Simulator. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 333, Paderborn, 2014 – ISBN 978-3-942647-52-6

Bd. 334 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 10. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 20. und 21. November 2014, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 334, Paderborn, 2014 – ISBN 978-3-942647-53-3

Bd. 335 RIEKE, J.: Model Consistency Management for Systems Engineering. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 335, Paderborn, 2014 – ISBN 978-3-942647-54-0

Bd. 336 HAGENKÖTTER, S.: Adaptive prozess-integrierte Qualitätsüberwachung von Ultraschalldrahtbondprozessen. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 336, Paderborn, 2014 – ISBN 978-3-942647-55-7

Bd. 337 PEITZ, C.: Systematik zur Entwicklung einer produktlebenszyklusorientierten Geschäftsmodell-Roadmap. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 337, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-56-4

Bd. 338 WANG, R.: Integrated Planar Antenna Designs and Technologies for Millimeter-Wave Applications. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 338, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-57-1

Bd. 339 MAO, Y.: 245 GHz Subharmonic Receivers For Gas Spectroscopy in SiGe BiCMOS Technology. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 339, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-58-8

Bd. 340 DOROCIAK, R.: Systematik zur frühzeitigen Absicherung der Sicherheit und Zuverlässigkeit fortschrittlicher mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 340, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-59-5

Bd. 341 BAUER, F.: Planungswerzeug zur wissensbasierten Produktionssystem-konzipierung. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 341, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-60-1

Bd. 342 GAUSEMEIER, J.; GRAFE, M.; MEYER AUF DER HEIDE, F. (Hrsg.): 12. Paderborner Workshop Augmented & Virtual Reality in der Produktentstehung. HNI-Verlags-schriftenreihe, Band 342, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-61-8

Bd. 343 GAUSEMEIER, J.; DUMITRESCU, R.; RAMMIG, F.; SCHÄFER, W.; TRÄCHTLER, A. (Hrsg.): 10. Paderborner Workshop Entwurf mechatronischer Systeme. HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 343, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-62-5

Bd. 344 BRÖKELMANN, J.: Systematik der virtuellen Inbetriebnahme von automatisierten Produktionssystemen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 344, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-63-2

Bd. 345 SHAREEF, Z.: Path Planning and Trajectory Optimization of Delta Parallel Robot. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 345, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-64-9

Bd. 346 VASSHOLZ, M.: Systematik zur wirtschaftlichkeitsorientierten Konzipierung Intelligenter Technischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 346, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-65-6

Bd. 347 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 11. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 29. und 30. Oktober 2015, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, HNI-Verlags-schriftenreihe, Band 347, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-66-3

Zuletzt erschienene Bände der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

Bd. 348 HEINZEMANN, C.: Verification and Simulation of Self-Adaptive Mechatronic Systems. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 348, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-67-0

Bd. 349 MARKWART, P.: Analytische Herleitung der Reihenfolgeregeln zur Entzerrung hochauslastender Auftragsmerkmale. Dissertation, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 349, Paderborn, 2015 – ISBN 978-3-942647-68-7

Bd. 350 RÜBBELKE, R.: Systematik zur innovationsorientierten Kompetenzplanung. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 350, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-69-4

Bd. 351 BRENNER, C.: Szenariobasierte Synthese verteilter mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 351, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-70-0

Bd. 352 WALL, M.: Systematik zur technologieinduzierten Produkt- und Technologieplanung. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 352, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-71-7

Bd. 353 CORD-LANDWEHR, A.: Selfish Network Creation - On Variants of Network Creation Games. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 353, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-72-4

Bd. 354 ANACKER, H.: Instrumentarium für einen lösungsmusterbasierten Entwurf fortgeschrittener mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 354, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-73-1

Bd. 355 RUDTSCH, V.: Methodik zur Bewertung von Produktionssystemen in der frühen Entwicklungsphase. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 355, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-74-8

Bd. 356 SÖLLNER, C.: Methode zur Planung eines zukunftsfähigen Produktpportfolios. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 356, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-75-5

Bd. 357 AMSHOFF, B.: Systematik zur musterbasierten Entwicklung technologieinduzierter Geschäftsmodelle. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 357, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-76-2

Bd. 358 LÖFFLER, A.: Entwicklung einer modellbasierten In-the-Loop-Testumgebung für Waschautomaten. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 358, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-77-9

Bd. 359 LEHNER, A.: Systematik zur lösungsmusterbasierten Entwicklung von Frugal Innovations. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 359, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-78-6

Bd. 360 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 12. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 8. und 9. Dezember 2016, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 360, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-79-3

Bd. 361 PETER, S.: Systematik zur Antizipation von Stakeholder-Reaktionen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 361, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-80-9

Bd. 362 ECHTERHOFF, O.: Systematik zur Erarbeitung modellbasierter Entwicklungsaufträge. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 362, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-81-6

Bd. 363 TSCHIRNER, C.: Rahmenwerk zur Integration des modellbasierten Systems Engineering in die Produktentstehung mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, HNI-Verlagsschriftenreihe, Band 363, Paderborn, 2016 – ISBN 978-3-942647-82-3