

# **Kräftebilanz eines Zwei – Wellen – Knetreaktors**

## **Simulation und Experiment im Vergleich**

Dem Department Chemie der Universität Paderborn  
vorgelegte und genehmigte

## **DISSERTATION**

zum Erreichen des akademischen Grads

**DOKTOR DER NATURWISSENSCHAFTEN**  
**- Dr. rer. nat. -**

von

**Marko Gemmerich**  
**aus Paderborn**



**Paderborn 2017**



Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 24.08.2017

**Promotionsausschuss:**

<b>Vorsitzender:</b>	Prof. Dr. rer. nat. Matthias Bauer
<b>Gutachter:</b>	Prof. Dr.-Ing. Hans Joachim Warnecke
<b>Gutachter:</b>	Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang Bremser
<b>Gutachter:</b>	Priv. – Doz. Dr. rer. nat. Hans Egold



Diese Arbeit wurde im Fachgebiet Technische Chemie und Chemische Verfahrenstechnik der Universität Paderborn in Kooperation mit den Firmen Buss-SMS-Canzler GmbH, Bayer Technologie Service GmbH und der BASF SE angefertigt.



Hiermit versichere ich, dass diese Arbeit von mir eigenständig durchgeführt und verfasst wurde und alle Hilfsmittel und Quellenangaben vollständig im Literaturverzeichnis aufgelisteten sind.

Paderborn, den 18. 07. 2017

---

(Marko Gemmerich)



## VORWORT

In der Zeit, in denen ich mich mit der Thematik befasst habe, bekam ich große Unterstützung zu technischen als auch fachlichen Fragen von Personen, die zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen haben.

In erster Linie möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-J. Warnecke für die sehr interessante Themenstellung und großartige Betreuung, die weit über die Arbeit hinausgeht, bedanken. Ferner gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. W. Bremser für die Übernahme des Koreferats sowie Herrn Priv. Doz. Dr. rer. nat. Hans Egold und Herrn Prof. Dr. rer. nat. Mathias Bauer, die den Promotionsausschuss ergänzen.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Oliver Seck, der sich mit der Thematik von Zwei-Wellen-Knetreaktoren vor mir befasst hat und mir jederzeit mit seinem Wissen zur Seite stand sowie mich auch bei der praktischen Arbeit tatkräftig unterstütz hat.

Ebenfalls möchte ich mich bei den Firmen Buss-SMS-Canzler GmbH, BASF SE und Bayer Technology Services GmbH für die Bereitstellung der Versuchsanlage, der Peripheriegeräte sowie der Betriebsmittel und den regelmäßigen Gedankenaustausch bedanken. Ganz besonders möchte ich an dieser Stelle Herrn Dipl.-Ing. M. Klaffka und Herrn Prof. Dr. ir. P.D. P. Anderson hervorheben, die mich im Bereich der Datenauswertung der Simulationsergebnisse unterstützten.

Zu guter Letzt danke ich den Mitarbeitern der feinmechanischen Werkstatt unter Leitung von W. Hartung und der Glasbläserin R. Vohs für die stets gute Beratung sowie die schnelle und kompetente Umsetzung technischer Details an der Versuchsanlage.

Der größte Dank geht jedoch an meine Familie und meinen Freunden, die mich jederzeit unterstützt haben und durch die Zeit unvergesslich machten.

Euch allen vielen Dank!



## KURZFASSUNG

Die Verarbeitung und Aufbereitung von hochviskosen Produkten werden in der chemischen Industrie vorzugsweise in Extrudern oder den kontinuierlich betriebenen Rührkesseln durchgeführt. Strengere ökologische und sicherheitsbezogene Aspekte sowie die Ressourcenknappheit fordern von der chemischen Industrie einen immer effizienteren und sicherer Weg zu produzieren. Insbesondere bei der technischen Synthese von Polymeren und deren Weiterverarbeitung geht der Trend von der lösungsmittelbasierten Herstellung zur Polymerisation in Masse. Hierbei sind die mechanischen Anforderungen an die Maschinen so enorm, dass die konventionellen Mischapparate durch Knetreaktoren ersetzt werden müssen. Diese sind jedoch bis zur heutigen Zeit noch nicht genau untersucht. In dieser Arbeit liegt daher der Schwerpunkt auf der Bilanzierung der Kräfte und Massen in einem Zwei-Wellen-Knetreaktor sowie dem Versuch, diese Kräfte mit Simulationsdaten zu vergleichen.

Der praktische Teil der Arbeit bestand aus der Messdatenerfassung und der Berechnung der Kräfteverhältnisse im Betrieb des Knetreaktors, der mit einer Prototypensubstanz mit definierter Viskosität gefüllt war. Über die Applikation von mehreren Dehnungsmessstreifen gelang es, die effektive Dehnung im Betrieb des Reaktors zu erfassen. Darüber hinaus konnte die maximale und minimale Belastung der Wellen der jeweiligen Rotorstellung zugeordnet werden. Auch wurden die Drehmomente über Dehnungsmessstreifen sowie über Druckmessdosen am Hydraulikmotor erfasst und ausgewertet. In Abhängigkeit der einstellbaren Parameter wie Füllgrad, Rotationsgeschwindigkeit und Viskosität, wurde das Drehmoment aufgenommen sowie die Belastungen der Barren und der Wellen ermittelt.

Weiterhin konnte durch die Dimensionsanalyse die Newton-Reynolds-Beziehung erstellt und mit dem Füllgrad erweitert werden. Auch die Koeffizienten dieser Beziehung wurden über die experimentellen Daten ermittelt. Die Erfassung der Leistungscharakteristik ist bereits gängige Praxis bei Rührwerken und wird für Scale-Up Versuche herangezogen. Diese konnte über die modelbasierte Geometrie auf den verwendeten Zwei-Wellen-Knetreaktor übertragen werden. In dieser Arbeit werden verschiedene Lösungsansätze angeboten, deren Funktionalität in Bezug auf andere Knetreaktoren noch einer näheren Überprüfung bedarf.

Zusätzlich zu dem praktischen Teil der Arbeit wurde in Zusammenarbeit mit der Firma Buss-SMS-Canzler GmbH ein CAD-Model des Knetreaktors erzeugt. An der Technischen Universität Eindhoven wurde auf Basis des Models und der numerischen Strömungsdynamik (CFD) für festgelegte Bedingungen die Strömungssimulation durchgeführt. Alle 3° wurde die resultierenden Kräfte auf das Model übertragen und mit Hilfe der Finite-Element-Methode (FEM) die Dehnung berechnet. Aus den Daten wurden, die entsprechenden Newton- und Reynolds-Zahlen berechnet und mit den experimentellen Werten verglichen.

In diese Arbeit ist es gelungen, einen exakten Verlauf der Drehmomente über eine volle Wellenrotation experimentell und simulativ wiederzugeben. Dieser gibt nicht nur Aufschlüsse über den Leistungseintrag, sondern kann zudem zur Ermittlung der Mischleistung herangezogen werden. Des Weiteren wurde über die Dehnungsmessstreifen die genaue Belastung und Verformung der Wellengeometrie ermittelt, was eine spätere Festigkeitsanalyse und die Bestimmung der maximalen Betriebszeit der Wellen ermöglicht. Auch konnte über die Dimensionsanalyse der Einfluss des Füllgrads mit in die Newton-Reynolds-Beziehung eingefügt werden. Durch den Vergleich von Experiment und Simulation können vor allem auch die Grenzen der Simulationsmethode aufgezeigt werden.





## ABSTRACT

The processing and purification of high viscous products are carried out in the chemical industry mainly in extrusions or the continuously batch-reactor. Stricter ecological and security-related aspects as well as the resource shortage demand of the chemical industry to produce a more and more efficient and sure way. In particular with the technical synthesis of polymers and their subsequent treatment, the trend of the solvent-based production goes to the polymerization to mass. The mechanical demands for the machines are so huge, on this occasion that the conventional mixing apparatuses must be substituted with kneader-reactors. Nevertheless, these are not exactly examined up to the today's time yet. Hence, in this work lies of the main emphasis on the balance of the forces and masses in a twin-shaft-kneader reactor as well as the attempt to compare these forces to simulation data.

The practical part of the work existed of the measuring data capture and the calculation of the relative strengths in the company of the kneader reactors which was filled with a prototype substance with defined viscosity. About the application of several stretch measuring stripes one succeeded in grasping the actual stretch in the company of the reactor. In addition, the maximum and minimum load of the waves of the respective rotor position could be assigned. Also the torques about stretch measuring stripe as well as about pressure measuring tins in the hydraulic engine were grasped and evaluated. In dependence of the adjustable parameters like filling degree, rotation speed and viscosity, the torque was taken up as well as the charges of the ingots and the waves were determined.

Furthermore the Newton's-Reynolds respect could be provided by the dimension analysis and be extended with the filling degree. Also the coefficients of this respect were determined about the experimental data. The capture of the performance features is already a current practice with mixing works and is pulled up for Scale-Up attempts. This could be transferred about the model-based geometry on the used twin-shaft-kneader reactor. In this work the different solution attempts whose functionality need concerning other kneader reactor still of a closer examination are offered.

In addition to the practical part of the work a CAD model of the kneader reactors was generated in cooperation with the company Buss-SMS-Canzler GmbH. At the University of Technology of Eindhoven the current simulation was carried out on the basis of the model and the numerical current dynamism (CFD) for agreed conditions. Every 3 ° was transferred the resultant forces on the model and was calculated with the finite element method (FEM) the stretch. From the data were calculated, suitable Newton- and Reynolds-figures and were compared to the experimental values. In this work one has succeeded in returning an exact course of the torques about a full wave rotation experimentally and simulatively. This gives not only explanations about

the achievement entry, but, besides, can be pulled up for the inquiry of the mixing achievement. furthermore was determined about the stretch measuring stripes the exact load and distortion of the wave geometry what allows a later firmness analysis and the regulation of the maximum operation duration of the waves. Also the influence of the filling degree with could be inserted about the dimension analysis in the Newton's Reynolds respect. The borders of the simulation method can be above all also indicated by the comparison of experiment and simulation.





# SYMBOLVERZEICHNIS

Symbol	Einheit	Beschreibung
$A$	$[m^2]$	Fläche
$A_{ges}$	$[m^2]$	Gesamtfläche
$A_{\Delta}$	$[m^2]$	Dreiecksfläche
$A$	$[-]$	Konstante
$a$	$[-]$	rheologischer Parameter
$a_i$	$[-]$	Knotenpunktkoeffizient
$B$	$[-]$	Brückenfaktor der Brückenschaltung
$B$	$[-]$	Konstante
$\underline{B}$	$[-]$	B-Matrix
$\underline{B}^T$	$[-]$	transformierte B-Matrix
$b_i$	$[-]$	Knotenpunktkoeffizient
$C_{\varepsilon}$	$[Nm]$	Füllgradabhängiger Steigungskoeffizient
$C_{\eta_0}$	$[Nm]$	Nullviskositätsabhängiger Steigungskoeffizient
$c_i$	$[-]$	Knotenpunktkoeffizient
$c_w$	$[-]$	Strömungswiderstandskoeffizient
$\underline{D}$	$[-]$	Verschiebungs-Matrix
$d_r$	$[m]$	Rotordurchmesser
$d_{hyd}$	$[m]$	hydraulischer Durchmesser
$E$	$[N \cdot m^{-2}]$	Elastizitäts-Modul
$\underline{E}$	$[N \cdot m^{-2}]$	Matrix des Elastizitäts-Moduls
$F$	$[N]$	Kraft
$F_i$	$[N]$	Kraft an einer definierten Position
$F_t$	$[N]$	tangential wirkende Kraft
$F_w$	$[N]$	Widerstandskraft
$f$	$[s^{-1}]$	Frequenz
$f_{Getr}$	$[-]$	Getriebefaktor
$f_{spez}$	$[N \cdot m \cdot bar^{-1}]$	spezifischer Faktor der Motorübersetzung

$f$	[N]	lokale Elementknotenpunktlast
$Ga$	[–]	Galilei-Zahl
$G_H$	[Pa]	Schubmodul
$g$	[ $m \cdot s^{-2}$ ]	Fallbeschleunigung
$h$	[m]	Höhe
$I$	[A]	Stromstärke
$K$	[N]	Steifigkeit
$K_c$	[–]	Konstante
$k$	[–]	Dehnungsempfindlichkeit (k-Faktor)
$\underline{k}$	[ $N \cdot m^{-1}$ ]	Elementsteifigkeits-Matrix
$L_a$	[m]	Gehäuselänge
$l$	[m]	Länge
$\Delta l$	[m]	Längenänderung
$M$	[ $N \cdot m$ ]	Drehmoment
$\bar{M}_i$	[ $N \cdot m \cdot bar^{-1}$ ]	mittleres Drehmoment
$\underline{\underline{M}}$	[–]	Matrix
$\dot{m}_p$	[ $kg \cdot s^{-1}$ ]	Massenstrom
$M_N$	[–]	Anzahl Messpunkte
$\underline{\underline{N}}$	[–]	Formfunktion
$Ne$	[–]	Newton-Zahl
$n$	[ $s^{-1}$ ]	Umdrehungszahl
$n_d$	[–]	Anzahl der Spalten
$\tilde{n}$	[–]	Rheologischer Parameter
$P_d$	[–]	Anzahl der dimensionslosen Größen
$P_{Hyd}$	[W]	hydraulische Leistung
$\Delta p_M$	[bar]	Druckunterschied Ein- und Ausgang vom Motor
$R$	[ $\Omega$ ]	elektrischer Widerstand
$\Delta R$	[ $\Omega$ ]	Differenz des elektrischen Widerstands
$Re_{ax}$	[–]	axiale Reynolds-Zahl
$Re_{rad}$	[–]	radiale Reynolds-Zahl

$r$	$[m]$	Radius
$r_{BO}$	$[m]$	Radius vom Mittelpunkt zur Barrenoberseite
$r_{BU}$	$[m]$	Radius vom Mittelpunkt zur Barrenunterseite
$r_d$	$[-]$	Rang der Matrix
$r_{GW}$	$[m]$	Radius der Gehäusewand
$r_m$	$[m]$	mittlerer Radius des Knetreaktors
$r_{WS}$	$[m]$	mittlerer Radius des Wellenschafts
$r_z$	$[m]$	berechneter mittlerer Radius
$s$	$[-]$	Ortsangabe
$T$	$[K]$	Temperatur
$t$	$[s]$	Zeit
$t_s$	$[s]$	Zeit bis zum Gleichgewichtszustand
$t_U$	$[s]$	Zeit für eine volle Wellenumdrehung
$U$	$[m]$	Umfang
$U$	$[V]$	Spannung (elektrisch)
$U_d$	$[V]$	Differenzspannung (Dehnungsmessstreifen)
$U_s$	$[V]$	Speisespannung (Betriebsspannung)
$u$	$[m]$	Verschiebung
$u$	$[-]$	Freiheitsgrade
$\underline{u}$	$[m]$	Vektor des gesamten Verschiebungsfelds
$\underline{u}^T$	$[m]$	transformierter Vektor des ges. Verschiebungsfelds
$V$	$[-]$	Verstärkungsfaktor der <i>WHEATSTONE'SCHEN</i> – Brücke
$V$	$[m^3]$	Volumen
$V_a$	$[m^3]$	Apparativolumen
$V_F$	$[m^3]$	Fördervolumen
$V_p$	$[m^3]$	Produktvolumen
$V_s$	$[m^3]$	Schluckvolumen
$v$	$[m * s^{-1}]$	Geschwindigkeit
$W_a$	$[N \bullet m]$	äußere Arbeit
$W_i$	$[N \bullet m]$	innere Arbeit
$W^E$	$[N \bullet m]$	äußere Arbeit (statische Verträglichkeit)

$x$	$[-]$	Ortskoordinate
$x$	$[m]$	Abstand
$x_{theo}$	$[m]$	theoretische Spaltbreite
$y$	$[-]$	Ortskoordinate
$\alpha$	$[K^{-1}]$	linearer Ausdehnungskoeffizient
$\alpha_i$	$[-]$	Koeffizient
$\alpha_\rho$	$[-]$	linearer spezifischer Widerstandskoeffizient
$\underline{\alpha}$	$[-]$	Koeffizienten-Matrix
$\beta$	$[-]$	Steigungsexponent (Füllgrad)
$\gamma$	$[-]$	Steigungsexponent (radiale Newton-Zahl)
$\gamma$	$[-]$	Scherung
$\dot{\gamma}$	$[s^{-1}]$	Scherrate
$\delta$	$[^\circ]$	Winkeldifferenz der Messpunkte
$\varepsilon$	$[-]$	Dehnung
$\varepsilon$	$[-]$	Füllgrad
$\varepsilon_s$	$[-]$	scheinbare Dehnung
$\underline{\varepsilon}$	$[-]$	vektorielle Dehnung
$\underline{\varepsilon}^T$	$[-]$	transformierte vektorielle Dehnung
$\zeta$	$[-]$	Druckverlustbeiwert
$\eta$	$[Pa \cdot s]$	dynamische Viskosität
$\eta_G$	$[Pa \cdot s]$	dynamische Grenzviskosität
$\eta_p$	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	dynamische Viskosität des Produkts
$\eta_e$	$[Pa \cdot s]$	dynamische Viskosität im Gleichgewichtszustand
$\eta_{eff}$	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	effektive dynamische Viskosität
$\eta_0$	$[Pa \cdot s]$	dynamische Nullviskosität
$\tilde{\eta}$	$[Pa \cdot s]$	zeitlich veränderliche dynamische Viskosität
$\lambda$	$[s]$	Konsistenz
$\mu$	$[-]$	Poisson-Zahl / Querkontraktionszahl
$\nu$	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	kinematische Viskosität
$\Pi$	$[N \cdot m]$	virtuelle Verschiebung
$\Pi i$	$[-]$	allgemeine dimensionslose Kenngröße

---

$\pi$	$[-]$	Kreiszahl
$\rho$	$[kg \cdot m^{-3}]$	Dichte
$\rho_p$	$[kg \cdot m^{-3}]$	Dichte des Produktes
$\rho$	$[\Omega \cdot m]$	spezifischer Widerstand
$\sigma$	$[N \cdot m^2]$	Spannung (mechanisch)
$\underline{\sigma}$	$[N \cdot m^2]$	Spannungs-Matrix
$\tau$	$[N \cdot m^2]$	Schubspannung
$\tau_B$	$[N \cdot m^2]$	kritische Schubspannung
$\tau_G$	$[N \cdot m^2]$	Grenzschubspannung



# INHALTSVERZEICHNIS

<b>VORWORT .....</b>	<b>IX</b>
<b>KURZFASSUNG .....</b>	<b>XI</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XV</b>
<b>SYMBOLVERZEICHNIS .....</b>	<b>XIX</b>
<b>INHALTSVERZEICHNIS .....</b>	<b>XXV</b>
<b>KAPITEL I EINFÜHRUNG .....</b>	<b>1</b>
1.1    Einführung .....	2
<b>KAPITEL II THEORETISCHER HINTERGRUND .....</b>	<b>7</b>
2.1    Finite-Elemente-Methode (FEM) .....	8
2.1.1    Grundgedanke .....	9
2.1.2    Rechenansatz .....	11
2.1.2.1    Virtuelle Verschiebung .....	11
2.1.2.2    Das RITZ'sche Verfahren .....	13
2.1.3    Wahl der Ansatzfunktion .....	15
2.1.4    Grundelement .....	17
2.1.4.1    Beispielberechnung Dreieck (2D-Element) .....	18
2.1.4.1.1    Kinematische Verträglichkeit .....	20
2.1.4.1.2    Statische Verträglichkeit .....	21
2.2    Dehnungsmessstreifen .....	22
2.2.1    Grundlagen .....	22
2.2.2    Aufbau eines Dehnungsmessstreifens (DMS) .....	22
2.2.3    Messprinzip .....	23
2.2.3.1    Brückenschaltung .....	24
2.2.3.1.1    WHEATSTONE'SCHEN-Brückenschaltung .....	24
2.2.4    Applikation von Dehnungsmessstreifen .....	28
2.2.5    Störquellen und Messgenauigkeit .....	29
2.3    Messsubstanz: Silikonöl als Prototyp .....	30
2.4    Viskosität .....	32
<b>KAPITEL III DER KNETREAKTOR .....</b>	<b>39</b>
3.1    Aufbau und Peripherie des Knetreaktors .....	40
3.1.1    Hydraulikeinheit und Motor .....	40
3.1.2    Knetreaktor .....	42
3.1.2.1    Knetraum und Wellengeometrie .....	43
3.1.3    Positionierung der Dehnungsmessstreifen .....	44
3.1.4    Applikation der Dehnungsmessstreifen .....	47

3.1.5 Probleme und deren Behebung .....	47
3.1.5.1 Applikation der Dehnungsmessstreifen.....	47
3.1.5.2 Positionierung auf dem Wellenschaft .....	47
3.1.5.3 Positionierung auf den Barren .....	49
3.1.5.4 Verkabelung der Dehnungsmessstreifen.....	49
3.1.5.5 Datentransport und Messeinrichtung .....	50
3.1.5.6 Auswertung der Dehnungsmessstreifen.....	52
3.1.5.6.1 Einflussgröße Temperatur .....	53
3.1.5.6.2 Winkelabweichung .....	57
<b>KAPITEL IV EXPERIMENTELLE DATEN .....</b>	<b>59</b>
4.1 Bestimmung des Drehmoments.....	60
4.1.1 Drehmomentmessung am Hydraulikmotor .....	60
4.1.2 Drehmomentmessung über die DMS.....	62
4.2 Auswertung der Drehmomentmessungen .....	64
4.2.1 Einfluss des Füllgrads .....	70
4.2.2 Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit.....	72
4.2.3 Einfluss der Viskosität .....	74
4.3 Biegemoment der Wellen .....	77
4.3.1 Interpretation der Dehnung des Wellenschafts .....	77
4.3.2 Dehnung in Abhängigkeit des Füllgrads .....	79
4.3.3 Dehnung in Abhängigkeit der Rotation .....	83
4.3.4 Dehnung in Abhängigkeit der Viskosität .....	84
4.3.5 Charakteristischer Verlauf der Dehnung.....	87
4.4 Dehnung der Barren.....	92
4.4.1 Interpretation der Ergebnisse.....	93
4.4.1.1 Dehnungsmessstreifen 4.....	93
4.4.1.2 Dehnungsmessstreifen 5.....	100
<b>KAPITEL V DIMENSIONSANALYSE .....</b>	<b>109</b>
5.1 Dimensionsanalyse des Knetreaktors .....	110
5.1.1 Herleitung der Kennzahlen.....	110
5.1.2 Bestimmung der Kennzahlen.....	113
5.1.2.1 Leistungscharakteristik eines Rührers.....	114
5.1.2.2 Leistungscharakteristik im Zwickelbereich .....	117
5.1.2.3 Flächenbezogene Leistungscharakteristik im Reaktor .....	120
5.1.2.4 Leistungscharakteristik und hydraulischer Durchmesser .....	121
5.1.2.4.1 Berechnung über die theoretische Spaltbreite.....	122
5.1.2.4.2 Berechnung über die tatsächliche Spaltbreite im Reaktor .....	123
<b>KAPITEL VI SIMULATIONSDATEN .....</b>	<b>127</b>
6.1 Grundlagen der Simulation .....	128
6.2 Drehmoment.....	130
6.3 Berechnung der Kennzahlen .....	132
6.4 Dehnung der Wellen.....	133

---

<b>KAPITEL VII VERGLEICH.....</b>	<b>139</b>
7.1    Drehmomentdaten.....	140
7.2    Vergleich der Kennzahlen.....	143
7.3    Dehnung der Wellen.....	144
<b>KAPITEL VIII ZUSAMMENFASSUNG.....</b>	<b>149</b>
8.1    Zusammenfassung.....	150
<b>LITERATURVERZEICHNIS .....</b>	<b>153</b>
<b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>	<b>157</b>
<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>159</b>
<b>ANHANG .....</b>	<b>165</b>







---

# Kapitel I

---

EINFÜHRUNG

## 1.1 Einführung

Das Mischen besitzt nicht nur in der Chemie einen hohen Stellenwert. Schon zu Beginn der Industrialisierung wurden Maschinen entwickelt, die Komponenten vermengen um eine gute Mischwirkung zu erzielen<sup>[1,2]</sup>. Daraus entwickelten sich Anfang des 16. Jahrhunderts die Strangpressen (Vorläufer der Extruder)<sup>[3-5]</sup>. Haupteinsatzgebiete der Extruder sind vorzugsweise die Kautschukindustrie<sup>[6,7]</sup> und später auch die Lebensmittelverarbeitung<sup>[8,9]</sup>. Durch die industrielle Herstellung von Kunststoffen Mitte des 20. Jahrhunderts wurde der Extruder zum wichtigsten verfahrenstechnischen Element in der kontinuierlichen Produktion von Thermoplasten<sup>[10]</sup>.

Durch den heute hart umkämpften Markt der Kunststoffherstellung, ist nicht nur die kostengünstige Produktion, sondern auch die gleichbleibend hohe Qualität ein wichtiger Faktor bei der Produktion. Auch ökologische Aspekte müssen in der heutigen Zeit immer mehr berücksichtigt werden, wodurch der Einsatz von Lösemitteln in der Produktion begrenzt oder sogar vermieden werden soll. Dies ist jedoch nicht bei jeder Polymerisation möglich<sup>[11-13]</sup>. Der Einsatz von Lösemitteln dient zur Viskositäterniedrigung, um eine ausreichende Vermischung zu erzeugen. Auch ist dadurch eine bessere Abfuhr der Reaktionswärme möglich, um eine lokale Überhitzung der Produkte zu verhindern<sup>[14]</sup>. Hier stoßen die aktuellen Extruder mit ihrer geringen Verweilzeit und Temperierung schnell an Ihre Grenzen (Tab. (1.01)).

Tab. (1.01): Vergleich der Eigenschaften von verschiedenen Hochviskosapparaten<sup>[15]</sup>

		Stand des Wissens		Ziel
Apparatetyp	Extruder	Knetreaktor		
Verfahrensweise	kontinuierlich	Batch	konventionell kontinuierlich	intensiv kontinuierlich
Haltbarkeit / Sicherheit	+	+	-	+
kontinuierliche Prozessführung	+	-	+	+
Große Verweilzeit	-	+	+	+
Temperaturkontrolle	-	-	+	+
Entgasung	+	+	+	+
Füllgradeinstellung	-	+	+	+
Selbstreinigung	+	-	-	+
Einmischen von Nanopartikeln	-	+	-	+
Apparateverständnis	+	-	-	+

Um die lösemittelbasierte Polymerisation in Masse durchzuführen, müssen die neuen Reaktoren nicht nur die große Mengen an Wärme abführen, sondern auch große Scherkräfte erzeugen, die das hochviskose Fluid ausreichend vermengen. Dazu benötigt der Reaktor nicht nur ein hohes Drehmoment, sondern auch eine einstellbare Verweilzeit, um die Mischgüte zu erreichen.

Eine sehr vielversprechende Möglichkeit ist der Einsatz von Knetreaktoren. Diese Reaktoren sind zwar schon im Einsatz, jedoch noch keiner ausreichenden Untersuchung unterzogen worden. Frühere Arbeiten bezogen sich auf Misch- und Entgasungsverhalten in Zwei-Wellen-Knetreaktoren<sup>[15,16]</sup>, sowie auf erste Erkenntnisse bei der simulativen Beschreibung des Mischverhaltens<sup>[17]</sup>. Die vorliegende Arbeit soll einen tieferen Einblick über die im Knetreaktor herrschenden Kräfteverhältnisse liefern. Dabei werden nicht nur die experimentell ermittelten Daten herangezogen, auch werden die Kräfte mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet und mit dem einem Programm des Computational-Fluid-Dynamics (CFD) simuliert.

Die Aufgabenverteilung im Rahmen eines europäischen Förderprogrammes zeigt die Abb. (1.01). Dabei wird die Universität Paderborn sich um den Aufbau und die Peripheriegeräte des Knetreaktors befassen. Hierzu zählt der Versuchsaufbau sowie die Messdatenerfassung und -auswertung der Versuche. Die Firma Buss-SMS- Canzler GmbH ist für die Berechnung der FEM zuständig, sowie den Datenaustausch mit der Universität Eindhoven. Diese benötigt die Daten der FEM und den Messdaten der Experimente um die CFD Simulation durchzuführen. Der Erfolg des Projektes ist nicht zuletzt abhängig von der Kommunikation der Projektpartner untereinander sowie dem fehlerfreien Datenaustausch der Ergebnisse. Bereits an dieser Stelle zeigten sich bereits erste Probleme, die es zu lösen galt.

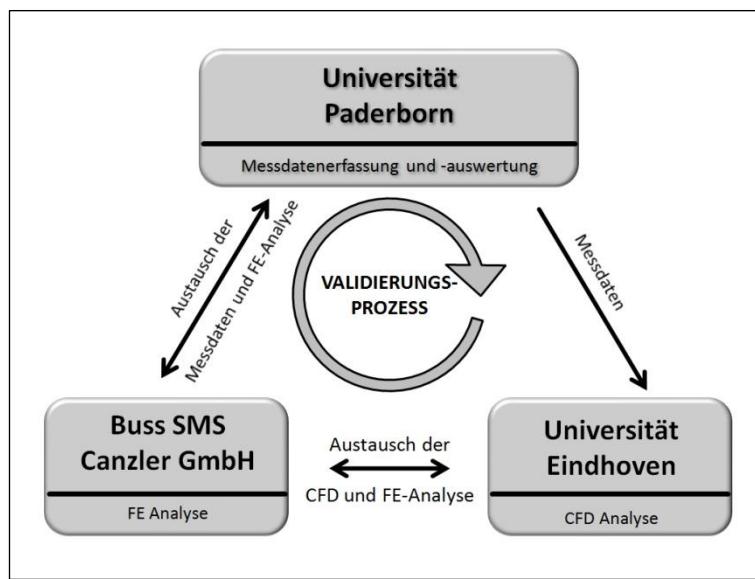


Abb. (1.01): Aufgabenverteilung innerhalb der Arbeitsgruppe des EU – Forschungsprojekts „F3 – Factory“





# Kapitel II

---

## THEORETISCHER HINTERGRUND

## 2.1 Finite-Elemente-Methode (FEM)

Heut zu Tage ist es selbstverständlich, dass Flugzeuge während des Flugs nicht auseinanderbrechen, Hochhäuser durch ihr Eigengewicht nicht zusammenstürzen oder Brücken nicht in Eigenschwingung geraten und zerstört werden (Tacoma-Narrows-Bridge, Washington, USA, 1940)<sup>[18,19]</sup>. Anfang des 20ten Jahrhunderts ereigneten sich viele Katastrophen durch Materialfehler der an Bausubstanz oder zu schwach ausgelegte Konstruktionen. Um sicherzustellen, dass die Bauteile den Anforderungen entsprechen, wurden reale Modelle erzeugt und diese entsprechend belastet. Dieses Verfahren ist nicht nur sehr zeitaufwendig und verursacht hohe Kosten, sondern benötigt auch große Mengen an Rohstoffen. Ebenfalls ist es in den frühen Jahren des 20ten Jahrhunderts *ASGER SKOVGAARD OSTENFELD* 1926<sup>[20]</sup> gelungen ein Lehrbuch mit dem Titel „*Die Deformationsmethode*“ herauszubringen, in dem die erforderlichen mathematischen Grundlagen zur Berechnung der Modelle dargestellt wurden. Der Ansatz gleicht der heute verwendeten Finite-Elemente-Methode, in dem eine Verschiebungsgröße als unbekannte Größe zur Verwendung kommt<sup>[21]</sup>. Durch die hohe Anzahl an Rechenoperationen, die „per Hand“ durchgeführt werden musste, war die Methode zu dem Zeitpunkt noch viel zu zeitaufwendig und in der Praxis nicht anwendbar. Erst mit dem Aufkommen brauchbarer Computersysteme um 1950 war es möglich, die „von Hand“ zu lösenden linearen Gleichungssysteme vom Computer berechnen zu lassen. Um 1960 wurde mit der Matrizenrechnung der Grundstock der heute angewendeten Finite-Elemente-Methode gelegt. Durch die Arbeiten von *ARGYRIS* und *KELSEY*<sup>[22]</sup> 1954 sowie *TURNER, CLOUGH, MARTIN* und *TOPP*<sup>[23]</sup> 1956 wurde die Methode nicht nur auf Stabwerke, sondern auch auf Kontinuumsprobleme angewandt. Seitdem wurde die Methode immer weiter entwickelt, bis ihr in den 80-er und 90-er Jahren der Durchbruch durch die Automatisierung der Netzgenerierung und der computergestützten Konstruktion (CAD) gelang. Seitdem ist sie Hauptbestandteil bei der Konstruktion von diversen Teilen in fast allen Fachgebieten, wie auch in dieser Arbeit zur Berechnung einer neuartigen Wellengeometrie für Knetreaktoren, deren Simulationsergebnisse anschließend mit den experimentellen Daten verglichen werden.

## 2.1.1 Grundgedanke

Die Geometrie vieler Bauteile wird immer komplexer, wodurch eine Vorhersage physikalischer Größen wie Dehnung, Spannung, Kraft, usw. schwieriger und ohne entsprechende Hilfsprogramme und Vereinfachungen unmöglich wird<sup>[24]</sup>. Abhilfe schafft dabei die Finite-Elemente-Methode, indem die Struktur des Bauteils in eine Vielzahl endlicher Elemente (Finite-Elemente) aufteilt wird. Jedes dieser finite Elemente besitzt eine einfache Geometrie (z.B. Quadrat, Rechteck, Stab, Dreieck, Hexaeder, Tetraeder, ...) wodurch das Verhalten der physikalischen Größen bekannt ist. Durch die Vielzahl an generierten Elementen entstehen Knotenpunkte, auf die sich lineare Gleichungssysteme anwenden lassen (Abb. (2.01)).

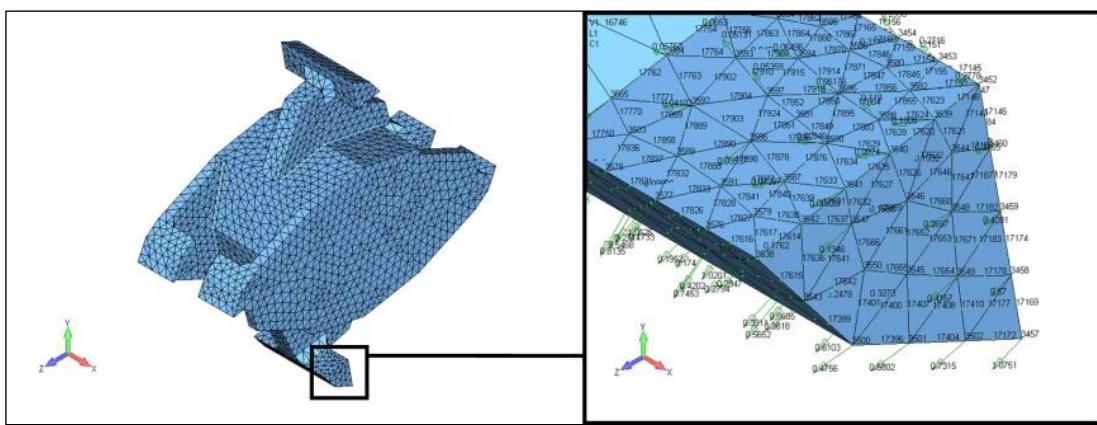


Abb. (2.01): FEM-Modell eines Wellenelements mit Knotenpunkten

Während in der klassischen Mechanik die charakteristischen Größen einer statischen Berechnung kontinuierliche Kräfte oder Momente sind und alle anderen Größen (Spannung, Verformung und Dehnung) aus ihnen berechenbar sind, werden die primären Ergebnisse der Finite-Elemente-Methode als Knotenverschiebung der diskreten Struktur wiedergegeben<sup>[24]</sup>. Aus der Positionsänderung der Knoten zum unbelasteten Modell können alle anderen Größen (Schnittkräfte, Dehnung oder Spannung) abgeleitet werden.

In der Ebene kann die Knotenverschiebung mit zwei translatorischen und einem rotatorischen Freiheitsgrad wiedergegeben werden. Im Raum jedoch besitzt jeder Knoten drei translatorische und ebenso viele rotatorische Freiheitsgrade, wodurch der Rechenaufwand zur Knotenverschiebung in der Ebene deutlich erhöht wird<sup>[24]</sup>. Ebenfalls ist die Netzdichte eine entscheidende Variable für die Rechenkapazität. Je dichter das Netz ist, desto größer ist der Rechenaufwand und umso genauer die Ergebnisse. Die Rechenzeit verhält sich kubisch zur Anzahl der Freiheitsgrade und quadratisch zum Speicherplatz.

Die Auswertung erfolgt nur an den Knotenpunkten des Gitters und kann analog zum Federgesetz als Matrix wiedergegeben werden. Die Steifigkeit  $[K]$ , die den Widerstand gegen die Verformung wiedergibt, wird mit dem Vektor der Freiheitsgrade  $\{u\}$  multipliziert, wodurch sich ein Vektor für die Kraft  $\{F\}$  ergibt (Gleichung(2.01))<sup>[25]</sup>.

$$[K] * \{u\} = \{F\} \quad (2.01)$$

Für jeden Knoten im Bauteil lässt sich daher eine Spannung oder Dehnung berechnen. Durch eine farbliche Generierung der ermittelten Spannungswerte können die Spannungs-Maxima und -Minima in die entsprechende Geometrie übertragen werden<sup>[25]</sup>. An dem Beispiel eines Wellenelements ist dieses in der Abb. (2.02) zu erkennen.

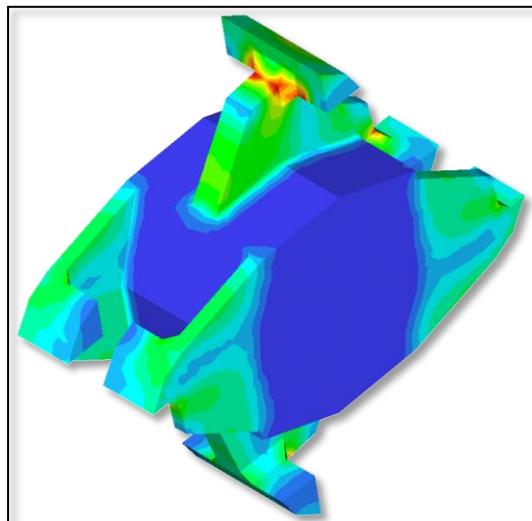


Abb. (2.02): Farbliche Generierung der Oberflächenlasten eines Wellenelements

## 2.1.2 Rechenansatz

### 2.1.2.1 Virtuelle Verschiebung

Das Prinzip der virtuellen Verschiebung bezieht sich auf das Gleichgewicht zwischen äußerer und innerer Arbeit<sup>[24]</sup> (Gleichung(2.05)). Bei der äußeren Arbeit  $W_a$  handelt es sich um eine von außen aufgebrachte Kraft  $F$ , die auf das Bauteil wirkt und eine entsprechende virtuelle Verschiebung  $u$  verursacht. Diese ist auf ein finites Element anwendbar und gibt die fiktive Dehnung  $\varepsilon$  des Elementes wieder. Die innere Arbeit  $W_i$  beschreibt die Arbeit, die sich aus der im Bauteil vorhandenen Verschiebung ergibt. Diese Verschiebung kann somit als die Verschiebung der Knotenpunkte des aufgelegten Gitters interpretiert werden. Eine Verschiebung muss die Randbedingungen einhalten und grundsätzlich die Stoffeigenschaften durch den Verzerrungszustand (keine Überlappung von Gitterpunkten) und den Stoffzusammenhalt (Stetigkeit der Verschiebung) wiederspiegeln.

Ausgehend von den Grundgleichungen (2.02)-(2.04) für die Biegung einer Platte im eindimensionalen Fall wird die effektive (wahre) Längenänderung  $\Delta l$  über die virtuelle Verschiebung  $\Pi$  ermittelt. Die Belastung eines an der Wand fixierten Stabes kann somit als Parabel der virtuellen Verschiebung über die Auslenkung beschrieben werden.

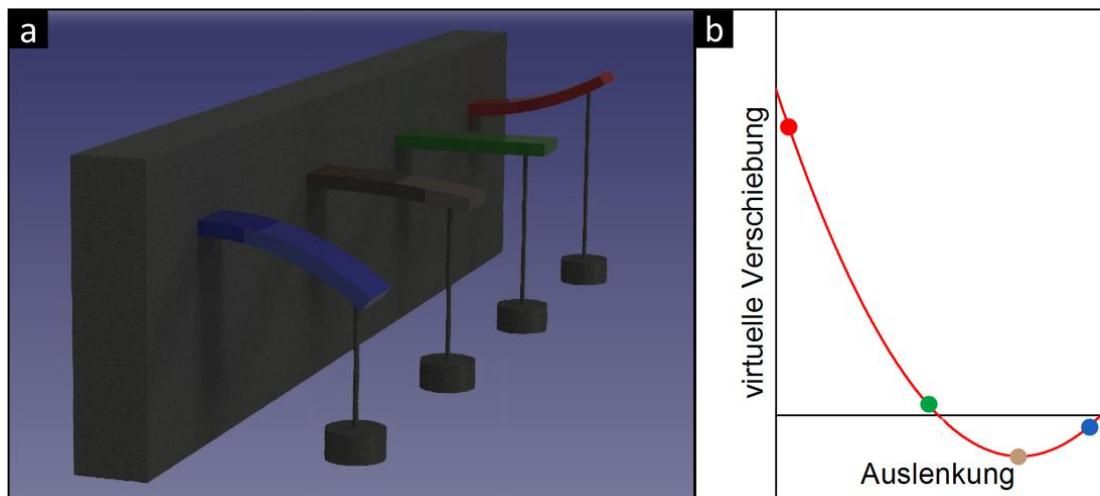


Abb. (2.03): Gleiche Belastung bei einer veränderlichen Auslenkung des belasteten Stabes mit der dazugehörigen Parabelfunktion der virtuellen Verschiebung bei entsprechender Auslenkung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{du}{dx} \quad (2.02)$$

$$\sigma = \varepsilon \bullet E = E \frac{du}{dx} \quad (2.03)$$

$$F = \sigma \bullet A \quad (2.04)$$

Die virtuelle Verschiebung ist als Differenz der inneren und äußeren Arbeit definiert<sup>[24]</sup>

$$\Pi = W_i - W_a. \quad (2.05)$$

Am Beispiel eines Stabes folgt für die virtuelle Verschiebung durch

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V (\sigma(u) \bullet \varepsilon(u) \bullet dV) - F \bullet u. \quad (2.06)$$

Durch das Einsetzen der Grundgleichungen (2.02) und (2.03) ergibt sich für die virtuelle Verschiebung

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \left( \frac{\Delta l}{l} E \frac{\Delta l}{l} dV \right) - F \bullet \Delta l. \quad (2.07)$$

Da im eindimensionalen Fall

$$dV = A \bullet dx \quad (2.08)$$

ist, gilt

$$\Pi = \frac{1}{2} A \bullet E \frac{\Delta l^2}{l^2} \int_0^l dx - F \bullet \Delta l. \quad (2.09)$$

Durch Integration ergibt sich folgende Funktionsgleichung ist die virtuelle Verschiebung

$$\Pi = \frac{1}{2} \bullet \frac{A \bullet E}{l} \Delta l^2 - F \bullet \Delta l. \quad (2.10)$$

Sie beschreibt eine Parabel, die von der effektiven Längenänderung  $\Delta l$  abhängt (vergl. Abb. (2.03)). Der stationäre Wert der Dehnung ist somit durch das Minimum der virtuellen Verschiebung festgelegt und berechnet sich durch das Nullsetzen der Ableitung

$$\frac{d\Pi}{d\Delta l} = \frac{A \cdot E \cdot \Delta l}{l} - F = 0. \quad (2.11)$$

Die wahre Längenänderung ergibt sich demnach aus

$$\Delta l = u(l) = \frac{F \cdot l}{A \cdot E}. \quad (2.12)$$

### 2.1.2.2 Das RITZ'sche Verfahren

Unter Zuhilfenahme eines Stabmodells wird eine Ansatzfunktion ermittelt, welche den linearen Zusammenhang der Verschiebung mathematisch ausdrückt<sup>[25]</sup>

$$u(x) = a_2 x + a_1. \quad (2.13)$$

Im Grenzfall, bei dem eine Seite des Stabs fest mit der Wand verbunden ist und somit keine Dehnung aufweisen kann, wird ebenfalls keine Verschiebung stattfinden, somit ist

$$u(x = 0) = 0 \Rightarrow a_1 = 0. \quad (2.14)$$

Durch Einsetzen der Randbedingung (2.14) in Gleichung (2.13) und deren Überführung in Form der äußeren Arbeit, entsteht folgende Beziehung:

$$u = a_2 \cdot x \Rightarrow W_a = F \cdot a_2 \cdot x \quad (2.15)$$

Die äußere Arbeit kann somit in Gleichung (2.05) ersetzt werden. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Dehnung als Ableitung der Verschiebung und somit auch der Ansatzfunktion beschrieben werden kann, ist

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = \frac{d(a_2 x)}{dx} = a_2. \quad (2.16)$$

Somit ergibt sich für die virtuelle Verschiebung

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V a_2 \bullet E \bullet a_2 \bullet dV - F \bullet a_2 \bullet x. \quad (2.17)$$

Im eindimensionalen Fall erfolgt die Integration über die Länge des Stabs

$$\Pi = \frac{1}{2} A \bullet E \bullet a_2^2 \int_0^l dx - F \bullet a_2 \bullet l = \frac{1}{2} \bullet A \bullet E \bullet a_2^2 - F \bullet l \bullet a_2. \quad (2.18)$$

Gleichung (2.18) beschreibt somit eine Parabel, die nun nicht mehr von der Verschiebung  $u$  abhängig ist, sondern vom Parameter  $a_2$ . Im Gleichgewicht besitzt der Stab ein Minimum an potentieller Energie, wodurch die Steigung der Ableitung Null wird (vergl. Abb. (2.03))

$$\frac{d\Pi}{da_2} = 0 = A \bullet E \bullet l \bullet a_2 - F \bullet l \Rightarrow a_2 = \frac{F}{A \bullet E}. \quad (2.19)$$

Eingesetzt in die Ansatzfunktion (2.13) ist die Verschiebung definiert als

$$u(x) = \frac{F \bullet x}{A \bullet E}. \quad (2.20)$$

Dies Ergebnis ist identisch mit der Längenänderung durch die virtuelle Verschiebung, da

$$u(x) = u(l) \Rightarrow \frac{F \bullet x}{A \bullet E} = \frac{F \bullet l}{A \bullet E} \quad (2.21)$$

Durch das Verfahren nach *Ritz* ist es möglich eine einfache Geometrie, wie in diesem Fall eines Stabs, durch eine Ansatzfunktion näherungsweise zu beschreiben. Je komplexer die Geometrie des Grundkörpers ist, desto schwieriger ist es jedoch eine Ansatzfunktion zu finden und diese mathematisch zu lösen.

### 2.1.3 Wahl der Ansatzfunktion

Die Wahl der Ansatzfunktion der Elemente ist für die Berechnung des gesamten Bauteils wichtig. Um eine exakte mathematische Beschreibung des Bauteils zu generieren, müssen bestimmte Regeln eingehalten werden<sup>[25]</sup>.

1. Die Ansatzfunktion darf bei einer starren Bewegung eines Körpers keine Verzerrungen oder Spannungen erzeugen<sup>[25]</sup>.

Das entsprechende Element erfährt keine von außen zugeführte Kraft, sondern ändert nur seine Position durch Verschiebung, Translation und Drehung.

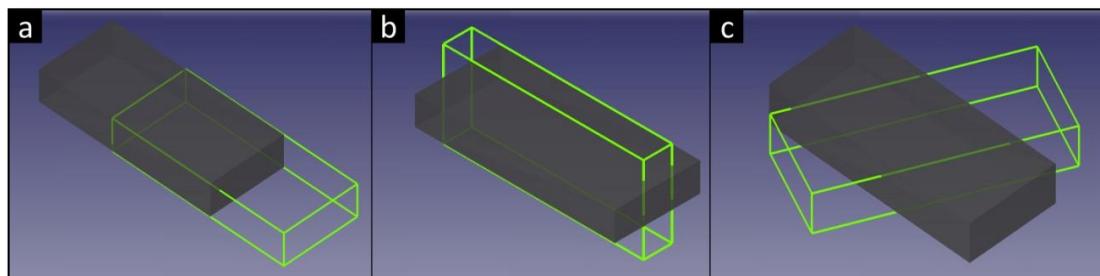


Abb. (2.04): Arten der starren Bewegung eines Körpers

- a) Verschiebung
- b) Translation
- c) Drehung

In einem Beispiel wird ein Stab, der auf einer Seite fixiert ist hier in fünf „finite“ Elemente unterteilt und erfahren eine Kraft zwischen dem 3. Und 4. Elements (Abb. (2.05)).

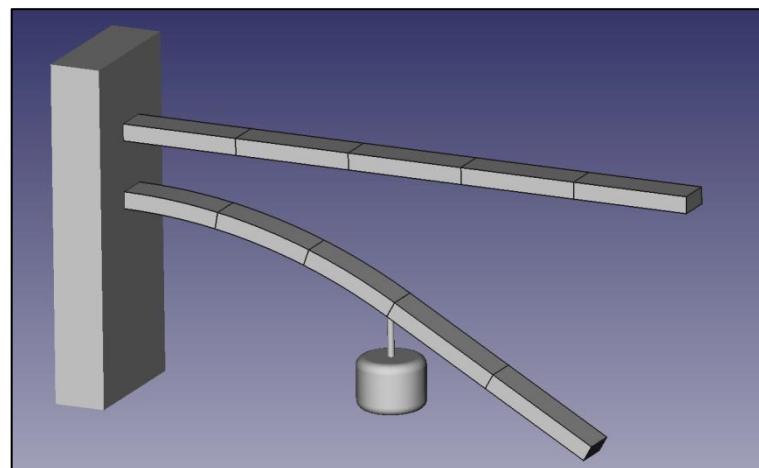


Abb. (2.05): Belastung eines Stabes durch eine Kraft zwischen den Elementen 3 und 4

Durch die angreifende Kraft erfährt das Werkstück eine Belastung, welche durch die Auslenkung bemerkbar wird. Diese wirkt jedoch nur auf Elemente, die zwischen dem Auflagepunkt der Kraft und einem Fixpunkt, hier die Wand, liegen. Hierdurch wird eine Dehnung erzeugt, welche durch die dazwischen liegenden Elemente kompensiert werden muss. Die Elemente 4 und 5 werden keiner Dehnung ausgesetzt, wodurch sie ausschließlich eine starre Bewegung vollführen.

2. Eine Stetigkeit der Ansatzfunktion muss gegeben sein, sobald mehrere Elemente desselben Ansatztyps verbunden sind<sup>[25]</sup>.

Abbildung (2.06) zeigt eine genauere Betrachtung zwischen zwei benachbarten Elementen. Hierbei wirkt eine Kraft auf das Ende des zweiten Elementes. Durch die Stetigkeit der Ansatzfunktion darf der Knotenpunkt nicht auseinander driften. Um dieses zu verhindern müssen beide Elemente die gleiche Dehnung aufweisen, wodurch die saubere Verbindung (Flächenschluss) der Elemente erhalten bleibt.

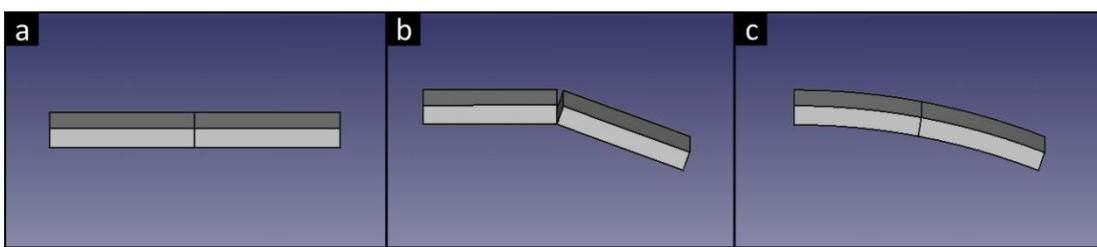


Abb. (2.06): Stetigkeit der Elemente beim Aufbringen einer Kraft

- a) Ausgangsposition
- b) falsch Darstellung, da kein sauberer Kraftschluss zwischen den Elementen vorliegt
- c) richtige Darstellung, mit einem sauberen Kraftschluss der Elemente

3. Eine Ansatzfunktion sollte bei gleichbleibendem E-Modul Konstantglieder erhalten<sup>[25]</sup>.

Wird ein großes Element mit einer Kraft belastet, tritt eine Verzerrung über das gesamte Element auf. Wird dieses Element in mehrere kleinere Elemente zerlegt, nähert sich die Verzerrung einem Grenzwert an. Um Konstantglieder zu erhalten, sollten die Geometrie und die Belastung der Elemente einander entsprechen. In der Abbildung (2.05) sind die Elemente 1, 2 und 3 Konstantglieder, da die Dehnung der einzelnen Elemente identisch ist. Jeder beliebig komplexe Zustand einer Verzerrung ist somit darstellbar wodurch die Genauigkeit der Berechnung ausschließlich von der Anzahl der Elemente abhängig ist.

## 2.1.4 Grundelement

Um eine Ansatzfunktion für ein Element zu generieren, ist es zwingend notwendig, dass entsprechende Bauteil in einzelne Segmente zu unterteilen. Hierbei gib es eine Vielzahl von unterschiedlichen Elementtypen, die in spezielle Gruppen eingegliedert werden können<sup>[26]</sup>;

- Strukturelement: Elemente zur Festigkeitsuntersuchung für statische sowie dynamische Probleme
- Thermische Elemente: für zeitabhängige Wärmeleitung
- Fluid – Elemente: Analyse von geschlossenen Fluidsystemen
- Multi – Field – Elemente: Einbindung physikalischer Prozesse
- Spezialelemente: Verhalten abhängig vom Berechnungstyp

Auch die Elementart kann unterteilt werden. Je nach Geometrie des zu untersuchenden Bauteils ist eine Generierung der Elemente in verschiedenen Raumrichtungen möglich. Ausgehend von knotengebundenen konzentrierten Massenelementen, können im eindimensionalen Raum Stab-, Balken- oder Rohrelemente erzeugt werden. Wird eine zweidimensionale Struktur benötigt, werden Schalen-, Platten- oder Scheibenelemente für die Netzgenerierung benötigt. Volumenelemente bilden die letzte Gruppe der generierten Netzgeometrie, die in der Finite-Elemente-Methode Anwendung findet und den drei dimensionalen Raum ausfüllt<sup>[26]</sup>.

Jedes Element besitzt eine Geometrie, welche durch die Knotenpunkte begrenzt ist (Abb. (2.07)). Diese Knoten ( $b_1, b_2, b_3$ ) können im zweidimensionalen Fall durch Koordinaten  $x$  und  $y$  exakt beschrieben werden<sup>[25]</sup>, wodurch sich ein linearer Zusammenhang zwischen der Verschiebung und den Koordinaten ergibt. Um eine Optimierung der Elemente durchzuführen, können weitere Knotenpunkte, die Mittelknoten ( $b_{12}, b_{13}, b_{23}$ ), hinzugefügt werden<sup>[25]</sup>. Diese befinden sich auf den Elementkanten und können diese bogenförmig darstellen. Die Ansatzfunktion der Mittelknoten ist jedoch eine quadratische Funktion, wodurch sie nicht mit den Knotenpunkten (lineare Funktion) kombinierbar sind. Eine weitere Optimierung der Elemente ist durch einen Knoten ( $b_{123}$ ) auf der Flächenmitte gegeben<sup>[25]</sup>, um ein gewölbtes Schalenelement dreidimensional darzustellen. Die exakte mathematische Beschreibung der Knotenpunkte wird im nachfolgen Abschnitt genauer betrachtet, wobei sich die weitere Berechnung in dem Kapitel ausschließlich auf die linearen Knotenpunkte beschränkt.

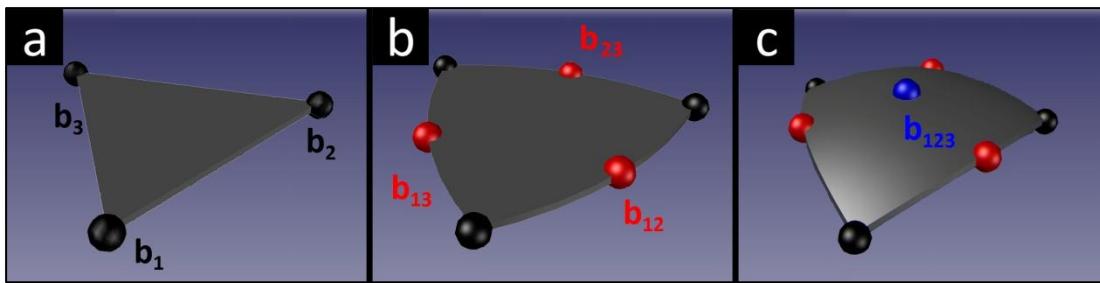


Abb. (2.07): Knotenpunkte und deren mögliche Positionierung für die Flächengeometrie  
(Knotenpunkte  $(b_1, b_2, b_3)$ ; Mittelpunkte  $(b_{12}, b_{13}, b_{23})$ ;  
Flächenmittelpunkte  $(b_{123})$ )

### 2.1.4.1 Beispielberechnung Dreieck (2D-Element)

Ausgehend von einem beliebigen Dreieck, lautet die Ansatzfunktion einer kinematisch zulässigen Verschiebung<sup>[27]</sup>

$$u_x = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (2.22)$$

$$u_y = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad (2.23)$$

und kann in Form einer Matrix wie folgt dargestellt werden.

$$\begin{pmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Als Vektor der gesamten Verschiebung aller Punkte  $\underline{u}$  wird folgender Ausdruck vereinfacht und nach dem Vektor der Ansatzkoeffizienten umgestellt.

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix} = \underline{\underline{M}} \underline{\alpha} \Rightarrow \underline{\alpha} = \underline{\underline{M}}^{-1} \bullet \underline{u} \quad (2.25)$$

Um die unbekannten Koeffizienten  $\alpha_i$  durch die Knotenpunktverschiebung  $u_{xi}, u_{yi}$  auszudrücken, wird die Gleichung (2.25) eingesetzt. Dabei wird die Matrix  $\underline{\underline{M}}$  mit der inversen Matrix  $\underline{\underline{M}}^{-1}$  zur Formfunktion  $\underline{\underline{N}}(x, y)$  zusammengefasst, die den Zusammenhang der gesamten Verschiebung  $\underline{u}$  an den Knotenpunkten des Elementes zum gesamten Verschiebungsfeld  $\underline{u}(x, y)$  wiedergibt<sup>[27]</sup>.

$$\underline{u}(x, y) = \underline{\underline{M}}(x, y) \cdot \underline{\alpha} = \underline{\underline{M}}(x, y) \cdot \underline{\underline{M}}^{-1} \cdot \underline{u} = \underline{\underline{N}}(x, y) \cdot \underline{u} \quad (2.26)$$

Für die Knotenpunktverschiebungen aller Knoten zum Verschiebungsfeld des Elementes ergibt sich folgender Zusammenhang.

$$\begin{pmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{N}}_1 & \underline{\underline{N}}_2 & \underline{\underline{N}}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Unter Berücksichtigung der Verschiebungsrichtung mit  $u_x(x, y)$  und  $u_y(x, y)$  jedes Knotens folgt beispielhaft

$$\begin{pmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Somit kann die Formfunktion  $N_i$  als Verhältnis der Ansatzfunktion zur gesamten Elementfläche dargestellt und mathematisch wie folgt beschrieben werden.

$$N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2 * A_\Delta} = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{\sum_{i=1}^3 a_i + b_i x + c_i y} \quad (2.29)$$

Die Knotenpunktkoeffizienten  $(a_i, b_i, c_i)$  stehen mit den Faktoren der Ansatzfunktion in folgendem Verhältnis

$$\begin{array}{l} a_i = x_j y_k - x_k y_j \\ b_i = y_j - y_k \\ c_i = x_k - x_j \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{array} \right. \quad (2.30)$$

### 2.1.4.1.1 Kinematische Verträglichkeit

Die kinematische Verträglichkeit spiegelt die Beziehung der Verzerrung zur effektiven Verschiebung wieder. Dabei ist die Dehnung als Vektor wie folgt definiert<sup>[27]</sup>

$$\underline{\varepsilon}(x, y) = \underline{\underline{D}} \bullet \underline{u}(x, y) = \underline{\underline{D}} \bullet \underline{\underline{N}} \bullet \underline{u} = \underline{\underline{B}} \bullet \underline{u} \quad (2.31)$$

Die Dehnungsrichtung ist das Produkt des Betrags der Verschiebung  $u_{x,i}, u_{y,i}$  und der Ableitung der Formfunktion  $N_i$  des entsprechenden Knotenpunkts über die entsprechende Verschiebungsrichtung<sup>[27]</sup>.

$$\underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Durch die Ableitung werden ausschließlich die richtungsabhängigen Faktoren der Ansatzfunktion berücksichtigt, welche durch eine B-Matrix einfach dargestellt werden kann.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(x, y) \\ \varepsilon_{yy}(x, y) \\ \gamma_{xy}(x, y) \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot A_\Delta} \begin{pmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} = \underline{\underline{B}} \begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Durch Auflösen ergibt sich das allgemeingültige Materialgesetz nach *Hook*<sup>[27]</sup>

$$\underline{\sigma}(x, y) = \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\varepsilon}(x, y) = \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\underline{B}} \bullet \underline{u}. \quad (2.34)$$

#### 2.1.4.1.2 Statische Verträglichkeit

Hierbei handelt es sich um Einhaltung der Bedingung, wobei die Differenz der inneren und äußeren Arbeit die virtuelle Verschiebung ergibt. Durch bestimmen des Minimum der Funktion kann das energetisch günstigste elastische Gesamtpotential bestimmt werden. Durch Einsetzen der inneren und äußeren Arbeit sowie dem Null setzen der ersten Ableitung der virtuellen Verschiebung entsteht folgender Zusammenhang<sup>[27]</sup>.

$$\Pi = W_i - W_a \rightarrow \text{Min.} \quad (2.35)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \underline{\varepsilon}^T(x, y) \bullet \underline{\sigma}(x, y) dV - \underline{u}^T \underline{f} \Rightarrow \frac{1}{2} \int_V \underline{u}^T \bullet \underline{\underline{B}}^T \bullet \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\underline{B}} \bullet \underline{u} dV - \underline{u}^T \underline{f} \quad (2.36)$$

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \bullet \underline{u}^T \left\{ \int_V \underline{\underline{B}}^T \bullet \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\underline{B}} dV \right\} \underline{u} - \underline{u}^T \bullet \underline{f} \Rightarrow \text{Min.} \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0 = \left\{ \int_V \underline{\underline{B}}^T \bullet \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\underline{B}} dV \right\} \underline{u} - \underline{f} \quad (2.38)$$

Unter den Bedingungen (2.39) und (2.40),

$$\underline{f} = \underline{\underline{k}} \bullet \underline{u} \quad (2.39) \quad \underline{\underline{k}} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \bullet \underline{\underline{E}} \bullet \underline{\underline{B}} \bullet dV \quad (2.40)$$

kann die Elementsteifigkeit, die als

$$\underline{f}^{(i)} = \underline{\underline{k}}^{(i)} \bullet \underline{u}^{(i)} \quad (2.41)$$

gegeben ist, wie folgt beschrieben werden<sup>[27]</sup>.

$$\underline{\underline{k}}^{(i)} = \int_V \underline{\underline{B}}^{(i)T} \bullet \underline{\underline{E}}^{(i)} \bullet \underline{\underline{B}}^{(i)} \bullet dV^{(i)} \quad (2.42)$$

## 2.2 Dehnungsmessstreifen

### 2.2.1 Grundlagen

In der Messtechnik können minimale Längenänderungen mit sogenannten Dehnungsmessstreifen nachgewiesen werden<sup>[28]</sup>. Jede Deformation eines Leiters verursacht eine Änderung des elektrischen Widerstands. Diese Änderung führt zu einer Spannungsdifferenz in einer *WHEATSTON'SCHEN*-Brückenschaltung, welche über ein Messgerät ausgelesen wird.

### 2.2.2 Aufbau eines Dehnungsmessstreifens (DMS)

Der Dehnungsmessstreifen besitzt eine Trägerfolie aus Kunststoff, worauf ein dünner, in Buchten gelegter Draht appliziert ist. Dieses Messgitter besteht meistens aus Konstantan oder einer Nickel-Chrom-Legierung, wobei auch andere Halbleiterkombinationen möglich, aber eher selten sind<sup>[28]</sup>. Eine Kraft, die parallel zum Messgitter aufgebracht wird, erzeugt eine Längenänderung des Messgitters wodurch eine Widerstandserhöhung erfolgt. Wirkt die gleiche Kraft allerdings tangential zur Messgitteranordnung, so führt dieses zu einer Torsion des Dehnungsmessstreifens, wodurch die Änderung des Innenwiderstands geringer ausfällt.

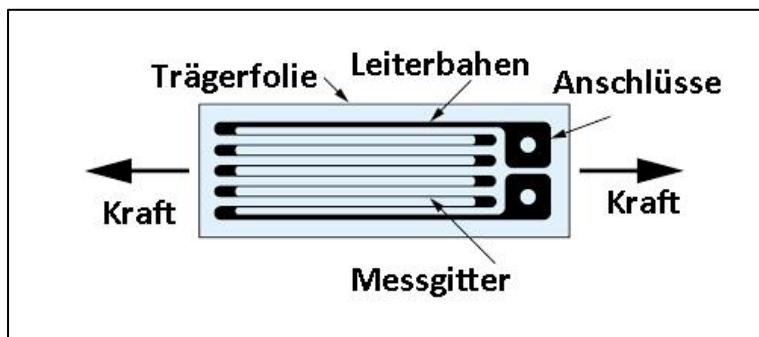


Abb. (2.08): Aufbau eines Dehnungsmessstreifens

### 2.2.3 Messprinzip

Allgemein kann der Widerstand eines Drahtes durch folgende Gleichung berechnet werden<sup>[29]</sup>

$$R = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot r^2}. \quad (2.43)$$

Eine Änderung des Widerstandes  $R$  ergibt sich aus der jeweiligen Veränderung der Länge  $\Delta l$ , des Querschnitts des Drahtes  $\Delta r$  und oder der Dichte  $\Delta \rho$  mit

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial R}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial R}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial R}{\partial r} \Delta r \right). \quad (2.44)$$

Mit Hilfe der Mikrodehnung<sup>[28]</sup>

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.45)$$

und dem materialspezifischen Zusammenhang zwischen Quer- und Längs-dehnung<sup>[28]</sup>

$$\mu = \frac{-\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta l}{l}} \quad (2.46)$$

ergibt sich aus den Gleichungen (2.44), (2.45) und (2.46)

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{2 \Delta r}{r} = \left[ \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\varepsilon} + 1 + 2\mu \right] \varepsilon \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon. \quad (2.47)$$

Da der k-Faktor im verwendeten (elastischen) Materialbereich annähernd als konstant angenommen werden kann, ist die Widerstandsänderung proportional zur Dehnung. Die elektrische Widerstandsänderung ist somit auf zwei Ursachen zurück zuführen<sup>[28]</sup>.

1. Änderung der Leitergeometrie

Wird ein Draht gezogen, so verlängert sich dieser und der Querschnitt nimmt ab<sup>[28]</sup>.

2. Änderung der Leitfähigkeit des Materials

Durch die mechanische Beanspruchung deformiert sich das Metallgitter und die Beweglichkeit der freien Ladungsträger verringert sich. Die Leitfähigkeit nimmt ab. (Piezoresistiver Effekt)<sup>[28]</sup>

### 2.2.3.1 Brückenschaltung

Der in Gleichung (2.47) beschriebene k-Faktor besitzt in den üblich eingesetzten Dehnungsmessstreifen einen Wert von etwa zwei<sup>[28]</sup>. Dies würde bei einer Dehnung von  $1,5 \cdot 10^{-2} \%$  eine Widerstandsänderung von  $3 \cdot 10^{-2} \%$  ausmachen. Da die Widerstandsänderung proportional zur Ausgangsspannung ist, erhöht sich eine anliegende Spannung von 10000 mV auf 10030 mV. Dieser Spannungsunterschied ist in der Praxis zwar messbar, aber für die praktische Umsetzung nicht ausreichend<sup>[28]</sup>. Deshalb wird der Dehnungsmessstreifen in eine Anordnung von drei weiteren Widerständen zu einer *WHEATSTONE`SCHEN*-Brückenschaltung eingebunden<sup>[30]</sup>.

#### 2.2.3.1.1 *WHEATSTONE`SCHEN*-Brückenschaltung

Hierbei handelt es sich um eine parallele Anordnung von jeweils zwei in Reihe geschalteten Widerständen, die über eine Spannungsquelle versorgt werden. Dabei kann ein Festwiderstand ( $R_1$ ) durch einen variablen Widerstand, in diesem Fall einen Dehnungsmessstreifen (DMS) ersetzt werden. Durch Belastung verändert dieser seinen Innenwiderstand und verursacht so eine Spannungsdifferenz, die über ein Voltmeter gemessen wird<sup>[30]</sup>.

Unter Zuhilfenahme des *OHM`SCHEN*-Gesetzes erfolgt in einer *WHEATSTONESCHEN* – Brückenschaltung die Berechnung durch Gleichung (2.48) und (2.49).

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2.48)$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{R_4}{R_3} \quad (2.49)$$

Für die Speisespannung  $U_s$  gilt laut der Maschenregel.

$$U_s = U_1 + U_2 \quad (2.50)$$

$$U_s = U_3 + U_4 \quad (2.51)$$

Durch das Einsetzen der Gleichung (2.48) in (2.50) sowie (2.49) in (2.51) und erweitern mit  $R_1$  bzw  $R_3$  resultiert

$$\frac{U_s}{(R_1 + R_2)} = \frac{U_1}{R_1} \quad (2.52)$$

$$\frac{U_s}{(R_3 + R_4)} = \frac{U_4}{R_4}. \quad (2.53)$$

Desweiteren folgt aus der Differenzspannung

$$U_d = U_1 - U_4 \quad (2.54)$$

unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.52) und (2.53)

$$\frac{U_d}{U_s} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} - \frac{R_4}{(R_3 + R_4)}. \quad (2.55)$$

Wird in der Brückenschaltung ein Widerstand durch einen regelbaren Widerstand bzw. einen Dehnungsmessstreifen ersetzt, gilt

$$R_1 = R + \Delta R \quad (2.56)$$

sowie

$$R = R_2 = R_3 = R_4. \quad (2.57)$$

Dieser Ansatz wird mit Gleichung (2.55) kombiniert und auf einen gemeinsamen Nenner erweitert

$$\frac{U_d}{U_s} = \frac{R + \Delta R}{2 \cdot R + \Delta R} - \frac{1}{2} = \frac{\Delta R}{4 \cdot R + 2 \cdot \Delta R}. \quad (2.58)$$

Durch Umformen berechnet sich die Widerstandsdifferenz aus

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{4 \cdot U_s}{U_d} \left( 1 + \frac{2 \cdot \Delta R}{R} \right). \quad (2.59)$$

Wird der lineare Term vernachlässigt und werden die Gleichungen (2.47) und (2.59) kombiniert, so kann die Dehnung nach Gleichung (2.60) ermittelt werden<sup>[30]</sup>

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot U_d}{U_s \cdot k}. \quad (2.60)$$

Hierbei handelt es sich lediglich um eine Schaltung für nur einen veränderbaren Widerstand (Dehnungsmessstreifen). Nun ist es auch möglich mehrere veränderbare Widerstände aufzubringen. Hierzu wird die Gleichung (2.60) um den Brückenfaktor  $B$  ergänzt. In der Abbildung (2.09) wird diese bei jeder Schaltung mit angegeben. Ebenfalls kann die Gleichung (2.60) durch einen Verstärkungsfaktor  $V$  erweitert werden, der abhängig vom verwendeten Messverstärker ist<sup>[31]</sup>

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot U_d}{U_s \cdot k \cdot B \cdot V}. \quad (2.61)$$

Ein entscheidender Vorteil des Aufbringens eines zweiten oder sogar noch weiteren Dehnungsmessstreifens ist die Eliminierung von temperaturbedingten Längenänderungen. In den Halbbrücken 1 werden die Dehnungsmessstreifen gegenüberliegend angebracht und im Schaltbild in Reihe geschaltet (Abb. (2.09)). Bei Belastung des Werkstückes mit einer gerichteten Kraft von oben, wird der Dehnungsmessstreifen  $R_1$  verlängert ( $R_1 + \Delta R$ ) und  $R_2$  verkürzt ( $R_2 - \Delta R$ ). Wird dieses Verhalten in Gleichung (2.58) berücksichtigt, erfolgt eine Widerstandsänderung von  $2 \cdot \Delta R$ . Da zwei Dehnungsmessstreifen appliziert sind, wird die eigentliche Dehnung doppelt gemessen. Abhilfe schafft der in Abbildung (2.09) und Gleichung (2.61) eingefügte Brückenfaktor, der als Korrekturterm fungiert und die doppelt gemessene Widerstandsänderung eliminiert. Verändert das Werkstück die Temperatur beim Messvorgang, werden die beiden Dehnungsmessstreifen gleichermaßen gedehnt. Wird nur die temperaturbedingte Änderung des Widerstands gemessen, addiert sich die Widerstandsänderung  $\Delta R$  auf beiden Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ . Durch das Einsetzen in Gleichung (2.58), kompensiert sich die Widerstandsänderungen und somit auch die temperaturbedingte Längenänderung des Dehnungsmessstreifens.

Art	Schaltkreis	Applikation	Faktor
Viertelbrücke			1
Halbbrücke 1			2
Halbbrücke 2			2
Vollbrücke			4

Abb. (2.09): Schaltplan und Aufbringung der Dehnungsmessstreifen sowie die Angabe des Brückenfaktors

## 2.2.4 Applikation von Dehnungsmessstreifen

Um korrekte Messwerte zu ermitteln, ist die Verbindung zwischen Dehnungsmessstreifen und dem zu untersuchenden Werkstück von großer Bedeutung<sup>[32]</sup>. Nur bei einer unmittelbaren Verbindung zwischen diesen wird jede Bewegung des Werkstücks auf den Dehnungsmessstreifen übertragen und kann elektronisch erfasst werden. In den folgenden Punkten werden die einzelnen Schritte genauer erläutert.

➤ **Festlegen der Messstelle<sup>[28]</sup>**

Um eine aussagekräftige Dehnung zu ermitteln, sollte das Werkstück mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode und den vorherrschenden Kräften vorab berechnet werden. Dadurch kann die genaue Position und Applizierungsrichtung des Dehnungsmessstreifens ermittelt werden. Dieser sollte, wenn möglich direkt auf dem Werkstück appliziert, oder wie in dieser Arbeit gezeigt, durch eine gefräste Mulde in das Werkstück eingebracht werden. Jedoch führt das Fräsen zum Verlust von Material und somit zur Schwächung des Werkstücks. Ebenfalls ist auf eine richtige Kabelführung und Lötstellenplatzierung zu achten, da bei unterschiedlichen Kabellängen und -dicken der Eigenwiderstand in die Messung einfließt.

➤ **Vorbereiten der Messstelle<sup>[28]</sup>**

Eine sorgfältige Reinigung der entsprechenden Stelle ist wichtig für die gute Verbindung des Dehnungsmessstreifen zum Werkstück. Hierzu wird die Stelle mechanisch grob vorgereinigt und mit Hilfe von Lösemitteln einer nachträglichen Reinigung unterzogen. Im Nachfolgenden ist das Aufrauen der Stelle mittels Sandstrahlen hilfreich um den Untergrund für den nachfolgenden Klebevorgang vorzubereiten.

➤ **Kleben<sup>[28]</sup>**

Beim Aufbringen sollte die Verbindung mit einem vom Hersteller empfohlenen Klebstoff durchgeführt werden. Dabei kann eine grobe Einteilung in heiß- und kalthärtende Klebstoffe erfolgen, welches weiter in ein- oder zwei-komponenten Klebstoffe unterteilt werden kann. Grundsätzlich empfiehlt es sich heißhärtende Klebstoffe zu verwenden, da dort die besseren Messeigenschaften im Aufnehmerbau entscheidend sind. Kalthärtende Klebstoffe besitzen durch die schnelle und leichte Verarbeitung Vorteile in der Spannungsanalyse.

➤ **Verdrahtung<sup>[28]</sup>**

Zum Verbinden der Dehnungsmessstreifen wird ein 0,2 mm starker Kupferdraht verwendet. Dieser sollte bei niedrigen Temperaturen (unter 350°C) verlötet werden, da sonst die Klebeverbindung des Dehnungsmessstreifens abgelöst werden kann. Auch auf eine gleichmäßige Kabelführung ist zu achten, da je nach Länge des Kupferdrahtes ein anderer Innenwiderstand vorliegt und dieses bei der Auswertung zu statistischen Fehlern führt.

➤ **Messstellenabdeckung<sup>[28]</sup>**

Zum Schutz vor mechanischer Einwirkung wird eine kleine Metallplatte aufgebracht, die auch gegen alle, dem Isolationswiderstand herabsetzende äußere Einflüsse wie Feuchtigkeit, chemische und physikalische Einflüsse, Strahlung, etc. abschirmt. Durch das Aufbringen der Platten kommt es zu einem unerwünschten Kraftnebenschluss, der möglichst gering sein sollte. Daher wird die Abdeckung mit möglichst geringem Kraftaufwand und mit einer reibungsfreien Verbindung wie Kleben oder Schweißen aufgebracht.

## 2.2.5 Störquellen und Messgenauigkeit

Trotz der komplexen Applikation der Dehnungsmessstreifen ist diese Art der Dehnungsmessung eine der genauesten und einfachsten. Jedoch unterliegen die Messungen unterschiedlichsten Fehlern, die es gilt zu vermeiden. Grundsätzlich werden die Fehler anhand von fünf Quellen charakterisiert.

1. **Rückwirkung<sup>[28]</sup>**

Messfehler, die durch das mechanische Rückwirken zwischen Dehnungsmessstreifen und Werkstück entstehen, sind in den meisten Fällen vernachlässigbar. Sie sind im Allgemeinen sehr gering und beeinträchtigen die Messung kaum.

2. **Additive äußere Störung<sup>[28]</sup>**

Hierbei handelt es sich um Fehlerquellen, die durch äußere Einflüsse wie beispielsweise Temperatur-, Druck-, und Feuchtigkeitsänderungen in Erscheinung treten. Auch induktive Einstreuungen von Magnetfeldern gehören hierzu.

3. **Multiplikative äußere Störung<sup>[28]</sup>**

Fehler, die multiplikativ auf den Dehnungsmessstreifen wirken, sind häufig Temperaturreffekte, die beispielsweise eine Änderung des Elastizitätsmoduls verursachen.

4. Interne Störung<sup>[28]</sup>

Diese Fehler gehen vom Dehnungsmessstreifen an sich aus. Die geräteinternen Fehler verursachen eine Abweichung der realen von der idealen Kennlinie.

5. Ablesefehler<sup>[28]</sup>

Fehler dieser Art sind menschlich bedingt und können durch saubere und gewissenhafte Arbeitsweise häufig ganz verhindert werden. Fehler dieser Art beschränken sich auf das richtige Ablesen von Zahlen oder Parallaxefehler bei Zeigerinstrumenten, usw..

Abgesehen von den verschiedenen Störquellen ist die Genauigkeit nur durch die physikalischen Parameter des zu untersuchenden Werkstücks begrenzt<sup>[28]</sup>.

## 2.3 Messsubstanz: Silikonöl als Prototyp

Die chemische Industrie verwendet Extruder und Knetreaktoren zum Aufschmelzen und Mischen von Kunststoffgranulat, dass danach weiter verarbeitet werden kann. Der Energieeintrag erfolgt größtenteils über die mechanische Arbeit der Wellen<sup>[33]</sup>, wobei die anliegende Kraft durch die hohe Viskosität der Schmelze beachtlich ist. Um diese Kraft mit einer Vergleichssubstanz zu erzeugen, sollte deren Viskosität sowie das Fließverhalten bekannt und die Handhabung und Reinigung einfach sein. In vorrangingen Arbeiten, die sich mit dem Misch- und Entgasungsverhalten<sup>[15-17]</sup> in Knetreaktoren handelten, wurde dafür Silikonöl verwendet, welches nicht toxisch, chemisch inert, temperaturstabil und eine niedrige Oberflächenspannung besitzt<sup>[34]</sup>. Dieses ist in Benzol, Toluol und in aliphatischen Kohlenwasserstoffen löslich und beständig gegenüber schwachen Säuren und Base, Seifen und schwachen Oxidationsmittel<sup>[34]</sup>.

Das Silikonöl ist chemisch gesehen ein lineares Polydimethylsiloxan (PDMS) welches nach der „MÜLLER-ROCHOW-SYNTHESE“ hergestellt wird<sup>[35]</sup>. Dabei wird elementares Silizium mit Methylchlorid katalytisch und bei hohen Temperaturen zu diversen Methylchlorsilanen umgesetzt welche durch Hydrolyse zu Methylsiloxanen weiterreagieren<sup>[35]</sup>.

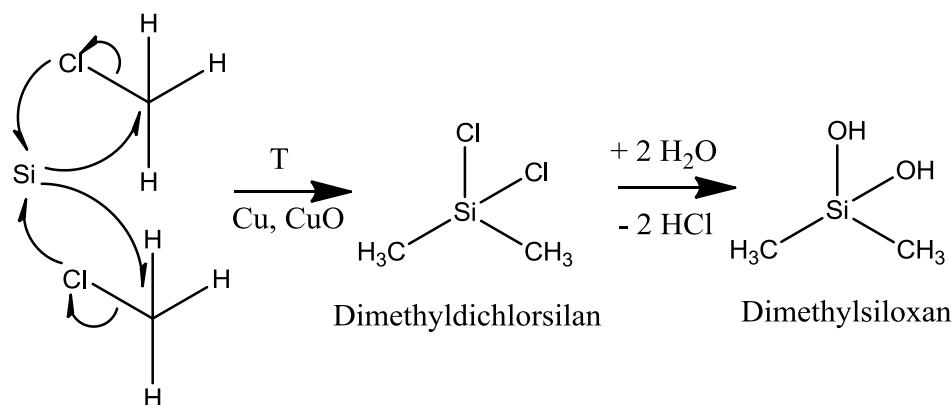


Abb. (2.10): Synthese von Methylsiloxan

Das entstandene Dimethylsiloxan polymerisiert unter katalytischen Bedingungen und bei hohen Temperaturen zum Endprodukt Polydimethylsiloxan (Abb. (2.11)). Der Polymerisationsgrad ist entscheidend für die Viskosität des Produktes und kann über die Temperatur und den Einsatz von diversen Katalysatoren beeinflusst werden<sup>[34]</sup>.

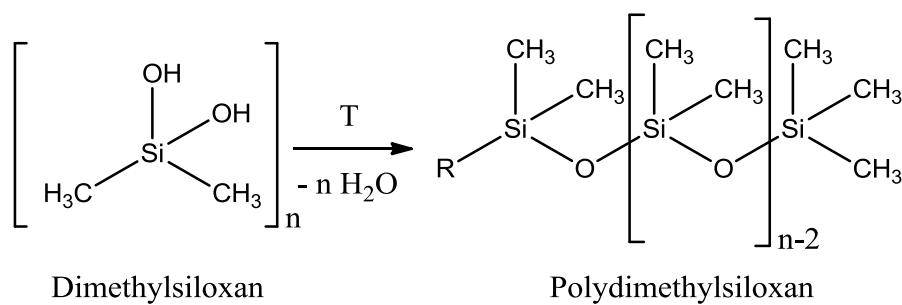


Abb. (2.11): Polymerisation von Methylsiloxan

## 2.4 Viskosität

Ein Fluid befindet sich zwischen zwei gleichgroßen Platten. Wird die obere Platte durch eine parallel auftretende Kraft bewegt entsteht eine gerichtete Reibung. Diese wird sich gleichmäßig auf die einzelnen Fluidschichten verteilen. Die anliegende Kraft an der oberen Platte ist proportional zur Geschwindigkeit  $v$  und der Fläche  $A$ , sowie antiproportional zum Abstand  $x$  der Platten (Abb. (2.12)). Die Proportionalitätskonstante ist dabei die dynamische Viskosität  $\eta^{[29]}$ .

$$F = \eta \frac{v \cdot A}{x} \quad (2.62)$$

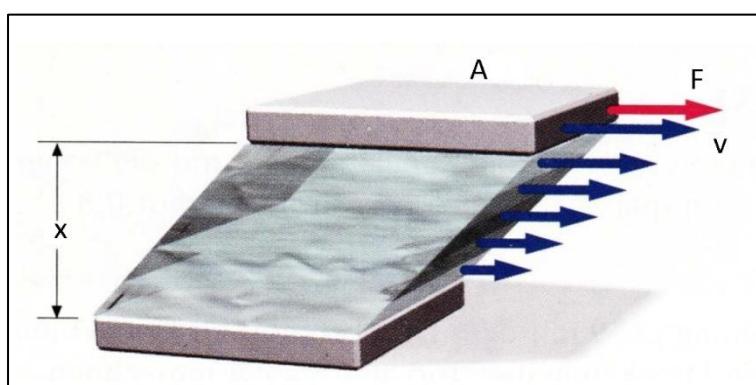


Abb. (2.12): Beschreibung der Viskosität über das zwei Platten Model<sup>[29]</sup>

Bei einem laminaren Strömungsprofil und keiner Änderungen von Temperatur und Druck kann ein einfaches newtonisches Viskositätsgesetz erarbeitet werden, wobei die kinematische Viskosität als Proportionalitätsfaktor zwischen Schubspannung  $\tau$  und Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$  dient<sup>[35]</sup>.

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (2.63)$$

Dabei gelten für die Schubspannung  $\tau$  und die Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$  folgende Zusammenhänge<sup>[29]</sup>.

$$\tau = \frac{F_t}{A} \quad (2.64)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dh} \quad (2.65)$$

Wird die Schubspannung in einem Diagramm gegenüber der Schergeschwindigkeit aufgetragen, können newtonische Fluide durch ihre konstante Viskosität als Gerade abgebildet werden. Fluide, bei denen sich die Viskosität mit unterschiedlicher Schergeschwindigkeit ändert, können ebenfalls in dem Diagramm eingetragen werden<sup>[29]</sup>. Auch kann die Viskosität in Abhängigkeit zur Schergeschwindigkeit aufgetragen werden, wie es in Abb. (2.13b) zu sehen ist.

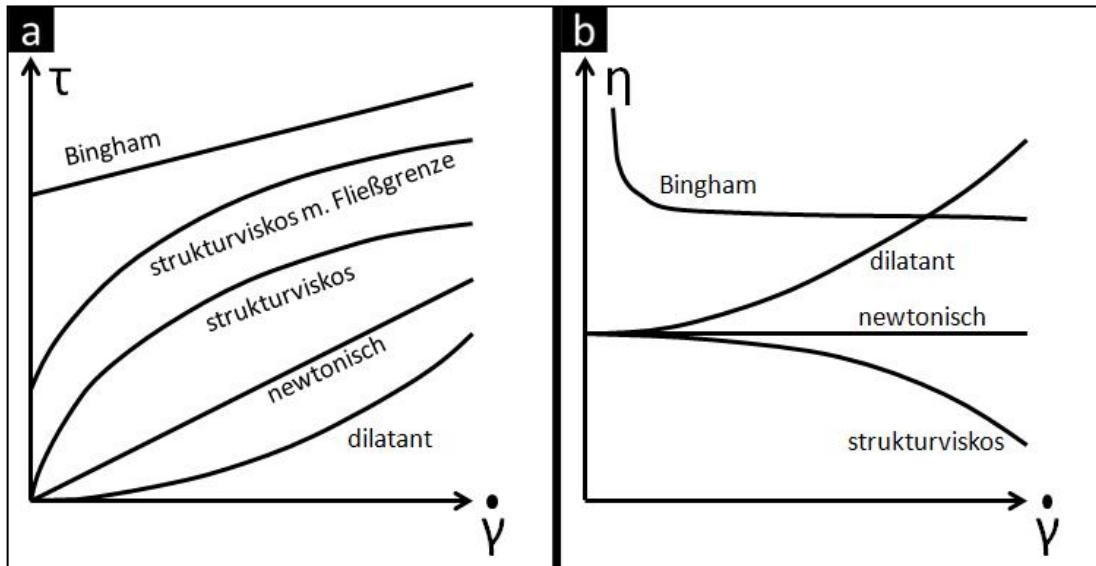


Abb. (2.13): a) Auftragung der Schubspannung gegenüber der Schergeschwindigkeit bei unterschiedlichen Fluide<sup>[36]</sup>  
b) Auftragung der Viskosität gegenüber der Schergeschwindigkeit der Fluide<sup>[36]</sup>

Wird ein newtonisches Fluid mit einer konstanten Schubspannung  $\tau$  über einen Zeitraum  $t$  belastet, ist eine lineare Deformation im Belastungszeitraum erkennbar. Nach anschließender Entlastung bleibt die Scherung  $\gamma$  bestehen (Abb. (2.14)). Dieses Verhalten gleicht einem Dämpfer, der in der Rheologie als Ersatzmodell dient und in der nachfolgenden Abbildung schematisch dargestellt ist<sup>[37]</sup>.

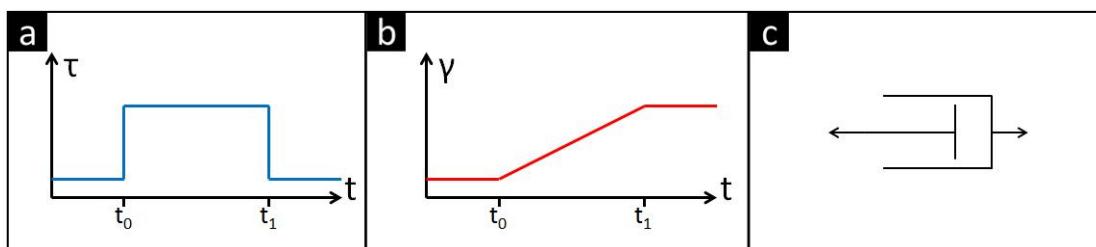


Abb. (2.14): a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit (blau)<sup>[36]</sup>  
b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit (rot)<sup>[36]</sup>  
c) Dämpfer als Ersatzbild für die Beschreibung newtonischer Fluide<sup>[36]</sup>

Analog zum newtonischen Fluid kann auch ein *Hook'scher* Festkörper, der als ideal elastischer Stoff gilt, dargestellt werden. Dieser Festkörper wird mit einer Kraft  $F$  zeitlich beaufschlagt. Die daraus resultierende Scherung  $\gamma$  ist proportional zur aufgebrachten Schubspannung  $\tau$ . Der Proportionalitätsfaktor ist dabei das Schubmodul, welches als  $G_H$  definiert ist.

$$\tau = G_H \cdot \gamma \quad (2.66)$$

Nach einer zeitlichen Belastung nimmt die Scherung des *Hook'schen* Körpers ihren Anfangswert ein. Dieser Verlauf ist in der Abb. (2.15) illustriert und kann mit dem rheologischen Ersatzmodell, der Feder dargestellt werden<sup>[37]</sup>.

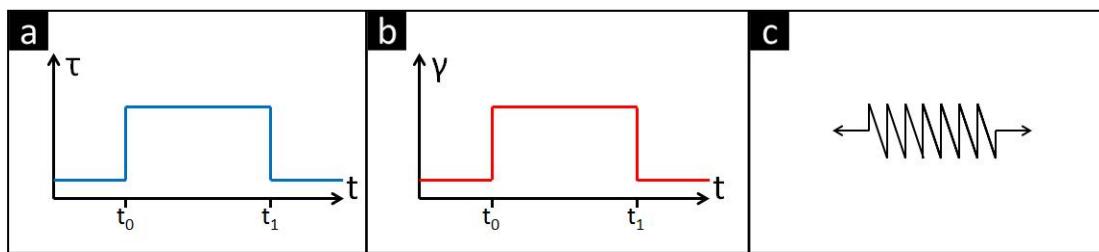


Abb. (2.15):  
a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit (blau)<sup>[36]</sup>  
b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit (rot)<sup>[36]</sup>  
c) Feder als Ersatzbild für die Beschreibung *Hook'scher* Körper<sup>[36]</sup>

Ein *ST-VENANT*-Körper, der als ideal plastischer Stoff dient, verhält sich als starrer Körper, wenn eine Schubspannung anliegt, die unterhalb der Grenzspannung  $\tau_G$  liegt.

<sup>[36]</sup> Wird die Schubspannung  $\tau$  weiter erhöht, tritt viskoses Fließen mit einer nicht definierten Geschwindigkeit ein. Solch ein Verhalten kann mit einem Reibglied als Ersatzmodell nachgestellt werden (Abb. (2.16)).

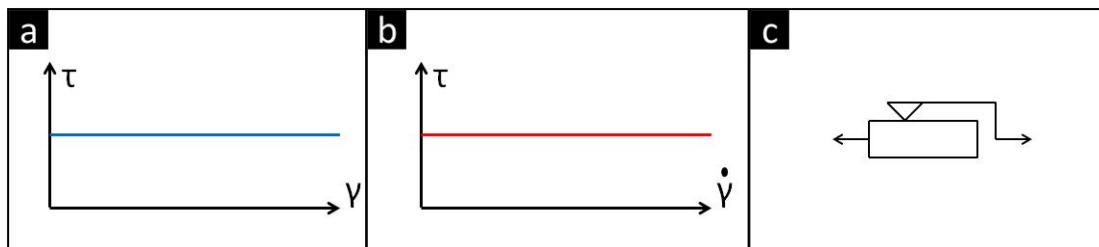


Abb. (2.16):  
a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber die Scherung (blau)<sup>[36]</sup>  
b) Antwortfunktion der Schubspannung über die Schergeschwindigkeit (rot)<sup>[36]</sup>  
c) Reibglied als Ersatzbild für die Beschreibung von Stoffen mit Fließgrenzen<sup>[36]</sup>

Aus diesen drei Ersatzmodellen können nun die beliebigen Verhaltensweisen der Fluide mathematisch dargestellt werden. Dabei können die Modelle in jeglicher Form miteinander kombiniert werden und durch eine Reihen-, Parallelschaltung oder einer Kombination beider dargestellt werden. Bekannte Ersatzmodelle sind das Maxwell- und Burger-Modell, welche das viskoelastische Verformungsverhalten von Polymeren besonders gut darstellen kann<sup>[37]</sup>.

Auch kann durch eine Parallelschaltung eines Reibglied mit einem Dämpfer eine Bingham Flüssigkeit gut erklären. Das Reibglied verhindert in dem Fall die Deformation bis zu einer bestimmten Fließgrenze, wobei der Dämpfer nicht belastet wird<sup>[36]</sup>. Erhöht sich die Schubspannung über die Fließgrenze hinaus, kann das Reibglied die Spannung nicht mehr kompensieren. Der parallel geschaltete Dämpfer kann die überschüssige Schubspannung konstant in einer Schergeschwindigkeit umwandeln (Abb. (2.17)).

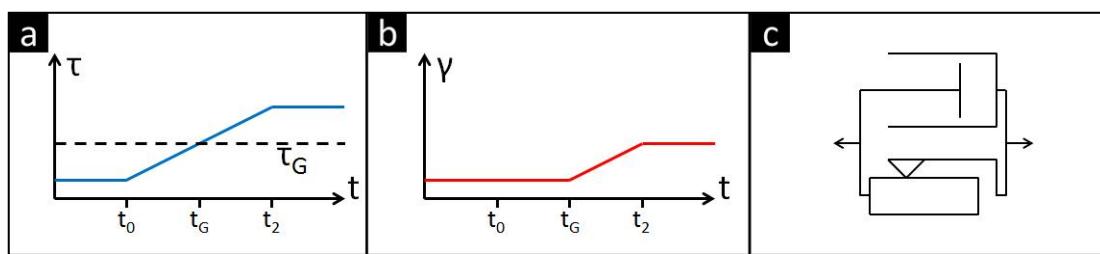


Abb. (2.17):  
a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit<sup>[36]</sup>  
b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit<sup>[36]</sup>  
c) Dämpfer als Ersatzbild für die Beschreibung der Bingham Fluide<sup>[36]</sup>

Mathematisch wird zum newtonischen Verhalten, welches durch Gleichung (2.63) ausgedrückt werden kann, eine kritische Schubspannung  $\tau_B$  hinzugefügt<sup>[38]</sup>

$$\tau = \tau_B + \eta \cdot \dot{\gamma}. \quad (2.67)$$

Für strukturviskose Fluide, wie es in dieser Arbeit beim Silikonöl der Fall ist, liefern die Ersatzmodelle keine Möglichkeit dieses Verhalten als Schaubild darzustellen. Ersatzmodelle (Feder, Dämpfer, Reibglied) besitzen immer ein Konstantglieder, welches den jeweiligen Zusammenhang widerspiegelt. Am Beispiel eines Dämpfers ist das Konstantglied die Viskosität, die für das Modell einen festen Wert besitzt. Da die Viskosität bei einem scherverdünnenden Medium mit steigender Schergeschwindigkeit sinkt, muss zu dem statischen Teil (Gleichung (2.68)) ein zeitabhängiger Anteil (Gleichung (2.69)) hinzukommen<sup>[39]</sup>.

$$\eta = f(\lambda, \dot{\gamma}) \quad (2.68)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = g(\lambda, \dot{\gamma}) \quad (2.69)$$

Dabei ist beim statischen Teil die Viskosität eine Funktion der Konsistenz  $\lambda$  und der Schergeschwindigkeit  $\dot{\gamma}$ . Der zeitabhängige Anteil bezieht sich auf die Änderung der Strukturparameter, der abhängig von der molekularen Vernetzung ist, die wiederum sich aus der Schergeschwindigkeit eingestellt. Dieser Anteil ist zeitabhängig und kann erst als konstant angesehen werden, wenn sich die *VAN-DER-WAALS*-Wechselwirkungen durch die Ver- und Entschlafung der Molekülketten im Gleichgewicht befinden.

Die zeitliche Änderung der Viskosität kann somit über die Viskosität im Gleichgewicht  $\eta_e$  und die benötigte Zeit zum Einstellen des Gleichgewichts  $t_s$  durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{(\tilde{\eta} - \eta_e)^a}{t_s}. \quad (2.70)$$

Um die Viskosität zu einem bestimmten Zeitpunkt  $\eta(t)$  darzustellen, wird die Gleichung integriert.

$$\eta(t) = \frac{\eta_i - \eta_e}{1 + t_s(\eta_e - \eta_i)(t - t_i)} + \eta_g. \quad (2.71)$$

Zur Darstellung der Abhängigkeit der Viskosität von der Schergeschwindigkeit, wird die zeitabhängige Viskosität über die Schergeschwindigkeit aufgetragen, was zum Ansatz von *CARREAU-YASUDA* führt

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)[1 + (\lambda\dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}}. \quad (2.72)$$





# Kapitel III

---

DER KNETREAKTOR

## 3.1 Aufbau und Peripherie des Knetreaktors

Der Aufbau der Pilotanlage erfolgt im Technikum der Technischen Chemie der Universität Paderborn. Das Herzstück der Anlage ist ein Zwei-Wellen-Knetreaktor, der für die Versuchsreihen von der Firma Buss-SMS-Canzler GmbH zur Verfügung gestellt wurde. Angetrieben wird dieser durch ein Hydraulikaggregat der Firma Hägglunds, welches eine Leihgabe der Firma BASF ist. Um eine Temperierung des Knetreaktors zu gewährleisten, ist ein Thermostat der Firma Lauda mit dem doppelwandigen Gehäuse des Knetreaktors sowie dem temperierbaren Deckel verbunden und sorgt für eine ausreichende Wärmeabfuhr. Auch das Hydraulikaggregat benötigt eine separate Kühlmöglichkeit und wird über den universitätseigenen Kühlwasserkreislauf versorgt. Aus Zeitgründen wurden die Wellen des Knetreaktors im Vorfeld von der Firma BASF mit den notwendigen Dehnungsmessstreifen versehen und diese mit der Viertel-Brücken-Schaltung am Wellenschaft verbunden. Die Kabelführung wurde in den Hohlraum des Wellenschafts verlegt um im Betrieb des Reaktors die Kabel nicht zu beschädigen oder abzureißen. Die Messsignale werden über eine induktive Telemetrieinheit der Firma Datatel ausgelesen und mit Hilfe einer Eigenkonstruktion des Instituts für Kunststofftechnik an der Universität ausgewertet. Anordnung und Funktionsweise der einzelnen Komponenten sind in den folgenden Abschnitten genauer erläutert.

### 3.1.1 Hydraulikeinheit und Motor

Der am Knetreaktor platzierte Motor wird über das Hydraulikaggregat mit dem notwendigen Öldruck gespeist, welcher über eine Axialkolbenpumpe des Typs 90R042 erzeugt wird. Diese Pumpe besitzt ein Fördervolumen von  $42 \text{ cm}^3 \cdot \text{U}^{-1}$  und leistet den notwendigen Öldruck in einem Drehzahlbereich von  $500 - 4600 \text{ U} \cdot \text{min}^{-1}$ . Die Pumpleistung wird über eine Drehzahl-Feedback-Regelung in der Steuereinheit (Spider) eingestellt. Der Öltank umfasst 100 L Hydraulikflüssigkeit, die bei Betriebstemperatur eine Viskosität zwischen  $40$  und  $150 \text{ mm}^2 \cdot \text{U}^{-1}$  aufweisen soll. Um die Temperatur zu halten wird das rückströmende Öl aus dem Motors über einen Wasserkühler im Gegenstromverfahren gekühlt. Der Hydraulikmotor SAI GM1-320 selber ist über ein Getriebe mit den Rotorwellen im Reaktor verbunden und besitzt ein Schluckvolumen von  $314 \text{ cm}^3 \cdot \text{U}^{-1}$ . Bei maximal  $900 \text{ U} \cdot \text{min}^{-1}$  und einem spezifischen Drehmoment von  $4,90 \text{ Nm} \cdot \text{bar}^{-1}$  ist eine Leistung von  $55 \text{ kW}$  abrufbar.<sup>[40]</sup>

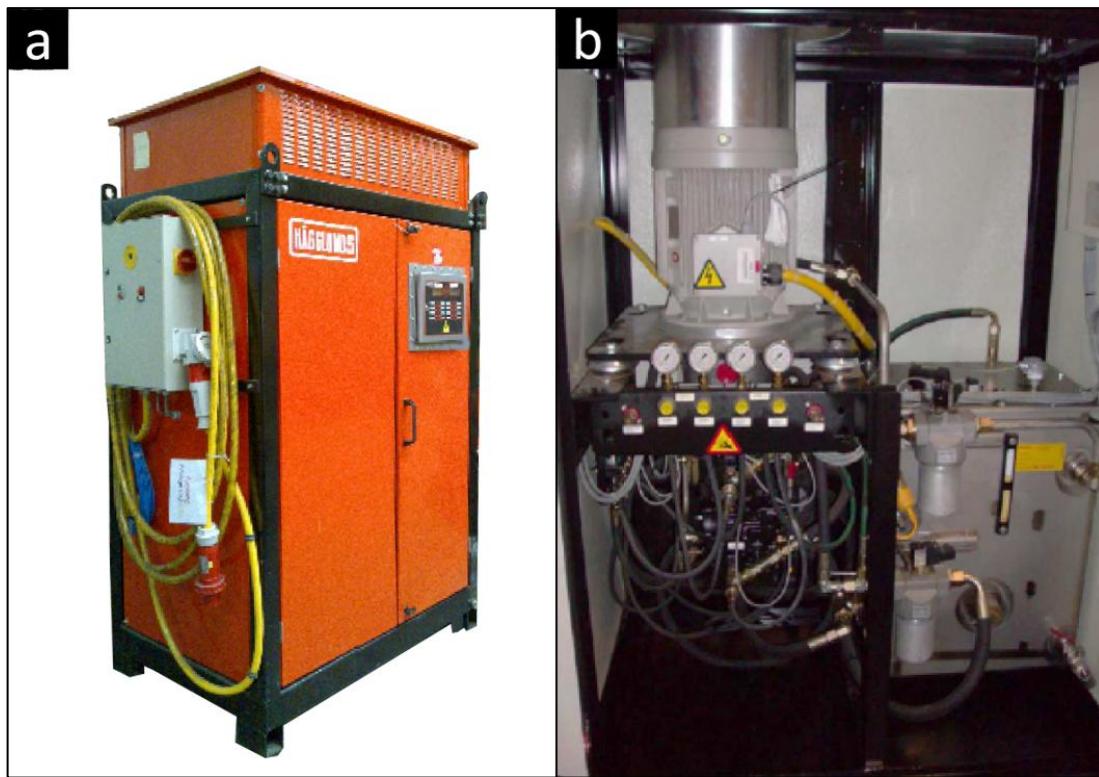


Abb. (3.01):  
a) Hydraulikaggregat von außen  
b) Hydraulikaggregat von innen

Um im Betrieb des Reaktors das Drehmoment vom Motor bestimmen zu können, werden in dem Kreislauf des Hydrauliköls zwei Druckmessumformer IS-21-S der Firma WIKA, die bis 400 bar ausgelegt sind eingebaut. Ein Druckmessumformer wurde direkt vor dem Motor in die Zuleitung eingebaut um Druckverluste durch den Zulaufschlauch zu vermeiden. Der andere Druckmessumformer wird direkt hinter dem Hydraulikmotor in die Rückführleitung eingebaut. Auch die entsprechende Positionierung der Druckmessumformer ist wichtig. Hierzu werden T-Stücke in die Leitung eingebaut und die Druckmessumformer wie in der Abb. (3.02) eingebaut. Hierbei befinden sich die Druckmessumformer (grün) am unteren Ende des T-Stücks, sodass eventuell eingetragene Luft nicht vor ihnen sammelt und dies zu Messfehlern führt.<sup>[41]</sup>

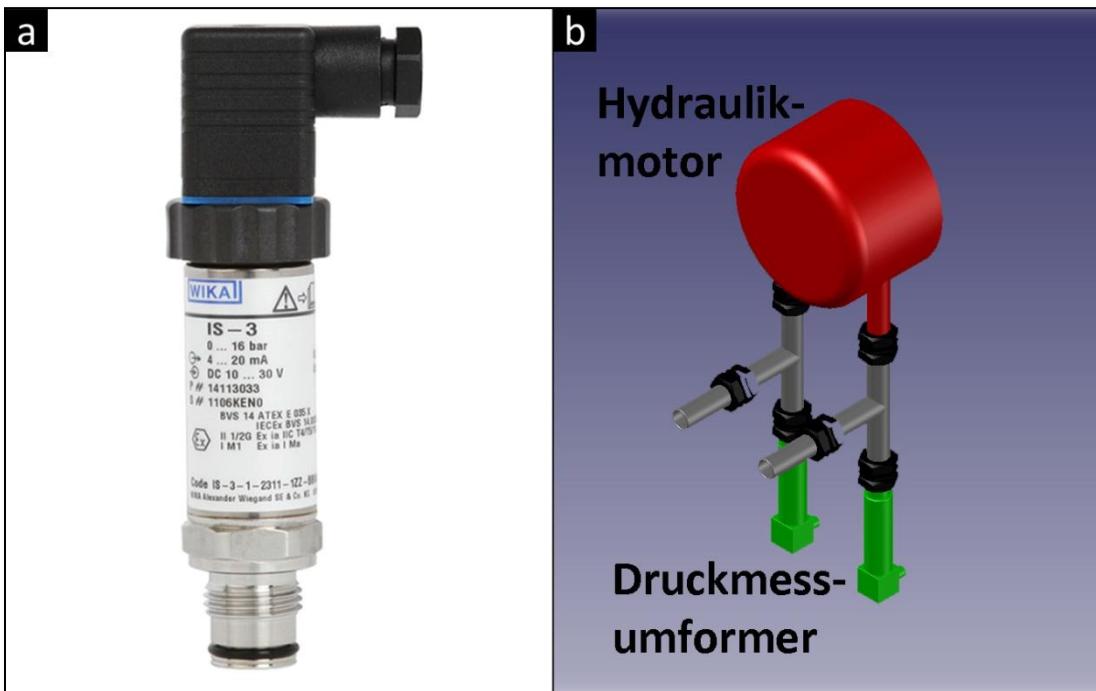


Abb. (3.02):  
 a) Druckmessumformer IS-21-S  
 b) Einbau über T-Stücke am Hydraulikmotor

### 3.1.2 Knetreaktor

Das Herzstück der Anlage ist der neu konstruierte Knetreaktor. Er ist in einem Metallgestell fixiert, wo hingegen der Motor mit der Getriebeeinheit auf einem fahrbaren Schlitten befestigt ist. Somit lässt sich die gesamte Einheit aus dem Reaktorgehäuse entfernen und reinigen, ohne sie zu zerlegen. Damit entfällt die aufwendige Justierung der Wellen, wodurch ein Chargenwechsel schneller durchgeführt werden kann. Die Wellen werden über den Schlitten passgenau in den Knetraum eingeführt, der als liegende Acht konstruiert ist. Durch die Doppelwandung des Knetgehäuses ist es möglich, den Knetraum zu temperieren. Zum verschließen des Reaktors dient ein Deckel, welcher ebenfalls doppelwandig ausgelegt ist und zur Kühlung beiträgt. Er besitzt zwei Lagerbuchsen, wodurch die Wellen eine zweite Auflagefläche besitzen und stabilisiert werden.

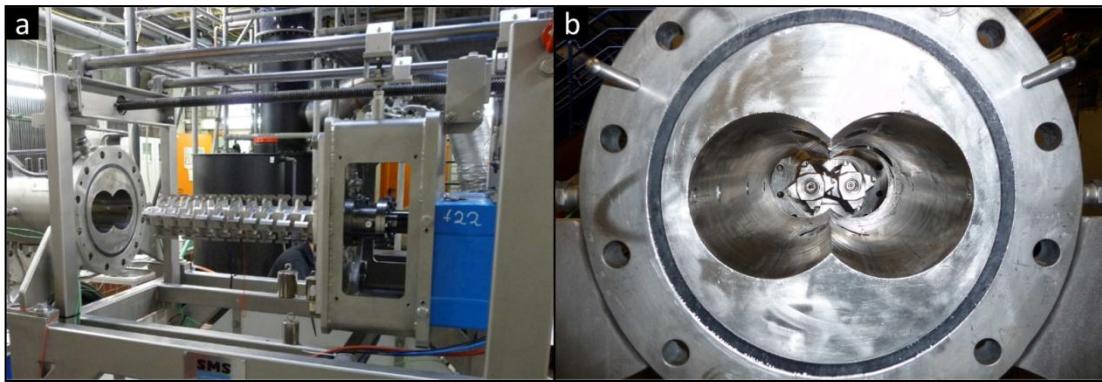


Abb. (3.03): a) Wellen und fahrbarer Schlitten  
b) Reaktorgehäuse (Reaktorraum als innenliegende Acht konstruiert)

### 3.1.2.1 Knetraum und Wellengeometrie

Der Reaktorraum besitzt die Form einer liegenden Acht mit einem Außendurchmesser von  $130\text{ mm}$  und einer Gesamtlänge von  $520\text{ mm}$ . In mitten der beiden Zentren befindet sich jeweils ein Rotor, der einen Durchmesser des Wellenschafts von  $62\text{ mm}$  und einen Außendurchmesser (Barrenspitze zu Barrenspitze) von  $126\text{ mm}$  besitzt. Die Achsenmittelpunkte liegen  $96\text{ mm}$  voneinander entfernt, wodurch es zu einem Zwickelbereich beider Wellen kommt. Der Wellenschaft hat die Form eines von vier Seiten gestauchten Achtecks, wodurch es an den Ecken zu vier  $112^\circ$  und vier  $158^\circ$  Winkeln kommt. Jede Welle besteht aus elf Segmenten, die gleichmäßig mit vier Barren bestückt sind und einen Förderwinkel von  $2^\circ$  zum Wellenschaft aufweisen. Die Barren gleiten im Abstand von  $2\text{ mm}$  am Reaktormantel vorbei. Dadurch kommt es zu einer Abscherung von anhaften Mischgut. Im Zwickelbereich der Wellen gleitet der Barren der einen Welle an dem Schaft- der zweiten Welle vorbei, wodurch auch dort anhaftendes Material in den Reaktionsraum zurück gefördert wird. Diese Anordnung verhindert Totzonen im Knetraum, wodurch die Rückvermischung minimiert wird<sup>[42]</sup>.

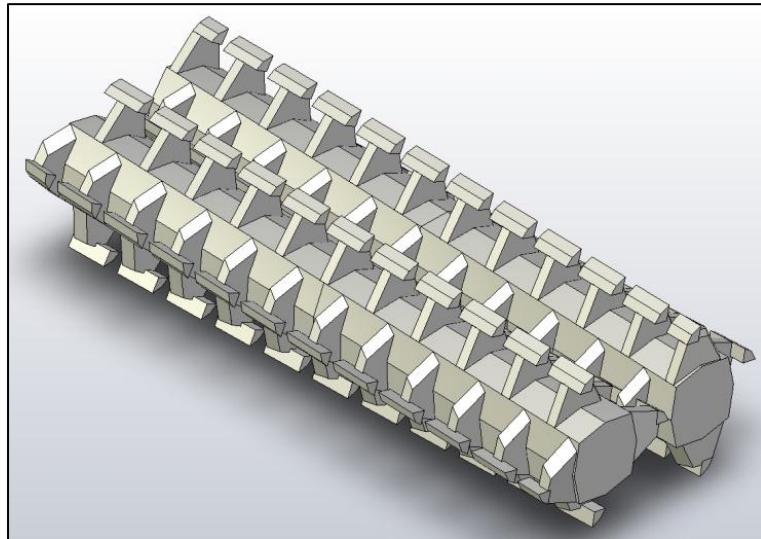


Abb. (3.04): CAD-Zeichnung der ineinandergreifende Rotorwellen im Knetraum

### 3.1.3 Positionierung der Dehnungsmessstreifen

Die Messung der Dehnung im Betrieb eines Knetreaktors ist durchaus nicht sehr einfach zu gestalten. Es gibt viele Faktoren die bei der Position und der Art und Weise der Aufbringung beachtet werden müssen. Da es in der einschlägigen Fachliteratur noch keine öffentlich zugänglichen Werke gibt, in denen die Belastungen während eines Betriebs gemessen worden sind, ist die Planung der Stellen sowie die Applikation und die Bauart der Dehnungsmessstreifen durch die Firma SMS-Buss-Canzler GmbH und Bayer Technologie Services möglichst einfach gestaltet.

Für die Drehmoment-Messungen werden zwei Dehnungsmessstreifen der Typenreihe XY der Firma HBM verwendet. Diese werden auf beiden Wellen zwischen der Getriebeeinheit und der Buchse zum Knetreaktor angebracht (Abb. (3.05)).

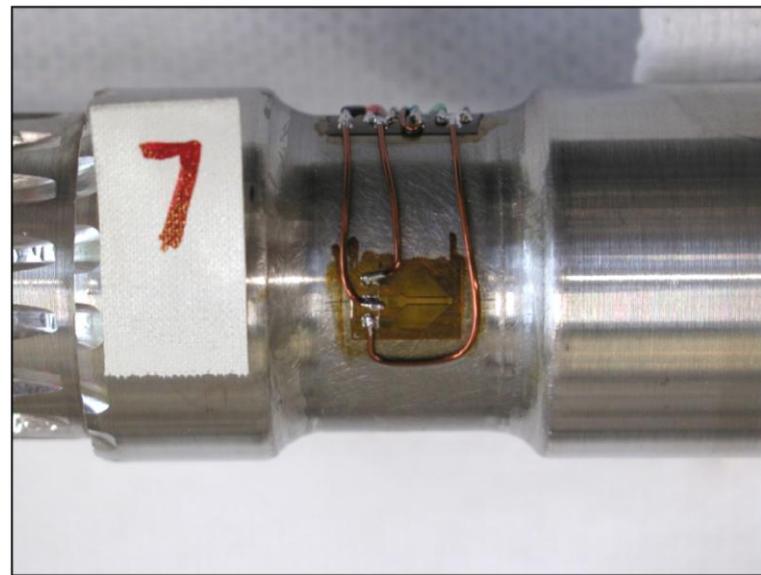


Abb. (3.05): Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung des Drehmoments auf dem Wellenschaft

Um das gesamte Drehmoment der Welle aufzuzeichnen, werden die Dehnungsmessstreifen direkt hinter der Antriebseinheit auf die Wellen appliziert. Durch die Anzahl der Segmente auf denen sich die Barren befinden, wird immer ein Teil des anliegenden Drehmoments absorbiert und auf das Fluid übertragen. Innerhalb des Knetreaktors verteilt sich das Drehmoment in einem vollgefüllten Reaktor gleichmäßig auf die Barren, wodurch das Drehmoment nach jedem Barren um den Faktor der Barrenanzahl zur Gesamtmenge der Barren abnimmt (Abb. (3.06))<sup>[43]</sup>.

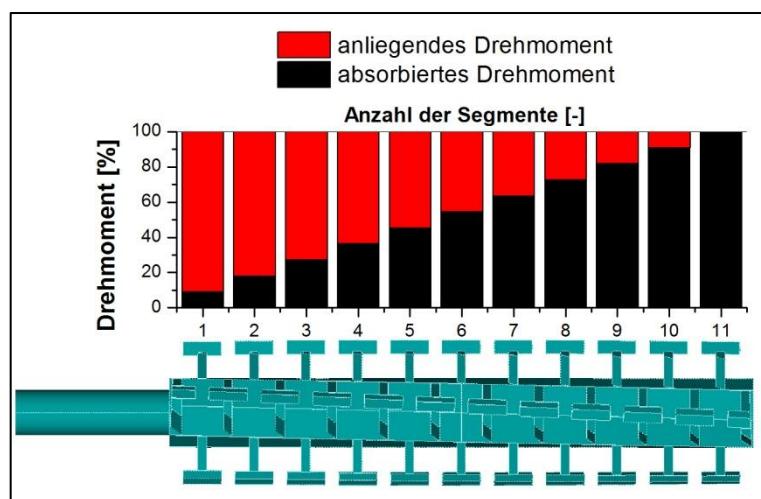


Abb. (3.06): Gleichmäßige Drehmomentverteilung für jeden Barren

Ein weiterer wichtiger Faktor der sich im Betrieb des Knetreaktors ständig ändert ist die Temperatur. Hierfür werden Temperatursensoren des Typs TT-3/100 eingesetzt. Durch die vorherige Kalibrierung der Temperatursensoren in einem Thermoschrank kann die im Reaktor herrschende Temperatur über die Spannungsänderung gemessen werden. Aufgrund der schnellen Ansprechzeit und der Applikationsmöglichkeiten sind diese für dieses Vorhaben sehr gut geeignet. Durch die Geometrie des Rotors gibt es zwei mögliche Positionen zur Temperaturmessung. Die Barren gleiten mit hoher Rotationsgeschwindigkeit durch das Fluid, wodurch nicht nur hohe Scherkräfte auftreten, sondern auch die Temperatur schnell ansteigt. Anders ist dies auf der Welle. Hier liegt eine kleine Rotationsgeschwindigkeit vor, wodurch nur eine geringe Wärmemenge frei wird. Zudem besteht die Welle aus massivem Stahl, welches die Wärme schnell abführen kann.

In dieser Arbeit wird nicht nur das Drehmoment der Wellen aufgenommen und über die Variablen Füllgrad, Rotationsfrequenz und Viskosität verglichen. Interessant sind auch die Belastungen des Wellenschafts und die Dehnung der Barren unter den eingestellten Bedingungen. Dafür werden zehn Dehnungsmessstreifen des Typs XX verwendet. Durch die dreieckige Barrengeometrie wird jede Fläche des Barrens mit einem Dehnungsmessstreifen versehen, um möglichst viele Kräfte aus unterschiedlichen Richtungen auszuwerten. Auch die Wellen an sich unterliegen einer Dehnung, die ebenfalls in der Arbeit betrachtet wird. Hierfür werden zwei Dehnungsmessstreifen auf den Wellen gegenüberliegend angebracht. Unterliegt der eine Dehnungsmessstreifen (DMS 1) einer Stauchung, muss der andere (DMS 2) eine Dehnung um denselben Betrag aufweisen. Die genaue Position aller applizierten Dehnungsmessstreifen sind in der folgenden Abbildung (3.07) dargestellt.

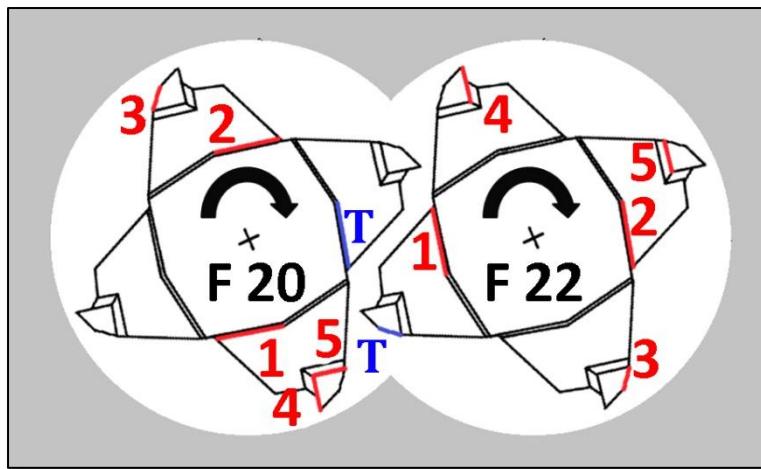


Abb. (3.07): Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Wellen

### 3.1.4 Applikation der Dehnungsmessstreifen

Da Knetreaktoren noch weitestgehen unerforscht sind, jedoch in der Kunststoffindustrie immer mehr an Bedeutung gewinnen, befasst sich diese Arbeit mit der mechanischen Belastung der Wellen im kontinuierlichen Betrieb. Durch die auftretenden Kräfte, die während der Verformung und Vermengung des Knetgutes entstehen, werden der Wellenschaft sowie die darauf aufgebrachten Barren verformt. Um die Dehnung zu ermitteln wurde im Vorfeld durch die Firma BASF die Dehnungsmessstreifen der Firma HBM aufgebracht. Allerdings ist die Belastung, die auf die Wellen und Barren wirkt nur im Betrieb der Rotoren messbar, wodurch einige Probleme auftreten.

### 3.1.5 Probleme und deren Behebung

#### 3.1.5.1 Applikation der Dehnungsmessstreifen

Die Dehnungsmessstreifen sollten idealerweise auf der Oberfläche der zu untersuchenden Stellen appliziert werden. Dies ist jedoch bei der komplexen Geometrie der Rotoren nicht möglich. Durch das hintereinander hergleiten der Barren ist die Spaltbreite zwischen Barren und Wellenschaft der anderen Welle nicht groß genug um die Dehnungsmessstellen auf den Barren zu applizieren. Auch ist die Spaltbreite von 2 mm zwischen Barren und Gehäuse nicht ausreichen um dort die Messelektronik aufzubringen. Diesbezüglich wurden an den entsprechenden Stellen kleine Mulden in den Rotor gefräst, in denen der Dehnungsmessstreifen appliziert wird.

#### 3.1.5.2 Positionierung auf dem Wellenschaft

Die Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf dem Wellenschaft ist sehr wichtig, da hierdurch systematische Fehler in die Messung einfließen können. Grundsätzlich muss beim Aufbringen eines Dehnungsmessstreifens auf die Richtung geachtet werden. Diese besitzen, wie im theoretischen Teil dieser Arbeit schon hingewiesen wurde, eine Vorzugsrichtung, die durch die Anordnung des Messgitters vorgegeben ist. Um die Dehnung der Welle zu ermitteln, ist die gegenüberliegende Positionierung zweier Dehnungsmessstreifen die beste Methode. Hierbei kontrollieren sie sich gegenseitig, wodurch Unregelmäßigkeiten bei der Messung auffallen.

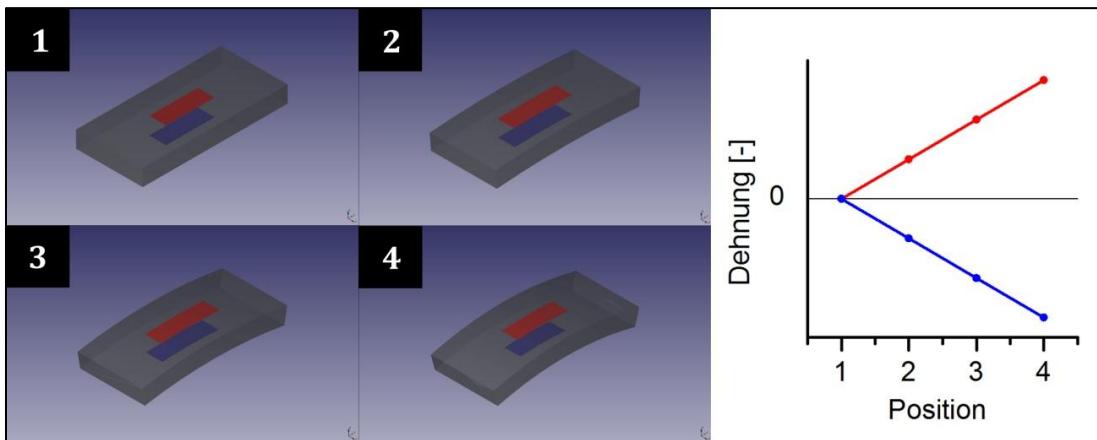


Abb. (3.08): Dehnungsverlauf von zwei Messstreifen bei gegenüberliegender Positionierung mit entsprechendem Dehnungsverlauf der vier Positionen

Wie in Abb. (3.08) zu sehen ist, wird bei einer einseitigen Belastung der Platte der rote Dehnungsmessstreifen gedehnt und der blaue gestaucht. Im nebenstehenden Diagramm wird für jede Position die entsprechende Dehnung aufgenommen. Je stärker die Platte gedehnt wird, desto größer ist auch die Dehnung im Diagramm. Deutlich ist auch die gleichmäßige Dehnung der beiden Dehnungsmessstreifen zu beobachten. Der rote Dehnungsmessstreifen dehnt sich im gleichen Verhältnis wie sich der blaue staucht. Nachfolgend ist der Dehnungsmessstreifen, der sich auf der Welle befindet in Abbildung (3.09) dargestellt.



Abb. (3.09): Applikation eines Dehnungsmessstreifens auf dem Wellenschaft

### 3.1.5.3 Positionierung auf den Barren

Diese Applikation erfolgte auf allen Flächen der Barren, wodurch jede Fläche, der annähernd dreieckigen Geometrie mit einem Dehnungsmessstreifen versehen wurde. Im Laufe der Versuche wurde jedoch die Belastung auf die Barren so groß, so dass sich einige Abdeckplatten lösten und in den Knetraum gelangten. Eine erneute Applikation von neu angefertigten Abdeckplatten war nur bedingt erfolgreich. Auch diese lösten sich, was teilweise auch zu irreparablen Schäden an den Dehnungsmessstreifen führte, wodurch diese keine Daten für die spätere Auswertung lieferten.

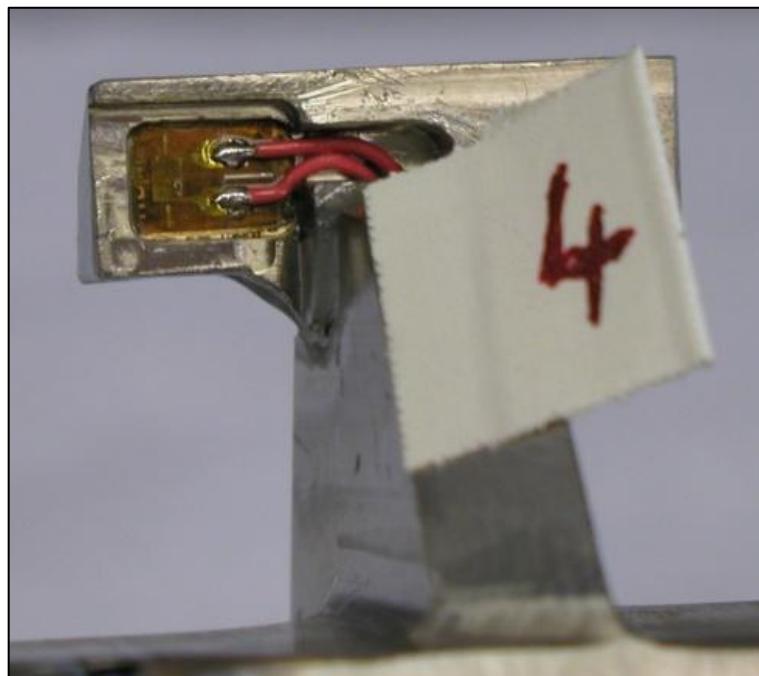


Abb. (3.10): Applikation eines Dehnungsmessstreifens auf einem Barren (Stirnfläche des Barrens)

### 3.1.5.4 Verkabelung der Dehnungsmessstreifen

Die Verkabelung der Dehnungsmessstreifen darf nicht in den Reaktionsraum oder auf der Oberfläche der Wellen erfolgen, da durch die Rotationsbewegung die Kabel gelöst und von den Barren abgerissen werden können. Somit ist es notwendig die Kabel in den Hohlraum der Welle zu verlegen. Die Kabel enden am freiliegenden Wellenende und werden dort auf eine Platine gelötet (Abb. (3.10)). Durch die Rotationsbewegung kann keine direkte Verbindung mit der Auswerteeinheit erfolgen, wodurch der Datentransport über eine induktive 16 Kanal Telemetriesystem von Datatel gewährleistet wird.

### 3.1.5.5 Datentransport und Messeinrichtung

Das Telemetriesystem der Firma Datatel-Telemetry dient zur berührungslosen Übertragung von Messsignalen von der rotierenden Einheit zum stationären Telemetrie-Empfänger. In der Abb. (3.12) ist der generelle Aufbau dieses Systems abgebildet. Dieser kann in zwei Abschnitte unterteilt werden, den rotierenden und den stationären Teil. Um die Dehnungsmessstreifen mit einer konstanten Spannung zu versorgen, wird über die Biedieneinheit eine Wechselspannung eingestellt. Diese erzeugt in der Statorspule ein alternierendes Magnetfeld, welches in die Rotorspule induziert und als Wechselspannung ausgegeben wird. Diese Spannung wird in der Sendereinheit gleichgerichtet und versorgt die angeschlossenen Dehnungsmessstreifen. Die Abb. (3.11) zeigt die Platine auf der Rückseite der Welle. Sie ist in acht Abschnitte unterteilt, wobei jeder Abschnitt ein Dehnungsmessstreifen oder einen Temperatursensor beherbergt. Die aus der Mitte der Welle herauskommenden Kabelstränge sind mit den Dehnungsmessstreifen verbunden und führen in der *WHEATSTONE'SCHEN*-Brückenschaltung auf der Platine.

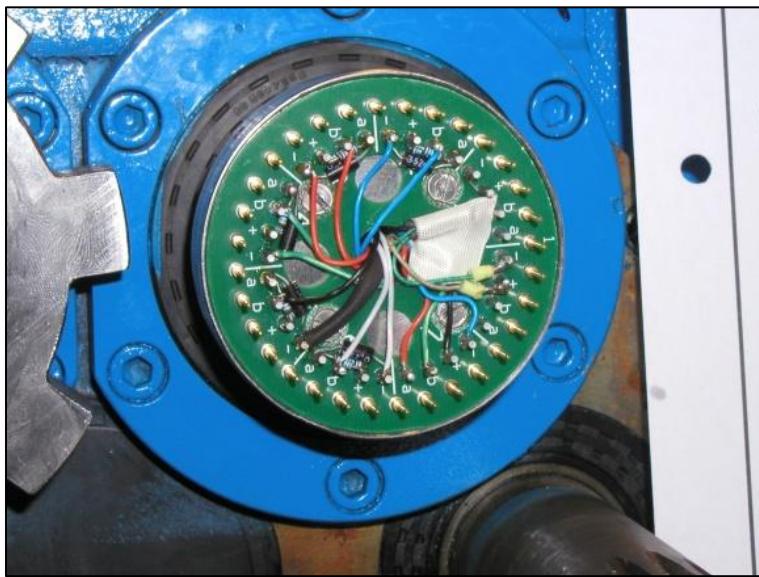


Abb. (3.11): Platine auf der Rückseite der Welle

Eine Dehnung oder Stauchung der Dehnungsmessstreifens verursacht eine Signaländerung, die über einen Verstärker intensiviert wird. Über einen Signalwandler (Spannung -> Frequenz) werden die eingehenden Signale in Unterträgerfrequenzen umgewandelt und in einem Mixer in eine Hauptträgerfrequenz moduliert. Das Antennensystem überträgt nun die Hauptfrequenz von der rotierenden Einheit (der Welle) auf den Demodulator der stationären Einheit. Hier wird die Hauptträgerfrequenz in die einzelnen Unterträgerfrequenzen separiert und über die Bandpässe zum zweiten Signalwandler (Frequenz -> Spannung) übertragen. Nach einer Aufbereitung der Signale über die Tiefpässe werden die einzelnen Spannungen verstärkt und ausgegebenen.

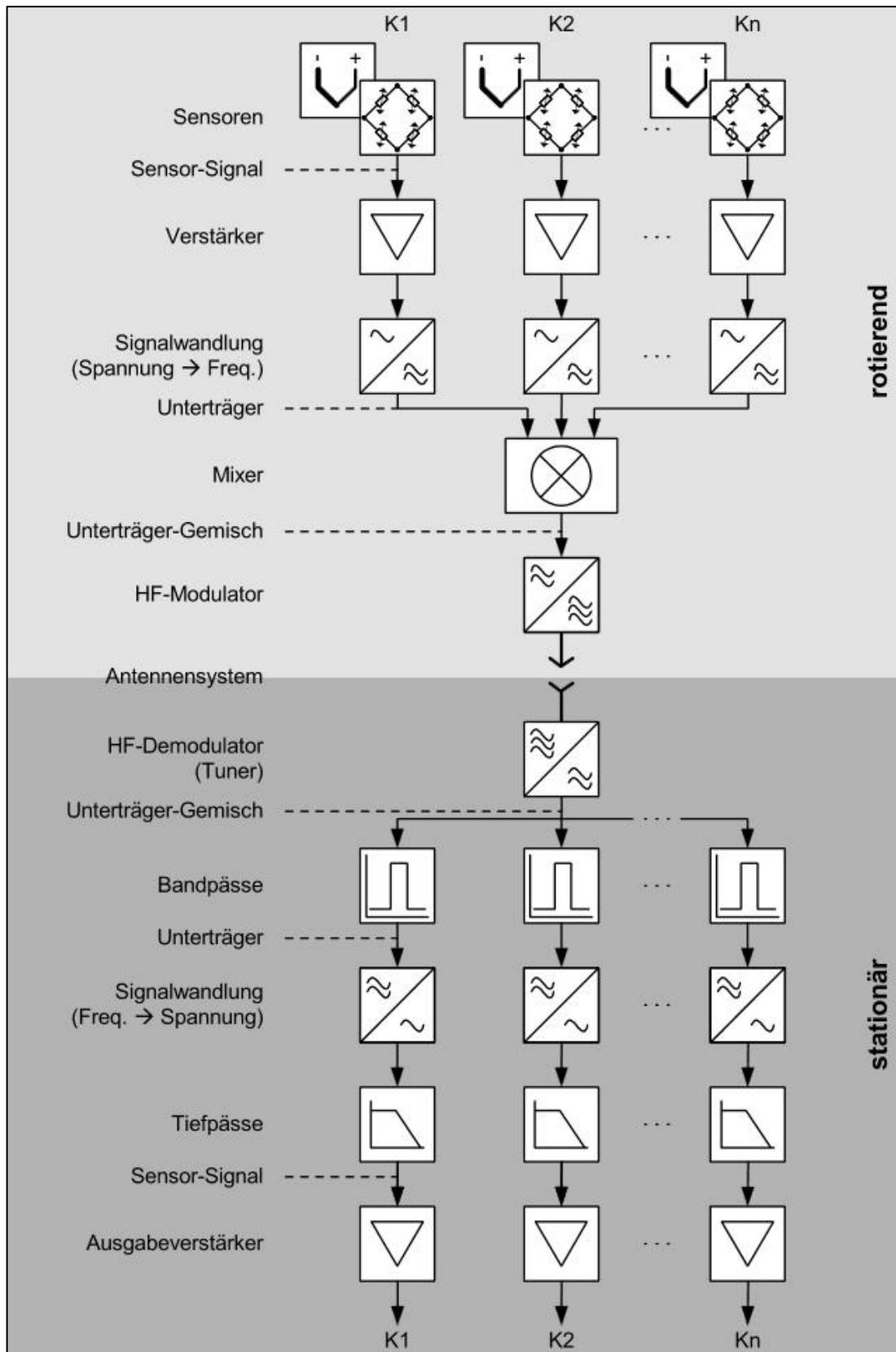


Abb. (3.12): Aufbau der Telemetrieeinheit

Um die entsprechenden Daten den genauen Wellenpositionen zuzuordnen, wurde an einer Welle ein Zahnkranz angebracht. Über einen Näherungsschalter kann nun die Position der Welle genau bestimmt und die Daten exakt zugeordnet werden.

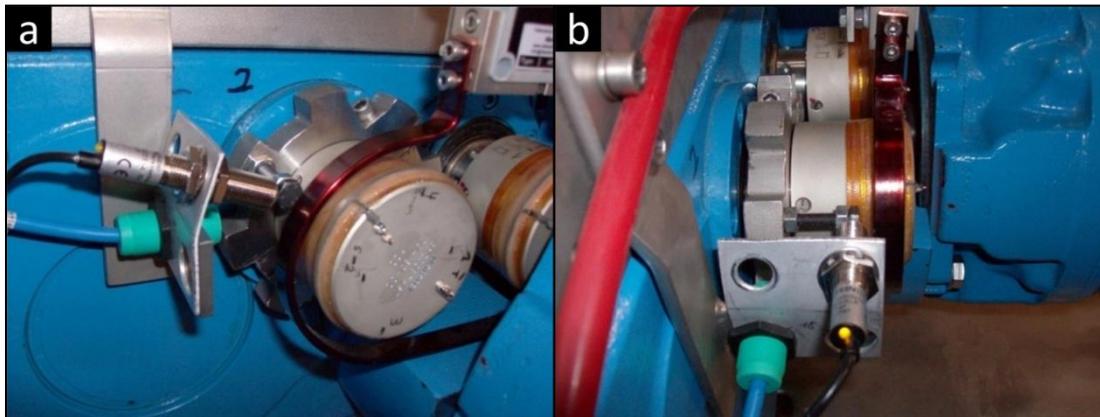


Abb. (3.13): a) Zahnkranz mit Näherungsschalter und Telemetrieeinheit  
b) Seitenansicht

### 3.1.5.6 Auswertung der Dehnungsmessstreifen

Der hier untersuchte Zwei-Wellen-Knetreaktor ist im Batchverfahren mit drei verschiedene Viskositäten, drei unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten der Wellen sowie vier verschiedenen Füllgraden betrieben worden. Für jede Messreihe der 36 Kombinationen der Parameter wird eine vollständige Auswertung der diversen Dehnungsmessstreifen, Temperatur- und Drucksensoren durchgeführt. Hierzu werden drei unterschiedliche Silikonöle der Marke KORASILON® mit verschiedener Nullviskosität verwendet. Laut Herstellerangaben sind diese Öle mit einer Nullviskosität von  $100 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $2000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  und  $30000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  geliefert worden. Rheologische Messungen, die von der Firma Bayer zur Bestimmung der Parameter der CARREAU-YASUDA-Gleichung durchgeführt worden sind (Tab. (3.01)), ergaben jedoch leichte Abweichungen der Nullviskosität. Die gemessene Viskosität des jeweiligen Silikonöls wurde zur weiteren Berechnung als Grundlage genommen.

Tab. (3.01): Parameter der CARREAU-YASUDA-Gleichung

Silikonöl		$100 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$2000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$30000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_0$	$[\text{Pa} \cdot \text{s}]$	109	2011	21393
$a$	$[-]$	1,4828	0,8684	0,7289
$n$	$[-]$	0,1	0,1	0,08
$\lambda$	$[\text{s}^{-1}]$	0,0099	0,0954	0,7855

In den folgenden Diagrammen wird die Auswertung eines beliebigen ausgewählten Dehnungsmessstreifens beispielhaft durchgeführt und beschrieben (hier: DMS 3 auf Welle F 22, mit  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ;  $\varepsilon = 0,75$ ;  $n = 1,50 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

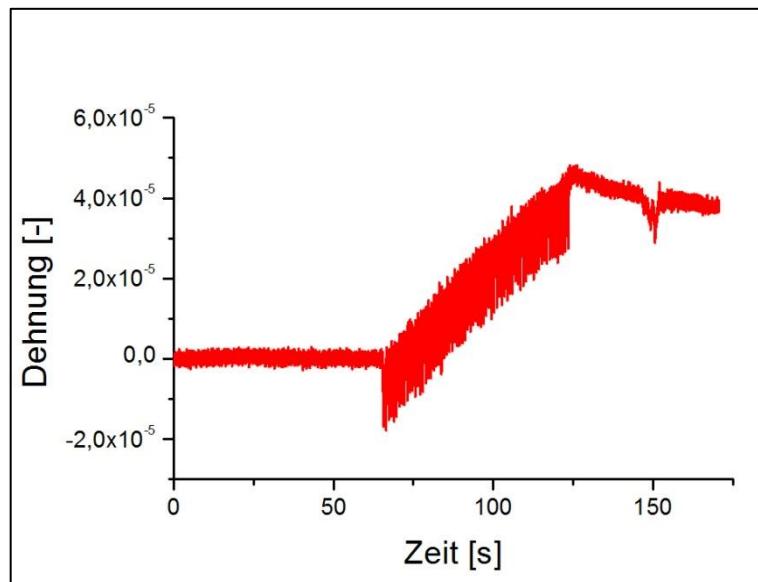


Abb. (3.14): Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für den DMS 3 der Welle F 22 ohne Temperaturkompensation

Die gemessenen Spannungen werden über die Widerstände der *WHEATSTONESCHEN*-Brücke in die Dehnung überführt und gegenüber der Zeit in einem Diagramm übertragen. Die Aufzeichnung der Messwerte wird etwa 60 s vor der Rotation der Wellen gestartet, um die Werte auf den Nullwert zu kalibrieren. Mit beginnender Rotation schlagen die Messdaten stark nach unten aus. Dieses hängt mit der Position des Dehnungsmessstreifen 3 zusammen, der auf der Rückseite des Barrens platziert ist und eine Stauchung erfährt. Nach Beginn der Rotation ist ein regelmäßiger und permanenter Anstieg der Daten zu verzeichnen. Durch die Rotation der Wellen im hochviskosem Fluid wird Energie eingebracht, wodurch es zu einer Temperaturerhöhung kommt. Durch die Viertel-Brücken-Schaltung der Dehnungsmessstreifen kann die Temperatur nicht kompensiert werden und führt zu einer Erhöhung der effektiven Dehnung.

### 3.1.5.6.1 Einflussgröße Temperatur

Wie im Punkt „Störquellen und Messgenauigkeit der Dehnungsmessstreifen“ des theoretischen Teils dieser Arbeit beschrieben, zählen Temperatureffekte zu den multiplikativen Effekten und müssen berücksichtigt werden. Die applizierten Dehnungsmessstreifen wurden von der Firma BASF als Viertelbrücke verschaltet, wodurch der Temperatureffekt als Störgröße in Erscheinung tritt. Um den Temperatureffekt aus den Messdaten zu filtern, wurde im Vorfeld ein

Dehnungsmessstreifen in einem Ofen einem Temperaturgradienten ausgesetzt. Die temperaturbedingte Änderung der Dehnung kann als Korrekturterm vom Messwert subtrahiert werden. Nachfolgend und stellvertretend für alle Dehnungsmessstreifen sind die Messwerte des Dehnungsmessstreifens 3 der Welle F 22 aufgetragen, mit dem die Auswertung und der Temperatureffekt erläutert wird.

Etwa eine Minute nach Beginn der Aufzeichnung wurde der Knetreaktor gestartet, hier am deutlichen Anstieg der roten Kurve zu sehen. Nach einer weiteren Minute wurde der Knetreaktor gestoppt. Während der Rotation ist ein stetiger Anstieg der Messwerte ohne Temperaturkompensation zu erkennen, die deutlichen Schwankungen unterliegt. Hierbei handelt es sich nicht um eine ständig größer werdende Dehnung des Messstreifens, sondern um die zusätzliche Dehnung durch die freiwerdende Wärme, die über die Temperatursensoren gemessen worden ist. Dieser multiplikative Effekt, kann durch Subtraktion der ermittelten Funktionsgleichung weitestgehend eliminiert werden (blaue Kurve), wie die Messdaten in der nachfolgenden Abbildung belegen. Eine Bestätigung des Temperatureffekts ist nach dem Abschalten des Knetreaktors zu erkennen. Hier wird die vorhandene Wärme über das Fluid abgeleitet, wodurch sich ein konstanter Abfall der Dehnung (rote Kurve) ergibt, obwohl die Wellen stehen und keine Kräfte mehr auftreten können. Durch die Temperaturkompensation (blaue Kurve) ist keine Dehnung mehr zu beobachten und auch die Messdaten fallen wieder auf den Anfangswert zurück.

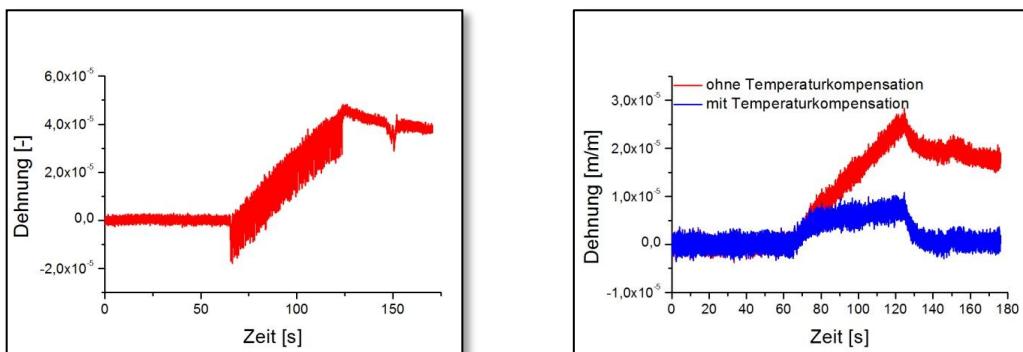


Abb. (3.15): Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für DMS 3 der Welle F 22.  
 Links: Messdaten DMS 3.  
 Rechts: Der Vergleich der Messdaten vor und nach der Temperaturkompensation

Trotz Temperaturkompensation sind bei näherer Betrachtung, hier um 100 s, deutliche Peaks in regelmäßiger Abfolge zu beobachten. Zur besseren Interpretation wurden die Messdaten des Näherungsschalters mit übernommen (Abb. (3.16)). Der Näherungsschalter gibt für jede volle Wellenrotation einen Signalpeak wieder. Dieser ist wie im Abschnitt „Datentransport und Messeinrichtung“ dieser Arbeit beschrieben so angebracht, dass pro Wellenrotation ein Signal durch eine fest angebrachte Schraube am Wellenkranz ein Signal verursacht (Abb. (3.13)).

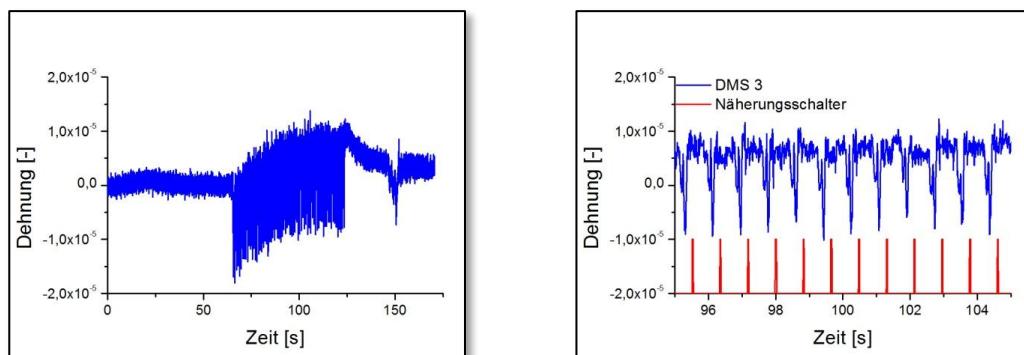


Abb. (3.16): Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für den DMS 3 Welle F 22.  
 Links: Tatsächliche Dehnung des DMS  
 Rechts: Genauere Betrachtung des Dehnungsverlaufs mit zusätzlichem Signalpeak des Näherungssensors

Durch den Vergleich der Messdaten mit den Daten des Näherungsschalters kann der genaue Wellenposition ermittelt werden, in dem die einzelnen Dehnungen auftreten. Eine volle Rotation der Welle wird durch die Ausschläge des Näherungsschalters signalisiert. Durch die gleichbleibende Rotationsgeschwindigkeit ist es möglich, den einzelnen Messpunkten genaue Positionen zuzuordnen.

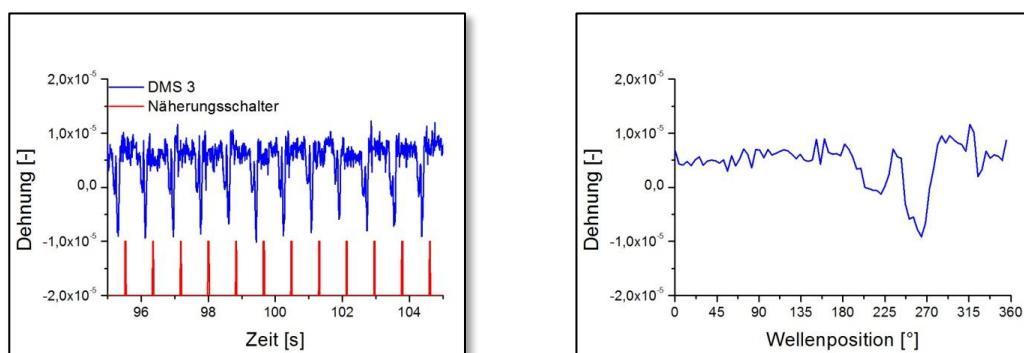


Abb. (3.17): Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für DMS 3 der Welle F 22.  
 Links: Dehnung des DMS mit zusätzlichem Signalpeak des Näherungssensor.  
 Rechts: Übertragung der Daten für eine volle Wellenumdrehung

Um alle aufgenommenen Messdaten interpretieren zu können, muss die Ausgangsstellung der Wellenposition ( $0^\circ$ ) für jeden Dehnungsmessstreifen identisch sein. Ausgehend von der Positionierung jedes Dehnungsmessstreifens, werden hierzu die Daten mit einem Korrekturwinkel beaufschlagt, der sich aus der Applikation der Dehnungsmessstreifen und der Wellengeometrie ergibt. In dem Fall des Dehnungsmessstreifen 3 auf der Welle F22 beträgt dieser  $-165^\circ$  (Tab. (3.02)).

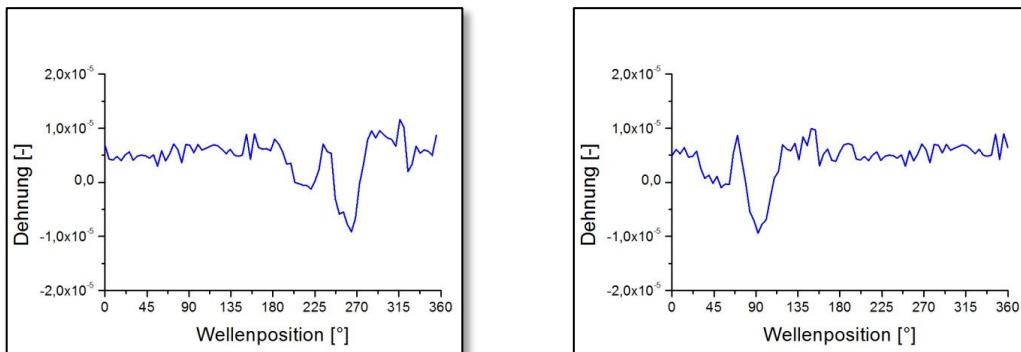


Abb. (3.18): Links: Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition für DMS 3.  
Rechts: Dehnungsverlauf nach dem Einbinden des Korrekturwinkels

Um dies zu verdeutlichen wird in der Abbildung (3.19) die tatsächlichen Positionen der einzelnen Dehnungsmessstreifen auf der Welle dargestellt. In dieser Position der Wellen wird etwa alle 700 ms ein Signal vom Näherungsschalter ausgegeben und ist als Peak erkennbar. Damit jetzt nicht jeder Dehnungsmessstreifen seine individuelle Ausgangsposition besitzt werden alle Messdaten mit dem entsprechenden Winkel beaufschlagt, wodurch die Nullstellung jedes Dehnungsmessstreifens immer einheitlich bei (0°) liegt.

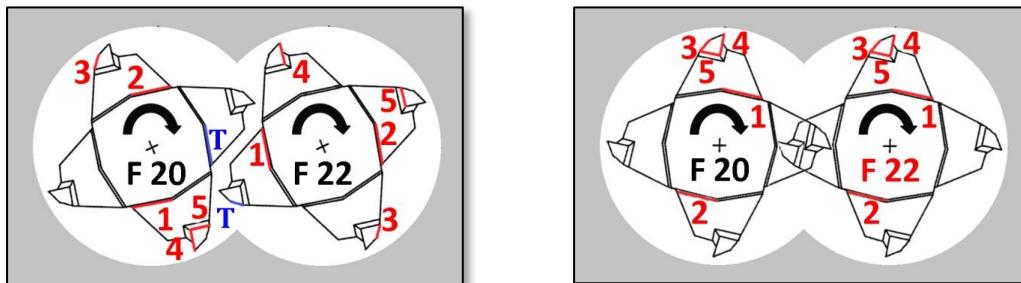


Abb. (3.19): Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Wellen (links). Positionierung nach dem Einbinden des Korrekturwinkels (rechts)

Tab. (3.02): Korrekturwinkel für die Ausgangsstellung

Dehnungsmessstreifen	Welle F 20	Welle F 22
DMS 1	-165°	+105°
DMS 2	-165°	+105°
DMS 3	+15°	-165°
DMS 4	-165°	+15°
DMS 5	-165°	-75°
Drehmoment (M)	+15°	+15°
Temperatur (T)	Keine Korrektur notwendig	

### 3.1.5.6.2 Winkelabweichung

Durch die entsprechende Rotation der Wellen und einer Datenaufzeichnungsrate von 100 Hz, kann die Genauigkeit der Winkelangabe bestimmt werden. Für die in dieser Arbeit verwendeten drei Umdrehungsgeschwindigkeiten kann jeweils die Zeit für eine volle Wellenumdrehung ermittelt werden.

$$t_U = \frac{1}{n} \quad (3.01)$$

Des Weiteren kann aus der ermittelten Zeit und der Aufnahmefrequenz von 100 Hz auf die Anzahl der Messpunkte pro Umdrehung geschlossen werden.

$$N_M = t_U \cdot f \quad (3.02)$$

Mit der Anzahl der Messpunkte pro Umdrehung ist es möglich, die Differenz der Winkel pro Messpunkt zu bestimmen.

$$\delta = \frac{360}{N_M} \quad (3.03)$$

Tab. (3.03): Messgenauigkeit der Winkelposition

Umdrehung - geschwindigkeit der Welle	Zeit für eine volle Umdrehung	Messpunkte für eine volle Umdrehung	Winkeldifferenz pro Messpunkt
$n [U \cdot s^{-1}]$	$t_U [s]$	$N_U [-]$	$\delta [^{\circ}]$
0,50	2,00	200	1,8
1,50	0,67	66,6	5,4
2,58	0,39	38,7	9,3



---

# Kapitel IV

---

## EXPERIMENTELLE DATEN

## 4.1 Bestimmung des Drehmoments

Das von einer Kraft verursachte Drehmoment welches am Drehpunkt vorliegt, ist das Produkt aus der Tangentialkomponente der anliegenden Kraft und dem Abstand zwischen der Wirkungslinie der Kraft und dem Drehpunkt<sup>[29]</sup> (Gleichung (4.01)) (Abb. (4.01)).

$$M = F_t \cdot x \quad (4.01)$$

### 4.1.1 Drehmomentmessung am Hydraulikmotor

Für einen Hydraulikmotor, der in dieser Arbeit als Antriebsart dient, wird das Drehmoment über den Ein- und Ausgangsdruck des Hydrauliköls und dem Schluckvolumen des Motors bestimmt<sup>[44]</sup>.

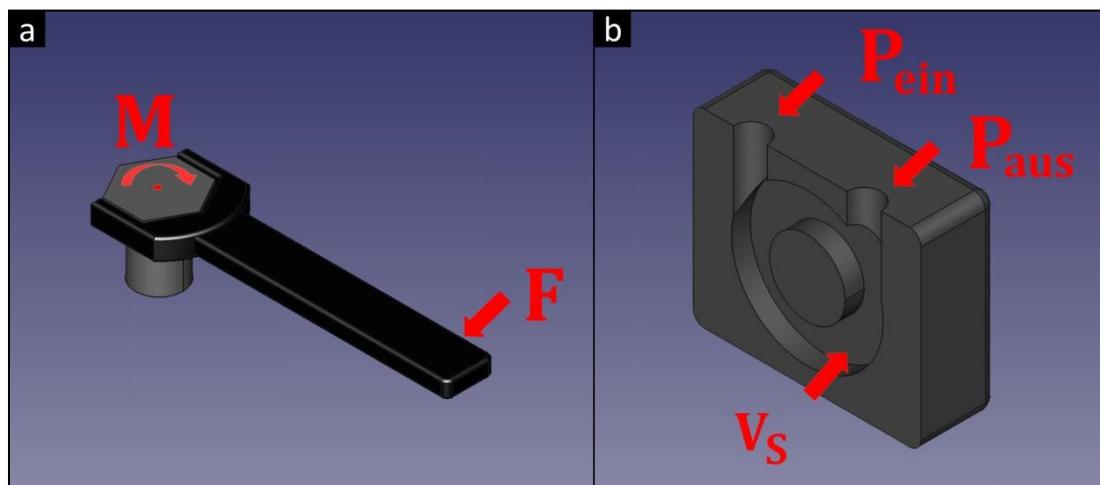


Abb. (4.01): Links: Drehmomentmessung über die Krafteinwirkung in einem bestimmten Abstand am Beispiel eines Schraubenschlüssels.  
Rechts: Drehmomentmessung über die Druckdifferenz und dem Schluckvolumen eines Hydraulikmotors

Ausgehend von der Berechnungsgleichung der hydraulischen Leistung<sup>[45]</sup>

$$P_{Hyd} = V_s \cdot n \cdot f_{spez} \cdot \Delta p_M \quad (4.02)$$

und dem Zusammenhang zwischen dieser und dem Drehmoment<sup>[44]</sup>

$$P_{Hyd} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M, \quad (4.03)$$

kann das Drehmoment durch das Gleichsetzen der beiden Gleichungen (4.02) und (4.03) ermittelt werden<sup>[44]</sup>.

$$M = \frac{V_s \cdot f_{spez} \cdot \Delta p_M}{2 \cdot \pi} \quad (4.04)$$

Da der Motor nicht direkt mit den Wellen verbunden ist, sondern ein Getriebe dazwischen geschaltet ist, muss ein Getriebefaktor<sup>[44]</sup> berücksichtigt werden (Abb. (4.02)).

$$M = \frac{V_s \cdot f_{spez} \cdot \Delta p_M \cdot f_{Getr}}{2 \cdot \pi} \quad (4.05)$$

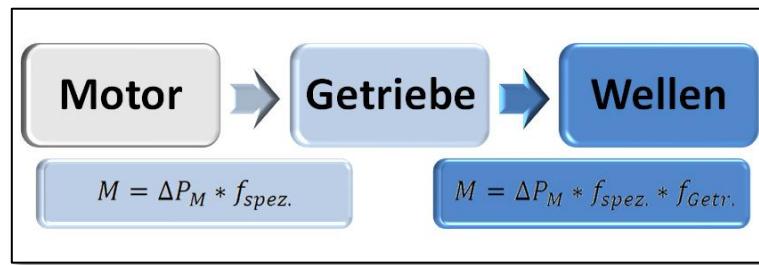


Abb. (4.02): Motor, Getriebeeinheit und Welle

Die Druckdifferenz am Hydraulikmotor wird über zwei Druckmessumformer der Firma WIKA des Typs IS-21-S (Abb. (4.03)) vor und hinter dem Hydraulikmotor gemessen. Aus dem Druckverlust kann über die Gleichung (4.05) das Drehmoment ermittelt werden.

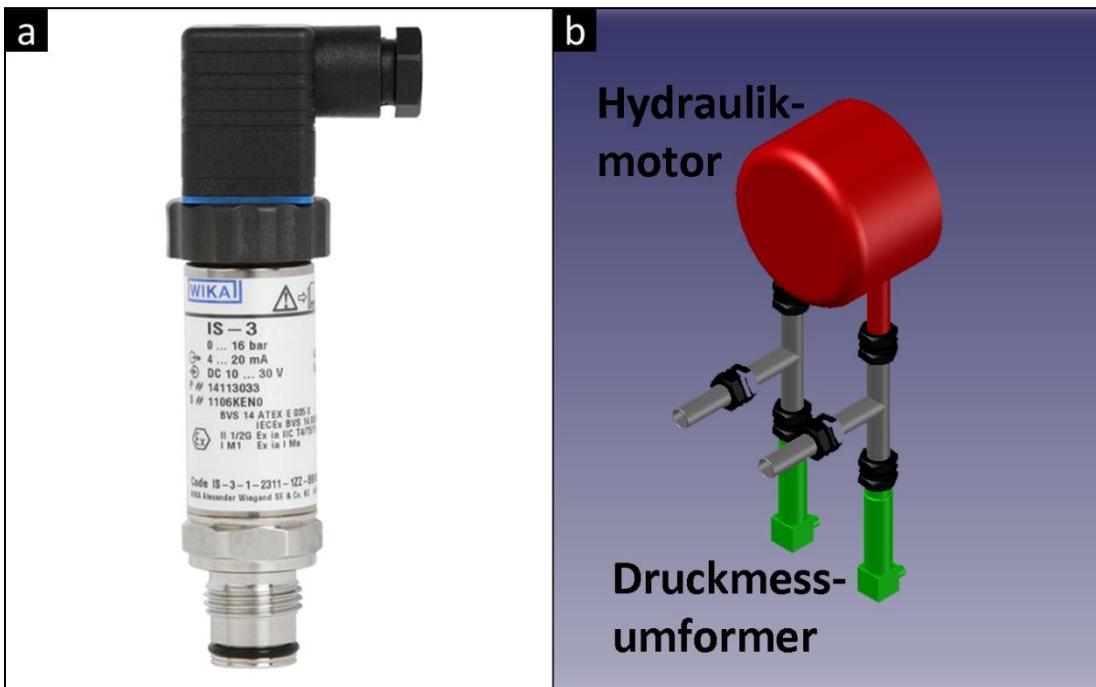


Abb. (4.03): Druckmessumformer IS-21-S sowie deren Einbau über die T-Stücke am Hydraulikmotor

#### 4.1.2 Drehmomentmessung über die DMS

Die Drehmomente werden nicht nur über den Ein- und Ausgangsdruck des Hydrauliköls am Motor bestimmt, sondern auch über die applizierten Dehnungsmessstreifen an dem Schaft der beiden Wellen (Abb. (4.04)).

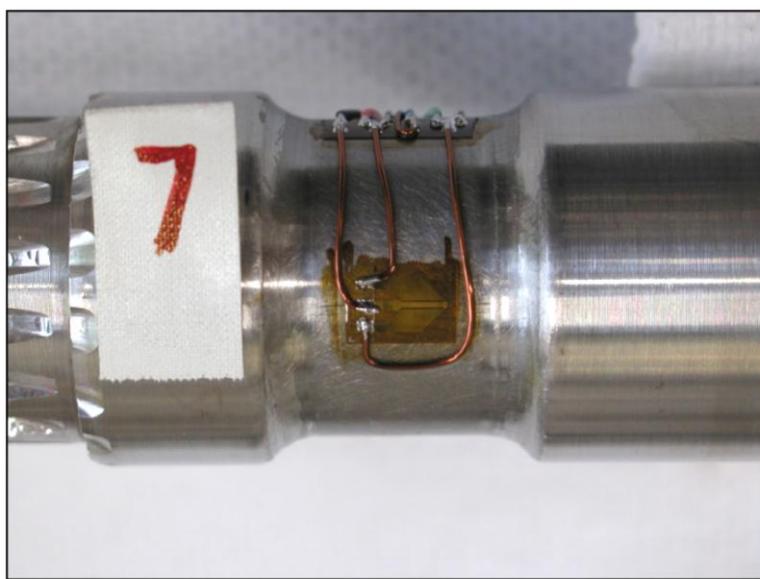


Abb. (4.04): Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung des Drehmoments auf dem Wellenschaft

Die Applikation der Dehnungsmessstreifen befindet sich direkt hinter der Getriebeeinheit und wird über eine Vollbrücke mit der Messeinrichtung verschaltet. Wie im Kapitel I „Einleitung“ in dieser Arbeit bereits ausführlich beschrieben, können die daraus ermittelten Spannungen zur Auswertung herangezogen werden.

Im nachfolgenden Diagramm ist an einem Beispiel der Drehmomentverlauf beider Wellen aufgezeichnet. Auffällig ist ihr unterschiedlicher Drehmomentverlauf. Die Welle F20 besitzt einen permanent höheren Drehmomentverlauf als die Welle F22, welches sich in anderen Versuchen auch widerspiegelt (Abb. (4.05)).

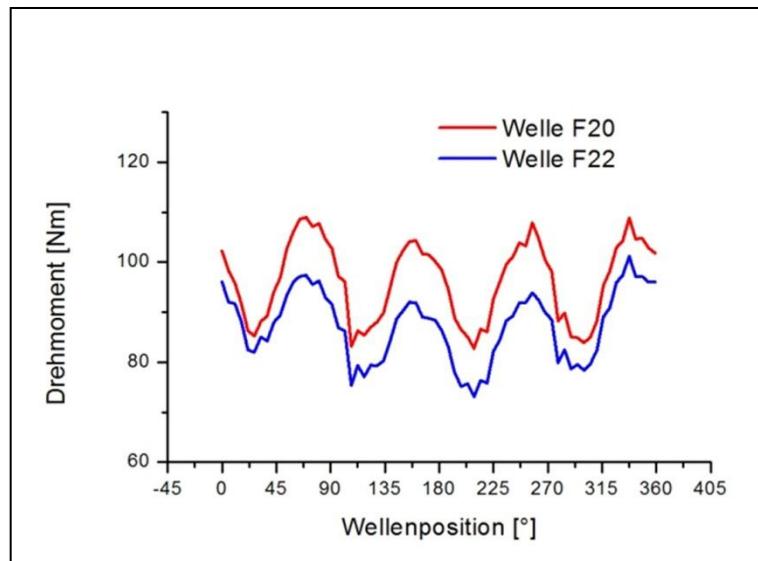


Abb. (4.05): Drehmomentverlauf beider Wellen in Abhängigkeit der Wellenposition (mittels Dehnungsmessstreifen)

Dieses Verhalten kann durch die Geometrie und die Rotationsrichtung der Wellen erklärt werden. Durch die gleichläufige Bewegung beider Wellen wird das Fluid im Knetreaktor gefördert und gelangt vorzugsweise, wie in der Abbildung (4.06) zu sehen, in eine der beiden Kammer. Die dort befindliche Welle (F20) muss somit mehr Fluid bewegen, wodurch an der Welle ein permanent höheres Drehmoment anliegt.

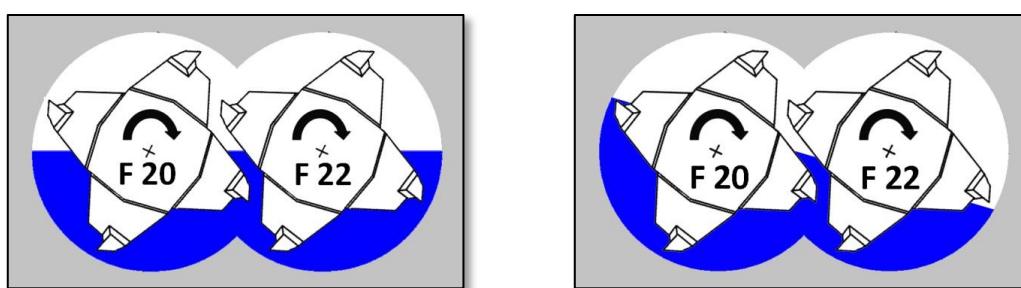


Abb. (4.06): Links: Füllstand bei stehenden Wellen. Rechts: Füllstand bei rotierenden Wellen

Die Abbildungen sind lediglich schematische Darstellungen und spiegeln das eigentliche Verhalten des Fluides nicht exakt wieder. Aufgrund seiner Viskosität, haftet das Fluid an der Außenwandung des Gehäuses, am Barren sowie an dem Wellenschaft. Werden die Wellen in Rotation versetzt, wird durch die Bewegungsrichtung mehr Fluid in den Knetraum der Welle F20 befördert. Durch die Rotationsbewegung kommt es zu einer Vermischung des Fluides, welches für das Verständnis der ablaufenden Prozesse im Knetreaktor von entscheidender Bedeutung ist. Hierzu wurde bereits Arbeiten über das Entgasungsverhalten sowie über das Mischverhalten bei unterschiedlicher Viskosität angefertigt<sup>[15-17]</sup>.

## 4.2 Auswertung der Drehmomentmessungen

Die Diagramme für die Drehmomentmessungen sind als Doppeldiagramme ausgelegt, wobei der Drehmomentverlauf einer vollen Wellenrotation wiedergegeben wird. In Abbildung (4.05) ist der Drehmomentverlauf, der aus den Druckdifferenzen der Druckmessdosen am Ein- und Ausgang des Hydraulikmotors aufgetragen. Nachfolgend sind die Messwerte von beiden Wellen addiert worden und als Gesamtdrehmoment in den Diagrammen aufgetragen. In Abhängigkeit der Wellenposition werden die Drehmomente für unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten und Nullviskositäten aufgetragen. Für jedes Diagramm wird der Füllgrad konstant gehalten.

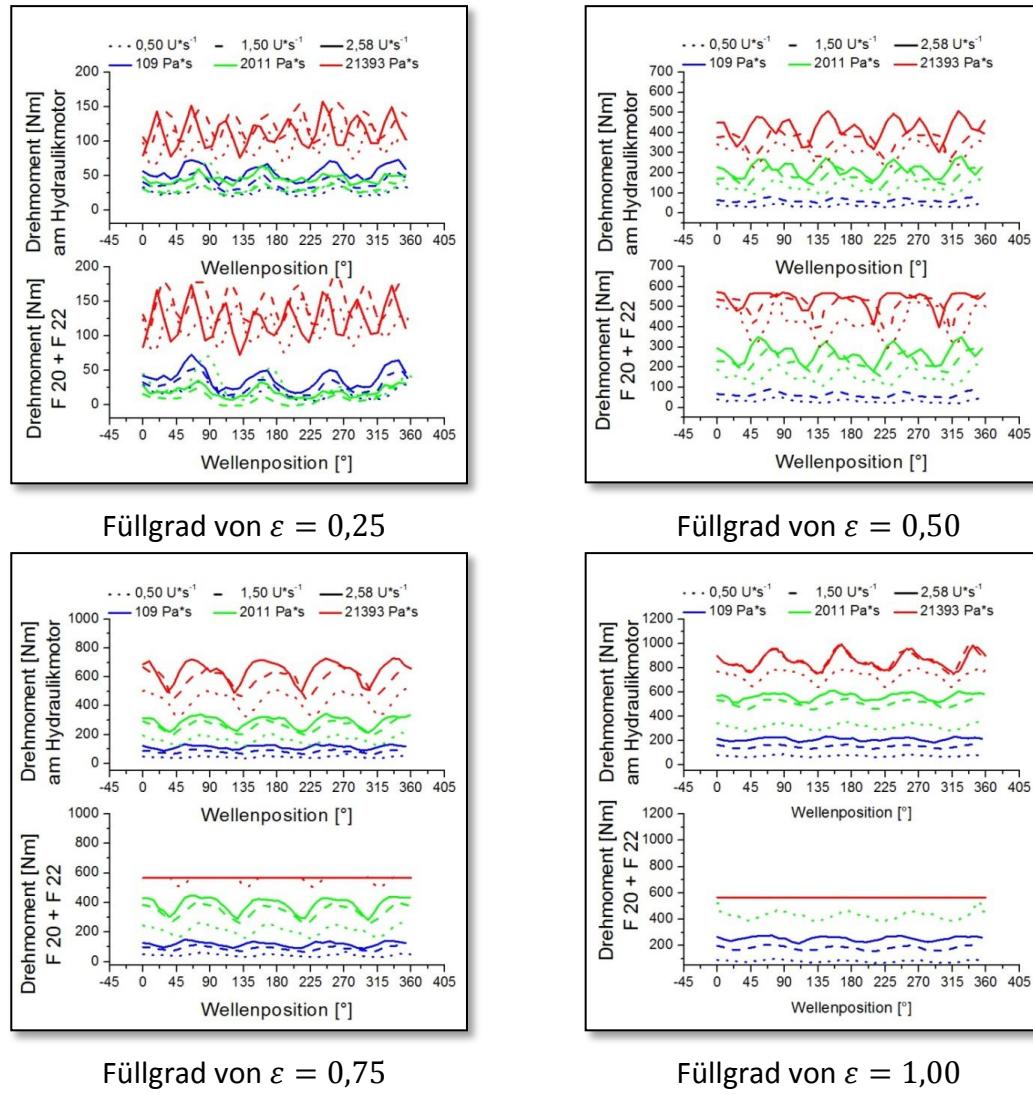


Abb. (4.07): Drehmomente der Wellen F20 und F22 sowie des Hydraulikmotors in Abhängigkeit der Wellenposition in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit und der Viskosität sowie des Füllgrads

Wie zu erwarten steigt das mittlere Drehmoment mit hohem Füllgrad an. Ferner sind bei einem niedrigen Füllgrad acht Drehmoment-Maxima zu beobachten, die sich gleichmäßig auf eine volle Wellenumdrehung im Abstand von  $45^\circ$  verteilen. Je größer der Füllgrad im Knetreaktor wird, desto mehr vereinigen sich zwei Drehmoment-Maxima zu einem, welches in den Diagrammen bei  $\varepsilon = 0,75$  und  $\varepsilon = 1,00$  als Peak mit Schulter zu erkennen ist. Bei vollgefülltem Knetraum verschmelzen diese fast vollständig zu insgesamt vier deutlich ausgeprägten Maxima, die im Abstand von  $90^\circ$  erscheinen. Dieses Verhalten wird deutlicher, wenn die Messdaten in Abhängigkeit der Füllgrade bei einer Nullviskosität von  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  und einer Rotationsfrequenz von  $n = 2,58 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$  in einem separaten Diagramm aufgetragen werden.

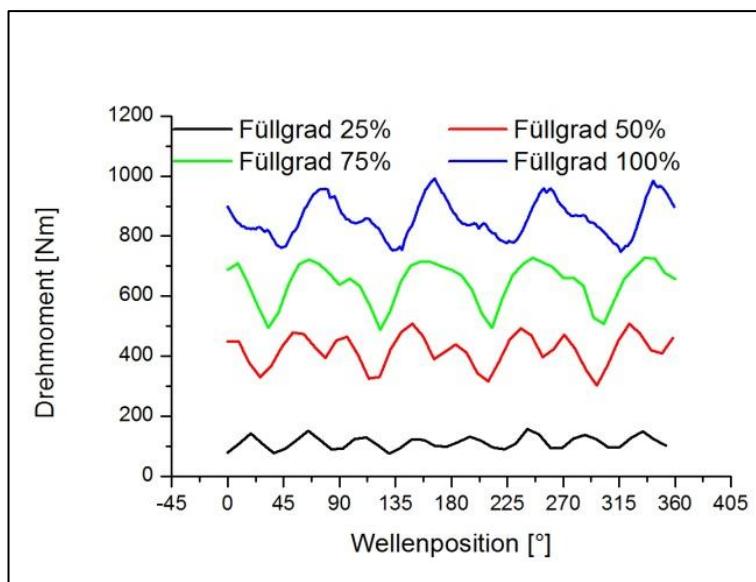
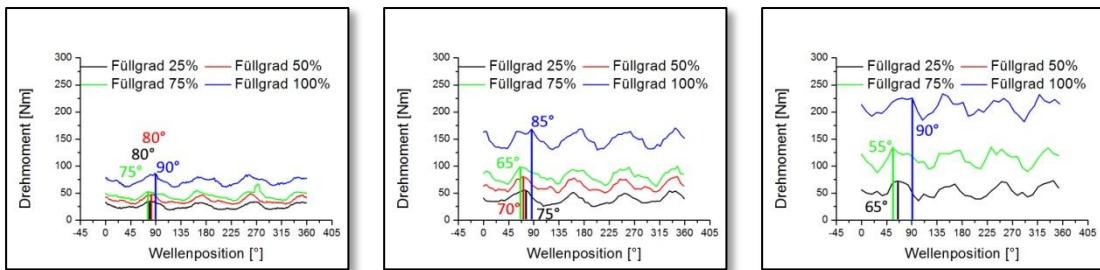


Abb. (4.08): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Auftragung der Peakauflösung durch Füllgradvariation, Viskosität  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , Rotationsgeschwindigkeit  $n = 2,58 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$

Des Weiteren zeigt die Darstellung eine geringe Phasenverschiebung der Maxima. Bei höheren Füllgraden wandern die Peaks zu höheren Wellenpositionen. Um dieses Verhalten genauer zu betrachten, wird von jeder Viskosität sowie jeder Rotationsgeschwindigkeit der Wellen ein separates Diagramm erstellt.

Bei einer Nullviskosität von  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  gemessen



Bei  $n = 0,55 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$

Bei  $n = 1,50 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$

Bei  $n = 2,58 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$

Abb. (4.09): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment-Maxima, Nullviskosität  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten

Bei niedriger Viskosität besteht kein erkennbarer Zusammenhang zwischen der Füllgradänderung und der Positionsverschiebung der Drehmoment-Maxima, da bei allen Rotationsgeschwindigkeiten die Drehmoment-Maxima sehr eng beieinander liegen. Die Abweichungen der hier ermittelten Drehmoment-Maxima sind im Bezug zur Fehlerangabe der einzelnen Messpunkte (Tab. (3.03)) etwas höher, jedoch ist kein eindeutiger Trend zu erkennen.

Bei einer Viskosität von  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  gemessen

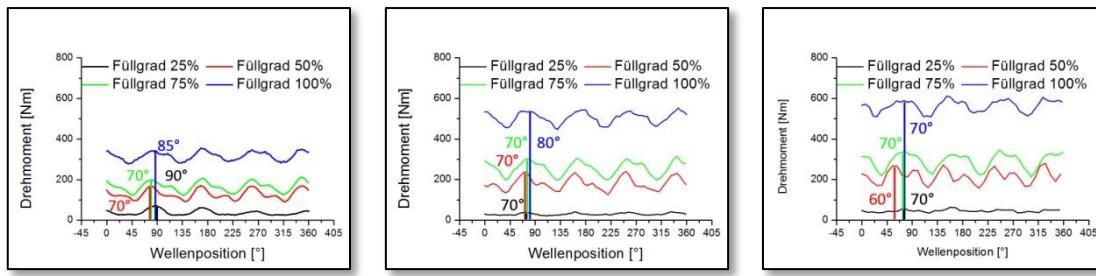


Abb. (4.10): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment-Maxima, Nullviskosität  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten

Auch bei einer mittleren Nullviskosität von  $2000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  ist keine füllgradabhängige Änderung der Position des Drehmoment-Maxima zu erkennen. Wie auch bei der geringen Viskosität liegen die Drehmoment-Maxima Positionen sehr eng zusammen.

Bei einer Viskosität von  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  gemessen

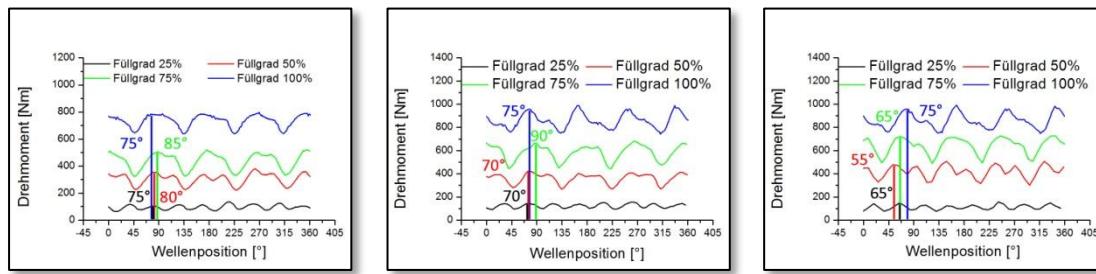


Abb. (4.11): Drehmoment in Abhängigkeit der Winkelposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment-Maxima, Nullviskosität  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten

Selbst bei sehr hoher Nullviskosität von  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  ist keine Abhängigkeit zu verzeichnen. Über alle Einstellungen betrachtet ist keine eindeutige Aussage über die füllgradabhängige Lage der Drehmoment-Maxima zu treffen. Da kein eindeutiger Trend zu erkennen ist, werden nachfolgend die Positionen der Drehmoment-Maxima genauer betrachtet.

Hier werden die Drehmoment-Maxima markiert und die Wellenposition nebenstehend abgebildet. Durch den symmetrischen Aufbau der Welle können alle Maxima, die um  $90^\circ$  versetzt sind, zu einer Wellenposition zusammengefasst werden. Hier liegen die Maxima bei einer Nullviskosität von  $2000 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  bei etwa  $80^\circ, 170^\circ, 260^\circ$  und  $350^\circ$ . Diese werden durch ihre Intensität in der weiteren Arbeit als Haupt-Maxima angesehen.

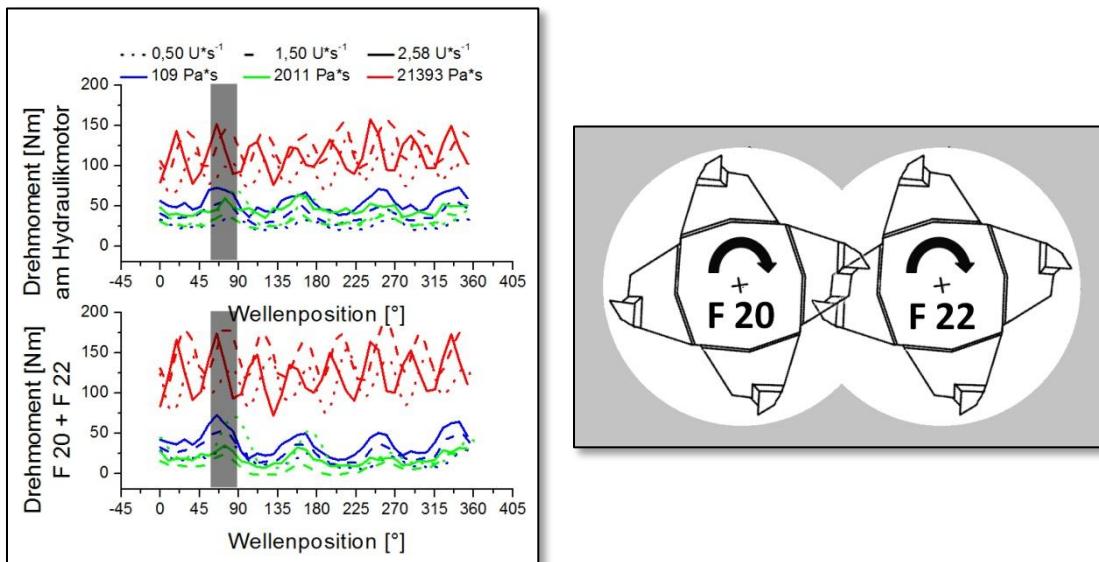


Abb. (4.12): Links: Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition.  
Rechts: Die entsprechende Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei  $80^\circ, 170^\circ, 260^\circ$  und  $350^\circ$ .

Wird die Drehrichtung der Wellen berücksichtigt, gleitet der Barren der Welle F20 zwischen dem Barren der Welle F22 und dem Wellenschaft hindurch. Gleichzeitig gleitet der Barren der Welle F22 durch den Zwischenraum des Barrens auf der Welle F20 und dessen Wellenschaft. Durch die Rotationsbewegung der Wellen wird das Fluid vor dem Barren hergeschoben und im Zwickelbereich vom anderen Barren durchlaufen. Dabei erfährt das Fluid eine Scherbelastung, da dieses durch den kleinen Spalt zwischen Barren und Wellenschaft gedrückt werden muss.

Nach den Haupt-Maxima sind weitere Neben-Maxima im Diagramm zu erkennen. In der nachfolgenden Abbildung sind diese ebenfalls markiert und mit der entsprechenden Wellenposition nebenstehend aufgetragen.

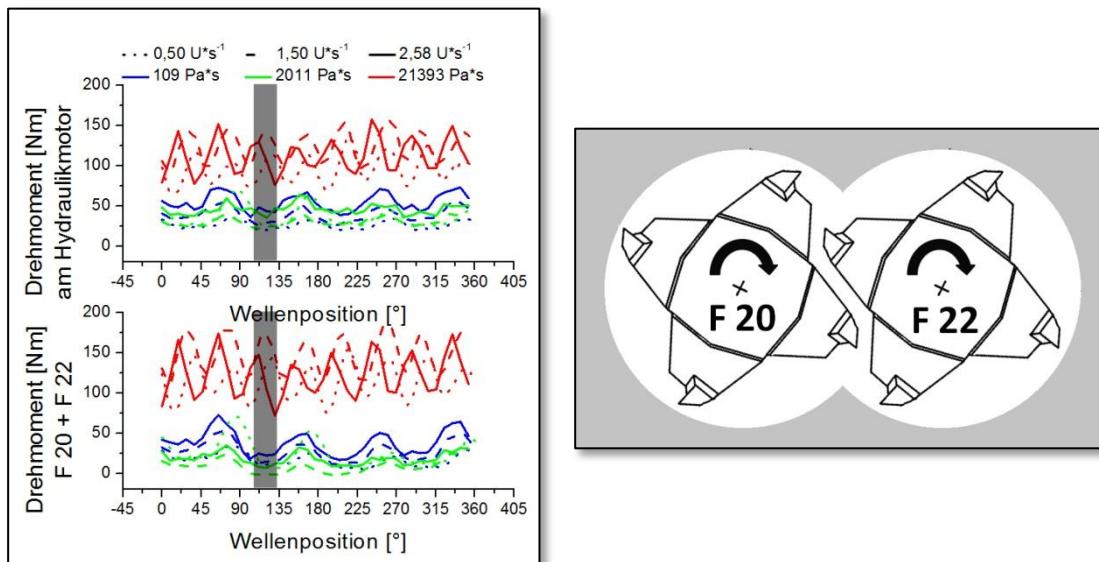


Abb. (4.13): Links: Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition  
Rechts: Die entsprechende Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei 25°, 115°, 205° und 295°

Dabei ist das im Zwickelbereich vorhandene Fluid schon geschert worden und der Barren gleitet anschließend in die Wellenkammer ein. Nach der Scherung fällt das Drehmoment kurzzeitig ab, da nach dem hinterher Gleiten der Barren das Fluid mehr Raum hat um sich auszubreiten. Vor dem Eintauchen des Barrens in die Wellenkammer wird der Spalt zwischen Gehäusewandung und Barren kleiner, wodurch das Fluid weiteren Scherkräften ausgesetzt ist. Dadurch steigt das Drehmoment wieder an. Dieser Effekt ist bei mittleren Füllgraden sowie bei hochviskosen Fluiden mit niedrigem Füllgrad stärker ausgeprägt. Je größer der Füllgrad wird, desto mehr vereinigen sich zwei Maxima zu einem. Dies ist durch den fehlenden Leerraum zu erklären, bevor es wieder in die Wellenkammer gedrückt wird.

Ein weiterer Grund für den Anstieg des Drehmoments ist die Positionierung des oberen Barrens auf der Welle F20. Dieser fördert das Fluid aus dem Wellenraum in den Zwickelbereich. Durch den anderen Barren auf der Welle F22 wird der direkte Weg des Fluides jedoch gestört, wodurch es zu einer Scherung des Fluides kommt. Dabei wird mehr Kraft benötigt, wodurch es zu einem Anstieg des Drehmoments kommt.

## 4.2.1 Einfluss des Füllgrads

Um den Einfluss des Füllgrads auf das Drehmoment zu ermitteln, werden im Folgenden die Mittelwerte der Drehmomente einer vollen Wellenrotation berechnet und in den nachfolgenden Diagrammen in Abhängigkeit der Füllgrads und der Nullviskosität aufgetragen.

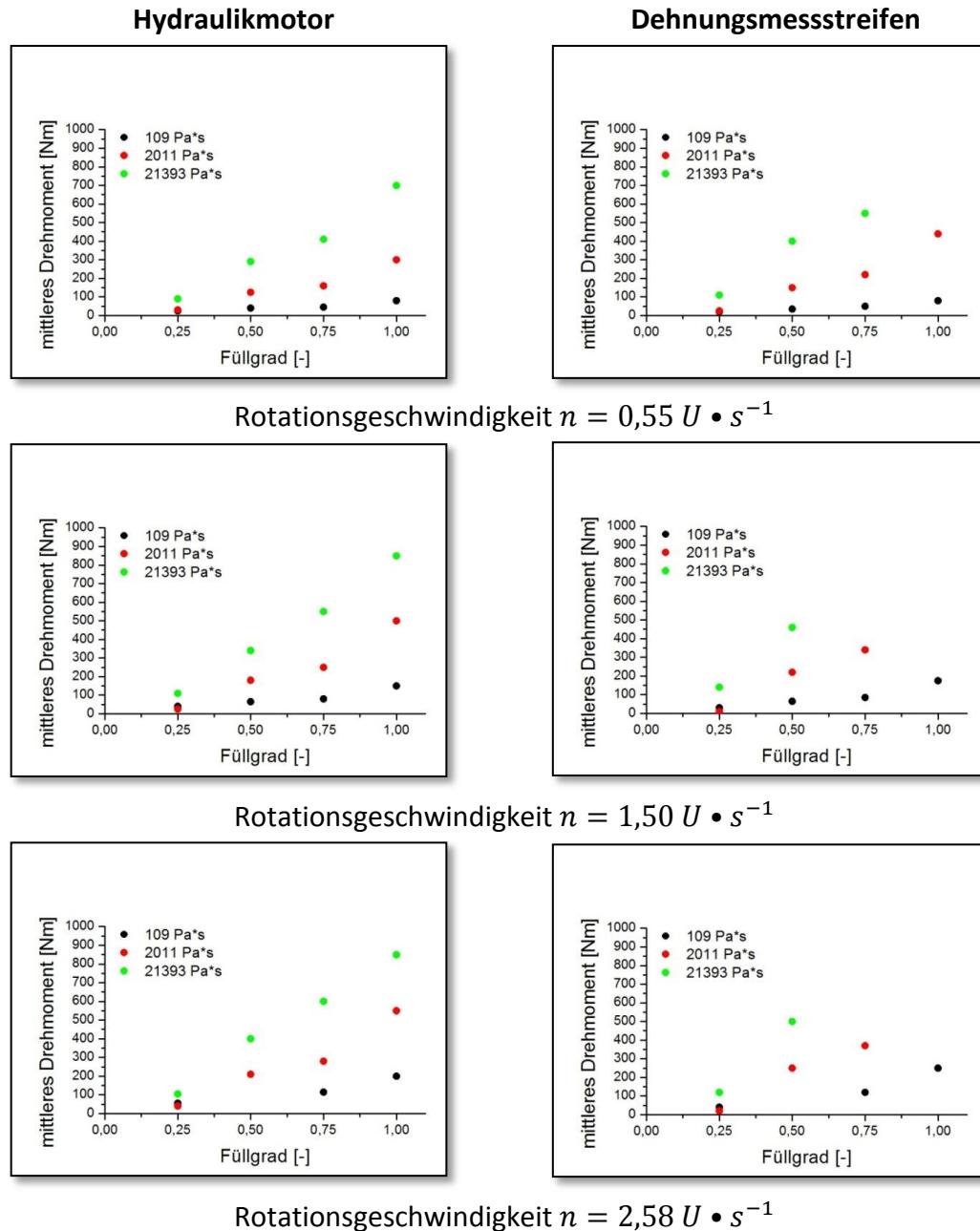


Abb. (4.14) : Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit des Füllgrads am Hydraulikmotor (links) und der beiden Wellen (rechts) bei unterschiedlichen Viskositäten sowie verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten

Wie bereits erwähnt, konnten bei großer Belastung die Dehnungsmessstreifen nicht ausgelesen werden, so dass sich die weitere Auswertung teilweise nur auf drei, beziehungsweise zwei Messpunkte stützt.

In allen Diagrammen steigt das mittlere Drehmoment linear mit dem Füllgrad an. Je höher die Viskosität des Fluides ist, desto größer ist auch der lineare Anstieg des Drehmoments. In Tabelle (4.01) sind die füllgradabhängigen Steigungskoeffizienten aufgelistet, der wie folgt definiert ist.

$$C_\varepsilon = \frac{\bar{M}}{\varepsilon} \quad (4.06)$$

Tab. (4.01): Füllgradabhängige Steigungskoeffizienten  $C_\varepsilon$  in [Nm]

Hydraulikmotor			
Nullviskosität $\eta_0$ [Pa · s]	Rotationsgeschwindigkeit $n$ [U · s <sup>-1</sup> ]		
	0,55	1,50	2,58
109	68 Nm	138 Nm	183 Nm
2011	338 Nm	596 Nm	640 Nm
21393	780 Nm	972 Nm	974 Nm
Dehnungsmessstreifen			
Nullviskosität $\eta_0$ [Pa · s]	Rotationsgeschwindigkeit $n$ [U · s <sup>-1</sup> ]		
	0,55	1,50	2,58
109	78 Nm	128 Nm	263 Nm
2011	526 Nm	660 Nm	700 Nm
21393	880 Nm	1280 Nm	1520 Nm

Auffällig hierbei sind die hohen Abweichungen zwischen den Messungen durch die Druckdifferenz am Hydraulikmotor und den applizierten Dehnungsmessstreifen auf den Wellen gerade bei hoher Viskosität des Fluides. Ebenfalls sind die füllgradabhängigen Steigungskoeffizienten, die über die Dehnungsmessstreifen ermittelt worden sind, alle größer als die über die Druckdifferenz am Hydraulikmotor gemessenen.

Ein möglicher Grund für die unterschiedlichen Drehmomente ist die Positionierung der Druckmessumformer. Diese sollten nach Anleitung senkrecht eingebaut werden (Abb. (3.02) und (4.03)), sodass eventuell mitgeführte Luft im Hydrauliköl nicht vor den Sensorkopf gelangt und zu Messfehlern führt. Da aus Platzgründen die Druckmessumformer über ein T-Stück zwischen den Motor und der Hydraulikleitung eingebaut wurden, ändert sich die Fließrichtung des Hydrauliköls im Zulauf und Ablauf (Abb. (4.15)).

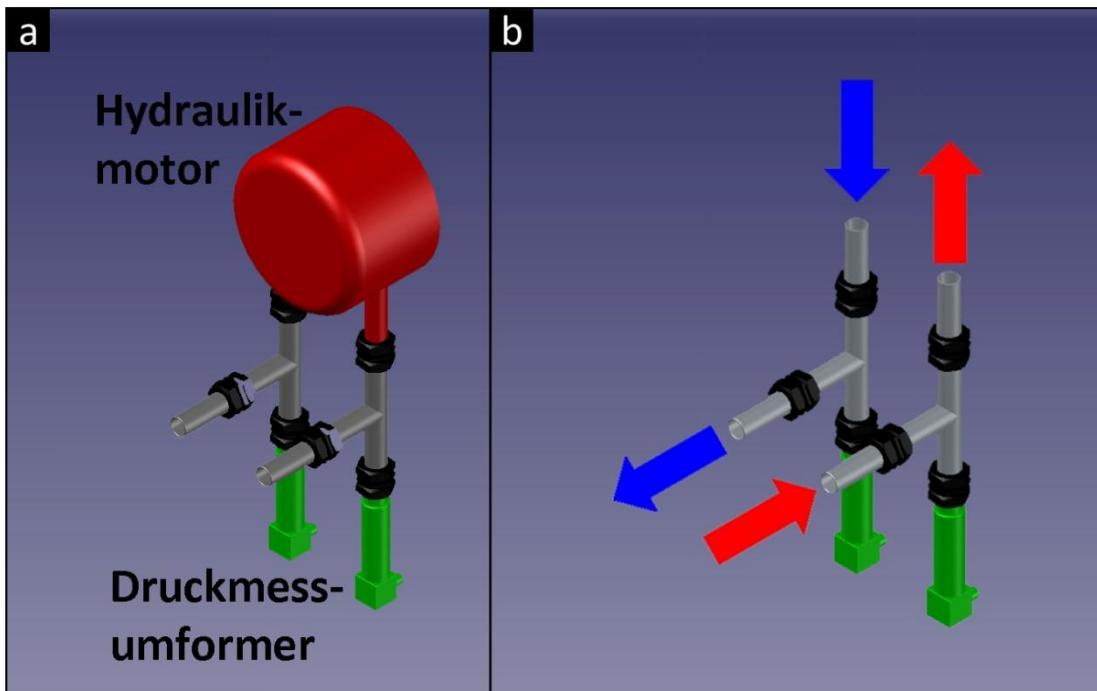


Abb. (4.15): a) Aufbau der Hydraulikleitung mit Motor und Druckmessumformer  
b) Fließrichtung des Hydrauliköls, Zulauf (rot) und Ablauf (blau).

Durch diese veränderte Strömung ist der gemessene Druck des Hydrauliköls im Zulauf kleiner als der tatsächliche vorherrschende Druck. Anders ist dieses im Ablauf des Hydrauliköls. Hier drückt das Öl direkt vor den Druckmessumformer und wird dann zur Seite abgelenkt, wodurch der gemessene Druck größer ist als der tatsächliche. Durch diese Änderungen ist die gemessene Druckdifferenz geringer als die Aufsummierung der beiden Drehmomente aus den Dehnungsmessstreifen.

## 4.2.2 Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit

Ebenfalls wird der Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit der Wellen auf das mittlere Drehmoment bei allen Füllgraden verglichen. Dabei werden für einen konstanten Füllgrad das mittlere Drehmoment und die Rotationsfrequenz in ein Diagramm aufgetragen.

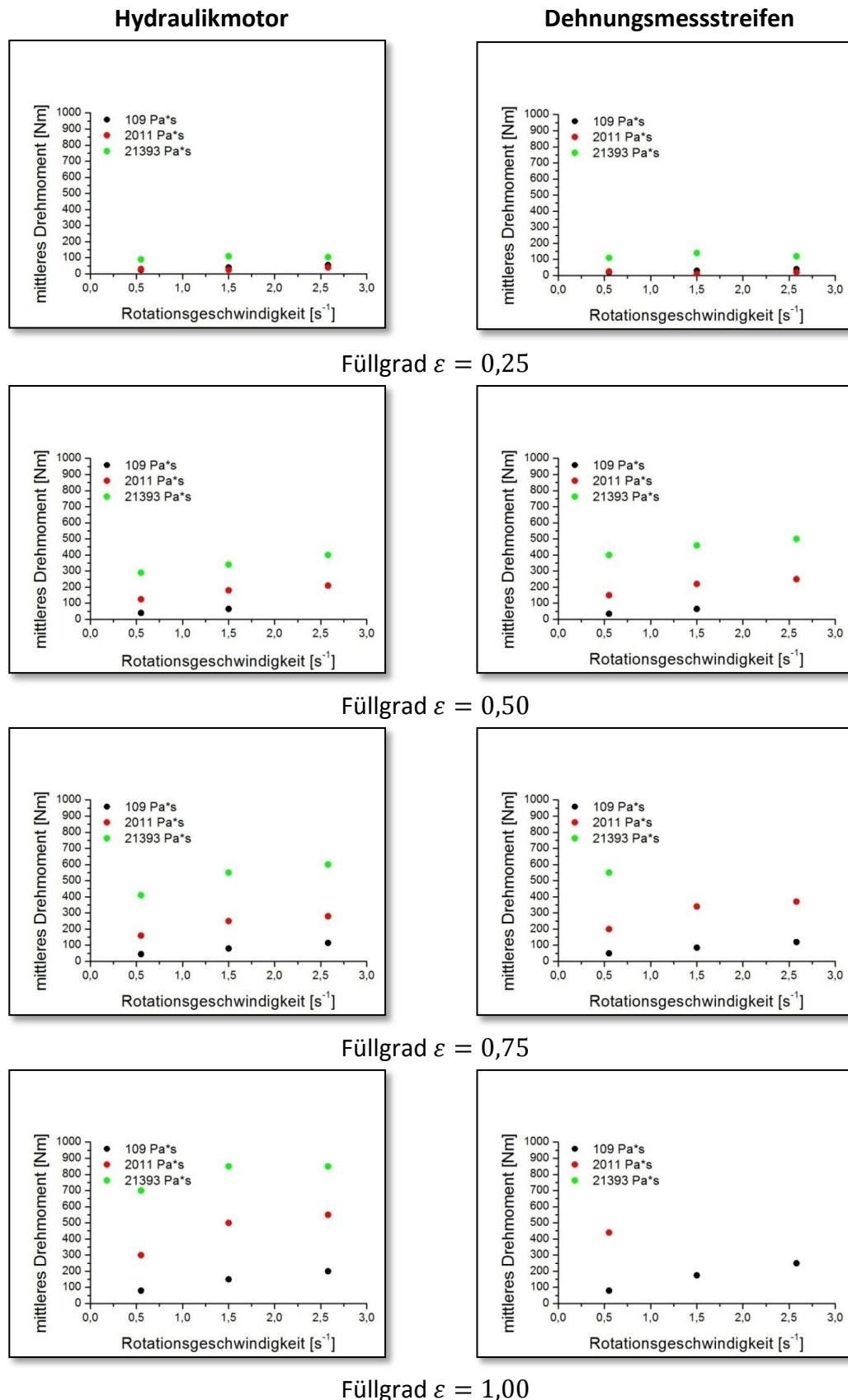


Abb. (4.16): Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit am Hydraulikmotor (links) und an den Dehnungsmessstreifen (rechts) bei unterschiedlichen Viskositäten sowie verschiedenen Füllgraden.

Die Steigung der rotationsbedingten Änderung des mittleren Drehmoments ist hier nur schwach ausgeprägt. Bei niedrigen Füllgraden ergibt sich ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen der Änderung des Drehmoments in Abhängigkeit zur Rotationsgeschwindigkeit. Bei höheren Füllgraden geht die Linearität der Funktion in eine logarithmierte Funktion über. Dabei besitzt die Steigung bei niedrigen Rotationsgeschwindigkeiten einen höheren Wert, der mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit abnimmt. Eine mathematische Auswertung der Daten ist durch die Änderung der Steigung an dieser Stelle eher ungeeignet.

#### 4.2.3 Einfluss der Viskosität

Ein weiterer Einflussfaktor ist die Viskosität des Fluides. Auch hier werden die mittleren Drehmomente der Experimente aufgetragen und miteinander verglichen. Durch den Ansatz von *CARREAU-YASSUDA* ist die Viskosität in den folgenden Diagrammen logarithmisch aufgetragen, um im Anschluss die Koeffizienten zu ermitteln und zu vergleichen.

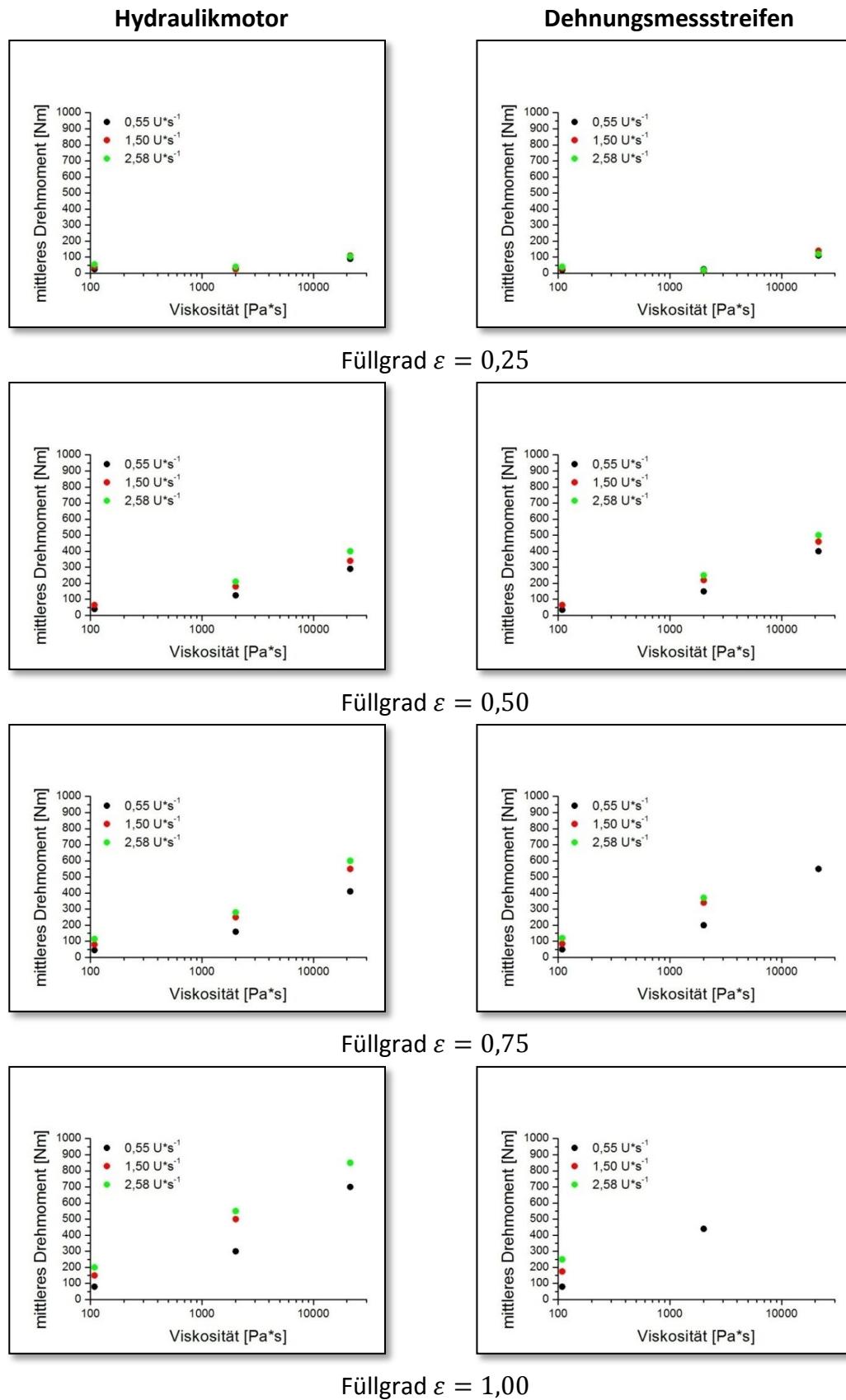


Abb. (4.17): Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit der Viskosität am Hydraulikmotor (links) und an den Dehnungsmessstreifen (rechts) bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten sowie verschiedener Füllgraden.

In allen Diagrammen ist in der logarithmischen Auftragung ein linearer Zusammenhang zwischen dem mittleren Drehmoment und der logarithmierten Nullviskosität zu erkennen. Die daraus ermittelten viskositätsabhängigen Steigungskoeffizienten sind in Abhängigkeit zur Rotationsgeschwindigkeit und dem Füllgrad in Tabelle (4.02) dargestellt.

$$C_{\eta_0} = \frac{\bar{M}}{lg(\eta_0)} \quad (4.07)$$

Tab. (4.02): Viskositätsabhängige Steigungskoeffizienten  $C_{\eta_0}$  [Nm]

Messungen am Hydraulikmotor				
Rotationsgeschwindigkeit $n$ [ $U \cdot s^{-1}$ ]	Füllgrad $\varepsilon$ [-]			
	0,25	0,50	0,75	1,00
0,55	13,04	19,75	30,42	52,45
1,50	4,04	37,32	53,05	110,91
2,58	6,09	47,65	83,93	67,45
Messungen über die Dehnungsmessstreifen				
Rotationsgeschwindigkeit $n$ [ $U \cdot s^{-1}$ ]	Füllgrad $\varepsilon$ [-]			
	0,25	0,25	0,25	0,25
0,55	8,09	23,70	30,42	74,18
1,50	0,00	44,06	75,54	—
2,58	5,10	43,76	—	—

## 4.3 Biegemoment der Wellen

Die Beaufschlagung der Wellen mit einem Drehmoment führt im Betrieb des Knetreaktors zu einer Torsion und Deformation der Wellen. Diese Deformation kann über die Dehnungsmessstreifen in Form einer Dehnung bzw. Stauchung gemessen werden. Die Verformung wird durch die Rotationsrichtung, der Rotationsgeschwindigkeit, sowie der Barrenpositionierung und die Fluidverteilung beeinflusst. Um Richtung und Belastung in Form der Dehnung der Welle zu beschreiben, werden beide Wellen mit jeweils zwei Dehnungsmessstreifen appliziert, die gegenüberliegend angebracht werden.

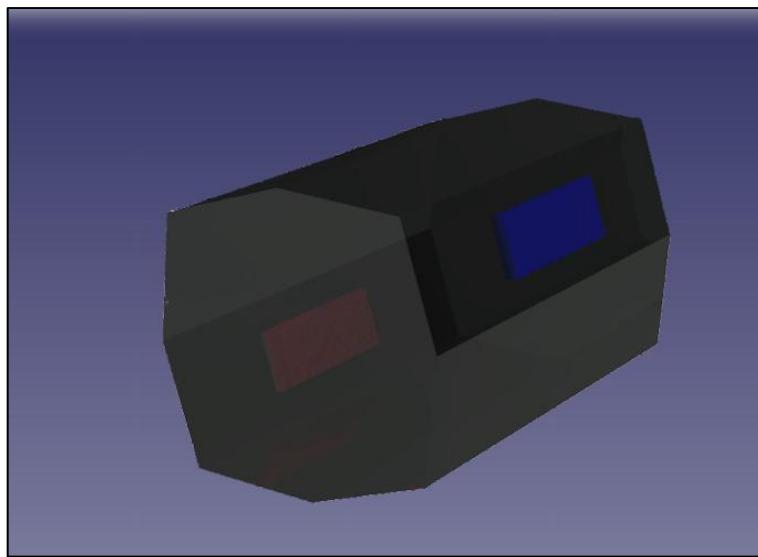


Abb. (4.18): Welle mit zwei gegenüberliegenden Dehnungsmessstreifen 1 (blau) und 2 (rot)

### 4.3.1 Interpretation der Dehnung des Wellenschafts

Die Dehnung der beiden Wellen wird nachfolgend über die Winkelposition der Wellen dargestellt. Im oberen Diagramm sind die beiden Dehnungsmessstreifen der Welle F20, im unteren die der Welle F22 aufgetragen. Wie im Kapitel III „Positionierung auf dem Wellenschaft“ beschrieben, tritt hier die gegenseitige Überprüfung der Dehnungsmessstreifen ein. Diese sind in Abb. (4.18) an Hand eines Beispiel ( $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ;  $\varepsilon = 0,75$ ;  $n = 1,50 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$ ) dargestellt.

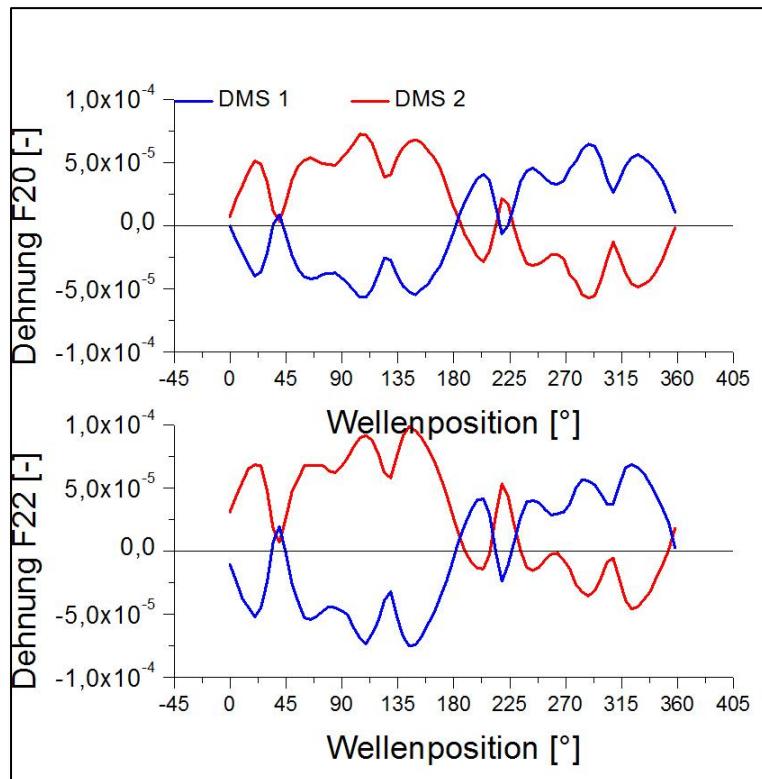


Abb. (4.19): Dehnung der Wellen in Abhängigkeit der Wellenposition;  
Dehnungsmessstreifen 1 (blau), 2 (rot)

Die Abbildung zeigt den Verlauf der Dehnung über eine volle Wellenrotation für die Dehnungsmessstreifen 1 (blau) und 2 (rot) der beiden Wellen. Dabei ist die Dehnung auf der Welle F22 größer als auf der Welle F20. Durch die Rotationsgeschwindigkeit der Wellen wird, wie in Abbildung (4.06) schon beschrieben ist, ein Gradient des Füllgrads eingestellt. Dabei wird mehr Fluid in den Wellenbereich F20 verschoben, wodurch die Bewegung des Wellenschafts gehemmt wird und eine geringere Dehnung aufweist. Auch ist ein charakteristischer Kurvenverlauf zu erkennen, der jedoch nachfolgend genauer betrachtet werden soll.

Die Auftragung der Dehnung in einem Netzdiagramm ermöglicht eine bessere Visualisierung. In Abb. (4.19) sind zwei Netzdiagramme dargestellt, die die Wellenposition im Knetreaktor wiedergibt. Das linke Netzdiagramm zeigt die Dehnung der Welle F20 und das rechte die Dehnung der Welle F22. In beiden Diagrammen ist die Dehnung des Dehnungsmessstreifens 1 (blau) in Abhängigkeit der Richtung und Wellenposition dargestellt. Zusätzlich ist an dem Diagramm die Bewegung der Welle (schwarz) ohne Belastung aufgetragen. Die Dehnung ist ein Maß für die Verformung der Welle bei der entsprechenden Wellenposition und kann somit als resultierende, tangential wirkende Krafteinwirkung verstanden werden.

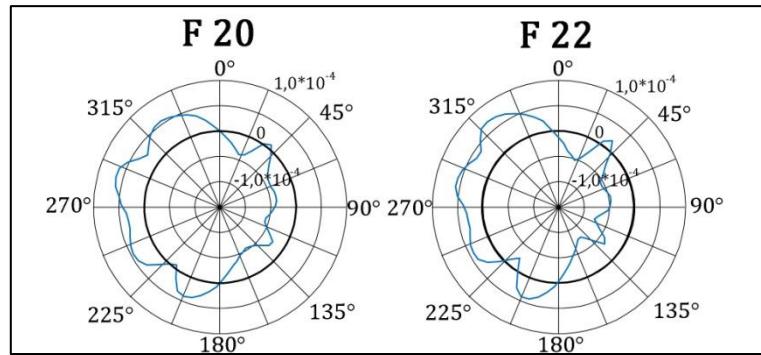


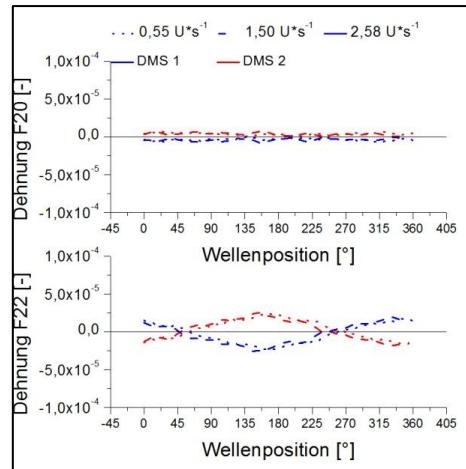
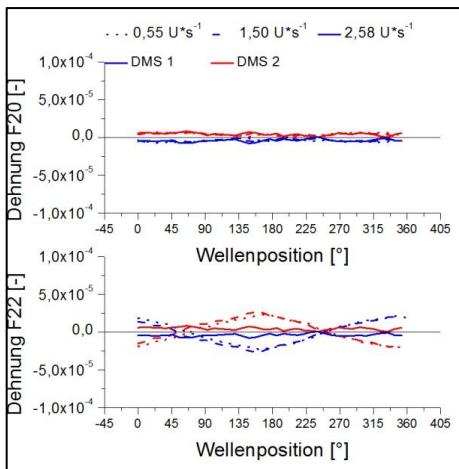
Abb. (4.20): Dehnung der Wellen F20 und F22 im Netzdiagramm

Hier zeigt sich ein ähnlicher Verlauf der Dehnung der Wellen F20 und F22. Die volle Rotation beider Wellen zeigt einen ähnlichen Verlauf der Dehnung. Beide Wellen werden in der ersten Hälfte der Rotation nach links ausgelenkt, gleiten bei etwa  $180^\circ$  in den unbelasteten Zustand und werden in der zweiten Hälfte der Rotation wieder nach links ausgelenkt.

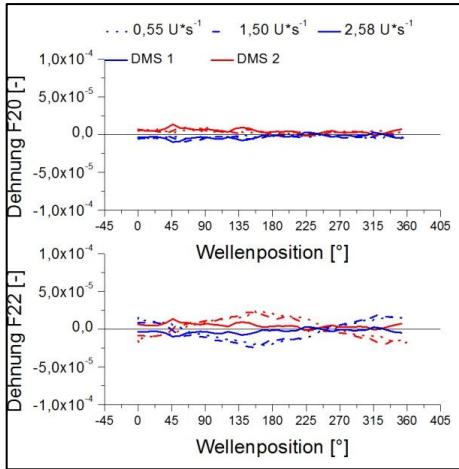
### 4.3.2 Dehnung in Abhängigkeit des Füllgrads

In den nachfolgenden Diagrammen ist die Dehnung bei drei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten, konstanter Viskosität und variablem Füllgrad aufgetragen. Wie zuvor gibt das obere der beiden Diagramme die Dehnung der Welle F20 wieder, wobei das untere Diagramm die Dehnung der Welle F22 darstellt. Die blaue Linie gibt die Dehnung des DMS 1 wieder und die rote die des DMS 2.

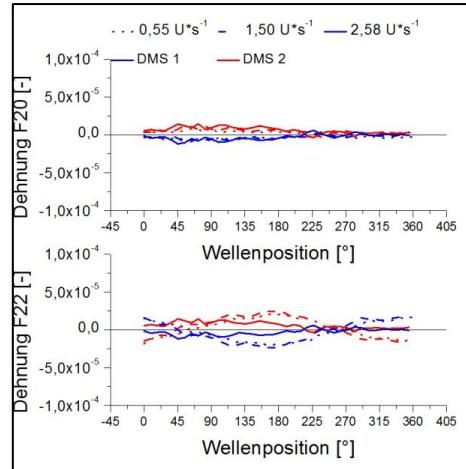
**Nullviskosität  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$**



Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$



Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$



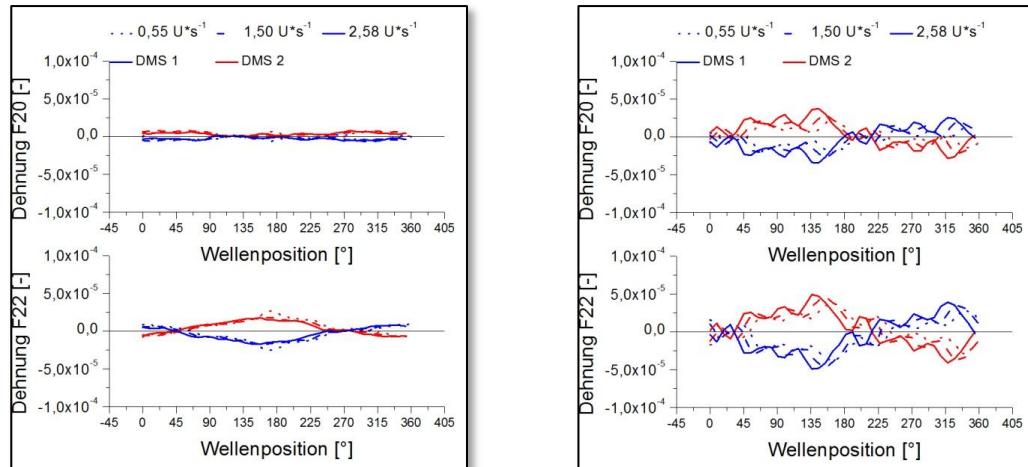
Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$

Abb. (4.21): Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads

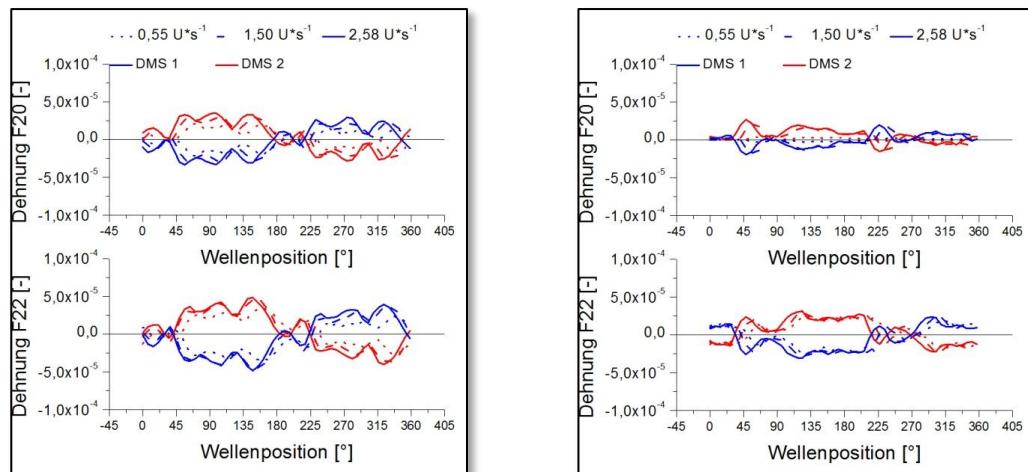
Füllgrad  $\varepsilon = 1,00$

Eine Abhängigkeit der Dehnung vom Füllgrad ist bei niedriger Viskosität kaum wahrnehmbar. Die Welle F20 erfährt in allen Diagrammen nur eine leichte Dehnung, die überall relativ konstant ist. Die Welle F22 zeigt jedoch ein anderes Verhalten. Sie besitzt eine leichte sinusförmige Schwingung, die bei etwa  $50^\circ$  und  $230^\circ$  ihren Nulldurchgang besitzen. Auch ist die maximale Dehnung größer als die der Welle F20.

**Nullviskosität  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$**

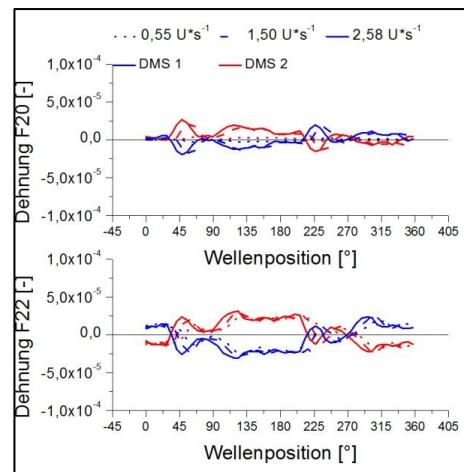


Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$



Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$

Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$

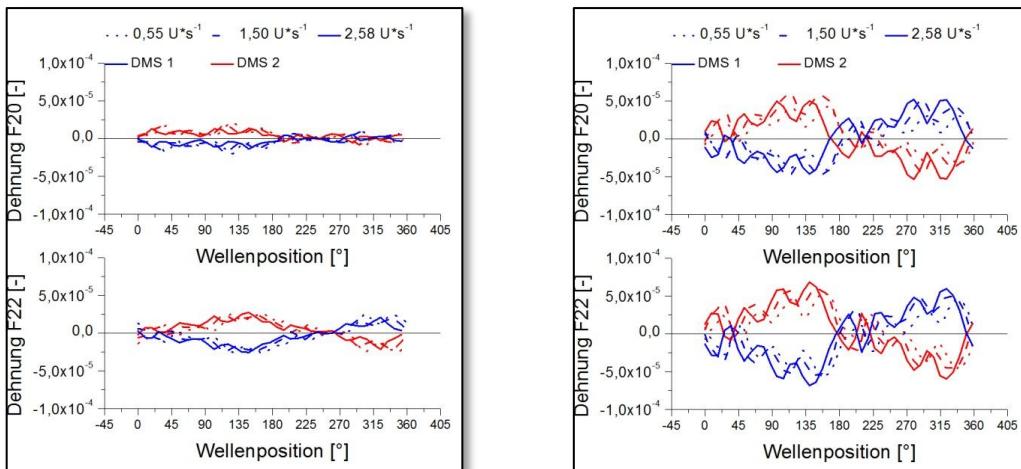


Füllgrad  $\varepsilon = 1,00$

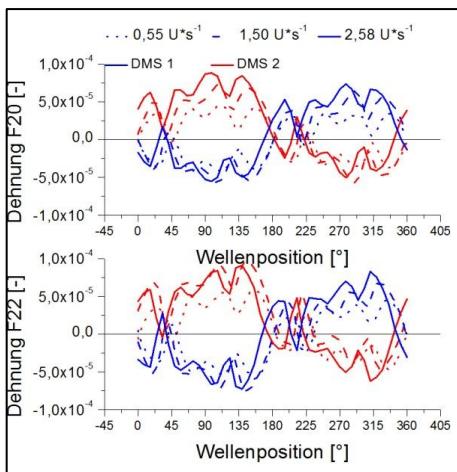
Abb. (4.22): Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads

Bei mittlerer Viskosität ist die Dehnung der Welle F20 bei niedrigem Füllgrad schwach ausgeprägt. Die Dehnung der Welle F22 ist stärker ausgeprägt und besitzt eine sinusförmige Grundschwingung. Bei mittleren Füllgraden von  $\varepsilon = 0,50$  und  $\varepsilon = 0,75$  wird die Dehnung beider Wellen größer und es entsteht ein charakteristischer Verlauf. Dieser bleibt bei einem Füllgrad von  $\varepsilon = 1,00$  bestehen, jedoch ist die maximale Dehnung geringer als bei dem mittleren Füllgraden.

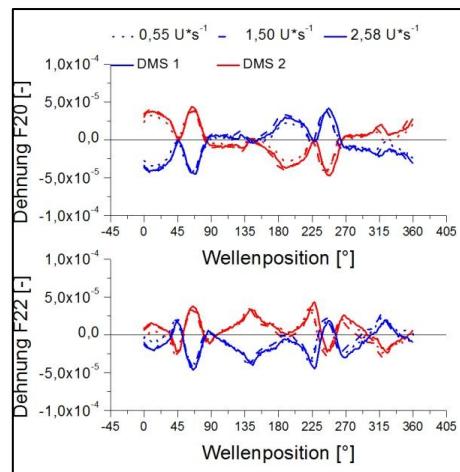
$$\text{Nullviskosität } \eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$



$$\text{Füllgrad } \varepsilon = 0,25$$



$$\text{Füllgrad } \varepsilon = 0,50$$



$$\text{Füllgrad } \varepsilon = 0,75$$

Abb. (4.23): Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads

$$\text{Füllgrad } \varepsilon = 1,00$$

Auch bei einer hohen Viskosität ist bei niedrigen Füllgrad nur eine leichte Dehnung der Welle F20 zu erkennen. Wo hingegen die Welle F22 eine sinusförmige Schwingung vollführt und eine stärkere Dehnung aufweist. Wie auch bei der mittleren Viskosität ist die Dehnung bei mittleren Füllgraden auf beiden Wellen größer als im vollgefüllten Zustand. Auch der charakteristische Verlauf ist deutlich zu erkennen.

### 4.3.3 Dehnung in Abhängigkeit der Rotation

Für die Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit wird die Dehnung gegen der Winkelposition aufgetragen, wobei der Füllgrad in den Diagrammen variiert wird. Bei gleichbleibender Viskosität werden die unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten nebeneinander aufgetragen.

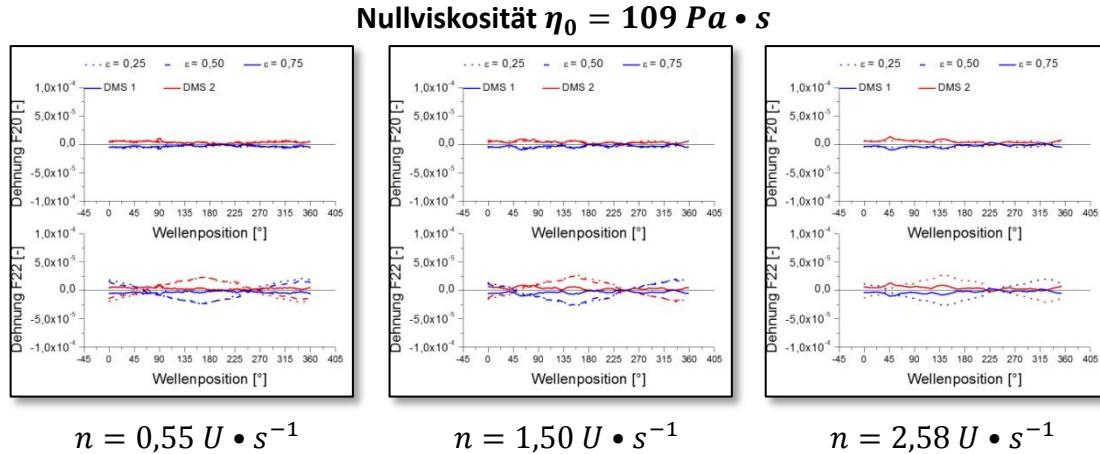


Abb. (4.24): Auftragung der Dehnung gegen die Wellenposition, Nullviskosität  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit

Bei geringer Viskosität ist keine große Abhängigkeit bezüglich der Rotationsgeschwindigkeit zu verzeichnen. Der Verlauf der Dehnung über eine volle Wellenrotation gleicht bei mittleren Füllgrad über alle Rotationsgeschwindigkeiten einer sinusförmigen Funktion mit den Hauptmaxima bei  $150^\circ$  und  $330^\circ$ . Diese variieren jedoch über die Rotationsgeschwindigkeit. Bei langsamer Rotation werden die Maxima in Richtung höherer Winkelposition und bei schneller Rotation in Richtung kleinerer Winkelposition verschoben.

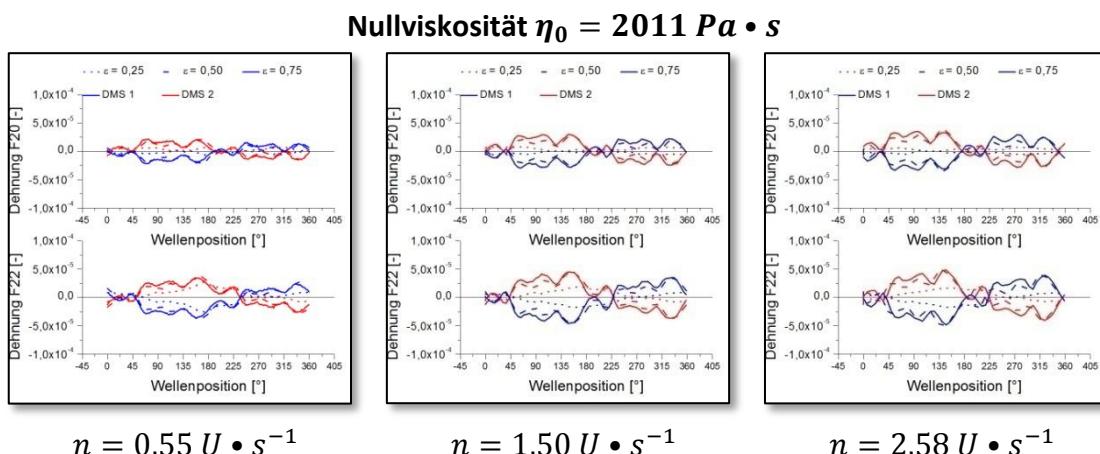


Abb. (4.25): Auftragung der Dehnung egen über der Wellenposition, Nullviskosität  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit

Bei mittlerer Viskosität erscheinen die charakteristischen Dehnungsverläufe bei fast allen aufgenommenen Messreihen. Ausnahmen hierbei sind die Versuche mit einem Füllgrad von  $\varepsilon = 0,25$ . Dieser Verlauf ähnelt lediglich einer sinusförmigen Schwingung, ohne irgendwelche Charakteristika. Auffällig ist der geringe Anstieg der maximalen Dehnung bei höheren Rotationsgeschwindigkeiten.

$$\text{Nullviskosität } \eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

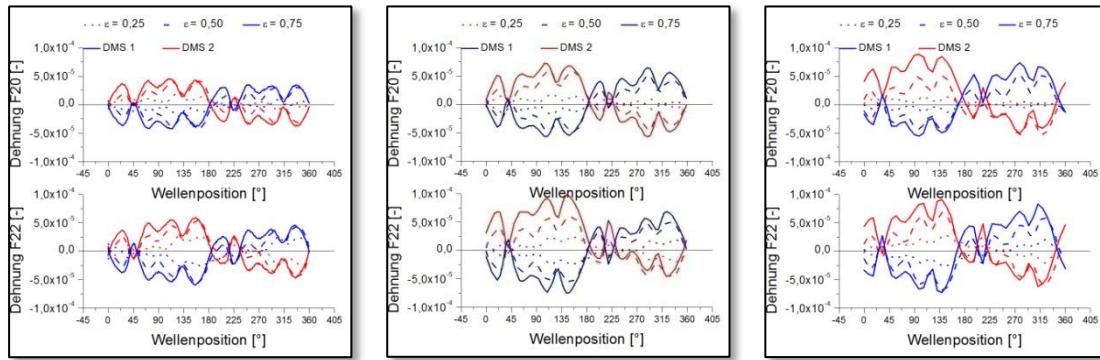


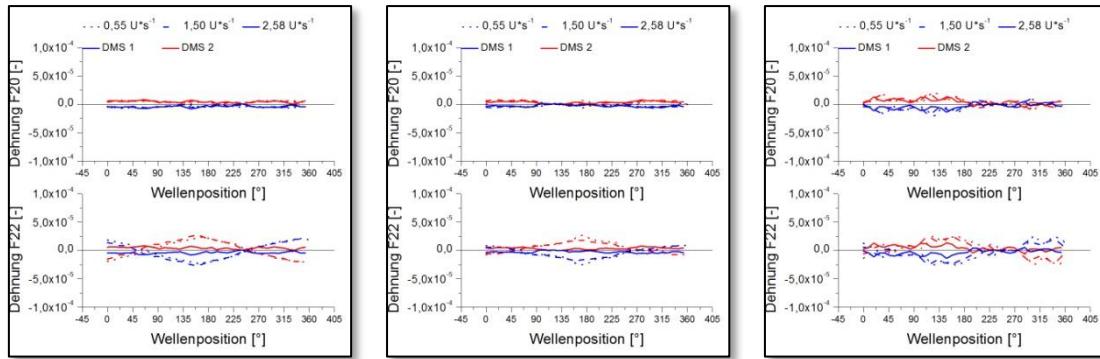
Abb. (4.26): Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition,  
Nullviskosität  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit  
der Rotationsgeschwindigkeit

Bei hoher Viskosität ist der Anstieg deutlicher zu erkennen. Auch der charakteristische Verlauf der Dehnung ist, bis auf den niedrigen Füllgrad, stark ausgeprägt. Wie in allen Diagrammen zu beobachten, ist die Dehnung der Welle F22 grundsätzlich etwas höher als bei der Welle F20 und unterstützt die Aussage, wodurch ein Füllgradgradient im Betrieb des Reaktor sich einstellt und die Bewegung der Welle hemmt.

#### 4.3.4 Dehnung in Abhängigkeit der Viskosität

Auch der Einfluss der Viskosität wird auf die Dehnung der Welle untersucht und in den nachfolgenden Diagrammen dargestellt. Dabei wird die Dehnung in Abhängigkeit zur Winkelposition aufgetragen und die Rotationsgeschwindigkeit in jedem Diagramm verändert. Bei konstantem Füllgrad werden die verschiedenen Viskositäten in drei Diagrammen nebeneinander dargestellt.

### Füllgrad $\varepsilon = 0,25$



$$\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

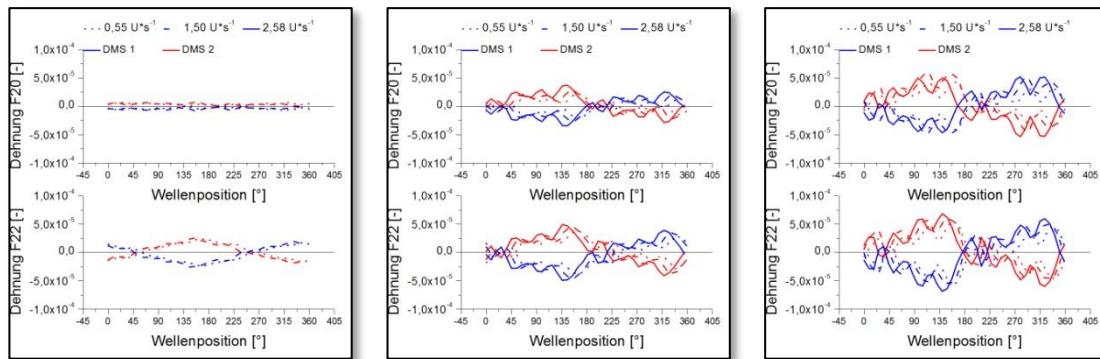
$$\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Abb. (4.27): Auftragung der Dehnung gegen die Wellenposition, Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität

Wie bereits in den vorherigen Abschnitten erläutert, ist bei einem Füllgrad von  $\varepsilon = 0,25$  keine eindeutige Aussage möglich, da die Menge an Fluid nicht ausreicht um einen Einfluss auf die Dehnung der Welle zu erzeugen. Bei allen Messreihen ist lediglich der sinusförmige Verlauf der Dehnung schwach zu erkennen.

### Füllgrad $\varepsilon = 0,50$



$$\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

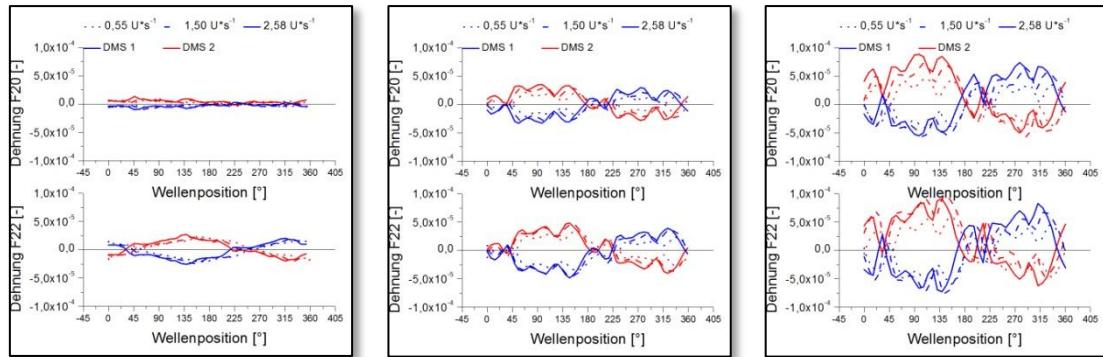
$$\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Abb. (4.28): Auftragung der Dehnung gegen die Wellenposition, Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität

Bei mittlerem Füllgrad ist ein eindeutiger Anstieg der maximalen Dehnung der Welle deutlich erkennbar. Auch tritt der charakteristische Verlauf der Dehnung ab einer mittleren Nullviskosität deutlicher hervor, genauso wie die mehrfach erwähnte höhere Belastung der Welle F22.

**Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$**



$$\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Abb. (4.29): Auftragung der Dehnung gegen die Wellenposition, Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität

Bei fast vollgefülltem Reaktor steigt die maximale Dehnung der Welle zu höherer Viskosität an. Bei niedriger Viskosität ist keine merkliche Dehnung der Welle zu verzeichnen. Lediglich ist eine sinusförmige Schwingung der Welle F22 zu erkennen. Bei mittlerer Viskosität zeigt sich der charakteristische Kurvenverlauf auf beiden Wellen. Der jedoch auf der Welle F22 stärker ausgeprägt ist. Bei hoher Viskosität bleibt dieser bestehen, unterliegt jedoch einer noch größeren maximalen Dehnung.

### 4.3.5 Charakteristischer Verlauf der Dehnung

Der oben erwähnte charakteristische Verlauf der Dehnung wird an dieser Stelle zum besseren Verständnis nochmal ausführlich an einer vollen Rotation beider Wellen diskutiert. Dafür ist der Verlauf der Dehnung in einem XY-Diagramm und einem Netzdigramm abgebildet. Des Weiteren ist die Wellengeometrie mit aufgeführt.

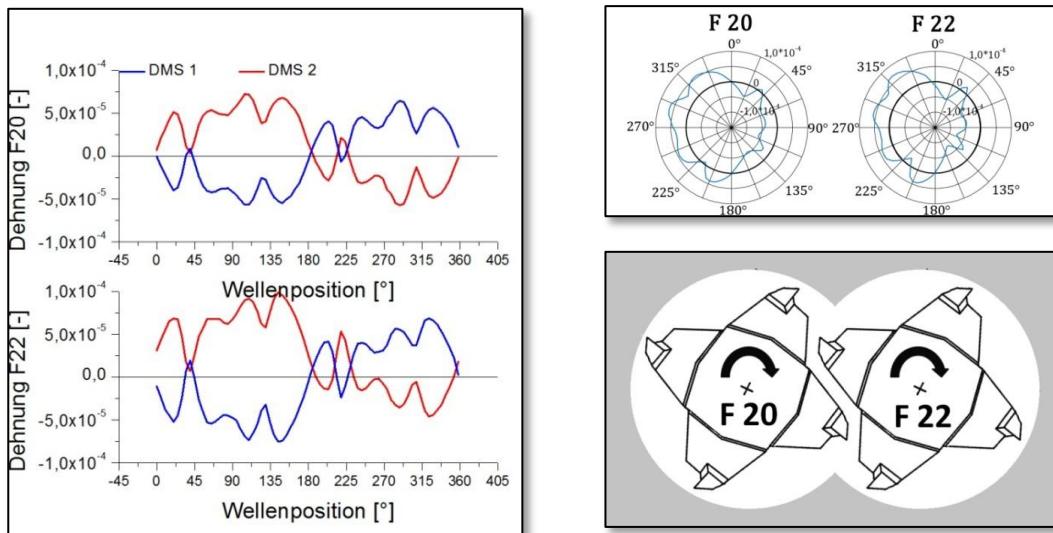


Abb. (4.30): Vergleich der charakteristischen Dehnung der Wellen über eine volle Wellenrotation. Links in einem XY-Diagramm, rechts in einem Netzdigramm mit darunterliegender Wellengeometrie.

Wie im einführenden Teil des Kapitels beschrieben ist hier der Vergleich zwischen den verschiedenen Darstellungsarten genauer erklärt. Auf der linken Seite der Abbildung ist die Dehnung beider Dehnungsmessstreifen gegenüber der Wellenposition dargestellt. Um eine bessere Vorstellung der Bewegungsrichtung zu bekommen, wird das Diagramm in ein Netzdigramm (rechte Seite) übertragen. Dort ist jedoch nur der Dehnungsmessstreifen 1 (blau) aufgetragen. Durch die Differenz des Dehnungsmessstreifen zum unbelasteten Zustand (Nulllinie im Diagramm) kann die effektive Auslenkung der Wellen richtungsabhängig dargestellt werden. Deutlich ist hier zu erkennen, dass in den ersten  $45^\circ$  nur eine leichte Auslenkung der beiden Wellen zu verzeichnen ist. Bei der weiteren Rotation bis etwa  $180^\circ$  erfahren beide Wellen eine Kraft, die von rechts auf die Wellen wirkt und beide nach links auslenkt. Zwischen  $180^\circ$  und  $225^\circ$  wird diese Kraft schwächer, wodurch die Auslenkung ein Minimum durchläuft. In der zweiten Hälfte der Rotation zwischen  $225^\circ$  und  $360^\circ$  wirkt wieder eine Kraft von rechts auf die beiden Wellen, wodurch beide sich wieder nach links auslenken lassen.

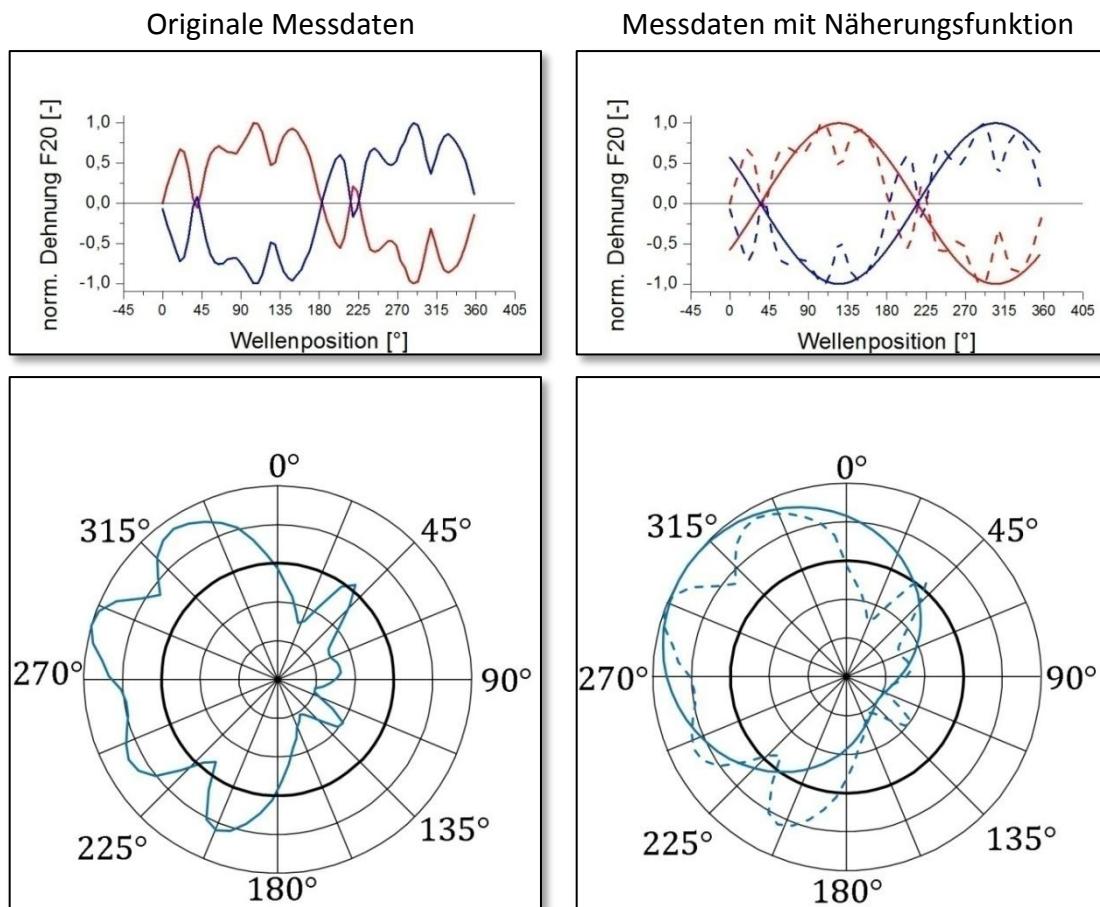


Abb. (4.31): Näherungsweise Betrachtung der Messdaten durch eine sinusförmige Funktion im XY-Diagramm (oben) und im Netzdiagramm (unten) am Beispiel der Welle F20.

Diese Grundschatzung ist gegenüber den normierten Messwerten aufgetragen und stellt den grundsätzlichen Verlauf der Dehnung am Beispiel der Welle F20 wieder. Bei der Grundschatzung liegt die maximale Dehnung bei einer Wellenposition von  $125^\circ$  und  $305^\circ$  vor. Die originalen Messwerte werden in beiden Diagrammarten einzeln dargestellt und mit einer sinusförmigen Näherungsfunktion im rechten Teil der Abbildung überlagert. Zur besseren Darstellung wurden die Daten normiert aufgetragen. Wie schon bei den Drehmomenten findet auch ei der Dehnung der Welle eine Phasenverschiebung der Messdaten statt. Dieses ist in der nachfolgenden Abbildung dargestellt

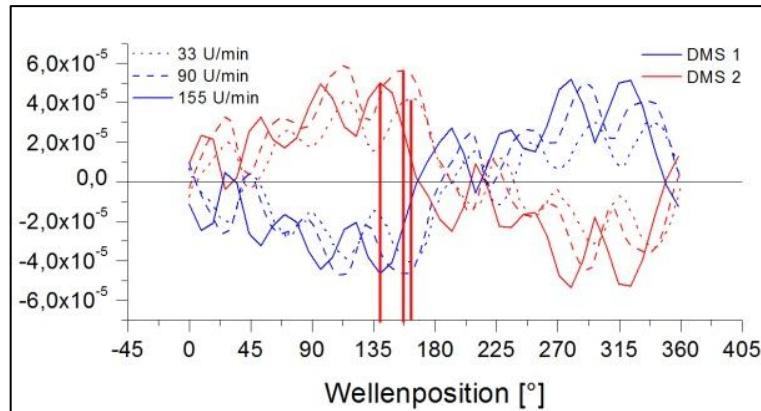


Abb. (4.32): Verschiebung der Maxima bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten

Deutlicher zu erkennen ist hier die Phasenverschiebung. Bei geringer Rotationsgeschwindigkeit erscheinen die Maxima bei höheren Wellenpositionen und treten somit später auf als bei hohen Rotationsgeschwindigkeiten. Je schneller diese Rotation der Wellen ist, desto weniger Zeit hat das Fluid um den Barren auszuweichen. Durch die hohe Viskosität wirkt eher die Kraft auf die Welle und die Drehmoment-Maxima erscheinen früher.

Zusätzlich zur sinusförmigen Grundschwingung sind weitere Dehnungsmaxima zu erkennen, die einen regelmäßigen Abstand zueinander aufweisen und zwei Nulldurchgänge besitzen. In der nachfolgenden Abbildung sind diese Maxima und die Nulldurchgänge ihrer Wellenposition zugeordnet.

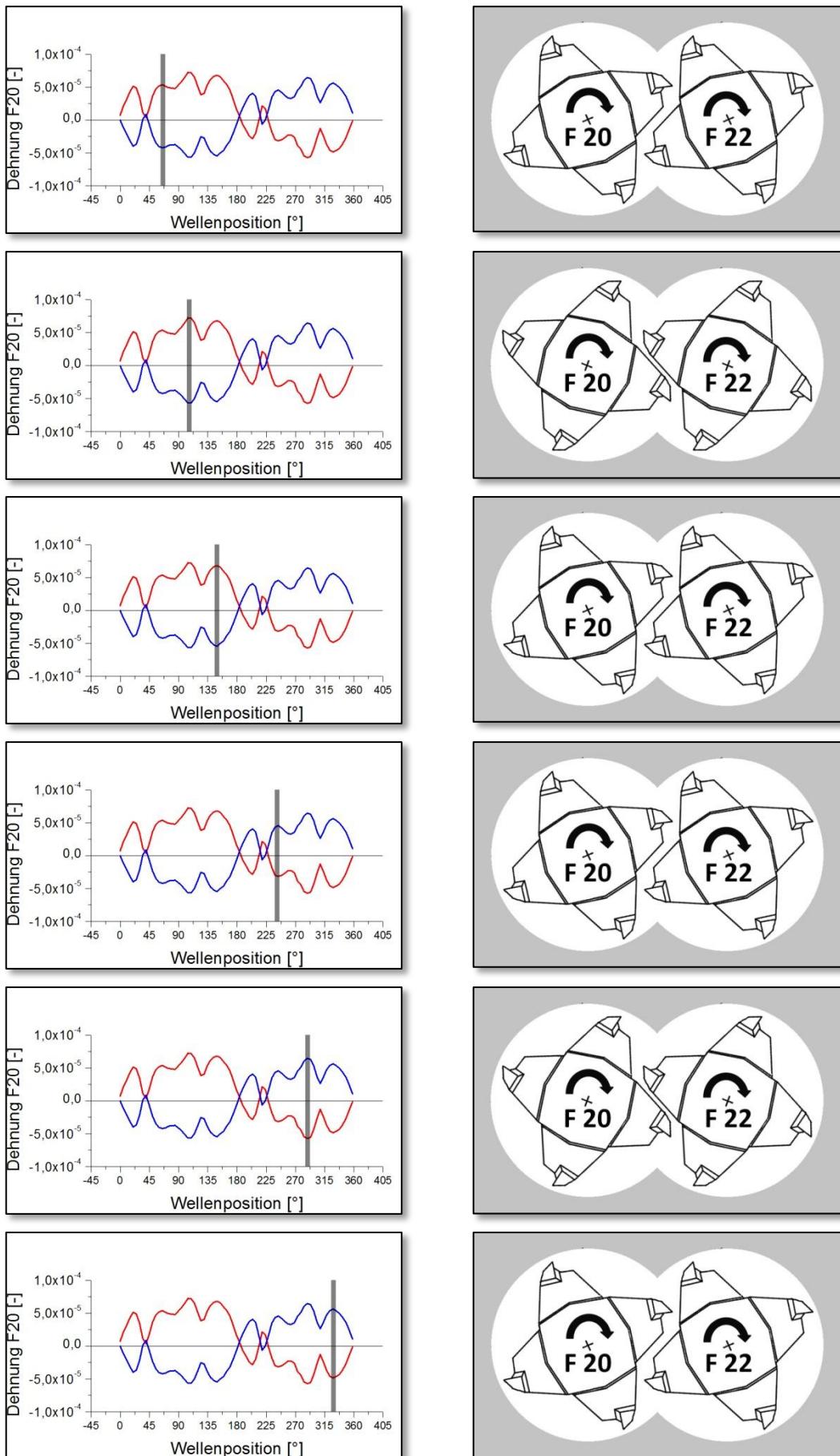


Abb. (4.33): Bestimmung der Einzelmaxima und Zuordnung der Wellenposition

Die hier gekennzeichneten sechs Positionen, an denen die Maxima der Dehnung auftreten, liegen bei  $65^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $155^\circ$ ,  $245^\circ$ ,  $290^\circ$  und  $335^\circ$ . Diese Positionen besitzen einen regelmäßigen Abstand von  $45^\circ$  zueinander, wobei der Abstand in dem die Dehnung einen Nulldurchgang besitzt, doppelt so groß ist. Durch die Symmetrie der Welle besitzen die sechs Maxima nur zwei effektive Wellenpositionen, an denen die Belastung der Welle am größten ist (Abb. (4.33)).

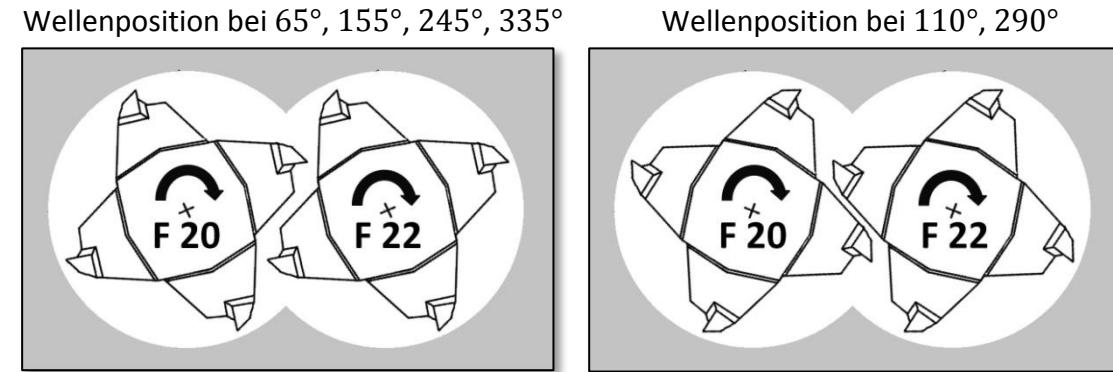


Abb. (4.34): Wellenposition der Einzelmaxima der Dehnung

Die beiden Wellenpositionen an denen die maximale Dehnung vorliegt, entsprechen den Positionen, an dem auch das maximale Drehmoment aufgetreten ist. (vergl. Tab. (4.01)). Die Wellenposition auf der linken Seite zeigt die Barren kurz vor dem hintereinander her gleiten. Dabei wird das Fluid in einen engen Spalt gedrückt, wodurch nicht nur das Drehmoment ansteigt. Dabei ist die Belastung so groß, dass sie sich verformen. Nach einer weiteren Drehung der Welle um  $45^\circ$  gleiten die Barren, die vorher hintereinander her glitten, in das jeweilige Wellengehäuse ein. Das Fluid vor den Barren muss somit wieder durch eine Engstelle, wodurch das Drehmoment und die Dehnung der Welle ansteigen. Aus der Symmetrie der Welle müssten sich jedoch acht Maxima ergeben, von denen hier nur sechs auftreten. Es fehlen somit zwei Maxima bei den Wellenpositionen  $20^\circ$  und  $200^\circ$ . An diesen Stellen kehrt sich die Dehnungsrichtung der Wellen um, erkennbar in der Abb. (4.31) durch den Nulldurchgang der Dehnungsmessstreifen 1 und 2. Somit sind an diesen Stellen keine Dehnungsspitzen zu erkennen.

## 4.4 Dehnung der Barren

Die eingetragene Energie des Hydraulikmotors wird über das Drehmoment auf die Barren übertragen. Diese wird durch die Scherung des Fluides abgebaut, wodurch ein Teil der Energie in Wärme übergeht. Die Energie die durch die Scherung eingebracht wird, kann über die Dehnung des Barrens gemessen werden. Aufgrund der Geometrie der Welle befinden sich 46 Barren auf jeder Welle, die im Winkel von 90° zueinander aufgebracht sind. Die insgesamt 92 Barren im Knetreaktor übertragen die vom Hydraulikmotor eingetragene Energie auf das Fluid, wodurch diese enormen Belastungen ausgesetzt sind. Die Dehnung der Barren wird nachfolgend in Abhängigkeit zum Füllgrad, zur Rotationsgeschwindigkeit und zur Viskosität des Fluides in den Diagrammen dargestellt. Die Messdatenerfassung erfolgt über drei Dehnungsmessstreifen, die wie in der Abb. (4.33) auf einige Barren appliziert worden sind.

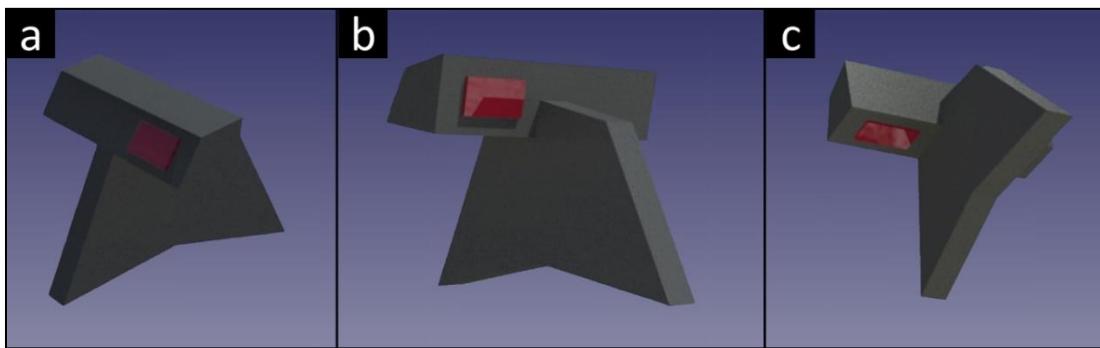


Abb. (4.35): Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Barren

- a) Dehnungsmessstreifen 3
- b) Dehnungsmessstreifen 4
- c) Dehnungsmessstreifen 5

Für die Auswertung werden hier die Dehnungsmessstreifen 3, 4 und 5 herangezogen. Da im Betrieb des Reaktors hohe Rotationsgeschwindigkeiten auftreten, wurden bereits in den ersten Versuchen vor allem die Abdeckplatten der Dehnungsmessstreifen 3 durch die auftretenden Kräfte abgerissen. Auch eine Neuanfertigung dieser hielt der Belastung nicht lange stand, wodurch auch der darunterliegende Dehnungsmessstreifen zerstört wurde und nur wenige Messdaten lieferte. Beim Dehnungsmessstreifen 4 trat dieses Problem nicht auf. Dieser ist auf der Stirnseite der Barren appliziert worden, mit dem die Dehnung in Bewegungsrichtung aufgenommen wird. Der Dehnungsmessstreifen 5 befindet sich auf Unterseite des Barrens und misst die Dehnung, die orthogonal zur Bewegungsrichtung entsteht.

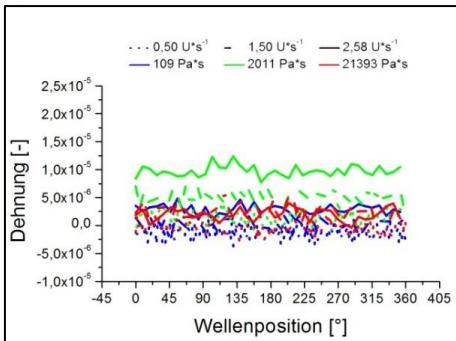
## 4.4.1 Interpretation der Ergebnisse

Da durch die hohe Belastung der Dehnungsmessstreifen 3 bereits nach den ersten Versuchen zerstört wurde, können die Daten für eine Interpretation nicht herangezogen werden. Im Unterpunkt „Auswertung der Dehnungsmessstreifen“ im Kapitel 3 (Der Knetreaktor) ist zur Veranschaulichung eine der wenigen Dehnungsverläufe des Dehnungsmessstreifen 3 dargestellt. Besonders auffällig ist die starke Auslenkung in Form des Peaks bei etwa  $90^\circ$  (Abb. (3.18)). Diese hohe Belastung entsteht durch das hintereinander Hergleiten der Barren, was auch der Grund für das Ablösen der Abdeckplatten und die Zerstörung der darunterliegenden Dehnungsmessstreifen sein kann. Im weiteren Verlauf der Arbeit bezieht sich die Auswertung der Daten auf die vier funktionstüchtigen Dehnungsmessstreifen 4 und 5 auf jeder Welle. Um die Belastung im Betrieb des Knetreaktors zu beurteilen, werden die einzelnen Dehnungsmessstreifen ausgewertet und in den nachfolgenden Diagrammen dargestellt.

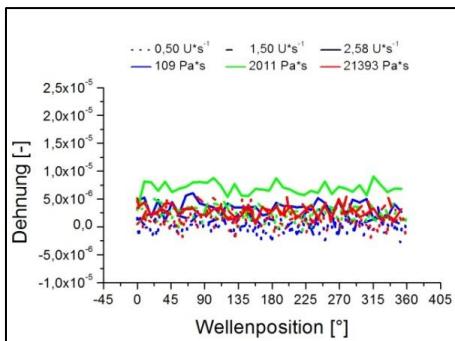
### 4.4.1.1 Dehnungsmessstreifen 4

Der Dehnungsmessstreifen 4 wurde auf der Stirnseite der Barren appliziert, wodurch dieser die Belastung in Bewegungsrichtung der Barren aufzeichnet. Die nachfolgenden Diagramme zeigen die Abhängigkeit vom Füllgrad. Auf der linken Seite sind die Daten des Dehnungsmessstreifens auf der Welle F20 und auf der rechten Seite die der Welle F22 dargestellt. In jedem Diagramm ist die Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition dargestellt.

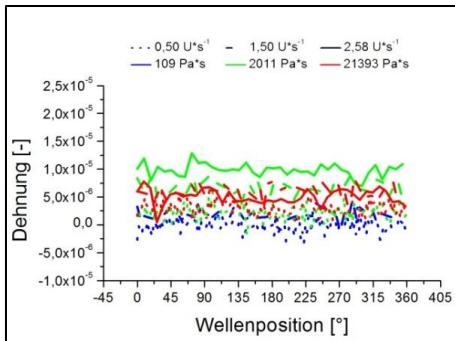
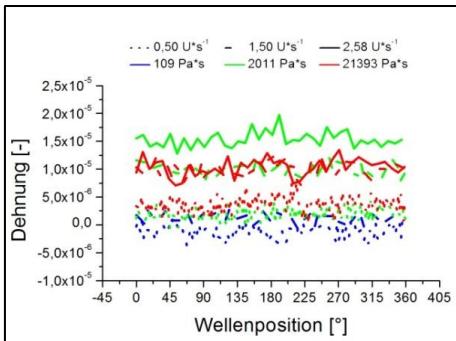
Welle F20



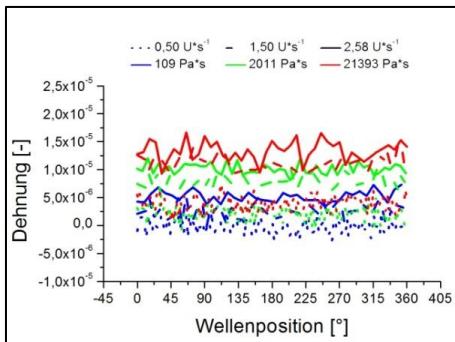
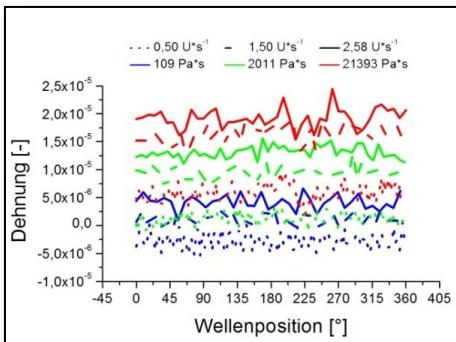
Wellen F22



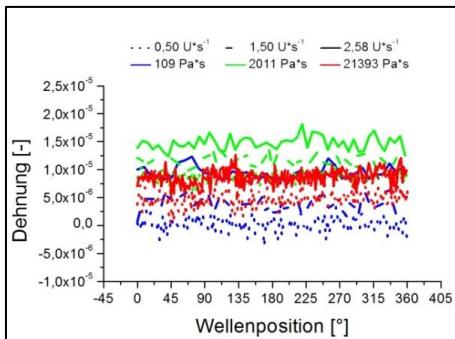
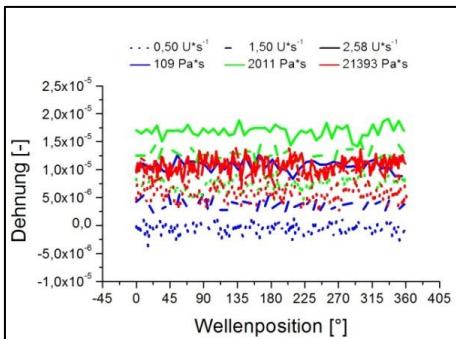
Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$



Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$



Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$



Füllgrad  $\varepsilon = 1,00$

Abb. (4.36): Dehnung gegen die Wellenposition bei unterschiedlicher Nullviskosität und Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads

Die Diagramme zeigen in allen Versuchen einen einheitlichen Verlauf. Je größer der Füllgrad, desto größer ist auch die mittlere Dehnung. Dies gilt für beide Wellen, wobei die Dehnung des Barrens auf der Welle F20 tendenziell etwas größer ist. Die Dehnung sollte auch in Abhängigkeit der Viskosität ansteigen. Dies ist aber nur bei einem Füllgrad von 0,75 zu beobachten. Bei allen anderen Füllgraden liegt die Dehnung bei einer mittlerer Viskosität von  $2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  oberhalb der von  $21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Um die Abhängigkeiten genauer zu untersuchen, wurde die mittlere Dehnung für jeden Versuch berechnet und in Tab. (4.03) aufgeführt.

Tab. (4.03): Mittlere Dehnung in $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$ oder $[10^{-6}]$							
Welle F20				Welle F22			
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,25$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,25$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-1	0	3	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	1	4
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	4	10	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	3	7
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-1	2	2	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	3	3
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,50$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,50$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-1	3	X	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-1	2	X
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	10	16	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	6	10
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	3	10	10	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	3	6	5
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,75$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,75$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-3	0	4	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	3	5
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	1	9	13	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	2	8	10
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	5	16	19	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	3	11	13
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot \text{s}^{-1}]$		
$\varepsilon = 1,00$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 1,00$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-1	4	10	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	4	9
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	7	13	17	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	8	11	14
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	6	10	11	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	4	8	8

Aus diesen mittleren Dehnungen lassen sich die Abhängigkeiten bezogen auf den Füllgrads, Rotationsgeschwindigkeit und der Viskosität darstellen. Um die füllgradabhängige Dehnungsänderung zu ermitteln wird in den nachfolgenden Diagrammen die mittlere Dehnung gegenüber dem Füllgrad bei unterschiedlichen Viskositäten aufgetragen. Dieses wird bei allen Rotationsgeschwindigkeiten und für jede Welle separat durchgeführt.

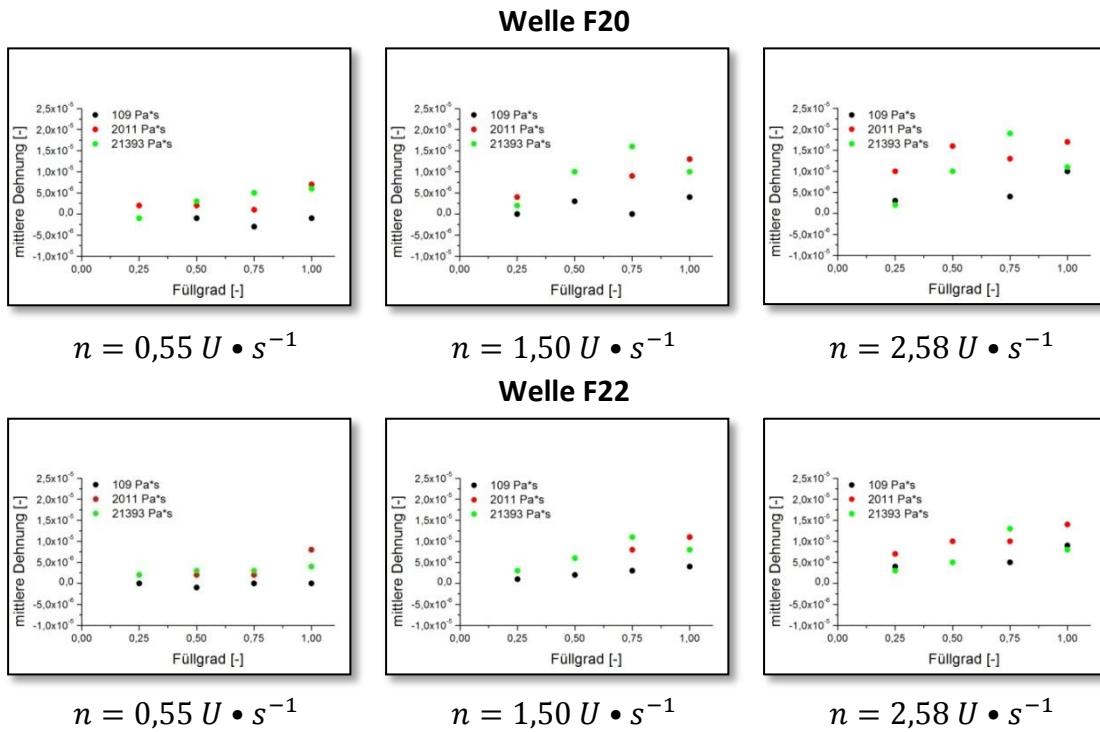
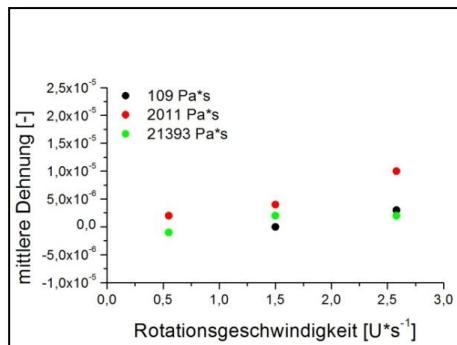


Abb. (4.37): Mittlere Dehnung gegen den Füllgrad bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit Rotationsgeschwindigkeit.

Bei allen Diagrammen ist ein Anstieg bei höherem Füllgrad zu verzeichnen. Dieser Anstieg ist jedoch bei kleiner Rotationsgeschwindigkeit und kleiner Viskosität nur sehr schwach ausgeprägt. Auch die mittlere Dehnung in Abhängigkeit zur Rotationsgeschwindigkeit wird in den nachfolgenden Diagrammen erläutert.

Welle F20



Wellen F22

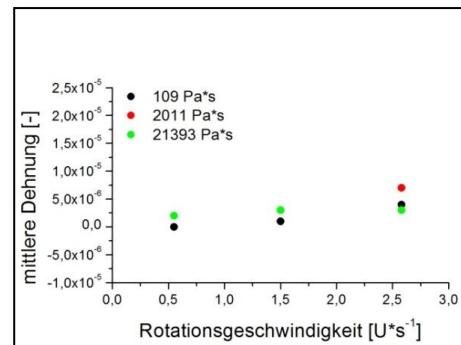
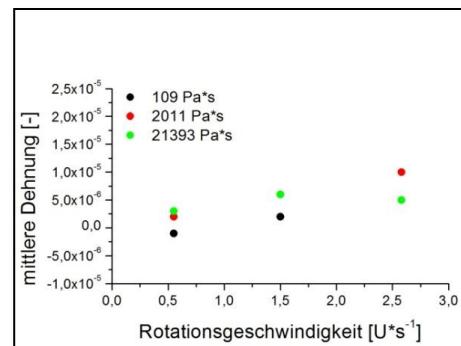
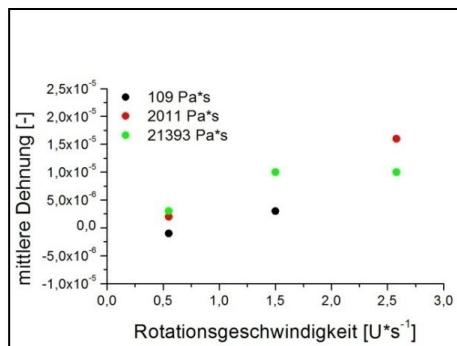
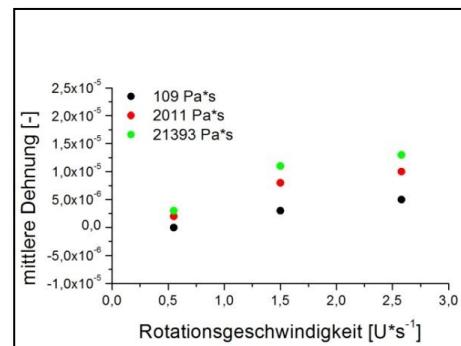
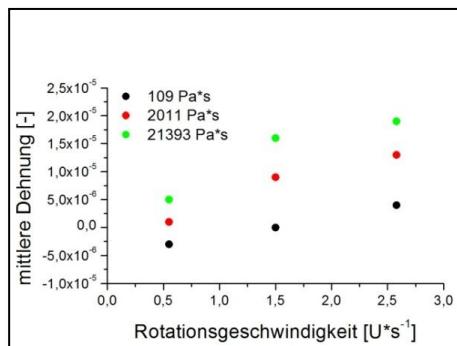
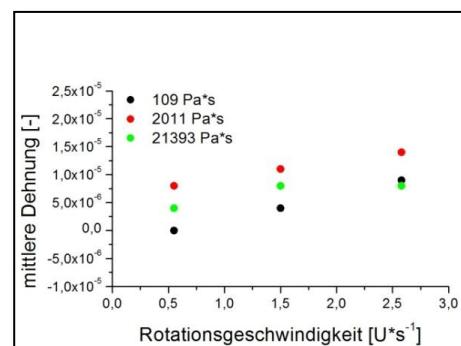
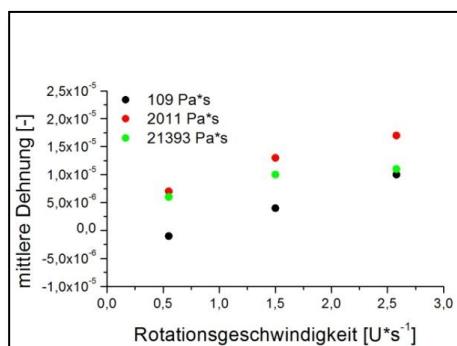
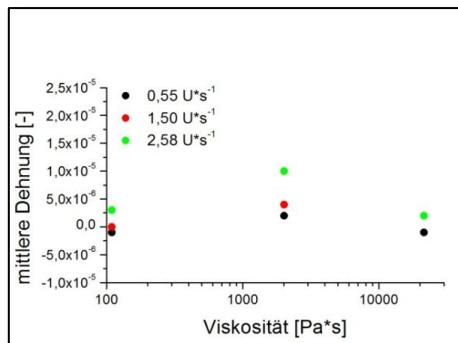
Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$ Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$ Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$ Füllgrad  $\varepsilon = 1,00$ 

Abb. (4.38):: Mittlere Dehnung gegen die Rotationsgeschwindigkeit bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit des Füllgrads.

Auch hier steigt die mittlere Dehnung mit der Rotationsgeschwindigkeit an. Auffällig ist an dieser Stelle der relativ einheitliche Anstieg aller Messdaten in Abhängigkeit des Füllgrads und der Viskosität.

Ein weiterer Aspekt ist die Abhängigkeit der mittleren Dehnung zur Viskosität, die in den nachfolgenden Diagrammen dargestellt ist, wobei hier eine logarithmische Auftragung gewählt wird.

Welle F20



Wellen F22

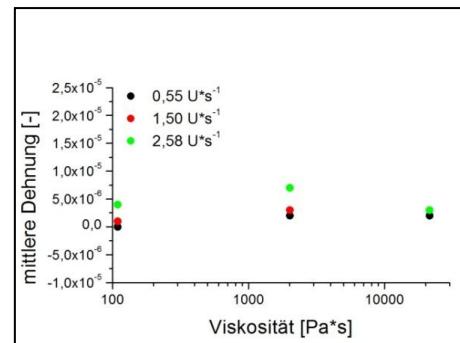
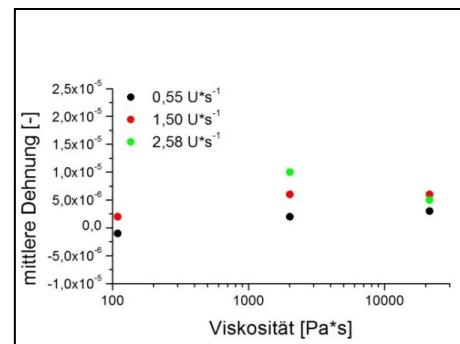
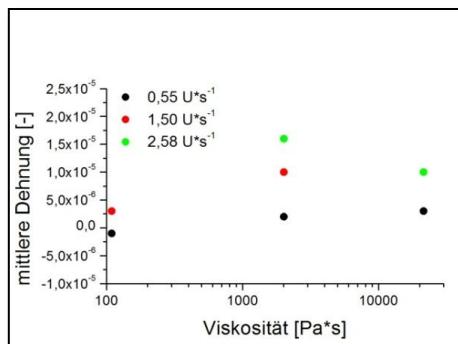
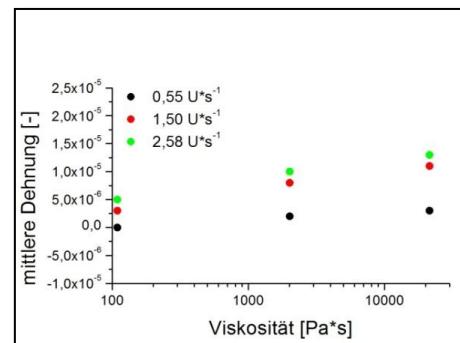
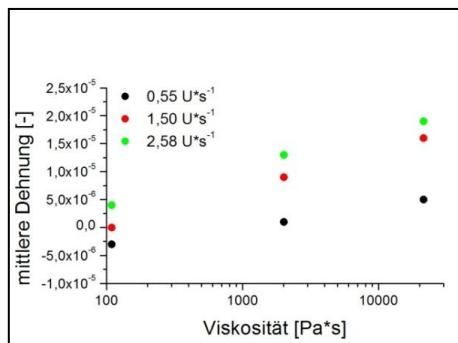
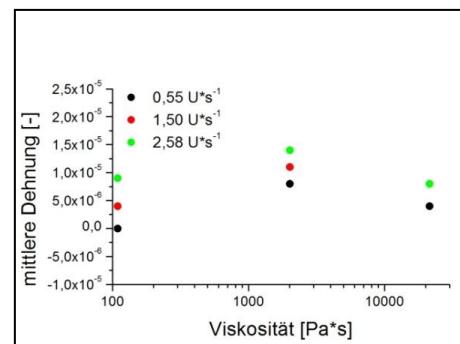
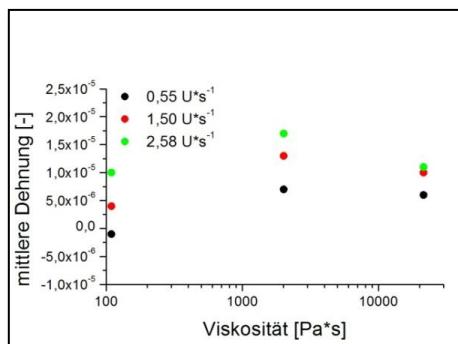
Füllgrad  $\varepsilon = 0,25$ Füllgrad  $\varepsilon = 0,50$ Füllgrad  $\varepsilon = 0,75$ Füllgrad  $\varepsilon = 1,00$ 

Abb. (4.39): Mittlere Dehnung gegen die Nullviskosität bei unterschiedlicher Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads.

Die Abhängigkeit der mittleren Dehnung gegenüber der Viskosität ist nur sehr schwach ausgeprägt. Hier tritt bei fast allen Füllgraden und Rotationsgeschwindigkeiten die maximale Belastung bei der mittleren Viskosität von  $2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  auf. Lediglich ist ein konstanter Anstieg der mittleren Dehnung bei einem Füllgrad von  $\varepsilon = 0,75$  zu verzeichnen.

#### 4.4.1.2 Dehnungsmessstreifen 5

Der Dehnungsmessstreifen 5 wurde auf der Unterseite der Barren appliziert. Daher erfährt er im Betrieb der Wellen eine Stauchung, sodass die mittlere Dehnung in den negativen Bereich gleitet. Dieses ist durch die Rotationsbewegung nah an der Gehäusewand zu erklären. Das Fluid wird durch die Rotation zur Gehäusewand gedrückt und durch den engen Spalt zwischen Gehäusewand und Barren gedrückt wird. Dabei erfahren die Außenbereiche des Barrens eine Kraft in Richtung Wellenkern, wodurch die Dehnungsmessstreifen gestaucht werden. Auf der linken Seite der nachfolgenden Diagramme sind alle Messdaten des Dehnungsmessstreifen 5 der Welle F20 und auf der rechten Seite alle Messdaten der Welle F22 aufgeführt. Die Diagramme zeigen die mittlere Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition bei unterschiedlichen Viskositäten und Rotationsgeschwindigkeiten.

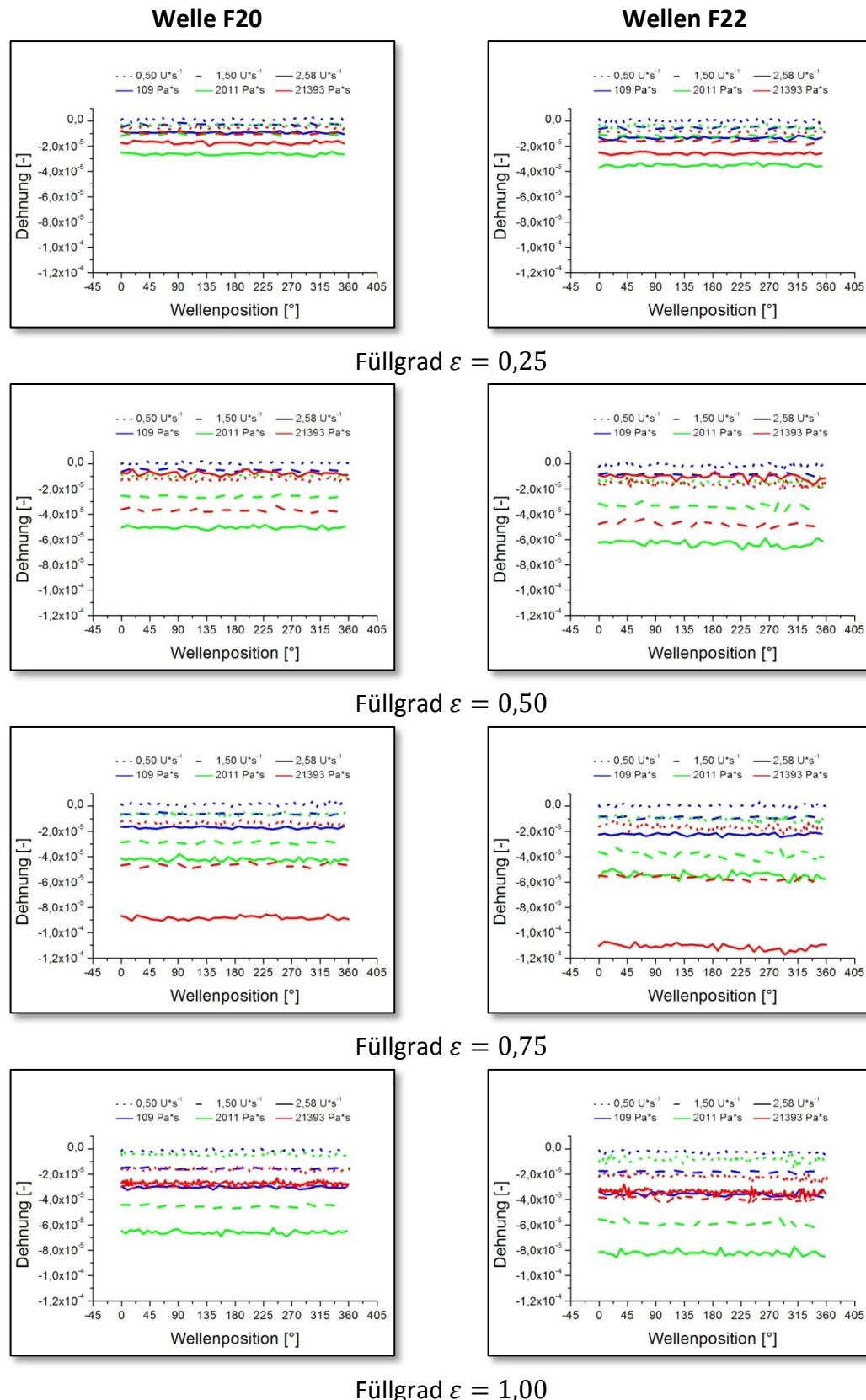


Abb. (4.40): Mittlere Dehnung gegen der Wellenposition bei unterschiedlicher Nullviskosität und Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads

Im Gegensatz zum Dehnungsmessstreifen 4 fällt beim Dehnungsmessstreifen 5 eine unregelmäßige Belastung der Barren auf den beiden Welle auf. Die Belastung des Barrens auf der Welle F22 ist permanent höher als auf dem Barren der Welle F20. Ansonsten zeigt der Kurvenverlauf eine ausgeprägte Konstanz. Auch hier ist die Dehnung in Abhängigkeit der Viskosität auffällig. Wie beim Dehnungsmessstreifen 4 steigt auch beim Dehnungsmessstreifen 5 die Dehnung nur bei einem Füllgrad von 0,75 leicht an. Bei allen anderen ist die größte Dehnung bei mittlerer Viskosität zu beobachten. Um die Abhängigkeiten genauer zu erfassen, ist die mittlere Dehnung in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit und der Viskosität für alle Füllgrade in der Tab. (4.06) aufgeführt.

Tab. (4.04): Berechnete mittlere Dehnung aller Versuche in  $\left[\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}\right]$  oder  $[10^{-6}]$

Welle F20				Welle F22			
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,25$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,25$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	1	-3	-9	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	-6	-14
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-3	-11	-26	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-4	-12	-36
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-5	-10	-17	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-8	-16	-26
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,50$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,50$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	-5	X	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	-8	X
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-10	-26	-50	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-14	-32	-62
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-13	-37	-8	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-16	-47	-11
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$		
$\varepsilon = 0,75$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 0,75$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0	-6	-17	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-2	-8	-22
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-6	-37	-42	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-9	-38	-52
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-13	-46	-81	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-17	-54	-111
<hr/>							
	Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$				Rotationsgeschwindigkeit $[U \cdot s^{-1}]$		
$\varepsilon = 1,00$	0,5	1,5	2,8	$\varepsilon = 1,00$	0,5	1,5	2,8
$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-3	-16	-31	$109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-3	-17	-37
$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-5	-45	-67	$2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-9	-57	-84
$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-16	-32	-26	$21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	-22	-40	-36

Die mittlere Dehnung ist wiederum in den folgenden Diagrammen gegen den Füllgrad aufgetragen. Jedes Diagramm erfasst die unterschiedlichen Viskositäten bei konstanter Rotationsgeschwindigkeit. Die oberen Diagramme geben die Messungen der Welle F20 und die unteren die Messungen der Welle F22 wieder.

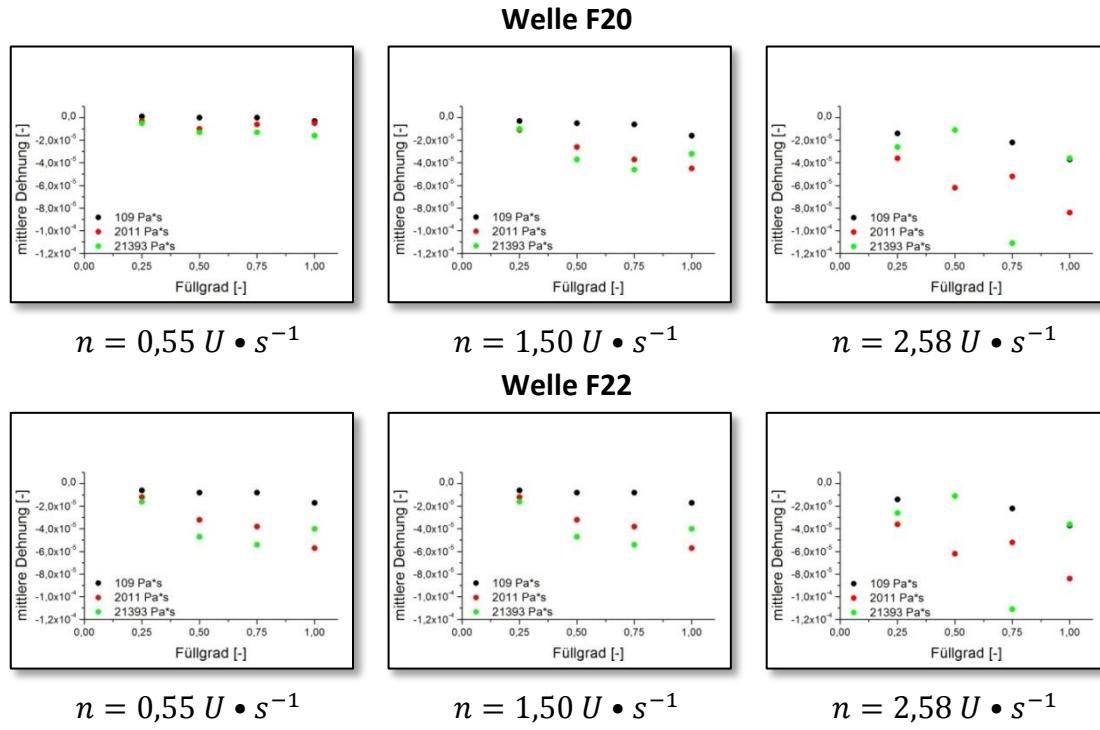


Abb. (4.41): Mittlere Dehnung gegen den Füllgrad bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit.

In allen Diagrammen sinkt die mittlere Dehnung linear mit dem Anstieg des Füllgrads. Bei einer hohen Rotationsgeschwindigkeit und hohen Füllgraden ist eine besonders starke Dehnung bei einem Füllgrad von  $\varepsilon = 0,75$  zu beobachten. Des Weiteren wird der Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit betrachtet. Hierbei wird die mittlere Dehnung bei konstanter Viskosität und Füllgrad gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit aufgetragen.

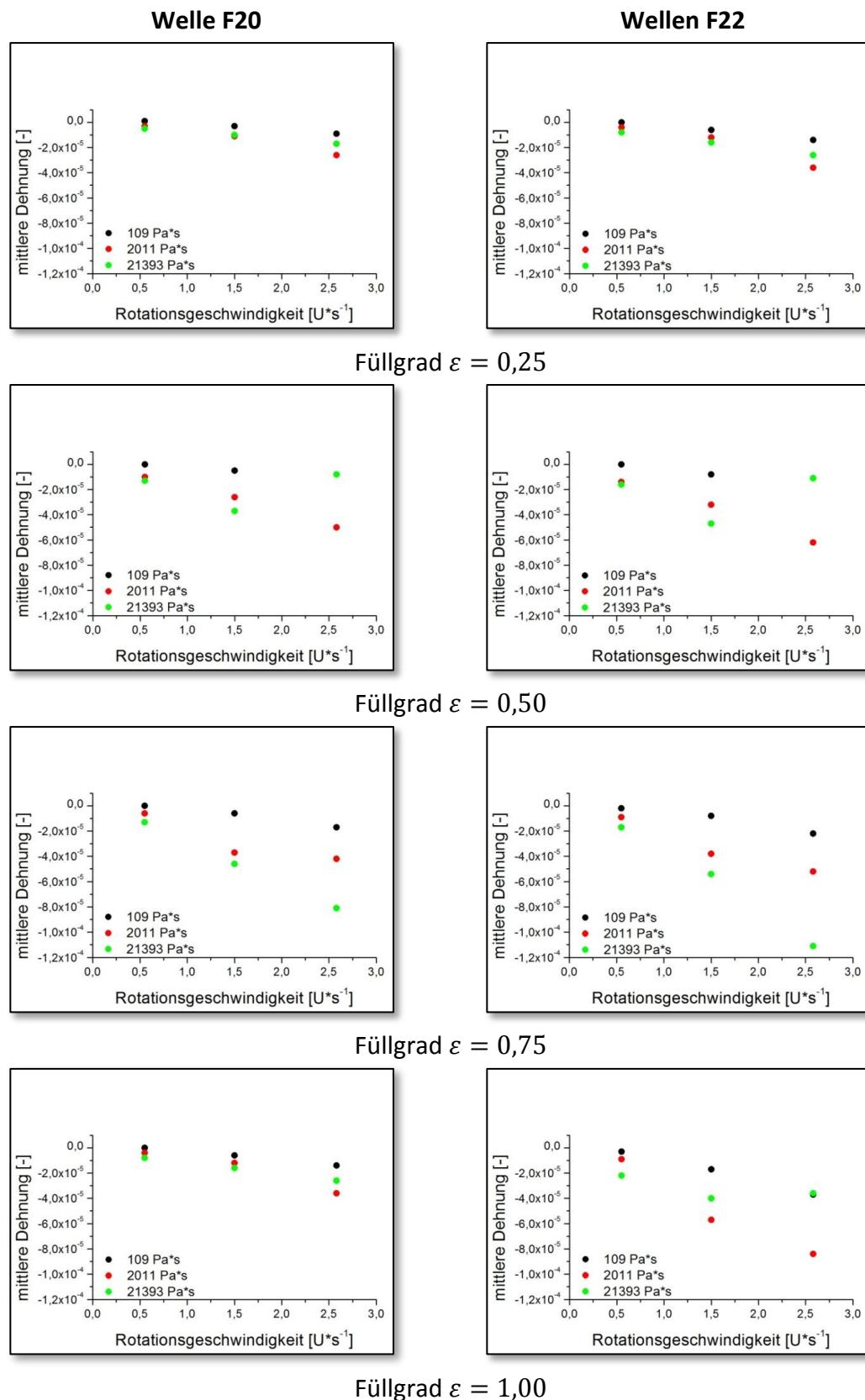


Abb. (4.42): Mittlere Dehnung gegen die Rotationsgeschwindigkeit bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit des Füllgrads.

Auch hier ist ein fast linearer Kurvenverlauf erkennbar. Jedoch passen die Werte der mittleren Dehnung bei halb gefülltem Reaktor mit mittlerer Viskosität und hoher Rotationsgeschwindigkeit nicht zum stetigen Anstieg der Belastung.

Desweiteren wird der Einfluss der Viskosität nachfolgend betrachtet. Hierbei wird die mittlere Dehnung über die Viskosität logarithmisch aufgetragen

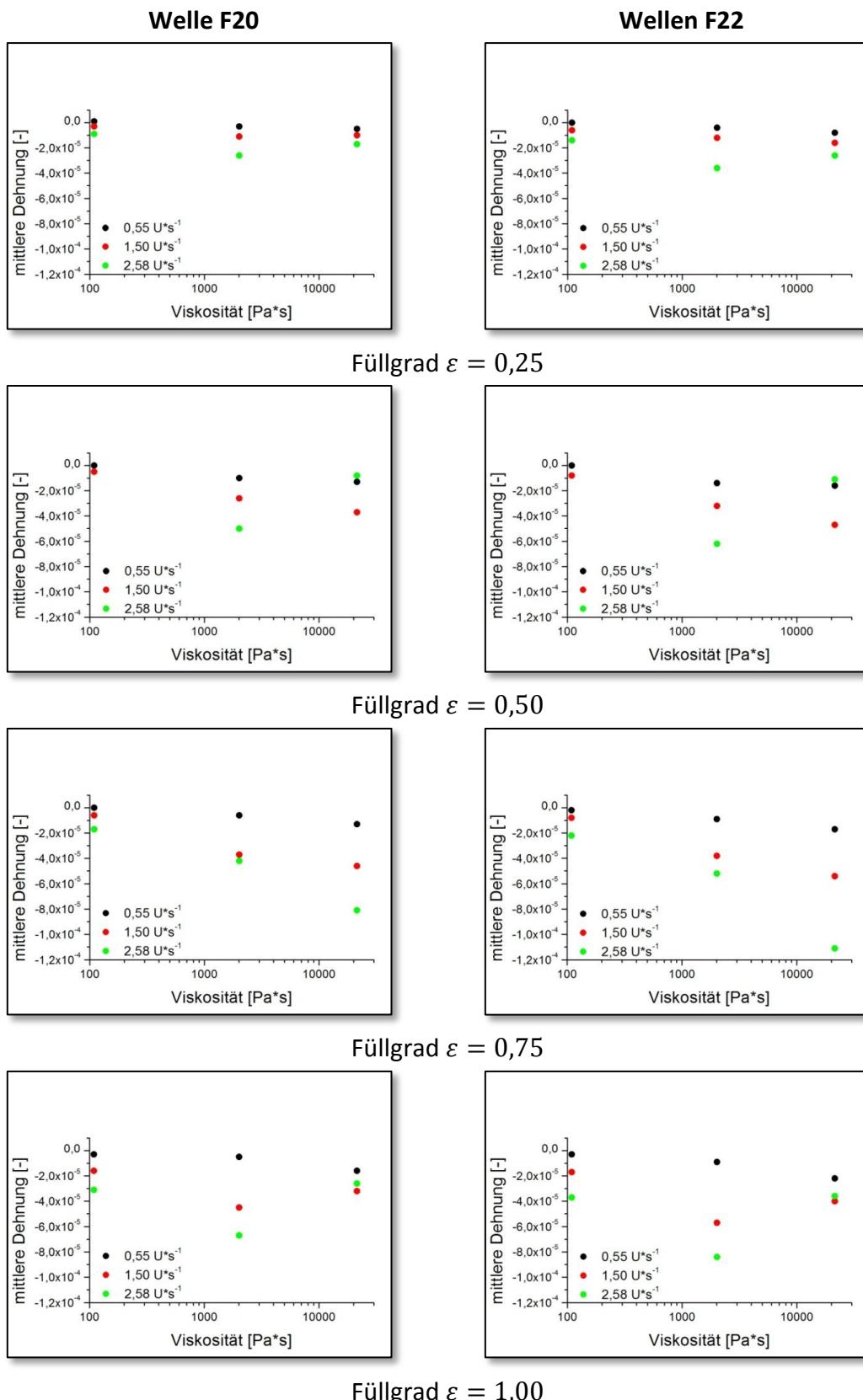


Abb. (4.43): Auftragung der mittleren Dehnung gegen die Nullviskosität bei unterschiedlicher Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads.

Wie beim Dehnungsmessstreifen 4 ist auch beim Dehnungsmessstreifen 5 keine eindeutige Aussage über die Abhängigkeit der mittleren Dehnung gegenüber der Viskosität zu verzeichnen. Die Dehnung der Barren ist zwar bei niedrigem Füllgrad nahezu linear, jedoch fällt bei mittlerer Rotationsgeschwindigkeit eine höhere Dehnung bei mittlerer Viskosität auf. Dies Verhalten ist auch bei höheren Füllgraden erkennbar. Dort erfahren die Barren tendenziell die höchste Belastung bei mittlerer Viskosität.



---

# Kapitel V

---

DIMENSIONSANALYSE

## 5.1 Dimensionsanalyse des Knetreaktors

In Mischapparaten wird ein dreidimensionales Strömungsfeld erzeugt welches durch die Einbauten (Rührer, Wellen, Knetorgane,...) unterschiedlich ausfällt. Auf die Einbauten wirkt dabei eine Kraft, die durch die Massenträgheit des Fluides sowie seine innere Reibung entsteht. Die Summe der resultierenden Kräfte führt zu einem Drehmoment, welches als Maß für den Energieeintrag herangezogen werden kann. Um die gemessenen Drehmomente bei unterschiedlichen Bedingungen (Füllgrad, Rotationgeschwindigkeit, Viskosität) miteinander zu vergleichen, wird auf die Verwendung dimensionsloser Kennzahlen zurück gegriffen.

### 5.1.1 Herleitung der Kennzahlen

Mit Hilfe der Dimensionsanalyse ist es möglich, komplexe Beziehungen zwischen mehreren Variablen in Form eines Potenzansatzes darzustellen. Dieser kann für die Reaktorauslegung und des Scale-Up herangezogen werden. Im Rahmen der Dimensionsanalyse können für den hier untersuchten Knetreaktor folgende Einflussgrößen zu Grunde gelegt werden, die in Tabelle (5.01) mit den entsprechenden Grunddimensionen aufgeführt sind.

Tab. (5.01): Übertragung der Einflussgrößen in die Grunddimensionen

Einflussgrößen	Symbol	Einheit	Masse [kg]	Länge [m]	Zeit [s]
Volumen Apparat	$V_a$	[ $m^3$ ]	0	3	0
Durchmesser Rotor	$d_r$	[m]	0	1	0
Länge Gehäuse	$L_a$	[m]	0	1	0
Volumen Produkt	$V_p$	[ $m^3$ ]	0	3	0
Massenstrom	$\dot{m}_p$	[ $kg \cdot s^{-1}$ ]	1	0	-1
Umdrehungszahl	$n$	[ $s^{-1}$ ]	0	0	-1
Dichte Produkt	$\rho_p$	[ $kg \cdot m^{-3}$ ]	1	-3	0
Viskosität Produkt	$\eta_p$	[ $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ ]	1	-1	-1
Fallbeschleunigung	$g$	[ $m \cdot s^{-2}$ ]	0	1	-2
Drehmoment	$M$	[ $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ ]	1	2	-2

Aus der Auflistung der Grundgrößen folgt die Anzahl der dimensionslosen Kennzahlen  $P_d$  aus der Differenz der Anzahl der Einflussgrößen  $n_d$  und der der Grunddimensionen  $r_d$ .

$$P_d = n_d - r_d \quad (5.01)$$

Unter Bezugnahme auf Gleichung (5.01) bilden die Grunddimensionen  $r_d$ : hier –  $kg$ ,  $m$ ,  $s$  – die Bezugsgrößenmatrix oder Kernmatrix und die Übrigen die Leitgrößenmatrix.

Tab. (5.02): Bezugsgrößen- und Leitgrößenmatrix

	$\rho_p$	$\eta_p$	$d_r$	$\dot{m}_p$	$V_p$	$V_a$	$L_a$	$n$	$g$	$M$
$kg$	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
$m$	-3	-1	1	0	3	3	1	0	1	2
$s$	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	-2	-2

Durch Umformung der Kernmatrix in eine Einheitsmatrix, ergeben sich die dimensionslosen  $\Pi$ -Größen aus den jeweiligen Leitgrößen dividiert durch die Bezugsgrößen, deren Exponent durch den Zahlenwert der jeweiligen Leitgröße bestimmt ist.

Tab. (5.03): Bezugsgrößen- und Leitgrößenmatrix

	$\rho_p$	$\eta_p$	$d_r$	$\dot{m}_p$	$V_p$	$V_a$	$L_a$	$n$	$g$	$M$
$kg$	1	0	0	0	0	0	0	-1	-2	-1
$s$	0	1	0	1	0	0	0	1	2	2
$m$	0	0	1	1	3	3	1	-2	-3	1

Aus der Einheitsmatrix werden folgende Beziehungen ermittelt.

$$\Pi 1 := \frac{\dot{m}_p}{\eta_p d_r} \Rightarrow Re_{ax} \quad (5.02)$$

$$\Pi 2 := \frac{V_p}{d_r^3} \quad (5.03)$$

$$\Pi 3 := \frac{V_a}{d_r^3} \quad (5.04)$$

$$\Pi 4 := \frac{L_a}{d_r} \quad (5.05)$$

$$\Pi 5 := \frac{n \rho_p d_r^3}{\eta_p} \Rightarrow Re_{rad} \quad (5.06)$$

$$\Pi 6 := \frac{g \rho_p^2 d_r^2}{\eta_p^2} \Rightarrow Ga \quad (5.07)$$

$$\Pi 7 := \frac{M \rho_p}{\eta_p^2 d_r} \quad (5.08)$$

Es ergeben sich die Reynolds-Zahlen in axialer und radialer Richtung sowie die Galilei-Zahl. Um die Kennzahl für den Füllgrad zu erzeugen, wird  $\Pi 2$  auf  $\Pi 3$  bezogen.

$$\frac{\Pi 2}{\Pi 3} = \frac{V_p d_r^3}{d_r^3 V_a} = \frac{V_p}{V_a} \Rightarrow \varepsilon \quad (5.09)$$

Aus dem Verhältnis  $\Pi 7$  zu  $(\Pi 5)^2$  folgt die Newton-Zahl, die als Leistungskennzahl die Zielgröße Drehmoment beinhaltet und für die weitere Auswertung der Leistungscharakteristik wichtig ist.

$$\frac{\Pi 7}{(\Pi 5)^2} = \frac{M \rho_p}{\eta_p^2 d_r} \left( \frac{\eta_p}{n \rho_p d_r^2} \right)^2 = \frac{M}{d_r^5 n^2 \rho_p} \Rightarrow Ne \quad (5.10)$$

Unter der Annahme, dass eine Potenzfunktion einen geeigneten funktionellen Zusammenhang zwischen den Kennzahlen beschreibt, folgt

$$Ne = f \left( \varepsilon, \frac{L_a}{d_r}, Re_{ax}, Re_{rad}, Ga \right) \quad (5.11)$$

Da nur Versuche in einem Knetreaktor mit konstanter Länge und Durchmesser durchgeführt wurden, kann das geometrische Verhältnis vernachlässigt werden. Die Galilei-Zahl ist eine Kennzahl zur Beschreibung schwerkraftbedingter Flüssigkeitsfilmströmungen. In dieser Arbeit wird ein hochviskoses Fluid verwendet, welches mit großen Rotationsgeschwindigkeiten im Reaktor bewegt wird. Somit ist auch die Galilei-Zahl für die weitere Auswertung nicht von Bedeutung. Ferner werden die Versuche in Batch-Betriebsweise gefahren, wodurch die axiale Reynolds-Zahl ebenfalls vernachlässigt werden kann, da keine Förderwirkung im Reaktor vorliegt. Somit wird Gleichung (5.11) auf die hier auswertbaren Kennzahlen reduziert.

$$Ne = K_c \varepsilon^\beta Re_{rad}^\gamma \quad (5.12)$$

Für die Bestimmung der Exponenten  $\beta$  und  $\gamma$  wird eine Anpassungsfunktion verwendet. Dabei wird die Newton- und Reynolds-Zahl für die Versuche doppeltlogarithmisch gegeneinander aufgetragen. Durch lineare Regression können die Exponenten bestimmt werden, wodurch eine Leistungscharakteristik für den Zwei-Wellen-Knetreaktor ermittelt werden kann. Auch die Auftragung des Druckverlustbeiwerts  $\zeta$  (Gleichung (5.13)) gegen die Reynolds-Zahl beschreibt die Strömungszustände im Reaktor und ermöglicht eine Einschätzung der Leistungscharakteristik.

$$\zeta = \frac{2 \cdot \Delta P}{\rho \cdot v^2} \quad (5.13)$$

Diese wird mit Gleichung (4.05) erweitert, um über das ermittelte Drehmoment den Druckverlustbeiwert zu berechnen. Die Geschwindigkeit  $v$  kann zudem aus dem Durchmesser  $d$  und der Rotationgeschwindigkeit  $n$  berechnet werden. Daher folgt für den Druckverlustbeiwert die Gleichung (5.14).

$$\zeta = \frac{4 \cdot M \cdot \pi}{n^2 \cdot d^2 \cdot \rho \cdot V_s \cdot f_{spez} \cdot f_{Getr}} \quad (5.14)$$

### 5.1.2. Bestimmung der Kennzahlen

Die Newton-Zahl ist definiert als das Verhältnis von Widerstandskraft zur Fließkraft und kann als Maß für die eingebrachte Leistung durch folgende Gleichung beschrieben werden.

$$Ne = \frac{M}{d_r^5 n^2 \rho_p} \quad (5.15)$$

Über das anliegende Drehmoment  $M_d$  und die Rotationgeschwindigkeit  $n$  kann für die einzelnen Versuche die Newton-Zahl bestimmt werden. Dabei sind die Dichte des Produkts  $\rho_p$  und der Rotordurchmesser  $d_r$  konstant. Um die radiale Reynolds-Zahl zu ermitteln, wird neben der Dichte des Produkts  $\rho_p$ , dem Rotordurchmesser  $d_r$  und der Drehzahl  $n$  die effektive Viskosität benötigt.

$$Re_{rad} = \frac{n \rho_p d_r^2}{\eta_{p,eff}} \quad (5.16)$$

Das im Versuch verwendete Silikonöl besitzt ein strukturviskoses Verhalten, wodurch die Viskosität über die Schergeschwindigkeit abnimmt. Eine gute Näherung ist die **CARREAU-YASUDA-GLEICHUNG**, wodurch die effektive Viskosität mit folgendem Ansatz berechnet werden kann.

$$\eta_{eff} = \eta_0 [(1 + \lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{\tilde{n}-1}{a}} \quad (5.17)$$

Diese ist stark von der Schergeschwindigkeit abhängig, die wiederum als Quotient der Geschwindigkeitsänderung zur Schichtdicke des Fluides definiert ist. In einem rotierenden System kann die Änderung der Geschwindigkeit mit dem Umfang und der Rotationgeschwindigkeit beschrieben werden.

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dx} = \frac{n \cdot \pi \cdot 2 \cdot r}{x} \quad (5.18)$$

Um dieses auf den Knetreaktor anzuwenden, müssen bestimmte Annahmen getroffen werden. Vorzugsweise wird die Geometrie der Wellen für die Berechnung modifiziert. Dabei wird die achteckige Form des Wellenschafts durch einen mittleren Radius beschrieben, wodurch ein gleichmäßiger Abstand zwischen Wellenschaft und Gehäuse erzeugt wird. Zudem können im Modell die Verbindungsstege vernachlässigt werden. Diese dienen zur Befestigung der Barren auf den Wellenschaft und gleiten durchs Fluid, jedoch scheren sie das Fluid nur wenig und tragen daher nicht effektiv zum Mischverhalten bei. In Abb. (5.01) werden alle Vereinfachungen auf die originale Wellengeometrie angewendet.

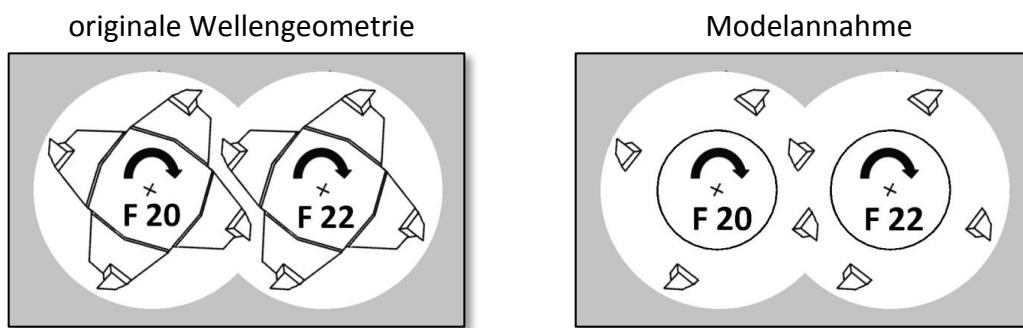


Abb. (5.01): Originaler Wellenquerschnitt gegenüber dem Querschnitt der Modelannahme

### 5.1.2.1 Leistungscharakteristik eines Rührers

In diversen Literaturstellen kann eine Leistungscharakteristik für Rührorgane über die doppeltlogarithmische Auftragung der Newton- gegen die Reynolds-Zahl bestimmt werden. Hierfür wird ein bestimmtes Rührorgan mit definierter Geometrie und Durchmesser in einem Reaktor zum Vermengen eines Fluides verwendet. Aus den Gleichungen (5.15) und (5.16) können beiden Kennzahlen berechnet werden, wobei die Newton-Zahl ein Maß für die benötigte Rührleistung darstellt. Die Reynolds-Zahl gibt nur die Strömungseigenschaften wieder, die ausschließlich an der Spitze des verwendeten Rührorgans vorliegen, da nur der Rotordurchmesser in die Gleichung mit einfließt. Der Durchmesser des Reaktors wird nicht in die Gleichung mit eingebunden, wodurch ein zusätzliches Verhältnis zwischen Rotor- und Reaktordurchmesser für die Vergleichbarkeit mit angegeben werden muss.

Diese Leistungscharakteristik wird auf den hier verwendeten Zwei-Wellen-Knetreaktor übertragen. Dabei kann die Geometrie der Rotoren als zwei ineinander greifende Rührwerke angesehen werden, die sich im Zwickelbereich der Barren überschneiden (Abb. (5.02)).

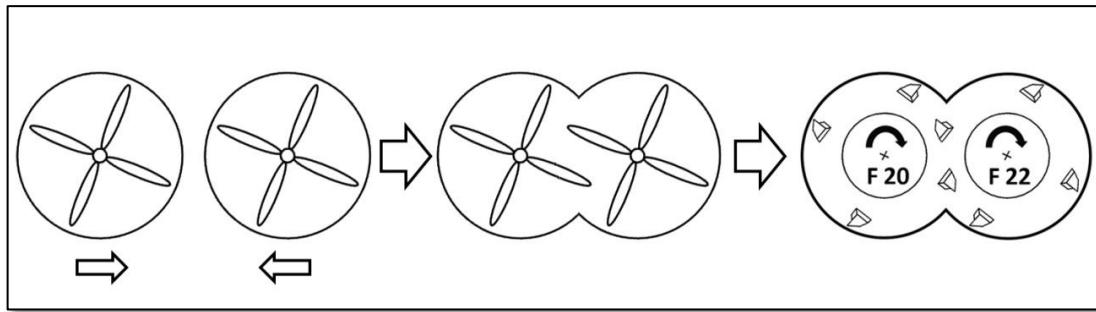


Abb. (5.02): Zwei einzelne Rührkessel werden überlappt dargestellt wodurch die Geometrie des Zwei-Wellen-Knetreaktor entsteht.

Bereits im Kapitel 3.1.2.1 Knetraum und Wellengeometrie sind die geometrischen Daten des Knetreaktors beschrieben. Um die Leistungscharakteristik des Knetreaktors in Anlehnung eines Rührers zu erhalten, werden die Newton- und Reynolds-Zahlen bestimmt. Dabei wird die effektive Viskosität der Silikonöle mit der *CARREAU-YASUDA-GLEICHUNG* beschrieben. Die benötigten rheologischen Parameter der drei Silikonöle wurden von der Firma BASF SE gemessen und sind in der Tabelle (5.04) aufgelistet.

Tab. (5.04): Parameter der *CARREAU-YASUDA-GLEICHUNG* der verwendeten Silikonöle

Parameter	PDMS 1	PDMS 2	PDMS 3
$\eta_0$	109 $\text{Pa} \cdot \text{s}$	2011 $\text{Pa} \cdot \text{s}$	21393 $\text{Pa} \cdot \text{s}$
$a$	1,4828	0,8684	0,7289
$\tilde{n}$	0,10	0,10	0,08
$\lambda$	0,0099	0,0954	0,7855
$\rho$	970 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	970 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	970 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Des Weiteren wird für die Schergeschwindigkeit eine Spaltbreite von  $x = 2 \text{ mm}$  und für den Rotordurchmesser von  $d_r = 126 \text{ mm}$  verwendet. Da der Reaktor in den Versuchen nicht immer vollgefüllt ist, muss die effektive Viskosität mit dem Füllgrad multipliziert werden, um die im Reaktor mittlere Viskosität zu erfassen. Im Anhang unter A.01 und A.02 werden die berechneten Kennzahlen für die nachfolgende Abbildungen tabellarisch aufgeführt.

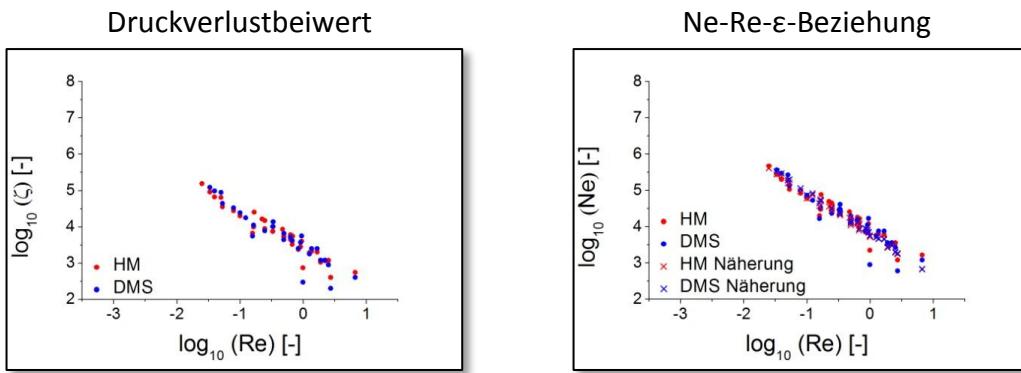


Abb. (5.03): Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton-Zahl (rechts) gegen die Reynolds-Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)

In der Abb. (5.03) ist der Druckverlustbeiwert gegenüber der Reynolds-Zahl aufgetragen. Der lineare Verlauf beider Messmethoden (über den Hydraulikmotor (rot) und den Dehnungsmessstreifen (blau)) zeigt eine lineare Abhängigkeit des Druckverlustbeiwerts gegenüber der logarithmierten Reynolds-Zahl an. Daher ist kein Übergangsbereich von laminaren zur turbulenten Strömung feststellbar. Ebenfalls ist die doppellogarithmische Auftragung der Newton- zur Reynolds-Zahl in der Abbildung zu sehen. Auch hierbei ist ein lineares Verhalten der Messungen am Hydraulikmotor und über die Dehnungsmessstreifen feststellbar (Punkte). Über ein numerisches Nährungsverfahren (Kreuze) wurden die Daten im Anhang (A.01) und (A.02) jeweils mit einer linearen Regression beaufschlagt und ebenfalls in das Diagramm übertragen. Die daraus sich ergebenden Konstanten und Exponenten werden in den Gleichungen (5.19) und (5.20) aufgeführt:

$$\text{Druckdifferenz am Hydraulikmotor} \quad Ne = 8003 \cdot \varepsilon^{0,31} \cdot Re_{rad}^{-1,06} \quad (5.19)$$

$$\text{Dehnungsmessstreifen} \quad Ne = 7978 \cdot \varepsilon^{0,25} \cdot Re_{rad}^{-1,12} \quad (5.20)$$

Diese Funktionsgleichungen beziehen sich lediglich auf die Überlegungen, wie sie bei der Bestimmung der Leistungscharakteristik in Rührkesseln erfolgt. Ob diese Beschreibung für einen effektiven Vergleich mit anderen Zwei-Wellen-Knetreaktoren ausreichend ist, muss durch weitere Versuche ermittelt werden. Im weiteren Verlauf des Kapitels werden daher Annahmen getroffen, die es ermöglichen sollen eine genauere Beschreibung des komplexen Mischverhaltens wiederzugeben.

### 5.1.2.2 Leistungscharakteristik im Zwickelbereich

Wie im oberen Abschnitt bereits durchgeführt, sind die Reynolds-Zahlen des Zwei-Wellen-Knetreaktors wie im Rührkessel beschrieben worden. Da im Zwickelbereich der Wellen die größten Mischeffekte auftreten, kann eine Reynolds-Zahl speziell für diesen Bereich bestimmt werden. In der Abb. (5.04) ist dieser Bereich rot hinterlegt.

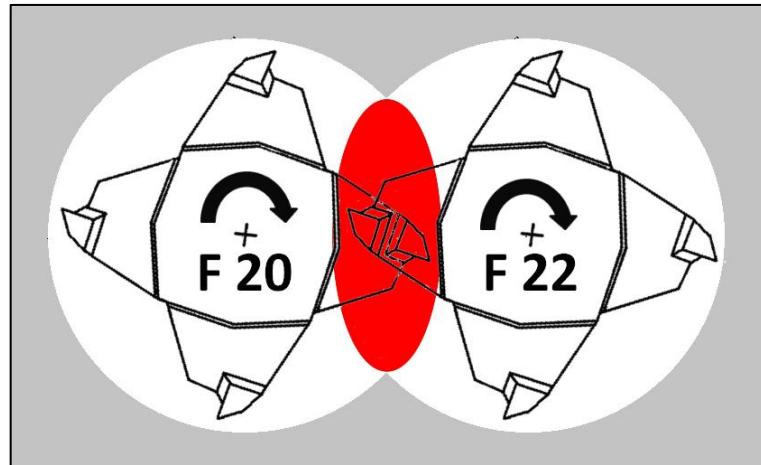


Abb. (5.04): Wellengeometrie mit rot unterlegtem Zwickelbereich der Barren

Im Zwickelbereich hinterschneiden sich die Barren gegenseitig und scheren nicht nur das anhaftende Fluid von beiden Wellen ab, sondern verursachen zudem die eigentliche Mischleistung. Für die Berechnung der Kennzahlen müssen weitere Überlegungen bezüglich der effektiven Viskosität getätigt werden, da sie in dem Bereich stärker geschert werden. Durch die komplexen Bewegungen im Zwickelbereich ergeben sich zwei Bereiche mit unterschiedlichem Scherverhalten, die in der Abb. (5.05) gekennzeichnet sind.

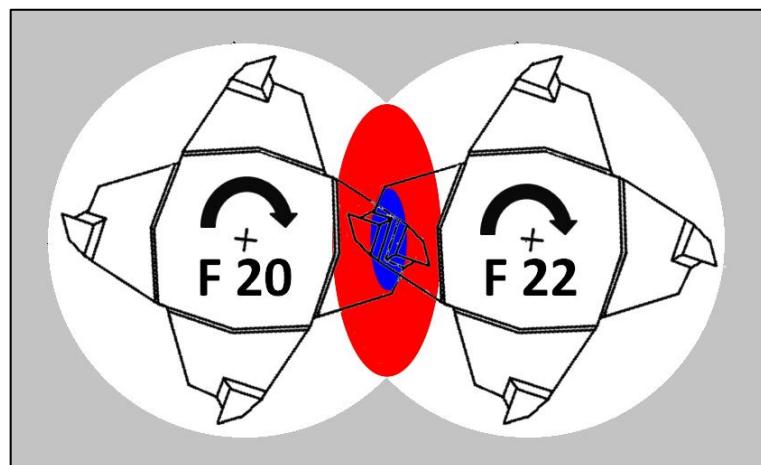


Abb. (5.05): Rot unterlegter Zwickelbereich zwischen Barren und Welle, sowie blau unterlegter Bereich zwischen zwei Barren

Der innere Bereich (blau) befindet sich zwischen den beiden Unterseiten der Barren. Dabei gleiten die Unterseiten mit einem Abstand von  $x = 2 \text{ mm}$  aneinander vorbei. Die effektive Schergeschwindigkeit ist die Summe der Einzelgeschwindigkeiten der Barrenunterseiten in Bezug zum jeweiligen Abstand und kann durch Gleichung (5.21) bestimmt werden

$$\dot{\gamma}_{z,1} = \frac{dv}{dx} = \frac{2 \cdot (r_{BU} + r_{BU}) \cdot \pi \cdot n}{x}. \quad (5.21)$$

Der äußere Bereich (rot) ist die Position zwischen den Barren und dem Wellenschaft. Hierbei gleitet die Oberseite der Barren in einem Abstand von  $x = 2 \text{ mm}$  am Wellenschaft vorbei. Durch die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Oberflächen kann die Schergeschwindigkeit in Gleichung (5.22) beschrieben werden

$$\dot{\gamma}_{z,2} = \frac{dv}{dx} = \frac{(r_{BO} + r_{WS}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{x}. \quad (5.22)$$

Um die durchschnittliche Schergeschwindigkeit im gesamten Zwickelbereich zu berechnen, werden die jeweiligen Schergeschwindigkeiten anteilmäßig addiert. Durch die Geometrie der Wellen ist dieses Verhältnis 1:2, da es einen Bereich zwischen den Unterseiten der Barren und zwei Bereiche zwischen Barren und Welle gibt

$$\dot{\gamma}_z = \frac{dv}{dx} = \frac{((r_{BU} + r_{BU}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot n)}{3 \cdot x} + \frac{2 * ((r_{BO} + r_{WS}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot n)}{3 \cdot x}. \quad (5.23)$$

Aus der Kombination mit Gleichung (5.18) kann daraus der mittlere Radius bestimmen werden

$$r_z = \frac{((r_{BO} + r_{BU} + r_{WS}) \cdot 4 \cdot \pi \cdot n)}{6}. \quad (5.24)$$

Nicht nur die mittleren Schergeschwindigkeiten und die daraus resultierenden effektiven Viskositäten können über den mittleren Radius  $r_z$  bestimmt werden. Dieser wird auch für die Berechnung der Reynolds- und Newton-Zahl herangezogen. Die daraus berechneten Kennzahlen besitzen ausschließlich im Zwickelbereich der Wellen ihre Gültigkeit und sind im Anhang unter A.03 und A.04 aufgeführt. Die entsprechenden Diagramme sind in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

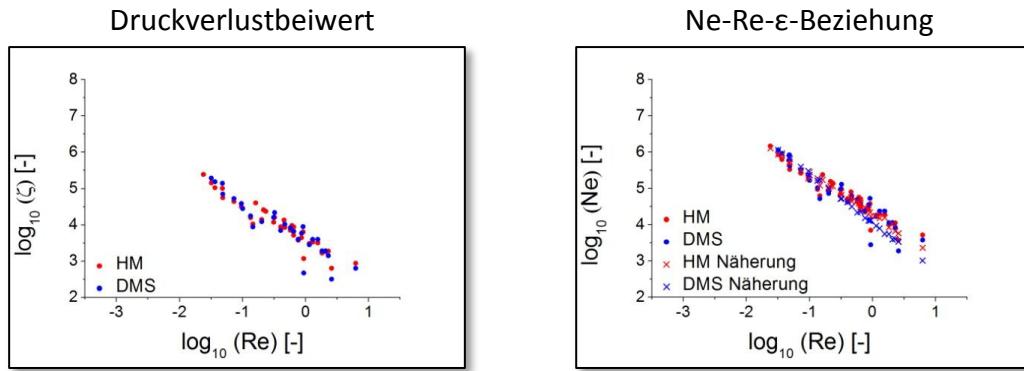


Abb. (5.06): Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)

Auch hier wird der Druckverlustbeiwert in Abhängigkeit der logarithmierten Reynolds-Zahl aufgetragen. Der Zusammenhang ist in diesem Fall linear, wodurch keine Änderung des Strömungsverhaltens bei allen Versuchen vorliegt. Ebenfalls wird die Newton-Zahl in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl doppeltlogarithmisch aufgetragen. Aus den Daten kann mit Hilfe der linearen Regression die Parameter der Newton-Reynolds-Füllgrad-Beziehung durch das kleinste Fehlerquadrat ermittelt und für beide Messmethoden in den Gleichungen (5.25) und (5.26) aufgeführt werden.

$$\text{Druckdifferenz am Hydraulikmotor} \quad Ne = 24983 \cdot \varepsilon^{0,33} \cdot Re_{rad}^{-1,05} \quad (5.25)$$

$$\text{Dehnungsmessstreifen} \quad Ne = 10198 \cdot \varepsilon^{-0,14} \cdot Re_{rad}^{-1,36} \quad (5.26)$$

Die Abweichungen des Koeffizienten und der Exponenten in den Gleichungen (5.25) und (5.26) sind hier stärker ausgeprägt. Dieses lässt sich durch die Änderung des mittleren Radius erklären, welches Auswirkungen auf die Schergeschwindigkeit, die effektive Viskosität sowie die daraus zu berechnenden Kennzahlen hat. Diese Kennzahlen und Exponenten sind jedoch ausschließlich für die Strömungsverhältnisse im Zwickelbereich gültig, wodurch eine Übertragung auf den gesamten Reaktor nicht zulässig ist. Um dennoch den gesamten Reaktor zu beschreiben, müssen weitere Annahmen getätigt werden.

### 5.1.2.3 Flächenbezogene Leistungscharakteristik im Reaktor

In den ersten beiden Abschnitten sind die jeweiligen Leistungscharakteristika für die im Knetreaktor relevanten Mischzonen separat berechnet worden. Um jedoch den gesamten Reaktor genauer zu beschreiben, können die Leistungscharakteristika der separaten Zonen durch eine Kombination über die jeweiligen Flächenanteile zusammengefügt werden, die in der nachfolgenden Abb. (5.07) farbig unterlegt worden sind.

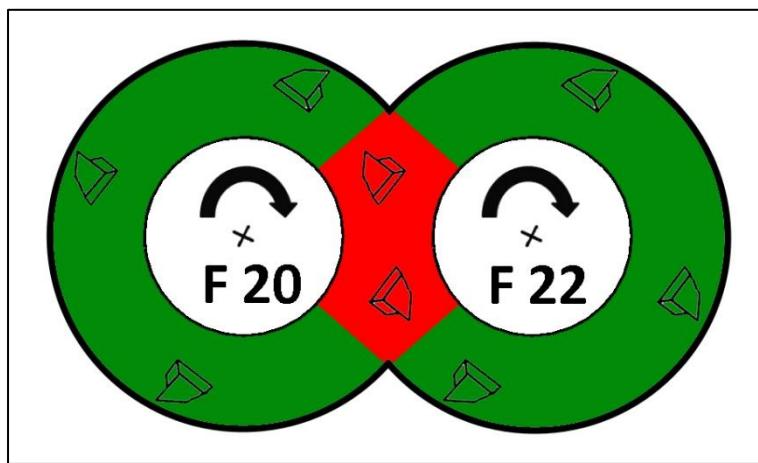


Abb. (5.07): Rot unterlegt der Zwickelbereich der Barren, grün unterlegt die Flächen die einem Rührreaktor ähneln

Die Bestimmung der Parameter für die Leistungscharakteristik erfolgt über den mittleren Radius des Knetreaktors und die daraus berechneten Newton- und Reynolds-Zahlen. Für die Berechnung des mittleren Radius des Knetreaktors werden die beiden Radien der vorangegangenen Zonen über die Flächenanteile multipliziert

$$r_m = \frac{r_{BO} \cdot A_1 + r_z \cdot A_z}{2 \cdot A_{ges}} \quad (5.27)$$

Die Kennzahlen, die über den ermittelten Radius berechnet worden sind, werden im Anhang unter (A.05) und (A.06) hinterlegt. Die entsprechenden Diagramme des Druckverlustbeiwerts zur logarithmierten Reynolds-Zahl und der doppeltlogarithmischen Auftragung der Newton-Zahl zur Reynolds-Zahl sind nachfolgend dargestellt.

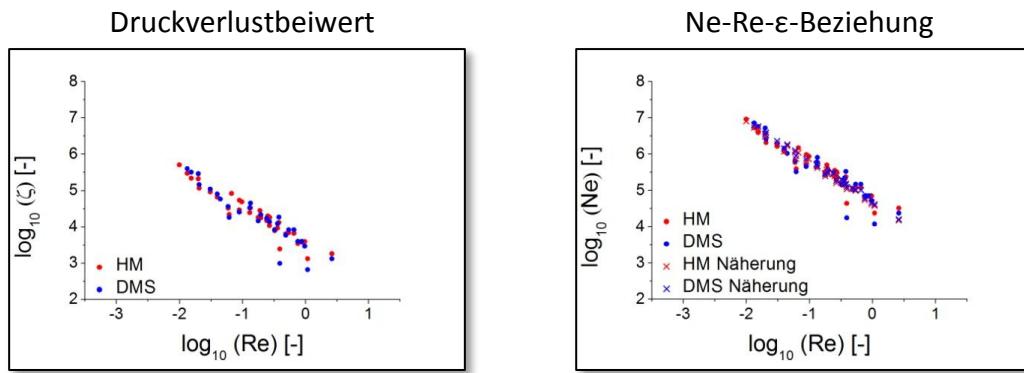


Abb. (5.08): Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)

Ebenfalls ist auch mit dieser Methode ein linearer Zusammenhang bei der doppeltlogarithmischen Auftragung zu erkennen. Im Fall der Newton-Zahl gegenüber der Reynold-Zahl ist auch ein linearer Zusammenhang feststellbar. Hier liegt eine gute Übereinstimmung der unterschiedlichen Messmethoden (HM und DMS) vor, welche in den nachfolgenden Gleichungen (5.28) und (5.29) aufgeführt ist.

$$\text{Druckdifferenz am Hydraulikmotor} \quad Ne = 64993 \cdot \varepsilon^{0,34} \cdot Re_{rad}^{-1,04} \quad (5.28)$$

$$\text{Dehnungsmessstreifen} \quad Ne = 64993 \cdot \varepsilon^{0,26} \cdot Re_{rad}^{-1,07} \quad (5.29)$$

Der Koeffizient beider Gleichungen ist identisch und auch die Exponenten des Füllgrad und der radialen Reynolds-Zahl stimmen recht gut überein.

#### 5.1.2.4 Leistungscharakteristik und hydraulischer Durchmesser

Eine weiterer Ansatz zur Bestimmung der Leistungscharakteristik des Zwei-Wellen-Knetreaktors, ist die Berechnung der Kennzahlen über den hydraulischen Durchmesser. Allgemein ist der hydraulische Durchmesser als Quotient zwischen der vierfachen Fläche und dem Umfang definiert.

$$d_{hyd} = \frac{4 \cdot A}{U} \quad (5.30)$$

Dieser kann ebenfalls als mittlerer Durchmesser für den gesamten Reaktorbereich herangezogen werden mit dem die Newton- und Reynolds-Zahlen bestimmt werden. Die Bestimmung der mittleren Viskosität für den gesamten Reaktorbereich wird jedoch komplexer, da diese von der Schergeschwindigkeit und somit von der Spaltbreite abhängig ist. Daher ergeben sich für die Berechnung der Kennzahlen zwei Möglichkeiten. Hierbei kann einmal die berechnete Spaltbreite zwischen den

hydraulischen Durchmesser und dem Durchmesser des Gehäuses in die Gleichung mit einfließen oder es wird die tatsächliche Spaltbreite von  $x = 2 \text{ mm}$  angenommen. Beide Möglichkeiten sind nachfolgend beschrieben.

#### 5.1.2.4.1 Berechnung über die theoretische Spaltbreite

Die theoretische Spaltbreite, die zwischen der Gehäusewand und dem hydraulischen Radius vorliegt, kann aus der Gleichung (5.29) ermittelt werden.

$$x_{theo} = r_{GW} - r_{hyd} \quad (5.31)$$

Aus dem daraus berechneten Abstand kann die Schergeschwindigkeit ermittelt und über die Viskosität, die Reynolds-Zahl ermittelt werden. Die vollständigen Kennzahlen werden im Anhang A.07 und A.08 mit beigefügt. In der Abb. (5.09) sind die dazugehörigen Diagramme abgebildet.

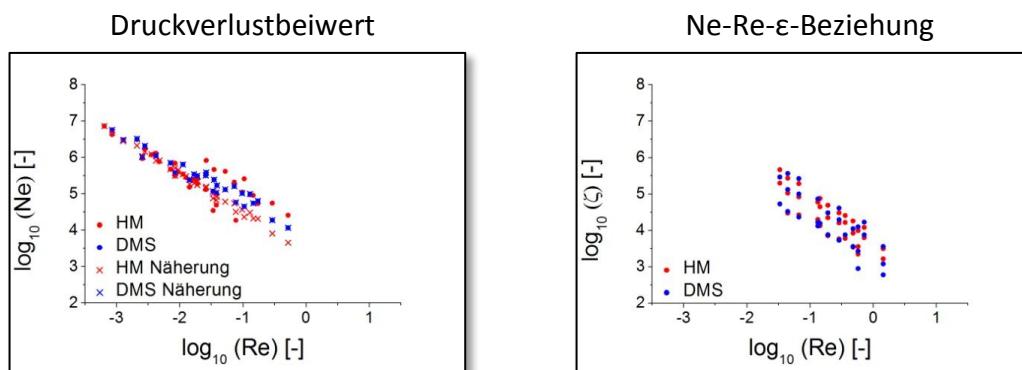


Abb. (5.09): Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)

Zwar ist bei der doppellogarithmischen Auftragung des Druckverlustbeiwerts gegenüber der Reynold-Zahl ein lineares Verhalten dargestellt, jedoch unterteilen sich die Daten des Hydraulikmotors (HM). Ein kleinerer Teil der Daten liegt auffällig weit zu höheren Reynolds-Zahlen. Diese Messdaten sind bei einer Nullviskosität von  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  ermittelt worden. Bei genauer Betrachtung der Daten der Dehnungsmessstreifen können drei lineare Abhängigkeiten beobachtet werden. Auch hier können diese den unterschiedlichen Nullviskositäten zugeordnet werden. Die Daten mit niedriger Reynolds-Zahl besitzen eine Nullviskosität von  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , die mit mittlerer Reynolds-Zahl eine Nullviskosität von  $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  und die mit hoher Reynolds-Zahl haben eine Nullviskosität von  $\eta_0 = 21939 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Auf bei der doppellogarithmischen Auftragung der Newton-Zahl gegen der Reynolds-Zahl ist der lineare Zusammenhang deutlich zu erkennen. Auffällig sind jedoch wieder die Messdaten des Hydraulikmotors. Die Daten mit einer Nullviskosität von

$\eta_0 = 100 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  sind hin zu höheren Reynolds-Zahlen verschoben. Dieses hat auch Auswirkungen auf die ermittelten Gleichungen.

$$\text{Druckdifferenz am Hydraulikmotor} \quad Ne = 3708 \cdot \varepsilon^{0,35} \cdot Re_{rad}^{-1,03} \quad (5.32)$$

$$\text{Dehnungsmessstreifen} \quad Ne = 17722 \cdot \varepsilon^{0,70} \cdot Re_{rad}^{-0,85} \quad (5.33)$$

Die Koeffizienten der beiden Gleichungen sind doch recht unterschiedlich. Auch gibt es größere Abweichungen zwischen den Exponenten des Füllgrads sowie der radialen Reynolds-Zahl.

#### 5.1.2.4.2 Berechnung über die tatsächliche Spaltbreite im Reaktor

Ebenfalls ist die Berechnung der Parameter über die tatsächliche Spaltbreite von  $x = 2 \text{ mm}$  möglich. Hier fließt die tatsächliche Spaltbreite in die Schergeschwindigkeit ein, womit nachfolgend die Viskosität und die Newton-Zahl bestimmt werden. Auch die Berechnung der Reynolds-Zahl erfolgt mit dem hydraulischen Durchmesser. Die daraus berechneten Kennzahlen sind im Anhang A.09 und A.10 der Arbeit beigefügt. Die nachfolgende Abb. (5.10) zeigt die entsprechenden Diagramme für die Auswertung.

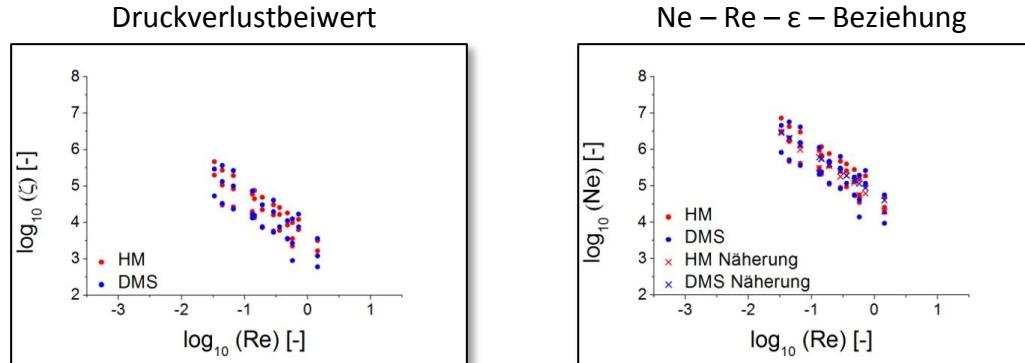


Abb. (5.10): Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)

Jeweils in beiden Diagrammen ist eine lineare Abhängigkeit auffällig. Zudem können in beiden Diagrammen und beiden Messmethoden (HM und DMS) jeweils drei lineare Bereiche festgestellt werden. Diese sind wie bereits im Kapitel zuvor durch die unterschiedlichen Nullviskositäten erklärbar, jedoch sind in dieser Auswertung die niedrigen Newton-Zahlen bei der Messung mit den hohen Nullviskositäten von  $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  und die Daten mit den hohen Newton-Zahlen besitzen eine Nullviskosität von  $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Die jeweiligen Gleichungen, die durch die Annäherungsfunktion beschrieben werden, sind nachfolgend aufgelistet.

$$\text{Druckdifferenz am Hydraulikmotor} \quad Ne = 60010 \cdot \varepsilon^{0,50} \cdot Re_{rad}^{-1,15} \quad (5.34)$$

$$\text{Dehnungsmessstreifen} \quad Ne = 60000 \cdot \varepsilon^{-0,01} \cdot Re_{rad}^{-1,14} \quad (5.35)$$

Hierbei stimmen die Koeffizienten und der Exponent der radialen Reynolds-Zahl sehr gut überein. Lediglich beim Exponenten des Füllgrads gibt es Abweichungen.

Der Übersicht halber sind in der folgenden Tabelle nochmals alle Exponenten und Koeffizienten aufgetragen. Ein Vergleich dieser Daten ist nicht möglich, da alle Werte über einen anderen Ansatz berechnet worden sind.

Bestimmung als:	Hydraulikmotor			Dehnungsmessstreifen		
	K	$\varepsilon$	$Re_{rad}$	K	$\varepsilon$	$Re_{rad}$
Allgemeiner Rührreaktor	8003	0,31	-1,06	7978	0,25	-1,12
Zwickelbereich	24983	0,33	-1,08	64993	-0,14	-1,36
Kombination aus beiden	64993	0,34	-1,04	64993	0,26	-1,07
$d_{hyd}$ mit theor. Spaltbreite	3708	0,35	-1,03	17722	0,70	-0,85
$d_{hyd}$ mit realer Spaltbreite	60010	0,50	-1,15	60000	-0,01	-1,14





---

# Kapitel VI

---

## SIMULATIONSDATEN

## 6.1 Grundlagen der Simulation

Von der Firma Buss SMS Canzler GmbH wurde die Geometrie der Rotoren mit Hilfe eines CAD-Programms (Computer-Aided-Design) erstellt. Auf Basis dieses Modells wird mit der FEM (Finite-Elemente-Methode) Knotenpunkte erzeugt, die die Oberfläche des Modells als sogenannte Netzgeometrie abbilden (reduziertes Oberflächennetzmodell). Da für die Berechnung der gesamten Oberflächenlasten ein hoher Rechenaufwand erforderlich ist, kann das erzeugte Modell auf eine Symmetrie-Einheit reduziert werden (Abb. (6.01)).

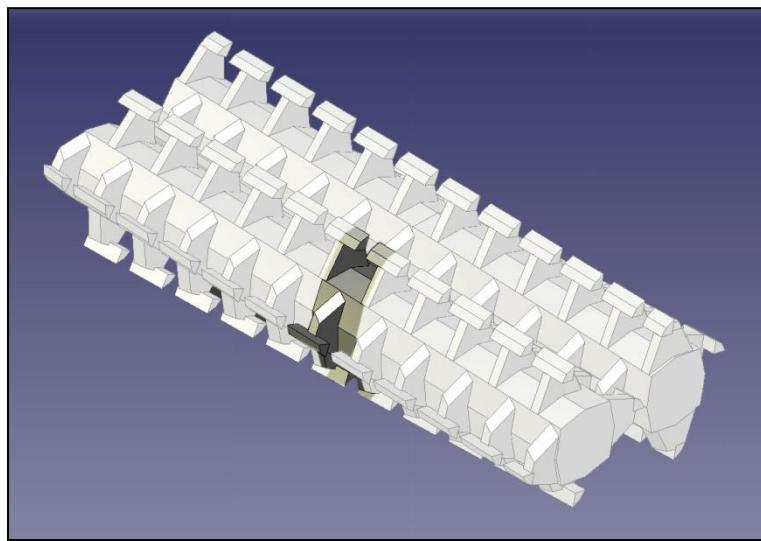


Abb. (6.01): Symmetrie-Einheit der Welle

Im Arbeitskreis von Prof. Dr. ir. P.D. P. Anderson an der Technischen Universität Eindhoven wurde die Oberfläche mit der neu generierten Netzgeometrie in eine CFD Simulation eingebunden und mit den notwendigen Bedingungen beaufschlagt. Um den Rechenaufwand bei der CFD-Analyse weiter zu reduzieren, wurde die Spiegelbildlichkeit des Symmetrie-Elements genutzt und eine  $180^\circ$  Drehung berechnet. Diese  $180^\circ$  wurde in 61 Zeitabschnitte (Berechnungsabschnitte) unterteilt, wodurch die CFD-Analyse alle  $3^\circ$  die Oberflächenlast für alle Knotenkräfte ausgibt. Die Bedingungen für die CFD-Analyse werden in der nachfolgenden Tabelle zusammengetragen.

Tab. (6.01): Datensatz für die Simulation

Viskosität	500 $Pa \cdot s$ (newtonisch)
Drehzahl	1,00 $U \cdot s^{-1}$
Spaltbreite (Barren - Gehäuse)	2 mm
Spaltbreite (Barren - Rotor)	2 mm
Förderwinkel	0° keine axiale Förderung
Füllgrad	1,00

Als Ergebnis erhielt Buss-SMS-Canzler GmbH die FE-Modelle mit den aus der CFD berechneten Oberflächenlasten zurück. Diese Oberflächenlasten werden unter den Simulationsbedingungen als vorliegende Kraft für jeden Knotenpunkt ausgegeben. Die einzelnen Knotenkräfte sind dabei abhängig vom Füllgrad, vom Ort, der Drehzahl der Wellen und der Viskosität.

$$F_i = f(\varepsilon, x, n, \eta). \quad (6.01)$$

Um die Dehnung und Spannung zu berechnen muss das reduzierte Oberflächennetzmodell durch ein Volumenmodell ersetzt werden. Dazu fertigte Buss SMS Canzler GmbH unter Verwendung der FEM ein solches an, wobei die zweidimensionale Netzoberfläche nun als dreidimensionaler Volumenkörper dargestellt werden muss. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die dreidimensionale Knotenpunktverteilung mit der Oberflächennetzgeometrie übereinstimmt und auch die Zuordnung der Kräfte in Betrag und Richtung erhalten bleibt. Um einen fehlerfreien Datenaustausch zwischen der Technischen Universität Eindhoven und SMS-Buss-Canzler GmbH zu gewährleisten, wird die Kräfteverteilung der CFD-Simulation mit den Ergebnissen der FE-Analyse verglichen.

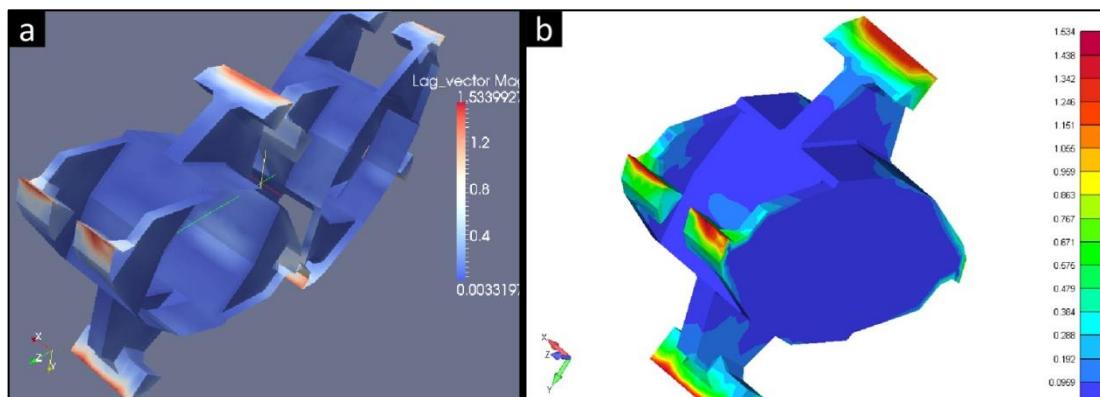


Abb. (6.02): Reaktionskräfte der CFD-Analyse links. Reaktionskräfte der FE-Analyse rechts

Bei der CFD- sowie bei der FE-Analyse sind an den Barrenspitzen hohe Belastungen zu verzeichnen, die sich zu den Barrenecken abschwächen. Die Einfärbung der Rotorgeometrie soll die Belastung kenntlich machen um sie miteinander zu vergleichen. Hierbei stimmen beide Berechnungen qualitativ und quantitativ überein. Gleichermaßen gilt für die einzelnen Kraftkomponenten in den jeweiligen Raumrichtungen ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) sowie für jeden Zeitabschnitt. Damit ist sichergestellt, dass ein fehlerfreier Datenaustausch stattfand. Somit kann im Folgenden das mechanische Verhalten des Modells untersucht werden, welches nun direkt aus der Wechselwirkung zwischen Rotorgeometrie und Fluid entsteht.

## 6.2 Drehmoment

Die numerische Simulation wurde an der Technischen Universität Eindhoven von der Arbeitsgruppe Anderson mit den Bedingungen, die in der Tabelle (6.01) aufgelistet sind, durchgeführt. In Abständen von  $3^\circ$  wurde eine Berechnung des Drehmoments durch die Aufsummierung der Kräfte der FEM-Netzgeometrie durchgeführt. In Abb. (6.03) sind die simulierten Drehmomente aus der Tangentialkomponente der Kraft in Abhängigkeit der Winkelposition dargestellt. Wegen des hohen Rechenaufwands wurde lediglich eine halbe Rotation der Wellen simuliert. Aufgrund der Symmetrie der Welle entspricht die Position bei  $180^\circ$  der Position  $0^\circ$ , so dass durch Duplikation eine volle Wellenrotation abgebildet werden kann.

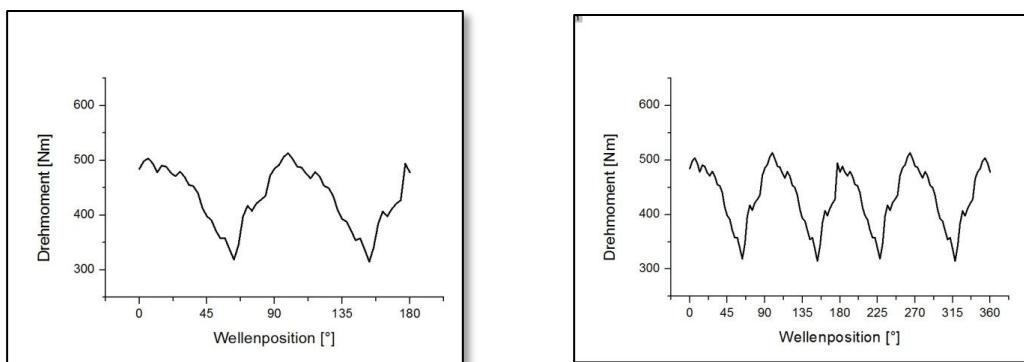


Abb. (6.03): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition für die simulierten Drehmomente einer halben Wellenrotation (links) und einer vollen Wellenrotation (rechts).

Der Verlauf des Drehmoments gleicht einer sinusförmigen Schwingung die etwa ein mittleres Drehmoment von  $418 \text{ Nm}$  besitzt. Die Maxima des Drehmoments treten bei  $5^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $185^\circ$  und  $275^\circ$  auf. Zwei weitere Drehmomentspitzen können bei  $70^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $250^\circ$  und  $340^\circ$  sowie bei  $25^\circ$ ,  $115^\circ$ ,  $205^\circ$  und  $295^\circ$  beobachtet werden, welche jedoch nur schwach ausgeprägt sind. Zur weiteren Auswertung der simulierten Daten werden die Drehmoment-Maxima mit der entsprechenden Wellenposition in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

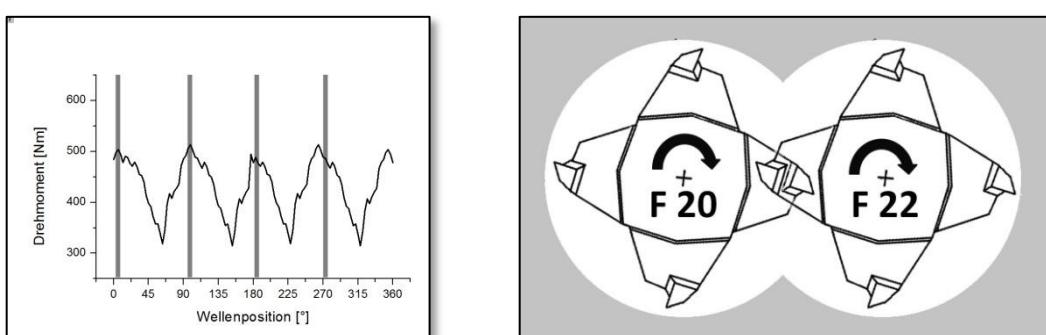


Abb. (6.04): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei  $5^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $185^\circ$  und  $275^\circ$

In der Simulation erscheinen die Drehmoment-Maxima bei  $5^\circ$ ,  $95^\circ$ ,  $185^\circ$  und  $275^\circ$ . Bei dieser Position gleiten die Barren hintereinander her. Dabei muss das Fluid durch den Spalt zwischen Barren und Wellen gedrückt werden. Um dies zu ermöglichen muss das Drehmoment ansteigen, wie es in der Simulation auch zu erkennen ist. Auffällig ist ein kleiner Drehmoment-Peak kurz vor dem eigentlichen Hauptmaximum (Abb. (6.05)).

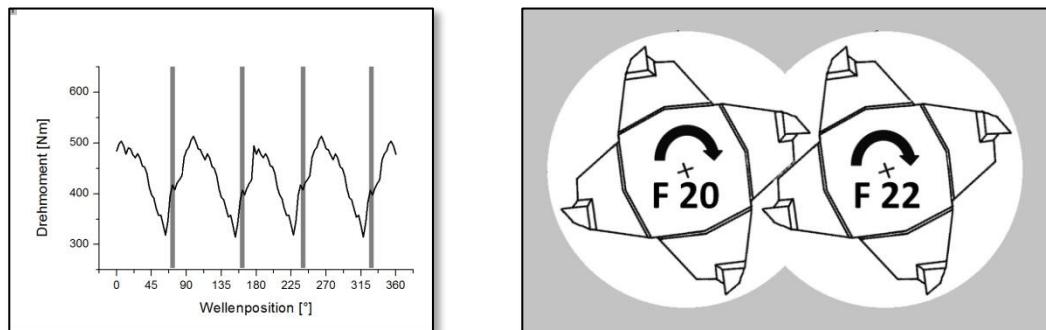


Abb. (6.05): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei  $70^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $250^\circ$  und  $340^\circ$

Diese Maxima liegen etwa  $25^\circ$  vor den Hauptmaxima, welches jedoch nur sehr schwach ausgeprägt ist. Nach den Haupt-Maxima ist ebenfalls ein Peak, bzw. eine Schulter zu erkennen. In der Abb. (6.06) ist dieses in dem Diagramm mit einem roten Pfeil dargestellt. Auch die dazugehörige Wellenposition ist in der Abbildung mit angegeben.

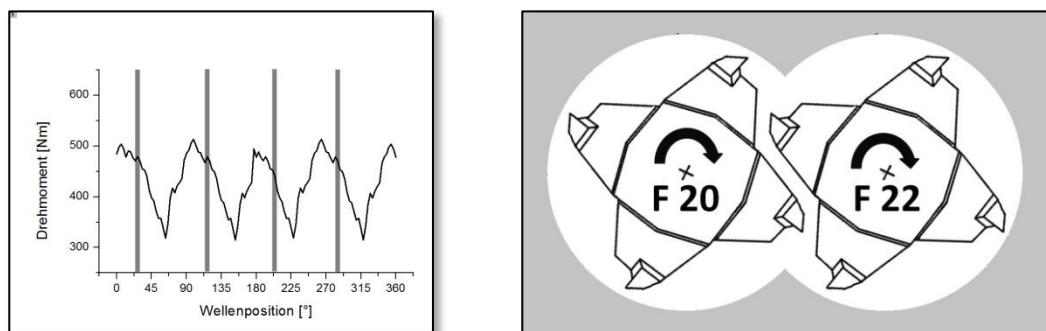


Abb. (6.06): Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei  $25^\circ$ ,  $115^\circ$ ,  $205^\circ$  und  $295^\circ$

Etwa  $20^\circ$  hinter den Hauptmaxima befindet sich ein weiteres kleines Maxima, welches auch als Schulter vom Hauptmaximum deuten kann. Die entsprechende Wellenposition ist rechts abgebildet. An dieser Position gleiten die Barren aus dem Zwickelbereich heraus und tauchen in den Wellenraum ein.

## 6.3 Berechnung der Kennzahlen

Die Ermittlung der Kennzahlen erfolgt aus den Bedingungen der Simulation, die in der Tab. (6.02) dargestellt sind.

Tab. (6.02): Datensatz für die Simulation

Viskosität	500 $Pa \cdot s$ (newtonisch)
Drehzahl	1,00 $U \cdot s^{-1}$
Spaltbreite (Barren - Gehäuse)	2 mm
Spaltbreite (Barren - Rotor)	2 mm
Förderwinkel	0° keine axiale Förderung
Füllgrad	1,00
Dichte des Fluides	970 $kg \cdot m^{-3}$
Durchmesser	0,126 m

Aus den aufgeführten Parametern für die Simulation kann die radiale Reynolds-Zahl über die effektive Viskosität und der Rotationsgeschwindigkeit bestimmt werden.

$$Re_{rad} = \frac{n \rho_p D_r^2}{\eta_{p,eff}} = 0,03080 \quad (6.02)$$

Desweiteren kann über das mittlere Drehmoment die Newton-Zahl berechnet werden.

$$Ne = \frac{M}{D_r^5 n^2 \rho_p} = 13569,2 \quad (6.03)$$

Da nur eine Simulation durchgeführt wurde, konnte die Newton- und Reynolds-Zahl ausschließlich für die Bedingungen der Simulation bestimmt werden. Die Koeffizienten und Exponenten, die bei den Versuchen bestimmt worden sind, können hier nicht ermittelt werden.

## 6.4 Dehnung der Wellen

Ebenfalls wurde die Belastung der Wellen auf Basis der CFD-Simulation von der Arbeitsgruppe Anderson aus der Technischen Universität Eindhoven berechnet. Auch hierbei werden nur die tangential zur Welle stehenden Belastungen ermittelt und in der nachfolgenden Abbildung als Dehnungsverlauf über eine volle Wellenrotation aufgetragen.

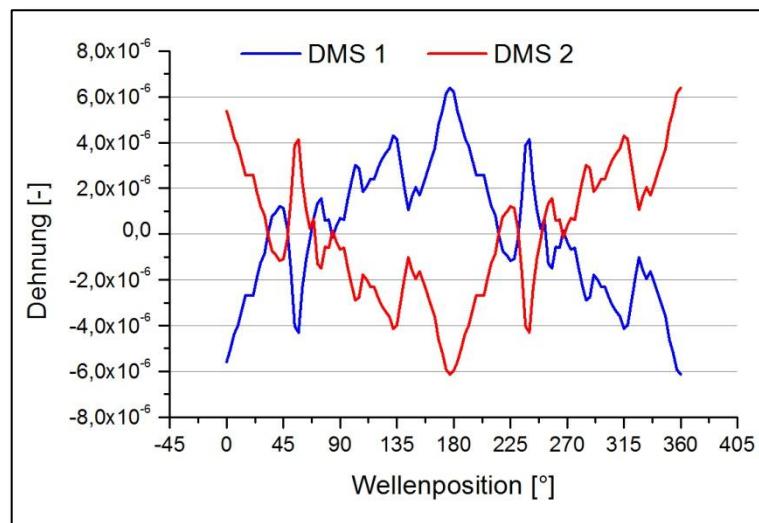


Abb. (6.07): Simulierter Kurvenverlauf der Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition

Der Verlauf der Dehnung ähnelt einer Sinusfunktion und besitzt über den Verlauf vereinzelte Maxima. Die in den Versuchen auftretenden Nulldurchgänge sind deutlich zu erkennen, die nun zwischen den Bereichen von 35° und 80° sowie zwischen 215° und 260° auftreten. Um den Verlauf zu idealisieren, wird über den Datensatz eine sinusförmige Grundschwingung gelegt und die Werte der Dehnung normiert. Ebenfalls werden die Daten in ein Netzdiagramm übertragen, wodurch die Bewegungsrichtung der Wellen besser dargestellt werden kann.

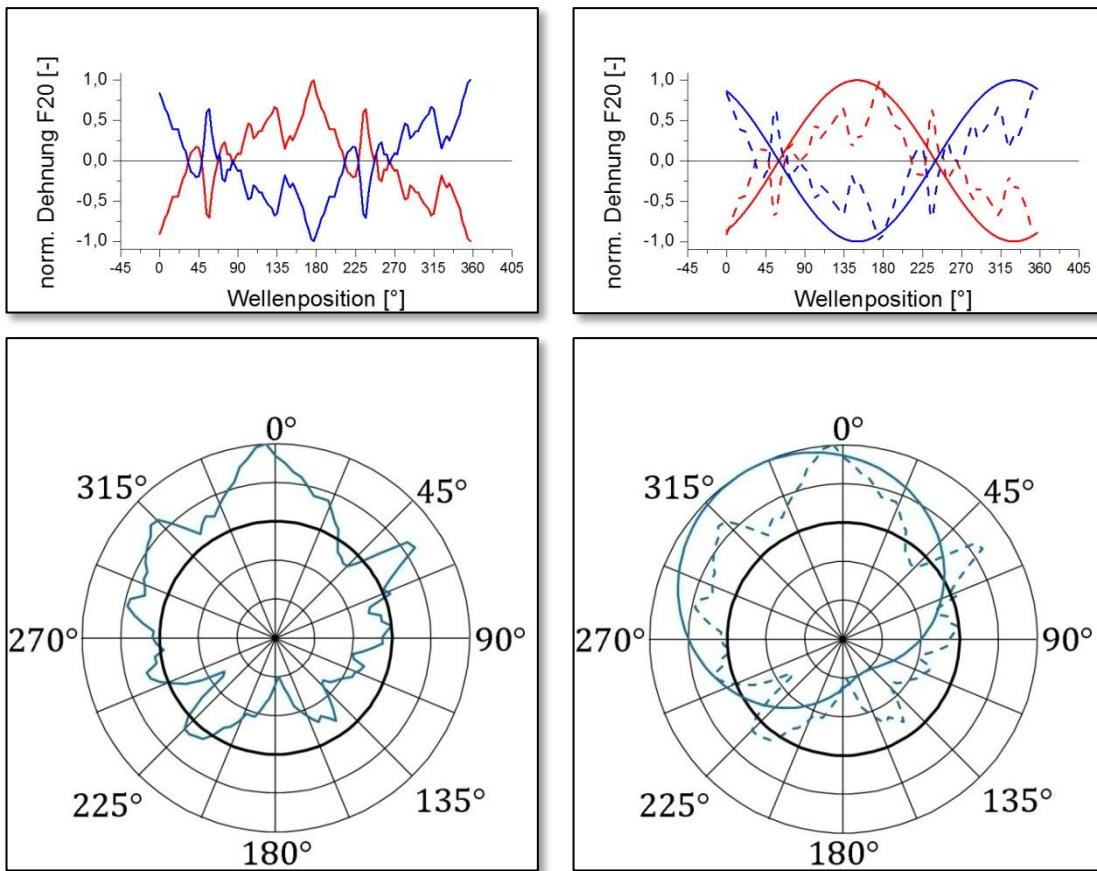


Abb. (6.08): Simulationsdaten und überlagerte sinusförmige Grundschwingung in XY-Diagrammen (oben) und in Netzdiagrammen (unten)

Die über die Simulationsdaten gelegte sinusförmige Grundschwingung, zeigt lediglich den Trend der harmonischen Wellenbewegung ohne die zusätzlichen Dehnungsmaxima, die zur reinen Bewegungsrichtung der Welle nicht ausschlaggebend sind. Dieses sind im weiteren Verlauf gegenüber der Wellenposition aufgetragen und in Abb. (6.07), dargestellt. Die maximale Dehnung der Grundschwingung liegt hier bei  $0^\circ$  und  $180^\circ$ . Wird jedoch nur die idealisierte sinusförmige Schwingung der Welle betrachtet, besitzt die Welle bei  $150^\circ$  und  $330^\circ$  ihre maximale Dehnung. Nachfolgend werden auch die einzelnen Drehmomentspitzen ihren Wellenpositionen zugeordnet.

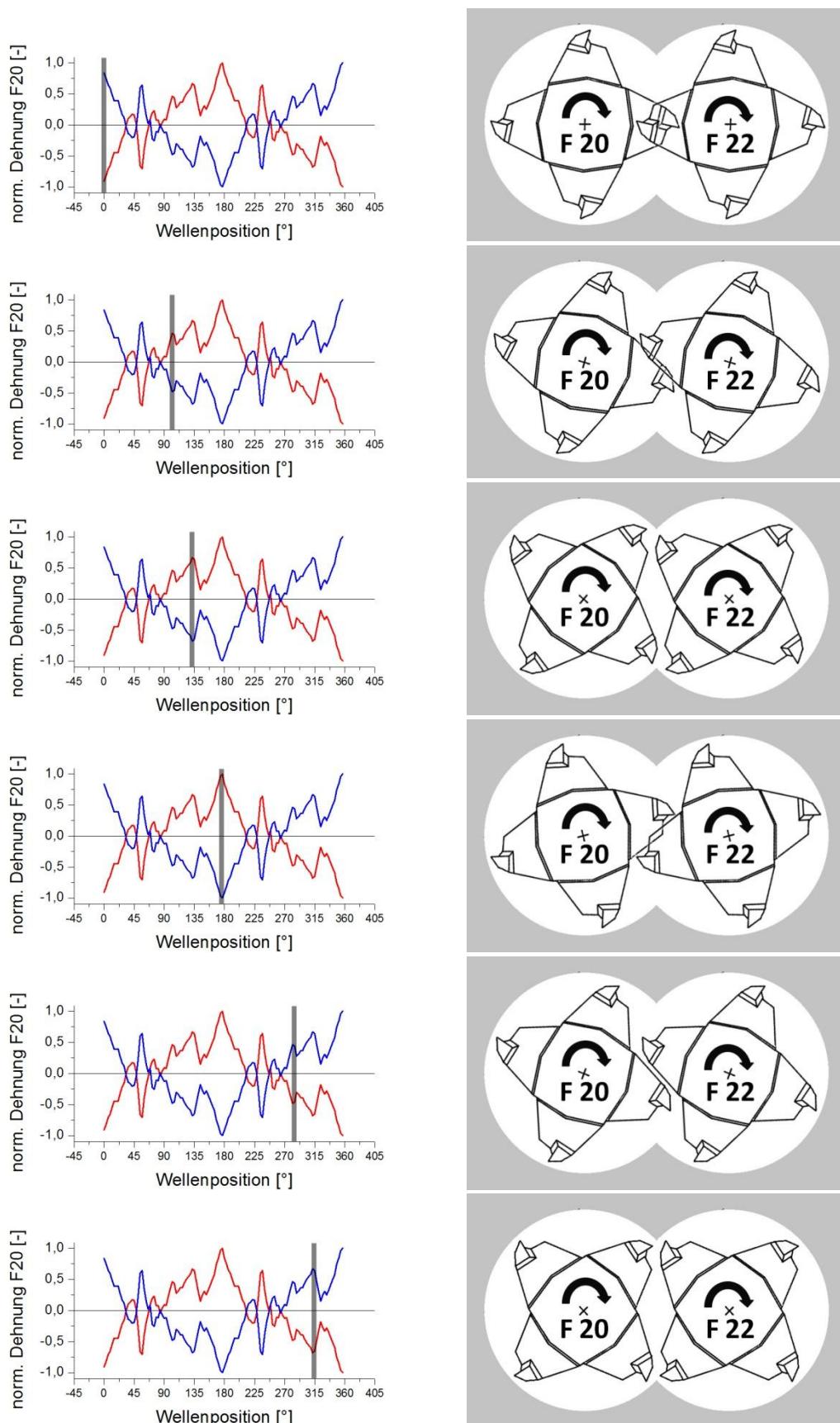


Abb. (6.09): Bestimmung der Einzelmaxima und Übertragung auf die Wellenposition

Bei der Simulation sind die Maxima unregelmäßig über die volle Wellenrotation verteilt. Hier liegen die Maxima der Dehnung bei  $105^\circ$ ,  $130^\circ$ ,  $175^\circ$ ,  $290^\circ$ ,  $315^\circ$  und  $360^\circ$ . Unter Berücksichtigung der Symmetrie der Welle können einzelne Wellenpositionen zusammengefasst werden. Hierdurch sind die Wellenpositionen  $105^\circ$  und  $290^\circ$  sowie  $130^\circ$  und  $315^\circ$  wie auch  $175^\circ$  und  $360^\circ$  identisch





---

# Kapitel VII

---

VERGLEICH

## 7.1 Drehmomentdaten

Um die experimentellen Daten und die simulierten Daten einem Vergleich zu unterziehen, müssen die Bedingungen identisch sein. Dieses konnte in der Arbeit nicht gewährleistet werden, da das strukturviskose Verhalten des Silikonöls mit der CFD-Methode nicht simuliert werden kann.

Tab. (7.01): Datensatz für die Simulation

Viskosität	500 $Pa \cdot s$ (newtonisch)
Drehzahl	1,00 $U \cdot s^{-1}$
Spaltbreite (Barren - Gehäuse)	2 mm
Spaltbreite (Barren - Rotor)	2 mm
Förderwinkel	0° keine axiale Förderung
Füllgrad	1,00

Daher ist eine quantitativen Vergleich zwischen Versuch und Simulation für die Drehmomente nicht möglich. Um jedoch Aussagen über die Qualität der Simulation zu bekommen, wurde aus den Experimenten ein Versuch ausgewählt, der mit den Bedingungen aus der Simulation möglichst übereinstimmt.

Tab. (7.02): Zum Vergleich herangezogene Messdaten aus Simulation und Versuch

Parameter	Symbol	Einheit	Simulation	Versuch
Nullviskosität	$\eta_0$	[ $Pa \cdot s$ ]	500	2000
Füllgrad	$\varepsilon$	[ $-$ ]	1,00	1,00
Rotationsgeschwindigkeit	$n$	[ $U \cdot s^{-1}$ ]	1,00	1,50
mittleres Drehmoment	$M$	[ $N \cdot m$ ]	418	523

Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Simulationsdaten auf Basis eines newtonischen Fluides mit 500  $Pa \cdot s$  berechnet worden sind. Die Daten des Experiments beruhen jedoch auf ein strukturviskoses Verhalten mit einer Nullviskosität von 2000  $Pa \cdot s$ , welche über die Schergeschwindigkeit nach CARREAU-YASSUDA abnimmt. Ein Vergleich des gemessenen mittleren Drehmoments zeigt schon eine hohe Abweichung. Daraufhin sind in der nachfolgenden Abbildung die Daten der Simulation und des ausgewählten Versuchs normiert und zusammen abgebildet worden.

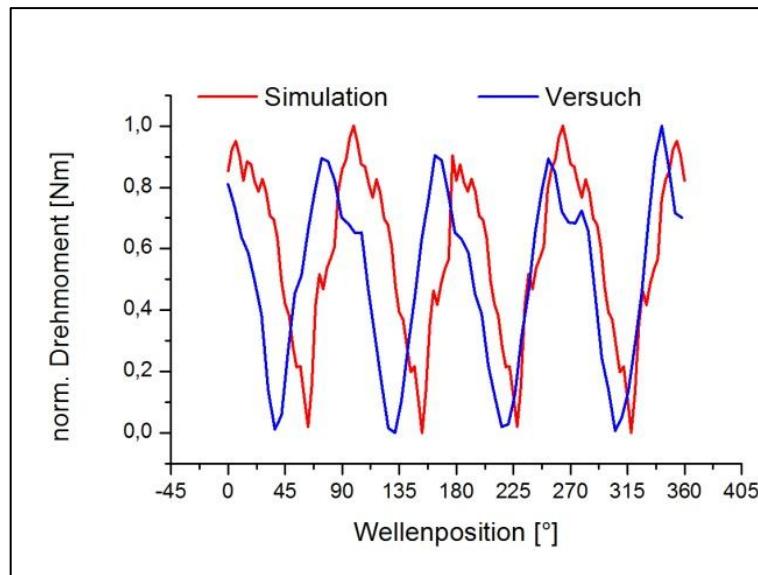


Abb. (7.01): Normiertes Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich zwischen Simulation und Versuch

Beide Drehmomente besitzen den gleichen charakteristischen Verlauf, in denen nicht nur die Hauptmaxima, sondern auch die Nebenmaxima deutlich zu erkennen sind. Die Datensätze der Simulation besitzen vor den eigentlichen Hauptmaxima eine weitere Drehmomentspitze, die jedoch nicht in den Daten des Versuchs zu erkennen ist. Auch erscheinen die Drehmomentmaxima der Versuchsreihe etwa  $15^\circ$  vor den Daten der Simulation. Nur an Hand der Aufzeichnungsrate von  $100\text{ Hz}$  und der messbedingten Fehlertoleranz von  $5,4^\circ$  (Tab. (3.03)) kann diese Verschiebung nicht erklärt werden. Nachfolgend werden die Wellenpositionen des Haupt- und Nebenmaxima aus dem Versuch und der Simulation nebeneinander aufgetragen und verglichen.

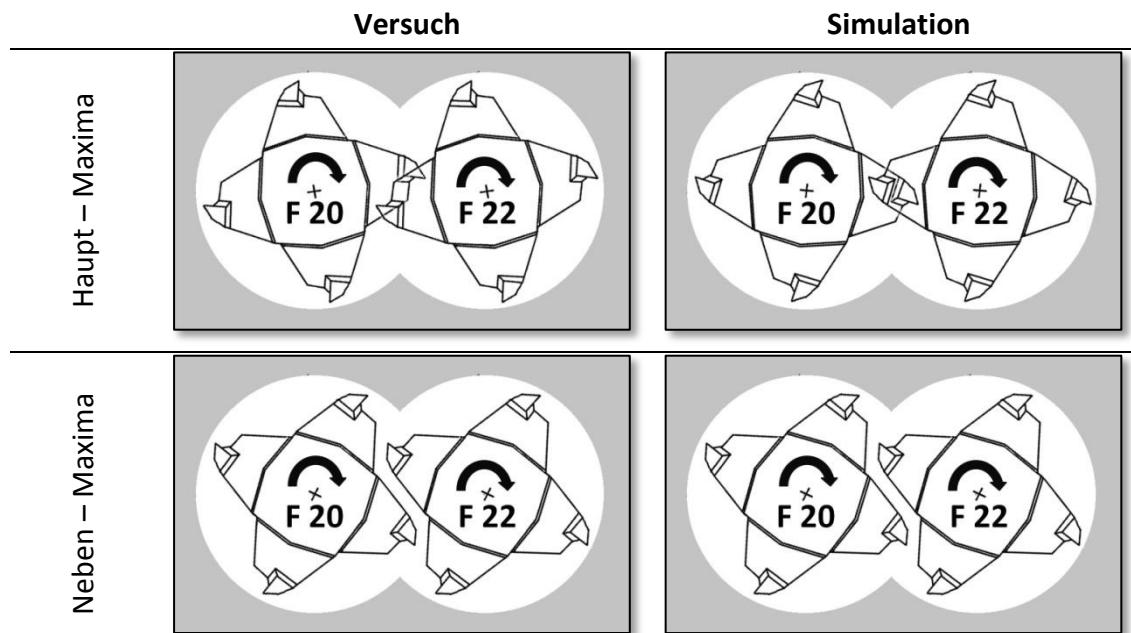


Abb. (7.02): Vergleich der Drehmoment – Maxima in der Simulation und im Versuch

Im Vergleich der Wellenposition der Simulation zum ausgewählten Versuch stimmen diese gut überein. Die Abweichungen liegen mit  $15^\circ$  nicht im Bereich der berechneten Fehlertoleranz der Wellenposition von etwa  $10^\circ$ , jedoch muss hier noch die Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit berücksichtigt werden, die in dem Kapitel III bereits erklärt wurde.

## 7.2 Vergleich der Kennzahlen

In der Simulation wurde nur eine Rechnung mit den Parametern aus der Tab. (3.04) durchgeführt. Daher ist es nicht möglich die Koeffizienten zu ermitteln. Um jedoch Simulation und Experiment zu vergleichen, wird wie im Kapitel „7.1 Drehmomentdaten“ ein Versuch herangezogen, der mit den Bedingungen der Simulation näherungsweise übereinstimmt (vgl. Tab. (7.02)).

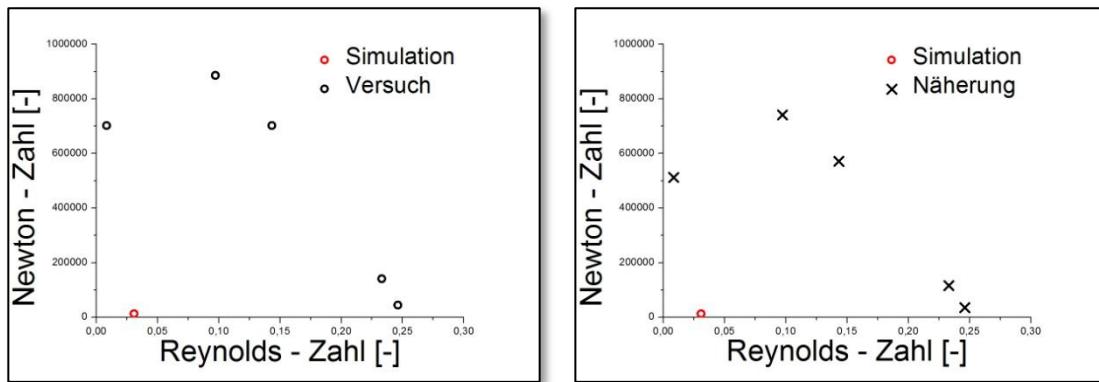


Abb. (7.03): Auftragung der Newton-Zahl gegen der Reynolds-Zahl. Zum Vergleich die Simulations- und Versuchsdaten links und die Simulation und Näherungsfunktion rechts.

In Abb. (7.02) ist die Newton-Zahl gegen die Reynolds-Zahl der Simulation sowie die Daten der Experimente (links) und der Näherungsfunktion (rechts) eingetragen. Leider zeigt sich dabei keine Übereinstimmung mit den Versuchen. Ein effektiver Vergleich kann an Hand einer Simulation nicht erfolgen. Lediglich kann die Newton-Reynolds-Beziehung für die Simulation ermittelt und mit den in der Arbeit beschriebenen Ansätzen aus den Versuchen verglichen werden.

## 7.3 Dehnung der Wellen

Werden die Aussagen über die gemessenen Werte und die Simulation miteinander verglichen, sind die Werte zwar moderat abweichend, jedoch ist ein eindeutiger Trend sichtbar. Zum Vergleich werden hier nochmal die Kurvenverläufe der Dehnung gegeneinander aufgetragen.

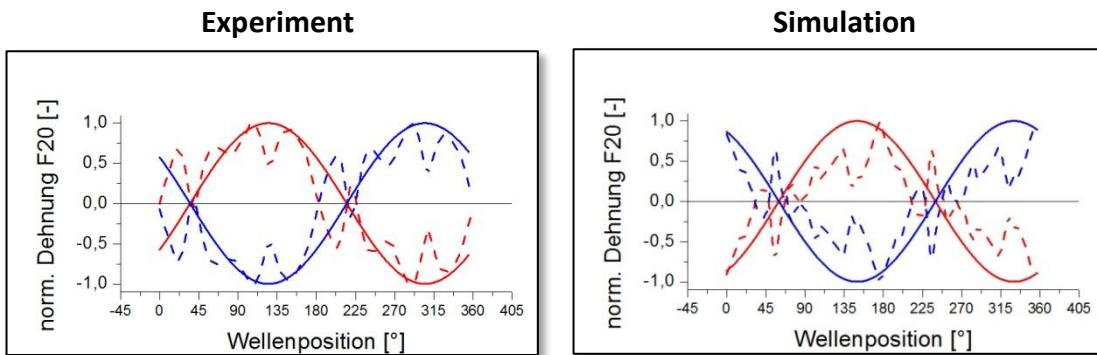


Abb. (7.04): Vergleich der sinusförmigen Grundschwingung im Experiment und bei der Simulation

Die Simulation zeigt bei  $150^\circ$  und  $330^\circ$  die größte Dehnung, während bei den Versuchen die Maxima der Grundschwingung bei  $125^\circ$  und  $305^\circ$  liegen. Werden die Einzelmaxima mit berücksichtigt, fallen auch hier leichte Differenzen auf. Bei den Versuchen werden zwei Wellenposition mit einer zusätzlichen Einzelbelastung beansprucht. Diese liegen bei  $65^\circ$  und  $110^\circ$ . In der Simulation sind jedoch drei Maxima auffällig, die bei  $105^\circ$ ,  $130^\circ$  und  $175^\circ$  liegen (Abb. (7.03)).

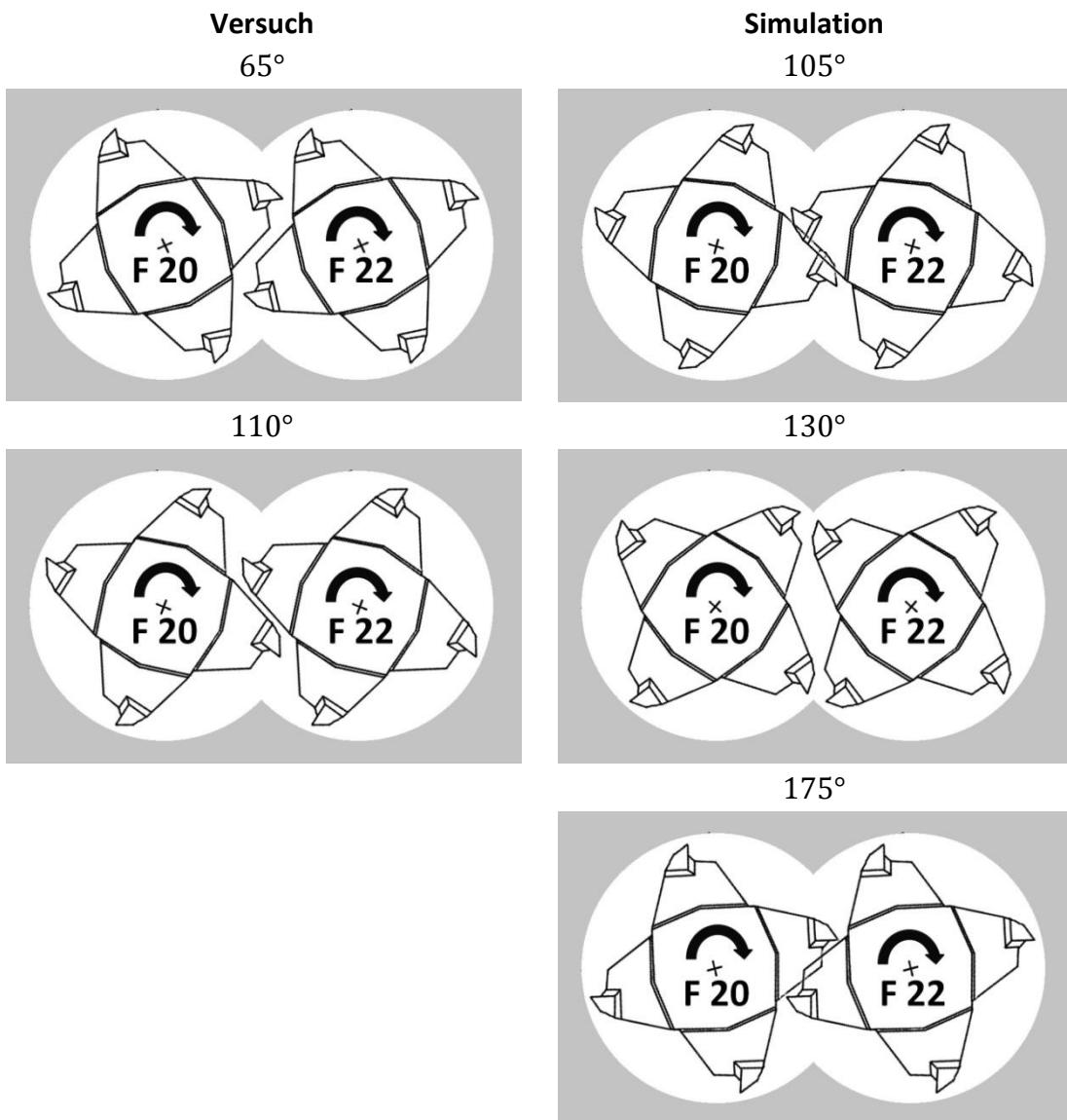


Abb. (7.05): Vergleich der Wellenposition bei den Einzelmaxima aus Simulation und Versuch

Der Vergleich zeigt deutlich, dass die Einzeldehnungen zwischen Versuch und Simulation deutlich auseinander liegen. Bezogen auf die Differenz der sinusförmigen Grundschwingung von  $25^\circ$  zwischen Simulation und Versuch, liegen auch die Einzelmaxima mindestens so weit von einander entfernt. Eine Übersicht zeigt die Tab. (7.03), in der alle Nulldurchgänge und Einzelmaxima aufgelistet sind.

Tab. (7.03): Vergleich der ermittelten Wellenpositionierung zwischen Simulation und Versuch, sowie Berechnung der Differenz

	Versuch	Simulation	Differenz
Nulldurchgang 1	35°	60°	+25°
Nulldurchgang 2	215°	240°	+25°
Maximum der Dehnung 1	65°	105°	+40°
Maximum der Dehnung 2	110°	130°	+20°
Maximum der Dehnung 3	155°	175°	+20°
Maximum der Dehnung 4	245°	290°	+45°
Maximum der Dehnung 5	290°	315°	+25°
Maximum der Dehnung 6	335°	360°	+25°

Die ermittelten Positionen der Versuche weisen eine regelmäßige Differenz von 45° zwischen den einzelnen Maxima auf. Hingegen sind die Daten aus der Simulation nicht so regelmäßig verteilt. Auffällig sind das erste und vierte Maximum. Die Differenz zwischen Versuch und Simulation beträgt dort 45°, wobei die anderen Maxima lediglich eine Differenz von 20° bis 25° aufweisen. Grundsätzlich ist der gesamte Verlauf der Dehnung bei der Simulation um etwa 25° hin zu höheren Wellenpositionen gegenüber der Auswertung der Versuche verschoben. Lediglich das Einzelmaximum, welches nach einem Nulldurchgang der Grundschwingung entsteht, erscheint bei der Simulation um weitere 20° später.





---

# Kapitel VIII

---

ZUSAMMENFASSUNG

## 8.1 Zusammenfassung

Die hier vorliegende Arbeit befasst sich mit der Untersuchung und Beschreibung der Kräfteverhältnisse im Betrieb eines Zwei-Wellen-Knetreaktors. Dieser, durch ein EU-Forschungsprojekt finanziert, kontinuierlicher Zwei-Wellen-Knetreaktor wurde von Buss-SMS-Canzler GmbH bereitgestellt. Durch die Kooperation mit BASF AG, die für die Aufbringung der Dehnungsmessstreifen verantwortlich war, konnte die Anlage an der Universität Paderborn aufgebaut und in Betrieb genommen werden. Die notwendigen Veränderungen und die Datengewinnung sowie Auswertung waren die Bestandteile dieser Arbeit. Durch die Technischen Universität Eindhoven und Buss SMS Canzler GmbH wurden die Simulationsdaten erzeugt und für die Arbeit bereit gestellt. Der hier verwendete Reaktor hatte ein Gesamtvolumen von 9,5 Litern und wurde für die Versuche mit drei unterschiedlich Silikonölen gefüllt, die jeweils eine definierte Viskosität aufwiesen. Zur Bestimmung der Drehmomente wurden beide Wellen mit Dehnungsmessstreifen versehen sowie zusätzliche Drucksensoren am Hydraulikmotor angebracht, um das am Motor anliegende Drehmoment zu erfassen. Auch die Temperatur im Reaktor sowie die effektive Dehnung der Welle und der Barren wurden im Knetreaktor über diverse Dehnungsmessstreifen ermittelt. Durch die erreichte Messdatenaufnahme von 100 Hz konnte eine winkelabhängige Fehlertoleranz von maximal 10° erreicht werden.

Bei der späteren Verwendung des Knetreaktors können diverse Einstellungen vorgenommen werden, um bei der Herstellung und Aufbereitung von Polymeren die größte Effektivität zu erlangen. Hierbei sind der variable Füllgrad, die Rotationsgeschwindigkeit der Wellen und die Viskosität des Produkts wesentliche Einflussgrößen, die entscheidend für die Mischgüte und die im Knetreaktor auftretenden Belastungen sind. Im experimentellen Bereich der Arbeit wurden bei unterschiedlichen Kombinationen der drei Parameter die Belastungen ermittelt und für eine volle Wellenrotation dargestellt. Der Kurvenverlauf des Drehmoments ist sehr charakteristisch und ist stark vom Füllgrad abhängig. Die lineare Abhängigkeit des mittleren Drehmoments ist nur bei der Auftragung des Füllgrad oder der Viskosität gegenüber der Wellenposition zu beobachten, während die Rotationsgeschwindigkeit bei höheren Drehzahlen keinen Einfluss aufweist. Ebenfalls konnte ein permanent höheres Drehmoment einer der Wellen (F20) beobachtet werden, welches mit der Rotationsbewegung und der daraus resultierenden Fluidverteilung einher geht. Dieses Verhalten ist auch bei der Wellendehnung zu verzeichnen, wobei hier die Welle F20 einer geringeren Dehnung ausgesetzt ist. Die ungleichmäßige Fluidverteilung hemmt die Bewegung der Welle. Dabei wird ein charakteristischer Verlauf bei hohen Belastungen deutlich. Zudem werden die Wellen permanent zu einer Seite ausgelenkt, was sich ebenfalls über die Fluidverteilung bei laufenden Wellen erklären lässt. Die Belastung der Barren kann über Dehnungsmessstreifen entnommen werden, die auf allen Seiten appliziert worden sind. Hierbei konnten keine Messdaten des

Dehnungsmessstreifen 3 entnommen werden, da dieser durch die hohen Belastungen immer wieder vom Barren abgerissen worden ist und zerstört wurde. Die andern Dehnungsmessstreifen zeigten eine unterschiedliche Belastung, bezogen auf die Änderungen der Einflussgrößen. Ausschließlich der Füllgrad hat Auswirkungen auf die Dehnung des Barrens in Bewegungsrichtung, während die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit in Bewegungsrichtung und längs zur Achse einen linearen Anstieg erfährt.

Aus den mittleren Drehmomenten, die bei den Versuchen berechnet wurde, können weiter Untersuchungen durchgeführt werden, die für eine Charakterisierung des Knetreaktors wichtig sind. Da nur sehr wenige Informationen über die Wirkweise und die Vergleichbarkeit von Zwei-Wellen-Knetreaktoren vorliegen, ist es in dieser Arbeit gelungen, Kennzahlen vom Rührkessel auf die Geometrie eines Zwei-Wellen-Knetreaktors zu übertragen. Diese sind für ein Scale-Up und die ingenieurtechnische Beurteilung eines Reaktors unabdingbar. Über die Dimensionsanalyse ist es gelungen den Füllgrad mit in die Newton-Reynolds-Beziehung zu integrieren. Über die gesamte Versuchsreihe gelang es, eine Abhängigkeit der drei Parameter in die Beziehung mit einfließen zu lassen und die Koeffizienten der Gleichung zu bestimmen. Dabei wurden nacheinander mehrere Faktoren mit in die Berechnung eingebunden und die Ergebnisse zusammengefasst.

Das Hauptaugenmerk jedoch war der Vergleich zwischen den gewonnenen Daten aus dem Versuch und den Daten der Simulation. Durch eine gute Übereinstimmung sollte die Möglichkeit geschaffen werden, aufwendige Versuchsreihen durch Simulationen zu ersetzen, um nicht nur Zeit zu sparen, sondern auch neue Geometrien zu entwickeln und zu testen. In einem Winkelabstand von  $3^\circ$  konnte die simulierten Belastungen im Reaktor dargestellt werden, wodurch eine volle Wellenrotation mit 120 Einzelberechnungen sich darstellen ließ. Ein Vergleich mit den Versuchen zeigt zwar eine hohe qualitative Übereinstimmung, jedoch wurden teils große Abweichungen in der quantitativen Auswertung festgestellt. Der Vergleich des Drehmomentverlaufs sowie die Positionierung der Maxima und Minima von Versuch und Simulation besitzt eine hohe Übereinstimmung. Entscheidend ist jedoch die effektive Belastung die im Knetreaktor auftritt. Hierbei gibt es große Unterschiede, sodass eine Simulation die Versuche nicht ersetzen kann. Diese kann jedoch zur Ermittlung der Positionierung der entsprechenden Maximalbelastung eingesetzt werden, jedoch nicht zur Bestimmung der effektiven Krafteinwirkung.

In dieser Arbeit ist es zudem gelungen, den Knetreaktor mit dimensionslosen Kennzahlen zu beschreiben und die Abhängigkeit des Füllgrads mit einzubinden. Zudem wurden die Leistungskennzahlen eines Rührreaktors auf den Knetreaktor übertragen. Weiterführende Untersuchungen müssen jedoch die Effektivität der hier erbrachten Überlegungen bestätigen.



## LITERATURVERZEICHNIS

Quelle	Literatur
[1]	<b>Badger, W.L.; McCabe, W.L.;</b> <i>Elemente der Chemie-Ingenieur-Technik.</i> Berlin: Springer, 1932
[2]	<b>Parnicke, A.</b> <i>Die maschinellen Hilfsmittel der chemischen Technik.</i> Frankfurt am Main; Bechhold, 1898
[3]	<b>Braun, D.;</b> <i>Kleine Geschichte der Kunststoffe.</i> München : Carl Hanser Verlag, 2013
[4]	<b>Röthemeyer, F; Sommer, F.</b> <i>Kautschuk Technologie Werkstoffe-Verarbeitung-Produkte.</i> 3. Auflage : München: Hanser, 2013
[5]	<b>Rauwendaal, C.</b> <i>Polymer Extrusion.</i> 5. Auflage : München : Hanser, 2014
[6]	<b>Köster, L.; Perz, H.; Tsiwikis, G.</b> <i>Praxis der Kautschukextrusion.</i> München : Hanser, 2007.
[7]	<b>Herrmann, H.</b> <i>Schneckenmaschinen in der Verfahrenstechnik.</i> Berlin: Springer, 1972
[8]	<b>Schuchmann, H.P.; Schuchmann, H.</b> <i>Lebensmittelverfahrenstechnik Rohstoffe, Prozesse, Produkte.</i> Weinheim : Wiley-VCH, 2005
[9]	<b>Bouvier, J-M; Campanella, O.S.</b> <i>Extrusion Processing Technology Food and Non-Food Biomaterials.</i> Weinheim : Wiley-VCH, 2014
[10]	<b>Keim, W.</b> <i>Kunststoffe - Synthese, Herstellungsverfahren, Apparaturen.</i> Weinheim : Wiley-VCH, 2006.
[11]	<b>Breitmaier, E.; Jung, G.</b> <i>Organische Chemie - Grundlagen, Stoffklassen, Reaktionen, Konzepte, Molekülstruktur.</i> Stuttgart : Georg Thieme Verlag, 2005.
[12]	<b>Tieke, B.</b> <i>Makromolekulare Chemie – Eine Einführung.</i> 3. Auflage: Weinheim : Wiley-VCH, 2004
[13]	<b>Eyerer, P.; Hirth, T.; Elsner, P.</b> <i>Polymer Engineering – Technologien und Praxis.</i> Berlin: Springer, 2008
[14]	<b>Lechner, M. D., Gehrke, K.; Nordmeier, E.H.</b> <i>Makromolekulare Chemie - Ein Lehrbuch für Chemiker, Physiker, Materialwissenschaftler und Verfahrenstechniker</i> 5. Auflage. Berlin : Springer Spektrum, 2014.

- [15] **Seck, O.**  
*Methodenentwicklung und -anwendung zur Untersuchung des Misch- und Entgasungsverhaltens in Knetreaktoren.* [Dissertation] Universität Paderborn, 2011.
- [16] **Gemmerich, M.**  
*Mischverhalten eines Zweiwellenknetreaktor.* [Masterarbeit]: Universität Paderborn, 2012.
- [17] **Maxisch, T.**  
*Modellbasierte Methoden zur simulativen Beschreibung des Mischverhaltens von Knetreaktoren.* Aachen : Shaker, 2011.
- [18] **Jurado, J.A.; Hernández, S.; Nieto, F.; Mosquera, A.**  
*Bridge Aerolasticity – Sensitivity Analysis and Optimal Design.* Southampton: WIT Press, 2011
- [19] **Billah, K.Y.; Scanlan R.H.**  
*Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks.* American Journal of Physics 1991, Vol. 59, Iss. 2, P. 118-124
- [20] **Ostenfeld A.**  
*Die Deformationsmethode.* Berlin : Springer, 1926
- [21] **Link, M.**  
*Finite Elemente in der Statik und Dynamik.* Kassel : Teubner GmbH, 2002.
- [22] **Argyris, J.H.; Kelsey, S.**  
*Energy theorems and structural Analysis.* Journal of Aircraft Engineering 1954, Vol. 26, Iss. 10, P. 347-356
- [23] **Turner, M.J.; Clough, R.J.; Martin, H.C.; Topp, L.J.**  
*Stiffness and deflection analysis of complex structures.* Journal of Aeronautic Sciences 1956, Vol. 23, Iss. 9, P. 805-823
- [24] **Präußler, T.:**  
*Finite-Elemente-Methoden.* Trier, Deutschland, 2006.
- [25] **Klein, B.**  
*FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau.* Kassel : Friedrich Vieweg & Sohn Verlag, 2005.
- [26] **Müller, G.; Rehfeld, I.; Katheder, W.**  
*FEM für Praktiker.* Grafing : Expert Verlag, 1994.
- [27] **Kullmer, G.**  
*Finite Elemente Methode 1 (FEM 1).* Universität Paderborn : Vorlesungsskript, 2013.
- [28] **Gieseke, P.:**  
*Dehnungsmeßstreifentechnik Grundlagen und Anwendungen in der Meßtechnik.* Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg, 1994.
- [29] **Tipler, Paul A.; Mosca, G.**  
*Physik für Wissenschaftler und Ingenieure.* München : Spektrum, 2004.

- [30] **Meßsysteme**  
Grundlagen zur Wheatstone'schen Brückenschaltung. [Online] 14. Juli 2012. <http://www.me-systeme.de/de/basics/wheatstone-bruecke.pdf>.
- [31] **Häfeler, P.; Issler, L.; Ruß, H.**  
*Festigkeitslehre - Grundlagen*. Esslingen : Springer-Verlag, 1997.
- [32] **Kuttner, T.**  
*Praxiswissen Schwingungsmesstechnik*. Wiesbaden; Springer, 2015
- [33] **Kohlgrüber, K.; Bierdel M.**  
*Der gleichläufige Doppelschneckenextruder – Grundlagen, Technologie, Anwendung*. München; Hanser, 2007
- [34] **Wiskamp, V. Prof. Dr.**  
*Anorganische Chemie*. Frankfurt am Main : Harri Deutsch Verlag, 2007.
- [34] **Elschenbroich, C.**  
*Organometallchemie*. 6. Auflage, Wiesbaden, Teubner, 2008
- [35] **Bartz, W.J.**  
*Handbuch der Tribologie und Schmierungstechnik Band 7 - Viskosität und Fließverhalten*. Renningen-Malmsheim, Expert-Verlag, 1994
- [36] **Pahl, M.H.; Laun, H.M.; Gleißle, W.**  
*Praktische Rheologie der Kunststoffe und Elastomere*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1995.
- [37] **Bonten, C.**  
*Kunststofftechnik – Einführung und Grundlagen*. 2. Auflage: München, Hanser, 2016
- [38] **Barnes, H.A.; Hutton, J.F.; Walters, K.**  
*An Introduction to Rheology*. 3. Auflage Amsterdam, Elsevier Science Publishers, 1993
- [39] **Menges, G.**  
*Werkstoffkunde der Kunststoffe*. Berlin; Walter de Gruyter & Co, 1970
- [40] **Häggelund**  
*Bedienungsanleitung Hydraulikaggregat*. Haen, 2004.
- [41] **Quelle Dehnungsmessumformer (Position) (Luftblasen)**
- [42] **Buss-SMS-Canzler**  
*Rotorgeometrie*. Butzbach, 2008.
- [43] **Quelle Drehmomentverteilung auf alle Barren**
- [44] **Buss-SMS-Canzler;**  
*Bestimmung von Drehmoment*. Butzbach, 2001.
- [45] **Grollius, Horst;**  
*Grundlagen der Hydraulik*. Wuppertal : Carl Hanser Verlag, 2010.



# TABELLENVERZEICHNIS

<b>Tab.</b>	<b>Beschreibung</b>	<b>Seite</b>
(1.01)	Vergleich der Eigenschaften von verschiedenen Hochviskosapparaten <sup>[15]</sup>	2
(3.01)	Parameter der <i>CARREAU-YASSUDA</i> -Gleichung	48
(3.02)	Korrekturwinkel für die Ausgangsstellung	52
(3.03)	Messgenauigkeit der Winkelposition	53
(4.01)	Füllgradabhängige Steigungskoeffizienten $C_\epsilon$ in [Nm]	67
(4.02)	Viskositätsabhängige Steigungskoeffizienten $C_{\eta_0}$ [Nm]	72
(4.03)	Mittlere Dehnung in $\left[\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}\right]$ oder $[10^{-6}]$	91
(4.04)	Berechnete mittlere Dehnung aller Versuche in $\left[\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}\right]$ oder $[10^{-6}]$	98
(5.01)	Übertragung der Einflussgrößen in die Grunddimensionen	106
(5.02)	Bezugsgrößen- und Leitgrößenmatrix	107
(5.03)	Bezugsgrößen- und Leitgrößenmatrix	107
(5.04)	Parameter der <i>CARREAU-YASUDA-GLEICHUNG</i> der verwendeten Silikonöle	111
(5.05)	Vergleich der Koeffizienten und Exponenten für alle Überlegungen	120
(6.01)	Datensatz für die Simulation	123
(6.02)	Datensatz für die Simulation	126
(7.01)	Datensatz für die Simulation	132
(7.02)	Zum Vergleich herangezogene Messdaten aus Simulation und Versuch	132
(7.03)	Vergleich der ermittelten Wellenpositionierung zwischen Simulation und Versuch, sowie Berechnung der Differenz	138



# ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abb.	Beschreibung	Seite
(1.01)	Aufgabenverteilung innerhalb der Arbeitsgruppe des EU – Forschungsprojekts „F3 – Factory“	3
(2.01)	FEM-Model eines Wellenelements mit Knotenpunkten	7
(2.02)	Farbliche Generierung der Oberflächenlasten eines Wellenelements	8
(2.03)	Gleiche Belastung bei einer veränderlichen Auslenkung des belasteten Stabes mit der dazugehörigen Parabelfunktion der virtuellen Verschiebung bei entsprechender Auslenkung	9
(2.04)	Arten der starren Bewegung eines Körpers	13
	a) Verschiebung	
	b) Translation	
	c) Drehung	
(2.05)	Belastung eines Stabes durch eine Kraft zwischen den Elementen 3 und 4	14
(2.06)	Stetigkeit der Elemente beim Aufbringen einer Kraft	14
	a) Ausgangsposition	
	b) falsch Darstellung, da kein sauberer Kraftschluss zwischen den Elementen vorliegt	
	c) richtige Darstellung, mit einem sauberen Kraftschluss der Elemente	
(2.07)	Knotenpunkte und deren mögliche Positionierung für die Flächengeometrie (Knotenpunkte $(b_1, b_2, b_3)$ ; Mittelknotenpunkte $(b_{12}, b_{13}, b_{23})$ ; Flächenmittelknotenpunkte $(b_{123})$ )	16
(2.08)	Aufbau eines Dehnungsmessstreifens	20
(2.09)	Schaltplan und Aufbringung der Dehnungsmessstreifen sowie die Angabe des Brückenfaktors	25
(2.10)	Synthese von Methylsiloxan	29
(2.11)	Polymerisation von Methylsiloxan	29
(2.12)	Beschreibung der Viskosität über das zwei Platten Modell <sup>[29]</sup>	30
(2.13)	a) Auftragung der Schubspannung gegenüber der Schergeschwindigkeit bei unterschiedlichen Fluiden <sup>[36]</sup>	31
	b) Auftragung der Viskosität gegenüber der Schergeschwindigkeit der Fluide <sup>[36]</sup>	
(2.14)	a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit (blau) <sup>[36]</sup>	31
	b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit (rot) <sup>[36]</sup>	
	c) Dämpfer als Ersatzbild für die Beschreibung newtonischer Fluide <sup>[36]</sup>	
(2.15)	a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit (blau) <sup>[36]</sup>	32
	b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit (rot) <sup>[36]</sup>	
	c) Feder als Ersatzbild für die Beschreibung Hooke'scher Körper <sup>[36]</sup>	
(2.16)	a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber die Scherung (blau) <sup>[36]</sup>	32
	b) Antwortfunktion der Schubspannung über die Schergeschwindigkeit (rot) <sup>[36]</sup>	
	c) Reibglied als Ersatzbild für die Beschreibung von Stoffen mit Fließgrenzen <sup>[36]</sup>	
(2.17)	a) Belastungsdiagramm der Schubspannung gegenüber der Zeit <sup>[36]</sup>	33
	b) Antwortfunktion der Scherung über die Zeit <sup>[36]</sup>	
	c) Dämpfer als Ersatzbild für die Beschreibung der Bingham Fluide <sup>[36]</sup>	
(3.01)	a) Hydraulikaggregat von außen	37
	b) Hydraulikaggregat von innen	
(3.02)	a) Druckmessumformer IS-21-S	38
	b) Einbau über T-Stücke am Hydraulikmotor	

(3.03)	a) Wellen und fahrbarer Schlitten	39
	b) Reaktorgehäuse (Reaktorraum als innenliegende Acht konstruiert)	
(3.04)	CAD-Zeichnung der ineinandergreifende Rotorwellen im Knetraum	40
(3.05)	Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung des Drehmoments auf dem Wellenschaft	41
(3.06)	Gleichmäßige Drehmomentverteilung für jeden Barren	41
(3.07)	Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Wellen	42
(3.08)	Dehnungsverlauf von zwei Messstreifen bei gegenüberliegender Positionierung mit entsprechendem Dehnungsverlauf der vier Positionen	44
(3.09)	Applikation eines Dehnungsmessstreifens auf dem Wellenschaft	44
(3.10)	Applikation eines Dehnungsmessstreifens auf einem Barren (Stirnfläche des Barrens)	45
(3.11)	Platine auf der Rückseite der Welle	46
(3.12)	Aufbau der Telemetrieeinheit	47
(3.13)	a) Zahnkranz mit Näherungsschalter und Telemetrieinheit	48
	b) Seitenansicht	
(3.14)	Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für den DMS 3 der Welle F 22 ohne Temperaturkompensation	49
(3.15)	Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für DMS 3 der Welle F 22. Links: Messdaten DMS 3. Rechts: Der Vergleich der Messdaten vor und nach der Temperaturkompensation	50
(3.16)	Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für den DMS 3 Welle F 22. Links: Tatsächliche Dehnung des DMS Rechts: Genauere Betrachtung des Dehnungsverlaufs mit zusätzlichem Signalpeak des Näherungssensors	51
(3.17)	Dehnung in Abhängigkeit der Zeit für DMS 3 der Welle F 22. Links: Dehnung des DMS mit zusätzlichem Signalpeak des Näherungssensor. Rechts: Übertragung der Daten für eine volle Wellenumdrehung	51
(3.18)	Links: Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition für DMS 3. Rechts: Dehnungsverlauf nach dem Einbinden des Korrekturwinkels	52
(3.19)	Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Wellen (links). Positionierung nach dem Einbinden des Korrekturwinkels (rechts)	52
(4.01)	Links: Drehmomentmessung über die Krafteinwirkung in einem bestimmten Abstand am Beispiel eines Schraubenschlüssels. Rechts: Drehmomentmessung über die Druckdifferenz und dem Schluckvolumen eines Hydraulikmotors	56
(4.02)	Motor, Getriebeeinheit und Welle	57
(4.03)	Druckmessumformer IS-21-S sowie deren Einbau über die T-Stücke am Hydraulikmotor	58
(4.04)	Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung des Drehmoments auf dem Wellenschaft	58
(4.05)	Drehmomentverlauf beider Wellen in Abhängigkeit der Wellenposition (mittels Dehnungsmessstreifen)	59
(4.06)	Links: Füllstand bei stehenden Wellen. Rechts: Füllstand bei rotierenden Wellen	59
(4.07)	Drehmomente der Wellen F20 und F22 sowie des Hydraulikmotors in Abhängigkeit der Wellenposition in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit und der Viskosität sowie des Füllgrads	61

(4.08)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Auftragung der Peakupspaltung durch Fullgradvariation, Viskosität $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , Rotationsgeschwindigkeit $n = 2,58 \text{ U} \cdot \text{s}^{-1}$	62
(4.09)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment-Maxima, Nullviskosität $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten	62
(4.10)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment-Maxima, Nullviskosität $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten	63
(4.11)	Drehmoment in Abhängigkeit der Winkelposition, Vergleich der Lage der ersten Drehmoment – Maxima, Nullviskosität $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ bei unterschiedlichen Füllgraden sowie Rotationsgeschwindigkeiten	63
(4.12)	Links: Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Rechts: Die entsprechende Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei $80^\circ, 170^\circ, 260^\circ$ und $350^\circ$ .	64
(4.13)	Links: Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition Rechts: Die entsprechende Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei $25^\circ, 115^\circ, 205^\circ$ und $295^\circ$	65
(4.14)	Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit des Füllgrads am Hydraulikmotor (links) und der beiden Wellen (rechts) bei unterschiedlichen Viskositäten sowie verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten	66
(4.15)	a) Aufbau der Hydraulikleitung mit Motor und Druckmessumformer b) Fließrichtung des Hydraulikols, Zulauf (rot) und Ablauf (blau).	68
(4.16)	Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit am Hydraulikmotor (links) und an den Dehnungsmessstreifen (rechts) bei unterschiedlichen Viskositäten sowie verschiedenen Füllgraden.	69
(4.17)	Mittleres Drehmoment in Abhängigkeit der Viskosität am Hydraulikmotor (links) und an den Dehnungsmessstreifen (rechts) bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten sowie verschiedener Füllgraden.	71
(4.18)	Welle mit zwei gegenüberliegenden Dehnungsmessstreifen 1 (blau) und 2 (rot)	73
(4.19)	Dehnung der Wellen in Abhängigkeit der Wellenposition; Dehnungsmessstreifen 1 (blau), 2 (rot)	74
(4.20)	Dehnung der Wellen F20 und F22 im Netzdigramm	75
(4.21)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads	76
(4.22)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads	77
(4.23)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Füllgrads	78
(4.24)	Auftragung der Dehnung gegen die Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 109 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit	79
(4.25)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 2011 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit	79

(4.26)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Nullviskosität $\eta_0 = 21393 \text{ Pa} * \text{s}$ , bei unterschiedlichen Füllgraden in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit	80
(4.27)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Füllgrad $\varepsilon = 0,25$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität	81
(4.28)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Füllgrad $\varepsilon = 0,50$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität	81
(4.29)	Auftragung der Dehnung gegenüber der Wellenposition, Füllgrad $\varepsilon = 0,75$ , bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Nullviskosität	82
(4.30)	Vergleich der charakteristischen Dehnung der Wellen über eine volle Wellenrotation. Links in einem XY-Diagramm, rechts in einem Netzdiagramm mit darunterliegender Wellengeometrie.	83
(4.31)	Näherungsweise Betrachtung der Messdaten durch eine sinusförmige Funktion im XY-Diagramm (oben) und im Netzdiagramm (unten) am Beispiel der Welle F20.	84
(4.32)	Verschiebung der Maxima bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten	85
(4.33)	Bestimmung der Einzelmaxima und Zuordnung der Wellenposition	86
(4.34)	Wellenposition der Einzelmaxima der Dehnung	87
(4.35)	Positionierung der Dehnungsmessstreifen auf den Barren	88
	a) Dehnungsmessstreifen 3	
	b) Dehnungsmessstreifen 4	
	c) Dehnungsmessstreifen 5	
(4.36)	Dehnung gegenüber der Wellenposition bei unterschiedlicher Nullviskosität und Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads	90
(4.37)	Mittlere Dehnung gegenüber dem Füllgrad bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit Rotationsgeschwindigkeit.	92
(4.38)	Mittlere Dehnung gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit des Füllgrads.	93
(4.39)	Mittlere Dehnung gegenüber der Nullviskosität bei unterschiedlicher Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads.	95
(4.40)	Mittlere Dehnung gegenüber der Wellenposition bei unterschiedlicher Nullviskosität und Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads	97
(4.41)	Mittlere Dehnung gegenüber dem Füllgrad bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeit.	99
(4.42)	Mittlere Dehnung gegenüber der Rotationsgeschwindigkeit bei unterschiedlicher Nullviskosität in Abhängigkeit des Füllgrads.	100
(4.43)	Auftragung der mittleren Dehnung gegenüber der Nullviskosität bei unterschiedlicher Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Füllgrads.	102
(5.01)	Originaler Wellenquerschnitt gegenüber dem Querschnitt der Modelannahme	110
(5.02)	Zwei einzelne Rührkessel werden überlappt dargestellt wodurch die Geometrie des Zwei-Wellen-Knetreaktor entsteht.	111
(5.03)	Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton-Zahl (rechts) gegenüber der Reynolds-Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)	112
(5.04)	Wellengeometrie mit rot unterlegtem Zwickelbereich der Barren	113
(5.05)	Rot unterlegter Zwickelbereich zwischen Barren und Welle, sowie blau unterlegter Bereich zwischen zwei Barren	113

(5.06)	Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)	115
(5.07)	Rot unterlegt der Zwickelbereich der Barren, grün unterlegt die Flächen die einem Rührreaktor ähneln	116
(5.08)	Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)	117
(5.09)	Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)	118
(5.10)	Doppellogarithmische Auftragung des Druckverlustbeiwert (links) und der Newton – Zahl (rechts) gegen die Reynolds – Zahl für die Daten des Hydraulikmotors (HM) und der Dehnungsmessstreifen (DMS)	119
(6.01)	Symmetrie-Einheit der Welle	122
(6.02)	Reaktionskräfte der CFD-Analyse links. Reaktionskräfte der FE-Analyse rechts	123
(6.03)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition für die simulierten Drehmomente einer halben Wellenrotation (links) und einer vollen Wellenrotation (rechts).	124
(6.04)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei 5°, 95°, 185° und 275°	124
(6.05)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei 70°, 160°, 250° und 340°	125
(6.06)	Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition. Wellenposition der stark ausgeprägten Drehmoment-Maxima bei 25°, 115°, 205° und 295°	125
(6.07)	Simulierter Kurvenverlauf der Dehnung in Abhängigkeit der Wellenposition	127
(6.08)	Simulationsdaten und überlagerte sinusförmige Grundschwingung in XY-Diagrammen (oben) und in Netzdigrammen (unten)	128
(6.09)	Bestimmung der Einzelmaxima und Übertragung auf die Wellenposition	129
(7.01)	Normiertes Drehmoment in Abhängigkeit der Wellenposition, Vergleich zwischen Simulation und Versuch	133
(7.02)	Vergleich der Drehmoment – Maxima in der Simulation und im Versuch	134
(7.03)	Auftragung der Newton-Zahl gegen der Reynolds-Zahl. Zum Vergleich die Simulations- und Versuchsdaten links und die Simulation und Näherungsfunktion rechts.	135
(7.04)	Vergleich der sinusförmigen Grundschwingung im Experiment und bei der Simulation	136
(7.05)	Vergleich der Wellenposition bei den Einzelmaxima aus Simulation und Versuch	137



## ANHANG

A.01

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	17,28	0,25	0,55	25	16856,1	0,4901	5580,8	11086,6
100	9,24	0,25	1,50	40	3625,9	2,5013	1200,5	1948,6
100	6,01	0,25	2,58	55	1680,9	6,6211	556,5	689,9
100	34,57	0,50	0,55	40	26969,8	0,2450	8929,3	28860,3
100	18,47	0,50	1,50	65	5892,1	1,2506	1950,8	5072,4
100	51,85	0,75	0,55	45	30341,0	0,1634	10045,4	50507,3
100	27,71	0,75	1,50	80	7251,9	0,8338	2401,0	8877,0
100	18,03	0,75	2,58	115	3514,6	2,2070	1163,6	3142,9
100	69,13	1,00	0,55	80	53939,5	0,1225	17858,5	75128,2
100	36,94	1,00	1,50	150	13597,3	0,6253	4501,8	13204,3
100	24,03	1,00	2,58	200	6112,4	1,6553	2023,7	4674,9
2000	53,85	0,25	0,55	30	20227,3	0,1573	6697,0	37259,0
2000	23,47	0,25	1,50	25	2266,2	0,9844	750,3	5268,4
2000	14,69	0,25	2,58	40	1222,5	2,7090	404,7	1789,6
2000	107,70	0,50	0,55	125	84280,5	0,0786	27904,0	96991,4
2000	46,93	0,50	1,50	180	16316,7	0,4922	5402,2	13714,4
2000	29,37	0,50	2,58	210	6418,0	1,3545	2124,9	4658,6
2000	161,55	0,75	0,55	160	107879,1	0,0524	35717,1	169740,7
2000	70,40	0,75	1,50	250	22662,1	0,3281	7503,1	24001,0
2000	44,06	0,75	2,58	280	8557,4	0,9030	2833,2	8152,8
2000	215,40	1,00	0,55	300	202273,3	0,0393	66969,5	252484,4
2000	93,86	1,00	1,50	500	45324,2	0,2461	15006,1	35700,8
2000	58,74	1,00	2,58	550	16809,1	0,6773	5565,2	12127,1
21000	85,07	0,25	0,55	90	60682,0	0,0996	20090,9	60682,0
21000	34,65	0,25	1,50	110	9971,3	0,6667	3301,4	7984,3
21000	21,18	0,25	2,58	105	3209,0	1,8785	1062,5	2644,5
21000	170,14	0,50	0,55	290	195530,8	0,0498	64737,2	157965,1
21000	69,30	0,50	1,50	340	30820,5	0,3333	10204,2	20784,4
21000	42,35	0,50	2,58	400	12224,8	0,9393	4047,4	6884,0
21000	255,21	0,75	0,55	410	276440,1	0,0332	91525,0	276448,3
21000	103,95	0,75	1,50	550	49856,6	0,2222	16506,8	36373,9
21000	63,53	0,75	2,58	600	18337,2	0,6262	6071,2	12047,3
21000	340,28	1,00	0,55	700	471970,9	0,0249	156262,3	411209,0
21000	138,60	1,00	1,50	850	77051,1	0,1667	25510,4	54105,1
21000	84,71	1,00	2,58	850	25977,7	0,4696	8600,8	17920,1

## A.02

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	17,28	0,25	0,55	20	13484,9	0,4901	4464,6	12496,5
100	9,24	0,25	1,50	30	2719,5	2,5013	900,4	2021,8
100	6,01	0,25	2,58	40	1222,5	6,6211	404,7	681,3
100	34,57	0,50	0,55	35	23598,5	0,2450	7813,1	32269,7
100	18,47	0,50	1,50	60	5438,9	1,2506	1800,7	5220,9
100	51,85	0,75	0,55	50	33712,2	0,1634	11161,6	56208,7
100	27,71	0,75	1,50	85	7705,1	0,8338	2551,0	9094,0
100	18,03	0,75	2,58	120	3667,4	2,2070	1214,2	3064,3
100	69,13	1,00	0,55	80	53939,5	0,1225	17858,5	83330,2
100	36,94	1,00	1,50	175	15863,5	0,6253	5252,1	13481,9
100	24,03	1,00	2,58	250	7640,5	1,6553	2529,7	4542,9
2000	53,85	0,25	0,55	25	16856,1	0,1573	5580,8	44493,1
2000	23,47	0,25	1,50	10	906,5	0,9844	300,1	5731,6
2000	14,69	0,25	2,58	20	611,2	2,7090	202,4	1849,3
2000	107,70	0,50	0,55	150	101136,6	0,0786	33484,8	114894,7
2000	46,93	0,50	1,50	220	19942,6	0,4922	6602,7	14800,6
2000	29,37	0,50	2,58	250	7640,5	1,3545	2529,7	4775,6
2000	161,55	0,75	0,55	200	134848,8	0,0524	44646,4	200128,5
2000	70,40	0,75	1,50	340	30820,5	0,3281	10204,2	25780,4
2000	44,06	0,75	2,58	370	11307,9	0,9030	3743,9	8318,3
2000	215,40	1,00	0,55	440	296667,4	0,0393	98222,0	296693,1
21000	85,07	0,25	0,55	110	74166,9	0,0996	24555,5	74166,9
21000	34,65	0,25	1,50	140	12690,8	0,6667	4201,7	8860,0
21000	21,18	0,25	2,58	120	3667,4	1,8785	1214,2	2784,1
21000	170,14	0,50	0,55	400	269697,7	0,0498	89292,7	191521,3
21000	69,30	0,50	1,50	460	41698,3	0,3333	13805,6	22879,2
21000	42,35	0,50	2,58	560	17114,7	0,9393	5666,4	7189,3
21000	255,21	0,75	0,55	550	370834,3	0,0332	122777,5	333600,0

## A.03

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	13,38	0,25	0,55	25	52648,2	0,4014	8801,3	41695,9
100	6,41	0,25	1,50	40	11325,2	2,2863	1893,3	6651,9
100	4,05	0,25	2,58	55	5250,1	6,2210	877,7	2313,7
100	26,76	0,50	0,55	40	84237,2	0,2007	14082,1	108540,9
100	12,81	0,50	1,50	65	18403,5	1,1431	3076,5	17315,8
100	40,14	0,75	0,55	45	94766,8	0,1338	15842,3	189952,6
100	19,22	0,75	1,50	80	22650,4	0,7621	3786,5	30303,6
100	12,16	0,75	2,58	115	10977,6	2,0737	1835,1	10540,3
100	53,53	1,00	0,55	80	168474,3	0,1003	28164,1	282548,7
100	25,63	1,00	1,50	150	42469,6	0,5716	7099,7	45075,7
100	16,22	1,00	2,58	200	19091,4	1,5553	3191,5	15678,3
2000	36,89	0,25	0,55	30	63177,9	0,1456	10561,6	121558,1
2000	15,72	0,25	1,50	25	7078,3	0,9319	1183,3	17144,4
2000	9,77	0,25	2,58	40	3818,3	2,5815	638,3	5851,8
2000	73,79	0,50	0,55	125	263241,1	0,0728	44006,5	316434,4
2000	31,43	0,50	1,50	180	50963,5	0,4660	8519,7	44629,4
2000	19,54	0,50	2,58	210	20046,0	1,2908	3351,1	15233,1
2000	110,68	0,75	0,55	160	336948,7	0,0485	56328,3	553777,8
2000	47,15	0,75	1,50	250	70782,6	0,3106	11832,9	78104,0
2000	29,31	0,75	2,58	280	26728,0	0,8605	4468,2	26658,7
2000	147,58	1,00	0,55	300	631778,7	0,0364	105615,6	823727,5
2000	62,87	1,00	1,50	500	141565,2	0,2330	23665,7	116177,3
2000	39,09	1,00	2,58	550	52501,4	0,6454	8776,8	39654,0
21000	56,21	0,25	0,55	90	189533,6	0,0955	31684,7	189529,1
21000	22,73	0,25	1,50	110	31144,4	0,6443	5206,5	25307,5
21000	13,86	0,25	2,58	105	10023,0	1,8194	1675,6	8464,3
21000	112,42	0,50	0,55	290	610719,4	0,0478	102095,0	493373,5
21000	45,47	0,50	1,50	340	96264,4	0,3221	16092,7	65879,3
21000	27,73	0,50	2,58	400	38182,8	0,9097	6383,1	22033,8
21000	168,63	0,75	0,55	410	863430,9	0,0318	144341,3	863430,9
21000	68,20	0,75	1,50	550	155721,8	0,2148	26032,3	115292,5
21000	41,59	0,75	2,58	600	57274,3	0,6065	9574,6	38560,4
21000	224,83	1,00	0,55	700	1474150,4	0,0239	246436,3	1284327,0
21000	90,94	1,00	1,50	850	240660,9	0,1611	40231,7	171494,0
21000	55,46	1,00	2,58	850	81138,5	0,4549	13564,1	57357,4

## A.04

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	13,38	0,25	0,55	20	42118,6	0,4014	7041,0	43075,7
100	6,41	0,25	1,50	30	8493,9	2,2863	1419,9	4035,6
100	4,05	0,25	2,58	40	3818,3	6,2210	638,3	1033,4
100	26,76	0,50	0,55	35	73707,5	0,2007	12321,8	100193,3
100	12,81	0,50	1,50	60	16987,8	1,1431	2839,9	9386,7
100	40,14	0,75	0,55	50	105296,5	0,1338	17602,6	164168,4
100	19,22	0,75	1,50	85	24066,1	0,7621	4023,2	15380,3
100	12,16	0,75	2,58	120	11454,9	2,0737	1914,9	3938,3
100	53,53	1,00	0,55	80	168474,3	0,1003	28164,1	233047,8
100	25,63	1,00	1,50	175	49547,8	0,5716	8283,0	21833,3
100	16,22	1,00	2,58	250	23864,3	1,5553	3989,4	5590,7
2000	36,89	0,25	0,55	25	52648,2	0,1456	8801,3	171270,9
2000	15,72	0,25	1,50	10	2831,3	0,9319	473,3	13687,6
2000	9,77	0,25	2,58	20	1909,1	2,5815	319,2	3420,7
2000	73,79	0,50	0,55	150	315889,4	0,0728	52807,8	398373,2
2000	31,43	0,50	1,50	220	62288,7	0,4660	10412,9	31837,1
2000	19,54	0,50	2,58	250	23864,3	1,2908	3989,4	7956,4
2000	110,68	0,75	0,55	200	421185,8	0,0485	70410,4	652741,4
2000	47,15	0,75	1,50	340	96264,4	0,3106	16092,7	52165,6
2000	29,31	0,75	2,58	370	35319,1	0,8605	5904,4	13036,7
2000	147,58	1,00	0,55	440	926608,8	0,0364	154902,8	926609,3
21000	56,21	0,25	0,55	110	231652,2	0,0955	38725,7	303748,9
21000	22,73	0,25	1,50	140	39638,3	0,6443	6626,4	22620,5
21000	13,86	0,25	2,58	120	11454,9	1,8194	1914,9	5506,8
21000	112,42	0,50	0,55	400	842371,6	0,0478	140820,7	706514,9
21000	45,47	0,50	1,50	460	130240,0	0,3221	21772,5	52614,9
21000	27,73	0,50	2,58	560	53456,0	0,9097	8936,3	12808,8
21000	168,63	0,75	0,55	550	1158261,0	0,0318	193628,5	1157637,0

## A.05

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	14,58	0,25	0,55	25	329531,3	0,1769	18329,6	248873,2
100	7,27	0,25	1,50	40	70885,8	0,9670	3942,9	42245,6
100	4,65	0,25	2,58	55	32861,2	2,6031	1827,8	15023,7
100	29,15	0,50	0,55	40	527250,1	0,0885	29327,3	647769,5
100	14,55	0,50	1,50	65	115189,5	0,4835	6407,2	109957,2
100	43,73	0,75	0,55	45	593156,3	0,0590	32993,2	1133544,8
100	21,82	0,75	1,50	80	141771,7	0,3223	7885,8	192416,3
100	13,96	0,75	2,58	115	68709,8	0,8677	3821,9	68428,5
100	58,31	1,00	0,55	80	1054500,2	0,0442	58654,6	1686020,6
100	29,09	1,00	1,50	150	265821,9	0,2418	14785,8	286197,6
100	18,61	1,00	2,58	200	119495,4	0,6508	6646,7	101779,7
2000	42,09	0,25	0,55	30	395437,6	0,0613	21995,5	752977,8
2000	18,09	0,25	1,50	25	44303,7	0,3888	2464,3	109386,0
2000	11,28	0,25	2,58	40	23899,1	1,0742	1329,3	37856,9
2000	84,17	0,50	0,55	125	1647656,5	0,0306	91647,8	1959857,9
2000	36,18	0,50	1,50	180	318986,3	0,1944	17743,0	284710,9
2000	22,55	0,50	2,58	210	125470,2	0,5371	6979,0	98534,2
2000	126,26	0,75	0,55	160	2109000,3	0,0204	117309,1	3429594,9
2000	54,27	0,75	1,50	250	443036,5	0,1296	24643,1	498221,3
2000	33,83	0,75	2,58	280	167293,5	0,3581	9305,4	172427,0
2000	168,35	1,00	0,55	300	3954375,6	0,0153	219954,6	5101137,1
2000	72,36	1,00	1,50	500	886073,1	0,0972	49286,1	741048,2
2000	45,11	1,00	2,58	550	328612,3	0,2685	18278,4	256465,8
21000	65,05	0,25	0,55	90	1186312,7	0,0396	65986,4	1186312,7
21000	26,38	0,25	1,50	110	194936,1	0,2666	10842,9	162212,7
21000	16,10	0,25	2,58	105	62735,1	0,7521	3489,5	54921,0
21000	130,10	0,50	0,55	290	3822563,1	0,0198	212622,8	3087746,0
21000	52,77	0,50	1,50	340	602529,7	0,1333	33514,6	422208,8
21000	32,21	0,50	2,58	400	238990,8	0,3761	13293,4	142948,9
21000	195,14	0,75	0,55	410	5404313,4	0,0132	300604,6	5403308,9
21000	79,15	0,75	1,50	550	974680,4	0,0889	54214,7	738831,7
21000	48,31	0,75	2,58	600	358486,2	0,2507	19940,1	250149,1
21000	260,19	1,00	0,55	700	9226876,5	0,0099	513227,4	8036815,1
21000	105,53	1,00	1,50	850	1506324,2	0,0666	83786,4	1098929,2
21000	64,42	1,00	2,58	850	507855,4	0,1880	28248,5	372068,7

## A.06

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	14,58	0,25	0,55	20	263625,0	0,1769	14663,6	290528,5
100	7,27	0,25	1,50	30	53164,4	0,9670	2957,2	46809,6
100	4,65	0,25	2,58	40	23899,1	2,6031	1329,3	16148,1
100	29,15	0,50	0,55	35	461343,8	0,0885	25661,4	734218,1
100	14,55	0,50	1,50	60	106328,8	0,4835	5914,3	118296,3
100	43,73	0,75	0,55	50	659062,6	0,0590	36659,1	1262851,3
100	21,82	0,75	1,50	85	150632,4	0,3223	8378,6	203469,0
100	13,96	0,75	2,58	120	71697,2	0,8677	3988,0	70191,6
100	58,31	1,00	0,55	80	1054500,2	0,0442	58654,6	1855501,9
100	29,09	1,00	1,50	175	310125,6	0,2418	17250,1	298956,1
100	18,61	1,00	2,58	250	149369,2	0,6508	8308,4	103132,2
2000	42,09	0,25	0,55	25	329531,3	0,0613	18329,6	908106,6
2000	18,09	0,25	1,50	10	17721,5	0,3888	985,7	124643,6
2000	11,28	0,25	2,58	20	11949,5	1,0742	664,7	41811,6
2000	84,17	0,50	0,55	150	1977187,8	0,0306	109977,3	2294949,6
2000	36,18	0,50	1,50	220	389872,1	0,1944	21685,9	314996,9
2000	22,55	0,50	2,58	250	149369,2	0,5371	8308,4	105665,5
2000	126,26	0,75	0,55	200	2636250,4	0,0204	146636,4	3947301,5
2000	54,27	0,75	1,50	340	602529,7	0,1296	33514,6	541793,0
2000	33,83	0,75	2,58	370	221066,5	0,3581	12296,4	181744,2
2000	168,35	1,00	0,55	440	5799750,9	0,0153	322600,1	5799752,6
21000	65,05	0,25	0,55	110	1449937,7	0,0396	80650,0	1449977,5
21000	26,38	0,25	1,50	140	248100,5	0,2666	13800,1	186993,8
21000	16,10	0,25	2,58	120	71697,2	0,7521	3988,0	61325,9
21000	130,10	0,50	0,55	400	5272500,9	0,0198	293272,8	3664355,4
21000	52,77	0,50	1,50	460	815187,2	0,1333	45343,2	472567,1
21000	32,21	0,50	2,58	560	334587,1	0,3761	18610,8	154981,7
21000	195,14	0,75	0,55	550	7249688,7	0,0132	403250,1	6302672,5

## A.07

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	27,09	0,25	0,55	25	261172,1	0,1045	16701,8	23583,7
100	26,57	0,25	1,50	40	56181,0	0,2905	3592,7	8217,4
100	25,79	0,25	2,58	55	26044,4	0,5155	1665,5	4549,7
100	54,18	0,50	0,55	40	417875,3	0,0522	26722,9	61212,7
100	53,14	0,50	1,50	65	91294,2	0,1452	5838,2	21328,8
100	81,28	0,75	0,55	45	470109,8	0,0348	30063,3	106942,5
100	79,71	0,75	1,50	80	112362,0	0,0968	7185,5	37262,8
100	77,36	0,75	2,58	115	54456,4	0,1718	3482,5	20631,0
100	108,37	1,00	0,55	80	835750,7	0,0261	53445,8	158880,7
100	106,28	1,00	1,50	150	210678,8	0,0726	13472,8	55360,1
100	103,15	1,00	2,58	200	94706,8	0,1289	6056,5	30650,7
2000	337,05	0,25	0,55	30	313406,5	0,0084	20042,2	317104,4
2000	230,16	0,25	1,50	25	35113,1	0,0335	2245,5	76080,8
2000	172,70	0,25	2,58	40	18941,4	0,0770	1211,3	32309,4
2000	674,10	0,50	0,55	125	1305860,4	0,0042	83509,1	823061,3
2000	460,32	0,50	1,50	180	252814,6	0,0168	16167,4	197471,9
2000	345,40	0,50	2,58	210	99442,2	0,0385	6359,3	83860,8
2000	1011,15	0,75	0,55	160	1671501,4	0,0028	106891,7	1437941,5
2000	690,48	0,75	1,50	250	351131,4	0,0112	22454,7	344996,1
2000	518,10	0,75	2,58	280	132589,5	0,0257	8479,0	146510,2
2000	1348,20	1,00	0,55	300	3134065,1	0,0021	200421,9	2136299,7
2000	920,64	1,00	1,50	500	702262,7	0,0084	44909,3	512548,8
2000	690,80	1,00	2,58	550	260443,7	0,0192	16655,2	217665,2
21000	1112,09	0,25	0,55	90	940219,5	0,0025	60126,6	1085487,5
21000	542,01	0,25	1,50	110	154497,8	0,0142	9880,1	183957,6
21000	352,29	0,25	2,58	105	49721,1	0,0377	3179,6	67371,7
21000	2224,17	0,50	0,55	290	3029596,2	0,0013	193741,1	2817440,9
21000	1084,03	0,50	1,50	340	477538,7	0,0071	30538,4	477471,8
21000	704,58	0,50	2,58	400	189413,6	0,0189	12112,9	174866,8
21000	3336,26	0,75	0,55	410	4283222,2	0,0008	273909,9	4922251,8
21000	1626,04	0,75	1,50	550	772489,0	0,0047	49400,3	834174,2
21000	1056,87	0,75	2,58	600	284120,4	0,0126	18169,4	305503,6
21000	4448,35	1,00	0,55	700	7312818,5	0,0006	467651,0	7312818,7
21000	2168,05	1,00	1,50	850	1193846,6	0,0036	76345,9	1239303,6
21000	1409,16	1,00	2,58	850	402504,0	0,0094	25739,9	453876,1

## A.08

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	27,09	0,25	0,55	20	208937,7	0,1045	13361,5	45269,0
100	26,57	0,25	1,50	30	42135,8	0,2905	2694,6	19054,9
100	25,79	0,25	2,58	40	18941,4	0,5155	1211,3	11729,5
100	54,18	0,50	0,55	35	365640,9	0,0522	23382,6	132385,8
100	53,14	0,50	1,50	60	84271,5	0,1452	5389,1	55724,7
100	81,28	0,75	0,55	50	522344,2	0,0348	33403,6	248003,5
100	79,71	0,75	1,50	85	119384,7	0,0968	7634,6	104391,3
100	77,36	0,75	2,58	120	56824,1	0,1718	3633,9	64259,2
100	108,37	1,00	0,55	80	835750,7	0,0261	53445,8	387152,6
100	106,28	1,00	1,50	175	245792,0	0,0726	15718,3	162962,9
100	103,15	1,00	2,58	250	118383,5	0,1289	7570,6	100313,6
2000	337,05	0,25	0,55	25	261172,1	0,0084	16701,8	382010,0
2000	230,16	0,25	1,50	10	14045,3	0,0335	898,2	118380,2
2000	172,70	0,25	2,58	20	9470,7	0,0770	605,6	58615,1
2000	674,10	0,50	0,55	150	1567032,5	0,0042	100210,9	1117160,3
2000	460,32	0,50	1,50	220	308995,6	0,0168	19760,1	346194,2
2000	345,40	0,50	2,58	250	118383,5	0,0385	7570,6	171415,6
2000	1011,15	0,75	0,55	200	2089376,7	0,0028	133614,6	2092820,0
2000	690,48	0,75	1,50	340	477538,7	0,0112	30538,4	648539,0
2000	518,10	0,75	2,58	370	175207,6	0,0257	11204,4	321119,6
2000	1348,20	1,00	0,55	440	4596628,8	0,0021	293952,1	3267053,6
21000	1112,09	0,25	0,55	110	1149157,2	0,0025	73488,0	1048803,4
21000	542,01	0,25	1,50	140	196633,6	0,0142	12574,6	244333,8
21000	352,29	0,25	2,58	120	56824,1	0,0377	3633,9	107138,6
21000	2224,17	0,50	0,55	400	4178753,4	0,0013	267229,2	3067148,8
21000	1084,03	0,50	1,50	460	646081,7	0,0071	41316,6	714536,5
21000	704,58	0,50	2,58	560	265179,1	0,0189	16958,1	313318,9
21000	3336,26	0,75	0,55	550	5745785,9	0,0008	367440,1	5745809,5

## A.09

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	21,34	0,25	0,55	25	261172,1	0,1326	16701,8	313406,4
100	13,47	0,25	1,50	40	56181,0	0,5732	3592,7	57367,7
100	9,27	0,25	2,58	55	26044,4	1,4344	1665,5	19795,3
100	42,69	0,50	0,55	40	417875,3	0,0663	26722,9	989112,1
100	26,93	0,50	1,50	65	91294,2	0,2866	5838,2	181052,8
100	64,03	0,75	0,55	45	470109,8	0,0442	30063,3	1937413,4
100	40,40	0,75	1,50	80	112362,0	0,1911	7185,5	354635,4
100	27,80	0,75	2,58	115	54456,4	0,4781	3482,5	122370,7
100	85,37	1,00	0,55	80	835750,7	0,0332	53445,8	3121642,1
100	53,86	1,00	1,50	150	210678,8	0,1433	13472,8	571403,6
100	37,07	1,00	2,58	200	94706,8	0,3586	6056,5	197168,9
2000	21,34	0,25	0,55	30	313406,5	0,1326	20042,2	313406,4
2000	13,47	0,25	1,50	25	35113,1	0,5732	2245,5	57367,7
2000	9,27	0,25	2,58	40	18941,4	1,4344	1211,3	19795,3
2000	42,69	0,50	0,55	125	1305860,4	0,0663	83509,1	989112,1
2000	26,93	0,50	1,50	180	252814,6	0,2866	16167,4	181052,8
2000	18,53	0,50	2,58	210	99442,2	0,7172	6359,3	62474,2
2000	64,03	0,75	0,55	160	1671501,4	0,0442	106891,7	1937413,4
2000	40,40	0,75	1,50	250	351131,4	0,1911	22454,7	354635,4
2000	27,80	0,75	2,58	280	132589,5	0,4781	8479,0	122370,7
2000	85,37	1,00	0,55	300	3134065,1	0,0332	200421,9	3121642,1
2000	53,86	1,00	1,50	500	702262,7	0,1433	44909,3	571403,6
2000	37,07	1,00	2,58	550	260443,7	0,3586	16655,2	197168,9
21000	21,34	0,25	0,55	90	940219,5	0,1326	60126,6	313406,4
21000	13,47	0,25	1,50	110	154497,8	0,5732	9880,1	57367,7
21000	9,27	0,25	2,58	105	49721,1	1,4344	3179,6	19795,3
21000	42,69	0,50	0,55	290	3029596,2	0,0663	193741,1	989112,1
21000	26,93	0,50	1,50	340	477538,7	0,2866	30538,4	181052,8
21000	18,53	0,50	2,58	400	189413,6	0,7172	12112,9	62474,2
21000	64,03	0,75	0,55	410	4283222,2	0,0442	273909,9	1937413,4
21000	40,40	0,75	1,50	550	772489,0	0,1911	49400,3	354635,4
21000	27,80	0,75	2,58	600	284120,4	0,4781	18169,4	122370,7
21000	85,37	1,00	0,55	700	7312818,5	0,0332	467651,0	3121642,1
21000	53,86	1,00	1,50	850	1193846,6	0,1433	76345,9	571403,6
21000	37,07	1,00	2,58	850	402504,0	0,3586	25739,9	197168,9

## A.10

$\eta_0$ [Pa * s]	$\eta_{eff}$ [Pa * s]	$\varepsilon$ [-]	$n$ [s <sup>-1</sup> ]	$M$ [Nm]	$Ne_{exp}$ [-]	$\zeta$ [-]	$Re_{exp}$ [-]	$Ne_{näh}$ [-]
100	21,34	0,25	0,55	20	208937,7	0,1326	13361,5	609581,0
100	13,47	0,25	1,50	30	42135,8	0,5732	2694,6	115422,2
100	9,27	0,25	2,58	40	18941,4	1,4344	1211,3	40681,3
100	42,69	0,50	0,55	35	365640,9	0,0663	23382,6	1326079,5
100	26,93	0,50	1,50	60	84271,5	0,2866	5389,1	251088,9
100	64,03	0,75	0,55	50	522344,2	0,0442	33403,6	2089376,7
100	40,40	0,75	1,50	85	119384,7	0,1911	7634,6	395616,8
100	27,80	0,75	2,58	120	56824,1	0,4781	3633,9	139437,8
100	85,37	1,00	0,55	80	835750,7	0,0332	53445,8	2884747,1
100	53,86	1,00	1,50	175	245792,0	0,1433	15718,3	546217,7
100	37,07	1,00	2,58	250	118383,5	0,3586	7570,6	192518,1
2000	21,34	0,25	0,55	25	261172,1	0,1326	16701,8	609581,0
2000	13,47	0,25	1,50	10	14045,3	0,5732	898,2	115422,2
2000	9,27	0,25	2,58	20	9470,7	1,4344	605,6	40681,3
2000	42,69	0,50	0,55	150	1567032,5	0,0663	100210,9	1326079,5
2000	26,93	0,50	1,50	220	308995,6	0,2866	19760,1	251088,9
2000	18,53	0,50	2,58	250	118383,5	0,7172	7570,6	88498,0
2000	64,03	0,75	0,55	200	2089376,7	0,0442	133614,6	2089376,7
2000	40,40	0,75	1,50	340	477538,7	0,1911	30538,4	395616,8
2000	27,80	0,75	2,58	370	175207,6	0,4781	11204,4	139437,8
2000	85,37	1,00	0,55	440	4596628,8	0,0332	293952,1	2884747,1
21000	21,34	0,25	0,55	110	1149157,2	0,1326	73488,0	609581,0
21000	13,47	0,25	1,50	140	196633,6	0,5732	12574,6	115422,2
21000	9,27	0,25	2,58	120	56824,1	1,4344	3633,9	40681,3
21000	42,69	0,50	0,55	400	4178753,4	0,0663	267229,2	1326079,5
21000	26,93	0,50	1,50	460	646081,7	0,2866	41316,6	251088,9
21000	18,53	0,50	2,58	560	265179,1	0,7172	16958,1	88498,0
21000	64,03	0,75	0,55	550	5745785,9	0,0442	367440,1	2089376,7